



COLEGIO DE POSTGRADUADOS
INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO EN HIDROCIENCIAS

**MODELACIÓN DE LA TRANSPIRACIÓN DE UN CULTIVO DE JITOMATE
(*Solanum lycopersicum* L.) EN CONDICIONES DE INVERNADERO**

JAIME RIVERA ZAMARRIPA

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN CIENCIAS

MONTECILLO, TEXCOCO, EDO DE MÉXICO

2012

La presente tesis, titulada: **Modelación de la transpiración de un cultivo de jitomate (*Solanum lycopersicum* L.) en condiciones de invernadero**, realizada por el alumno: **Jaime Rivera Zamarripa**, bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

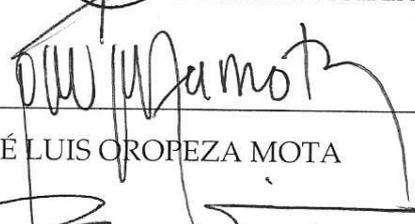
DOCTOR EN CIENCIAS
HIDROCIENCIAS
CONSEJO PARTICULAR

CONSEJERO: 
DR. JOSE ALFREDO CARRILLO SALAZAR

DIRECTOR: 
DR. IRINEO LORENZO LÓPEZ CRUZ

ASESOR: 
DR. LEONARDO TIJERINA CHÁVEZ

ASESOR: 
DR. JOSÉ ARMANDO RAMÍREZ ARIAS

ASESOR: 
DR. JOSÉ LUIS OROPEZA MOTA

ASESOR: 
DR. ADOLFO ANTENOR EXEBIO GARCÍA

Montecillo, Texcoco, México, 23 de abril de 2012

MODELACIÓN DE LA TRANSPIRACIÓN DE UN CULTIVO DE JITOMATE (*Solanum lycopersicum* L.) EN CONDICIONES DE INVERNADERO

Jaime Rivera Zamarripa, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2012

RESUMEN

El crecimiento de la superficie dedicada a cultivos en invernadero y la necesidad de hacer más eficiente el uso de agua en la agricultura, exigen conocer con precisión la transpiración del cultivo. Esto requiere de experimentación y modelación, no solo para optimizar el riego sino también para determinar el efecto de la tasa de transpiración en el control microclimático del invernadero. Con el objetivo de estimar la transpiración, integrarla en un modelo de microclima y saber las variables de entrada y parámetros que más la afectan, se analizó el desempeño de los modelos Penman-Monteith, Stanghellini (SG) y Boulard-Wang (B-W) para estimar la tasa de transpiración de un cultivo de jitomate en invernadero, en dos sitios experimentales, Universidad Autónoma de Querétaro, campus Querétaro (UAQ) y Universidad Autónoma Chapingo (UACH), y en dos épocas del año. La tasa de transpiración observada fluctuó entre 0.0-387.86 (UAQ) y 0.0-207.91 (UACH) $\text{g m}^{-2} 30\text{min}^{-1}$; los modelos que presentaron un menor error absoluto promedio (EAM) fueron B-W (verano) con un $\text{EAM}=35.26 \text{ g m}^{-2} 30\text{min}^{-1}$ y SG (otoño) $\text{EAM}=14.32 \text{ g m}^{-2} 30\text{min}^{-1}$, en la UAQ y UACH, respectivamente. En el modelo de microclima del invernadero, la transpiración se consideró la única fuente de humedad del aire. En este caso se utilizó el modelo SG, cuyas estimaciones se hicieron a partir de variables meteorológicas medidas al exterior del invernadero, obteniéndose un $\text{EAM}=7.45\%$ y $\text{EAM}=21.21\%$ para el modelo de humedad, en la UAQ y UACH. Las variables de entrada que más afectaron la salida del modelo B-W fueron: temperatura del aire, radiación solar global, déficit de presión de vapor; y los parámetros transmisividad de la cubierta, factor de eficiencia solar y coeficiente de descarga promedio de la ventilación. Para el modelo SG fueron: humedad relativa e índice de área foliar; y el parámetro empírico k_2 y la resistencia aerodinámica.

Palabras clave: *Solanum lycopersicum* L., modelos de transpiración, microclima del invernadero, análisis de sensibilidad

MODELING TRANSPIRATION OF GREENHOUSE TOMATO (*Solanum lycopersicum* L.) CANOPY

Jaime Rivera Zamarripa, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2012

ABSTRACT

The increasing surface of greenhouse crops in Mexico and the requirement of the water use efficiency in agriculture, demand to know accurately the transpiration rates of greenhouse crops. Both experimentation and mathematical modeling of crop transpiration is required not only to optimize irrigation but also to control the microclimate in the greenhouse. Thus, the crop generates its own microclimate which in turn affects the crop transpiration. In this investigation, the model performance of Penman-Monteith, Stanghellini and Boulard-Wang transpiration models to estimate the transpiration rate was compared. Also, the model with the best model performance was chosen to perform a sensitivity analysis. Tomatoes were grown in two experimental sites: University of Querétaro (UAQ) during the summer transpiration rate between 0.0-387.86 $\text{g m}^{-2} 30\text{min}^{-1}$ and University of Chapingo (UACH) during the autumn transpiration rate between 0.0-207.91 $\text{g m}^{-2} 30\text{min}^{-1}$. The models with the best model performance were Boulard-Wang with a mean absolute error, MAE=35.26 $\text{g m}^{-2} 30\text{min}^{-1}$ and Stanghellini with MAE=14.32 $\text{g m}^{-2} 30\text{min}^{-1}$ for UAQ and UACH sites, respectively. The transpiration of the crop was considered as the only source of humidity into the air inside the greenhouse. The Stanghellini crop transpiration model was used but with meteorological variables (input variables) measured outside the greenhouse. The humidity model had a good fitting giving an $r^2=0.91$ in case of UAQ site. The most sensitive input variables from the Boulard and Wang model were: air temperature, global solar radiation, vapor pressure deficit and also the most sensitive parameters were: transmissivity of the greenhouse cover, solar efficiency factor and the discharge coefficient. On the other hand, the most sensitive input variables from the Stanghellini model were: relative humidity, leaf area index and its more sensitive parameters were: coefficient k_2 and aerodynamic resistance.

Keywords: *Solanum lycopersicum* L., transpiration models, greenhouse microclimate, sensitivity analysis

A mis padres: J. Jesús R. O. (*In memoriam*) y María Z. S.

AGRADECIMIENTOS

Al pueblo de México, ya que sus contribuciones hicieron posible el financiamiento de mis estudios de postgrado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por la beca que me otorgó
Al Colegio de Postgraduados, por haberme brindado la oportunidad de realizar los estudios de postgrado.

Al Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología (COMECyT), por la beca otorgada para la conclusión de esta investigación.

Al Dr. Irineo L. López Cruz, por las sugerencias y el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

Al Dr. J. Alfredo Carrillo Salazar, por el apoyo y la revisión al escrito final.

Al Dr. J. Armando Ramírez Arias, por el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

Al Dr. Leonardo Tijerina Chávez, por las sugerencias al escrito final.

Al Dr. Adolfo A. Exebio García, por la ayuda e interés por la conclusión del presente trabajo.

Al Dr. Abel Quevedo Nolasco, por las sugerencias al escrito final

Al M. C. Alfonso Muratalla Lúa, por haberme prestado el invernadero y todo el apoyo brindado.

Al Dr. Víctor M. Perea Estrada y al M. C. Jorge Hernández López, por la camaradería y la ayuda.

Al Ing. L. Alberto Rivera Z., Ing. Jorge Rivera Z. e Ing. Fernando Rivera Z., por toda la ayuda.

A la señora María E. Bernal Tapia, por su ayuda en los trámites administrativos.

A la sección del Postgrado en Botánica, a cargo del Dr. Josué Kohashi Shibata, por el préstamo del integrador de área foliar.

CONTENIDO

	Página
INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
1. Objetivos.....	2
2. Hipótesis.....	2
3. Revisión de literatura. Estudios sobre modelación de la transpiración de cultivos en invernadero.....	3
3.1. Flores de corte y especies ornamentales.....	3
3.2. Hortalizas.....	6
3.3. Otras especies.....	9
3.4. Evapotranspiración de referencia.....	10
3.5. Modelación de la transpiración en el cultivo de jitomate.....	11
4. Conclusiones de la revisión de literatura.....	14
5. Literatura citada.....	15
CAPITULO I. COMPARACIÓN DE TRES MODELOS PARA ESTIMAR LA TRANSPIRACIÓN DE UN CULTIVO DE JITOMATE EN INVERNADERO....	18
1.1. Resumen.....	18
1.2. Abstract.....	19
1.3. Introducción.....	19
1.4. Materiales y métodos.....	21
1.4.1. Modelos de transpiración.....	21
1.4.1.1. Modelo de Penman-Monteith.....	21
1.4.1.2. Modelo de Stanghellini.....	23
1.4.1.3. Modelo de Boulard y Wang.....	24
1.4.2. Factor omega.....	25
1.4.3. Medición de variables meteorológicas y transpiración del cultivo.....	26
1.5. Resultados y discusión.....	30
1.6. Conclusiones.....	39
1.7. Literatura citada.....	40
CAPÍTULO II. MODELACIÓN DINÁMICA DE LA TEMPERATURA Y HUMEDAD DEL AIRE AL INTERIOR DE UN INVERNADERO	42
2.1. Resumen.....	42
2.2. Abstract.....	43
2.3. Introducción.....	43

2.4. Materiales y métodos.....	44
2.4.1. Modelo de microclima dentro del invernadero.....	44
2.4.2. Medición de variables meteorológicas y del cultivo.....	49
2.5. Resultados y discusión.....	51
2.6. Conclusiones.....	58
2.7. Literatura citada.....	58
CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y CALIBRACIÓN DE MODELOS DE TRANSPIRACIÓN DE CULTIVOS.....	57
3.1. Resumen.....	57
3.2. Abstract.....	
3.3. Introducción.....	57
3.4. Materiales y métodos.....	58
3.4.1. Modelos de transpiración del cultivo.....	58
3.4.2. Análisis de sensibilidad.....	59
3.4.3. Calibración.....	60
3.4.4. Medición de variables meteorológicas y transpiración del cultivo.....	61
3.5. Resultados y discusión.....	62
3.6. Conclusiones.....	74
3.7. Literatura citada.....	74
CONCLUSIONES GENERALES.....	76
ANEXO. ECUACIONES DE SENSIBILIDAD DE LOS MODELOS BOULARD- WANG Y STANGHELLINI.....	77

LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 1.1	Variables meteorológicas, promedios cada 30 minutos, medidas en el interior del invernadero, Universidad A. de Querétaro..... 28
Figura 1.2	Variables meteorológicas temperatura del aire y velocidad del viento, promedios cada 30 minutos, medidas en el exterior del invernadero, Universidad A. de Querétaro..... 28
Figura 1.3	Variables meteorológicas radiación global y humedad relativa del aire, promedios cada 30 minutos, medidas en el exterior del invernadero, Universidad A. de Querétaro..... 29
Figura 1.4	Variables meteorológicas, promedios cada 30 minutos, en el interior del invernadero, Universidad A. Chapingo..... 29
Figura 1.5	Variables meteorológicas temperatura del aire y velocidad del viento, promedios cada 30 minutos, medidas en el exterior del invernadero, Universidad A. Chapingo..... 30
Figura 1.6	Variables meteorológicas temperatura del aire y velocidad del viento, promedios cada 30 minutos, medidas en el exterior del invernadero, Universidad A. Chapingo..... 30
Figura 1.7	Tasa de transpiración observada (x) y estimada (y) de un cultivo de jitomate en invernadero en la Universidad A. Chapingo..... 32
Figura 1.8	Estimación de la tasa de transpiración de un cultivo de jitomate en invernadero con tres modelos, Universidad A. Chapingo..... 33
Figura 1.9	Estimación de la tasa de transpiración de un cultivo de jitomate en invernadero con tres modelos, Universidad A. de Querétaro..... 34
Figura 1.10	Tasa de transpiración observada (x) y estimada (y) de un cultivo de jitomate en un invernadero de la Universidad A. de Querétaro.. 35
Figura 1.11	Temperatura del aire registrada dentro y fuera del invernadero, y déficit de presión de vapor calculado. Universidad A. de Querétaro..... 36
Figura 1.12	Temperatura del aire registrada dentro y fuera del invernadero, y déficit de presión de vapor calculado. Universidad A. Chapingo... 37
Figura 1.13	Factor omega (Ω) calculado con base en las variables meteorológicas registradas dentro del invernadero, Universidad A. de Querétaro..... 38
Figura 1.14	Factor omega (Ω), calculado con base en las variables meteorológicas registradas fuera del invernadero, Universidad A. de Querétaro..... 39

Figura 2.1	Ajuste de los modelos de temperatura y humedad del aire (cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad A. Chapingo.....	52
Figura 2.2	Comportamiento de la temperatura y humedad del aire (modeladas cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad A. Chapingo.....	53
Figura 2.3	Comportamiento de la temperatura del suelo (modelada cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad A. Chapingo.....	54
Figura 2.4	Ajuste de los modelos de temperatura y humedad del aire (cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad A. de Querétaro.....	55
Figura 2.5	Comportamiento de la temperatura y humedad del aire (modeladas cada 30 min.) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad A. de Querétaro.....	56
Figura 2.6	Comportamiento de la temperatura del suelo (modelada cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad A. de Querétaro.....	57
Figura 3.1	Funciones de sensibilidad relativa de la variable transpiración del dosel, respecto a los parámetros (π , A, B, τ , C, C_d) del modelo de Boulard y Wang.....	68
Figura 3.2	Funciones de sensibilidad relativa de la variable transpiración del dosel, respecto a las variables de entrada (R_g , T_a , DPV, V_{vto} , IAF, S_0) del modelo de Boulard y Wang.....	69
Figura 3.3	Funciones de sensibilidad relativa de la variable transpiración del dosel, respecto a los parámetros (τ , k_e , k_1 , k_2 , r_a) del modelo de Stanghellini.....	71
Figura 3.4	Funciones de sensibilidad relativa de la variable transpiración del dosel, respecto a las variables de entrada (R_g , T_a , HR, IAF) del modelo de Stanghellini.....	72

LISTA DE CUADROS

	Página
Cuadro 1.1 Medidas estadísticas que se utilizaron para evaluar tres modelos con los que se estimó la transpiración de un cultivo de jitomate en invernadero.....	33
Cuadro 2.1 Medidas estadísticas que se utilizaron para evaluar un modelo de microclima del invernadero con cultivo de jitomate en dos sitios experimentales y dos tipos de invernadero.....	53
Cuadro 3.1 Integrales de los valores absolutos (I) de las sensibilidades relativas para la variable de salida transpiración del dosel, estimada con el modelo de Boulard y Wang.....	67
Cuadro 3.2 Integrales de los valores absolutos (I) de las sensibilidades relativas para la variable de salida transpiración del dosel, estimada con el modelo de Stanghellini.....	70
Cuadro 3.3 Valores iniciales que se utilizaron en el ajuste del coeficiente empírico k_2 , resistencia aerodinámica (r_a) y transmisividad de la cubierta (τ), parámetros del modelo de Stanghellini.....	73
Cuadro 3.4 Medidas estadísticas que se utilizaron para evaluar la calibración del modelo de Stanghellini en un invernadero de la Universidad A. Chapingo.....	74

INTRODUCCIÓN GENERAL

Las plantas son una estructura gigante de disipación, que capturan grandes cantidades de energía solar y la degradan casi toda en calor latente a través de la transpiración. De esta forma, durante las horas luz la radiación solar alcanza la superficie terrestre a una tasa de 800 W m^{-2} , aproximadamente. Del total de esa radiación incidente sobre las plantas, 1% es convertido en biomasa, 18% en calor sensible, 15% es reflejado y la mayor cantidad la utilizan en el proceso de transpiración, 66% (Schneider y Sagan, 2005).

La transpiración es el proceso mediante el cual el agua se evapora de la superficie de las células a los espacios de aire dentro de la hoja, y se difunde al exterior a través de los estomas (Allen *et al.*, 2008). Casi toda el agua evaporada de las superficies vegetales a la atmósfera se origina en las hojas. Así, la transpiración en plantas superiores representa aproximadamente tres cuartas partes del agua que se evapora a nivel continental, y una octava parte de la que se evapora en el planeta entero, esto es, continentes y océanos (Von Caemmerer y Baker, 2007). En cuanto a la eficiencia de dicho proceso, la mayoría de las plantas requieren transpirar de 200 a 1000 kilogramos de agua para producir un kilogramo de materia seca (The Columbia Electronic Encyclopedia, 2008).

Algunas de las funciones de la transpiración son ocasionar el ascenso de savia desde las raíces hasta las hojas (suministrando a las células el agua necesaria para la fotosíntesis) y proveer la humedad necesaria para la difusión de bióxido de carbono (CO_2) al interior, y oxígeno (O_2) hacia el exterior de las células (The Columbia Electronic Encyclopedia, 2008). En algunas situaciones el efecto de enfriamiento de la transpiración puede ser un factor importante que permita el crecimiento de cultivos en ambientes cálidos (Jones y Tardieu, 1998). Como se mencionó, la transpiración de un cultivo es el mecanismo más importante de disipación de energía, y determina las condiciones térmicas de los cultivos protegidos. Mediante el proceso de transpiración el cultivo genera su propio microclima que a su vez afecta la transpiración, dándose la realimentación entre cultivo y microclima (Stanhill y Sholte-Albers, 1974).

De los modelos que se utilizan para estimar transpiración del cultivo, el de Penman-Monteith (P-M) se ha convertido en el modelo de referencia, ya que

proporciona una estimación de la tasa de transpiración con base en un balance de energía del dosel (Allen *et al.*, 2008). Una modificación al modelo de P-M la hizo Stanghellini (1987), quien evaluó y revisó el modelo para representar las condiciones de transpiración de un cultivo bajo invernadero. Otra modificación al modelo Penman-Monteith la hicieron Boulard y Wang (2000), expresando el modelo P-M a partir de variables meteorológicas medidas al exterior del invernadero.

El crecimiento de la superficie que se dedica a cultivos protegidos (invernadero) y la necesidad de hacer más eficiente el uso del agua en la agricultura, exigen conocer con precisión la tasa de transpiración, por lo que se requieren experimentos y modelos matemáticos, no solo para optimizar el riego (en cantidad y oportunidad) y evitar condiciones extremas (una tasa de transpiración muy alta o muy baja provoca deficiencias nutrimentales), sino también para determinar su efecto en el control microclimático del invernadero, a través de ajustes en los sistemas de calefacción, humidificación y ventilación (Bontsema *et al.*, 2007).

1. OBJETIVOS

1. Evaluar el desempeño de los modelos Penman-Monteith, Stanghellini y Boulard-Wang, con los se que estima la transpiración en un cultivo de jitomate bajo invernadero, establecido en dos condiciones climáticas (Chapingo: clima templado y Querétaro: clima semiárido) y dos épocas del año (otoño y verano).
2. Estudiar el comportamiento de la temperatura del aire, humedad del aire y la temperatura del suelo, en dos tipos de invernadero con cultivo de jitomate, bajo dos condiciones climáticas y en diferente época del año, usando un modelo matemático.
3. Hacer un análisis de sensibilidad local de los modelos de transpiración Boulard-Wang y Stanghellini para dos sitios experimentales, y con base en los resultados del análisis calibrar algunos parámetros de este último modelo para uno de los sitios.

2. HIPÓTESIS

1. Los modelos Boulard-Wang y Stanghellini hacen una mejor estimación de la transpiración del cultivo, ya que ambos son adaptaciones del modelo Penman-Monteith para condiciones de invernadero.

2. El modelo de microclima del invernadero, que consta de las variables de estado: temperatura del aire, humedad del aire y temperatura del suelo, estima de forma adecuada estas variables en dos condiciones climáticas, diferente época del año y dos tipos de invernadero.

3. Con el análisis de sensibilidad se identifican las variables de entrada y los parámetros que más afectan la tasa de transpiración del cultivo, y con la calibración de los parámetros identificados se obtiene un mejor ajuste del modelo Stanghellini.

3. REVISIÓN DE LITERATURA. ESTUDIOS SOBRE TRANSPIRACIÓN DE CULTIVOS EN INVERNADERO

3.1. Flores de corte y especies ornamentales

Crisantemo

Fynn *et al.* (1993), en un cultivo de crisantemo (*Chrysanthemum morifolium*) en invernadero con sombreado variable, hicieron algunas mediciones de la evapotranspiración (lisímetro), velocidad del viento, temperatura del aire, temperatura del punto de rocío, concentración de bióxido de carbono, temperatura de la hoja, área foliar y radiación global y fotosintética activa. Además, compararon la evapotranspiración medida y el uso de agua predicho por un modelo que requiere temperatura del aire, humedad relativa y niveles de radiación solar como entradas (modelo combinado). Estudiaron la evapotranspiración del cultivo como una función del déficit de presión de vapor de agua y de los niveles de radiación solar, separadamente y juntos (modelo combinado). Finalmente, establecieron una relación entre resistencia estomática y niveles de radiación solar.

Rosa

Baille *et al.* (1994) midieron la transpiración y las condiciones microclimáticas para dos cultivos de rosas en invernadero (injertado y sin injertar), desde el final de la primavera y todo el verano durante los años 1989 a 1992, en el sur de Francia. Los resultados mostraron tasas de transpiración bajas, no correspondieron con el calor latente equivalente a la radiación global incidente sobre el cultivo. Le atribuyen a la baja tasa de transpiración las siguientes causas: (1) el cierre de estomas que se dio como resultado de un gran déficit de saturación de vapor, producido por la

suspensión del sistema de nebulización (se determinó que un valor de 1.5 kPa fue crítico en la caída de la conductividad estomática), (2) la alta temperatura del sustrato durante la tarde y la pobre aireación del sistema radicular pudieron reducir la absorción de agua por las raíces, y (3) para el cultivo sin injertar, el bajo índice de área foliar, $IAF \approx 1$ (IAF del cultivo injertado ≈ 2.3), limitó la tasa de transpiración, lo cual impidió el enfriamiento y la humidificación del aire dentro del invernadero. La fórmula de Penman-Monteith dio una buena predicción de la tasa de transpiración horaria. Concluyeron que los resultados confirman la importancia de un control adecuado del déficit de saturación de vapor y de la temperatura del sustrato durante el verano, especialmente cuando la radiación es alta (días despejados) y la transpiración del cultivo no es suficiente para enfriar y humidificar el ambiente del invernadero.

Kittas *et al.* (1999) registraron mediciones de la transpiración (TR) de un cultivo de rosa (cv. First red) establecido en el sustrato perlita, en un invernadero localizado en la costa este de Grecia durante el invierno de 1998. Simultáneamente midieron radiación solar (R_s), temperatura del aire, déficit de presión de vapor (DPV) y temperatura de la hoja. Estas mediciones se usaron para calibrar un modelo de regresión: $TR = A_0 f_1 (IAF) R_s + B_0 f_2 (IAF) DPV$. Además, determinaron la resistencia del dosel (r_c) a partir de las mediciones de TR y DPV aire-hoja. Los autores encontraron diferencias significativas en los valores de r_c y los parámetros de su modelo, y los reportados por Baille *et al.* (1994) para el cv. Sonia. Estas diferencias las atribuyen al cultivar o a las condiciones de cultivo diferentes. Concluyeron que, en condiciones de invernadero, la resistencia fisiológica del dosel no juega un papel significativo en la determinación de la transpiración, por lo que los modelos simplificados de TR que asumen una resistencia estomática constante pueden considerarse lo suficientemente robustos para aplicaciones en invernadero, como el control climático y la programación de riegos.

Otro trabajo en rosa (*Rosa hybrida*) es el de Katsoulas *et al.* (2001); en un invernadero en la costa este de Grecia estudiaron la influencia de la humedad sobre la tasa de transpiración, el flujo de calor sensible y la conductividad estomática de un cultivo de rosa en hidroponía. Las mediciones las realizaron durante varios días en el verano

(i) sin controlar la humedad y (ii) con la activación de un sistema de nebulización cuando la humedad relativa fue menor a 75%. La conductividad estomática registró un incremento significativo bajo condiciones de nebulización. El análisis de distribución de la energía mostró que la transpiración del cultivo desempeñó una función importante en el enfriamiento del aire del invernadero ($IAF \approx 4$). La contribución del sistema de nebulización al enfriamiento por evaporación la estimaron en aproximadamente 20%. Calcularon un índice de estrés hídrico, confirmando que el cultivo sufrió un menor estrés en condiciones de nebulización. Concluyeron que para predecir las variaciones en la tasa de transpiración y conductividad estomática, debe considerarse estimar la magnitud y la variación diurna del déficit de presión de vapor.

Fuchs *et al.* (2006), también en un cultivo de rosa durante el mes de julio en Besor, Israel, desarrollaron un procedimiento para evaluar el enfriamiento por calor latente producto de la transpiración del cultivo y de la evaporación en un muro húmedo y un sistema de ventilación. Las mediciones en el cultivo de rosa en invernadero (*Rosa indica* L.) muestran que la solución numérica de la ecuación de balance de energía predijo adecuadamente la transpiración del cultivo cada 30 minutos ($r^2 = 0.81$, muro húmedo y ventilador; $r^2 = 0.87$, ventilador). Los autores reportaron que con una tasa de renovación del aire de 30 volúmenes por hora, una humedad externa menor a 50%, un buen suministro de agua y un índice de área foliar de 2.65, la tasa de transpiración de las plantas provocó que la temperatura del follaje y del aire interior fuera menor a la del aire en el exterior, aun con la radiación solar en su máximo valor. El enfriamiento obtenido a través del muro húmedo disminuyó el déficit de presión de vapor en el invernadero y redujo la tasa de transpiración. Ésta, con el muro húmedo en funcionamiento, casi fue independiente de la humedad externa y de la tasa de ventilación.

Especies ornamentales

Baille *et al.* (1994) estudiaron la tasa de transpiración de nueve especies ornamentales en invernadero (begonia (*Begonia x hiemalis*), ciclamen (*Cyclamen persicum*), gardenia (*Gardenia jasminoides*), gloxinia (*Sinningia*), hibisco (*Rosa sinensis*), balsamina (*Impatiens x novae-guinea*), malvón (*Pelargonium hortorum*), nochebuena

(*Euphorbia pulcherrima*) y cheflera (*Schefflera arboricola*). Con base en algunas regresiones obtuvieron una ecuación que relaciona la evapotranspiración con la radiación solar incidente, déficit de presión de vapor e índice de área foliar, basada en el modelo de Penman-Monteith. El modelo propuesto para predecir la tasa horaria de evapotranspiración de las especies estudiadas dio resultados satisfactorios, especialmente durante el día ($0.87 < r^2 < 0.97$). Las especies *Pelargonium*, *Schefflera* e *Impatiens* presentaron una alta tasa evapotranspirativa diurna, la cual representó más de 80% de la energía incidente en el cultivo. En contraste, las especies *Begonia*, *Cyclamen* y *Sinningia* convirtieron un porcentaje menor de la energía incidente en calor latente (aproximadamente 40-50%). Los autores concluyeron que estas características influyen en el balance de energía y el estatus hídrico del invernadero.

Geranio

Montero *et al.* (2001) midieron la transpiración de geranio (*Pelargonium zonale*) cultivado en condiciones de un gran déficit de presión de vapor (DPV, superior a 3.4 kPa) y una temperatura alta ($>36^{\circ}\text{C}$), condiciones de la cuenca del Mediterráneo o zonas con un clima cálido. Los valores de transpiración calculados con la ecuación de Penman-Monteith, cada 30 minutos, se compararon con la transpiración medida en una balanza electrónica. La concordancia entre la transpiración medida y la calculada fue buena para todos los rangos de temperatura, radiación y humedad que ocurrieron durante los 42 días del experimento ($r^2 = 0.96$). No encontraron ninguna reducción en la conductividad del dosel ni en la tasa de transpiración ante valores de 1.4 hasta 3.4 kPa en el déficit de presión de vapor, ni ante una temperatura ambiente de 26 hasta 36°C .

3.2. Hortalizas

Calabacita

Yang *et al.* (1990) determinaron la transpiración, temperatura de la hoja y resistencia estomática de un cultivo de calabacita en invernadero, a través de mediciones simultáneas de radiación solar, flujo de aire, tasa de transpiración, punto de rocío y perfiles de temperatura del aire y de la hoja. Los autores reportaron que la tasa de transpiración fue afectada principalmente por la radiación solar, y no se

distribuyó uniformemente dentro del dosel. La temperatura de la hoja fue menor que la temperatura del aire para algunos días despejados de verano, propios de tasas de transpiración altas. Calcularon la resistencia estomática y encontraron que ésta se relaciona exponencialmente con la radiación solar. No encontraron correlaciones significativas entre la resistencia estomática y otras variables climáticas.

Lechuga

Con el propósito de minimizar la liberación de nutrientes y pesticidas al ambiente, Pollet *et al.* (2000) propusieron un modelo para el riego de lechuga en invernadero. La estimación de la transpiración la hicieron a través del modelo Penman-Monteith. La resistencia estomática y la cuantificación de la superficie transpirante, necesarias para este modelo, se estimaron con dos submodelos. La resistencia estomática se calculó con una función que ajusta intensidad de la radiación solar, déficit de presión de vapor y temperatura del aire a las mediciones de resistencia estomática hechas con un porómetro. El submodelo para la superficie transpirante se basó en la ecuación de Gompertz, y utiliza como único parámetro la radiación de onda corta en el exterior. Sin embargo, advierten que se debe poner atención en la medición de la superficie transpirante. El cálculo de la tasa horaria de evapotranspiración usando el área foliar total como una estimación de la superficie transpirante, mostró un ajuste muy pobre con el consumo real de agua. Un buen ajuste del modelo se alcanzó con el uso de la proyección vertical del cultivo, medida con una videocámara, como una estimación de la superficie transpirante.

En Brasil, Zolnier *et al.* (2004) evaluaron el modelo de Penman-Monteith para estimar la evapotranspiración (ET) de tres cultivares de lechuga (Grandes rápidos, Grandes lagos y Regina) establecidos en película nutritiva (NFT). Las mediciones y la estimación de la evapotranspiración se realizaron cada 30 minutos, además midieron la radiación solar incidente, humedad relativa, velocidad del viento, temperatura del aire y temperatura de la solución nutritiva. El sistema hidropónico se instaló en un invernadero sin control ambiental. El modelo de Penman-Monteith dio buenas estimaciones de la evapotranspiración, $0.73 \leq r^2 \leq 0.93$, para los tres cultivares. Sin embargo, cuando el índice de área foliar fue menor a 0.5, el modelo sobreestimó o subestimó la ET, dependiendo del cultivar. Además, el modelo sobreestimó la ET en

las primeras horas de la mañana y por la tarde, porque se usó un valor constante para la resistencia del cultivo. Los autores concluyen que los resultados de esta investigación se pueden utilizar para implementar un sistema automático que ajuste la concentración de nutrientes de la solución nutritiva, con base en la estimación de evapotranspiración.

Pepino

En un invernadero en Almería, España, Medrano *et al.* (2005) analizaron el transcurso de la transpiración de un cultivo de pepino (*Cucumis sativus* L.) en hidroponía durante dos ciclos: uno con un nivel de radiación bajo ($9 \text{ MJ m}^{-2} \text{ d}^{-1}$) y otro con un nivel alto ($20 \text{ MJ m}^{-2} \text{ d}^{-1}$), y su relación con algunos parámetros climáticos (radiación incidente y déficit de presión de vapor, DPV) y el desarrollo del dosel. A niveles de radiación altos, la tasa de transpiración diurna del cultivo superó cuatro veces a la tasa con radiación baja, la tasa de transpiración nocturna alcanzó valores entre 120 y $200 \text{ g m}^{-2} \text{ d}^{-1}$ para ambos casos. La tasa de transpiración decreció conforme a la ontogenia del cultivo y fue mayor por la tarde que por la mañana, para el mismo valor de radiación, también encontraron una relación lineal entre transpiración y DPV, aún para valores mayores a 3 kPa . Los resultados muestran que el ajuste de la fórmula simplificada de Penman-Monteith fue superior a 90% para la tasa de transpiración horaria, por lo que recomiendan usarla para predecir los requerimientos de agua de cultivos en las condiciones ambientales del Mediterráneo.

Pimiento

Gázquez *et al.* (2008) estudiaron los efectos del déficit de presión de vapor (DPV) y la radiación solar, reducida con el blanqueo de la cubierta, en la tasa de transpiración de un cultivo de pimiento (transplantado en julio) en un invernadero localizado en el sureste de España, Almería, con un clima semiárido. Las mediciones se realizaron en tres invernaderos: i) sin control de DPV y sin blanqueo, ii) con un sistema de nebulización que se activó cuando el DPV fue mayor a 1.5 kPa y iii) sin control de DPV y con blanqueo (la transmisividad de la cubierta a la radiación solar se redujo en aproximadamente 30%). Además, estudiaron y analizaron las siguientes relaciones: transpiración de la hoja – radiación solar en el interior, DPV – índice de área foliar (IAF). Desarrollaron un modelo, mediante un análisis de regresión

múltiple y con base en el modelo de Penman-Monteith, que relaciona la tasa de transpiración medida con los componentes de radiación y advección en la ecuación: $\lambda E = A f_1 (\text{IAF}) R_g + B f_2 (\text{IAF}) \text{DPV}$, la cual dio buenas predicciones para el consumo de agua cada hora, bajo diferentes condiciones de DPV y radiación solar en el interior. Concluyeron que este modelo de transpiración simplificado puede usarse para manejar el riego con diferentes condiciones de DPV y radiación entrante.

3.3. Otras especies

Ficus

Bailey *et al.* (1993) midieron la tasa de transpiración de ficus (*Ficus benjamina*) en dos invernaderos, uno en Silsoe, Inglaterra (mayo) y otro en Barcelona, España (julio). La transpiración se determinó con un lisímetro de pesada, y simultáneamente midieron la radiación solar global, radiación neta, velocidad del viento, temperatura del aire y resistencia estomática. Los valores medidos de esta última, en el experimento de España, se relacionaron con la radiación global. La resistencia externa de la hoja se obtuvo de un análisis del balance de energía, y estuvo más vinculada con los valores obtenidos para convección forzada que para convección libre. La ecuación de Penman-Monteith se usó para predecir la transpiración en los dos sitios experimentales. Ésta se simplificó al introducir valores apropiados de los parámetros en condiciones de invernadero. La ecuación resultante requiere solamente valores de temperatura del aire, déficit de presión de vapor, radiación global, índice de área foliar y dimensión característica de la hoja. Esta ecuación simplificada predijo la transpiración de *Ficus benjamina* en España e Inglaterra con un error de $\pm 5\%$.

Arce

Prenger *et al.* (2002) compararon cuatro modelos que estiman evapotranspiración (ET), para lo cual usaron los datos de un lisímetro, que registró la tasa de evapotranspiración de una planta de arce rojo (*Acer rubrum*, cv 'Red Sunset'), para evitar el efecto de orilla cultivaron tres plantas más en un invernadero con control ambiental. El experimento se realizó a finales del verano de 1995 en un invernadero con doble cubierta de polietileno, localizado en Wooster, Ohio, EUA. La evapotranspiración medida se comparó empíricamente con dos factores climáticos

(radiación solar y déficit de presión de vapor) y con la evapotranspiración estimada (cada hora) con los cuatro modelos: (1) Penman, (2) Penman-Monteith, (3) Stanghellini y (4) Fynn. Para medir el desempeño de cada modelo utilizaron el coeficiente de Nash-Sutcliffe. La relación entre evapotranspiración medida y estimada por el modelo de Stanghellini tuvo un coeficiente Nash-Sutcliffe = 0.872; para los otros modelos el coeficiente fue 0.214, 0.481 y -0.848, correspondiente a Penman, Penman-Monteith y Fynn. También analizaron las diferencias entre los modelos y resaltan la importancia del índice de área foliar y del submodelo de radiación sobre el dosel. Con base en el coeficiente de determinación (r^2), el déficit de presión de vapor tuvo una buena correlación lineal respecto a la ET medida ($r^2 = 0.884$), y la radiación solar tuvo un $r^2 = 0.652$.

Plátano

Demrati *et al.* (2007), en un invernadero de una hectárea, investigaron las interacciones entre un cultivo de plátano (cv. grande naine) y el ambiente circundante. La investigación se realizó para un ciclo completo del cultivo en la región de Rabat, Marruecos. Se hicieron dos series de mediciones: la primera del 4 al 9 de marzo de 1998, representativa de las condiciones de primavera y otoño; la segunda del 6 al 26 de julio de 1999, representativa del verano. La modelación de la transpiración del cultivo se hizo con el método de Penman-Monteith, para lo cual definieron y desarrollaron un modelo para estimar la resistencia estomática como una función de la radiación global. Durante el día, la alta tasa de transpiración se correspondió con una alta radiación incidente y una baja resistencia estomática; durante la noche, la resistencia estomática fue mucho mayor y el componente de radiación cercano a cero, por lo que la transpiración fue muy pequeña. El modelo de transpiración (estimaciones cada 30 minutos) se validó con respecto a las tasas estimadas de transferencia de calor y masa entre el interior del invernadero y el exterior, con un coeficiente de determinación alto, $r^2 = 0.91$.

3.4. Evapotranspiración de referencia

La metodología estándar para la determinación de los requerimientos hídricos de un cultivo en campo, utiliza el producto de los valores de evapotranspiración de

referencia (ET_o) y de coeficiente del cultivo (Allen *et al.*, 2006). Esta metodología puede aplicarse a cultivos establecidos en el suelo de un invernadero, los cuales ocupan extensas áreas en la cuenca del Mediterráneo, pero existen pocos datos para evaluar las metodologías que estiman ET_o en invernaderos con cubierta de plástico. Fernández *et al.* (2010) usaron lisímetros de drenaje de 1993 a 2004 para medir la ET_o dentro de un invernadero de plástico, con pasto perenne, en Almería, sureste de España. Los valores promedio de ET_o fluctuaron de poco menos de 1 mm día⁻¹ en invierno hasta aprox. 4 mm día⁻¹ en verano (julio). Cuando la cubierta del invernadero se blanquea (de marzo a septiembre, práctica común para disminuir la temperatura) la ET_o se redujo en promedio 21.4%. Los autores cotejaron las diferentes metodologías para calcular ET_o con las mediciones en el invernadero. Los métodos que mejor desempeño tuvieron fueron: FAO 56 Penman-Monteith con una resistencia aerodinámica de 150 s m⁻¹, FAO 24 tina de evaporación con un coeficiente K_p = 0.79, un método basado en la radiación y el método de Hargreaves. Dados los requerimientos de datos de los diferentes métodos, recomiendan el método de Hargreaves y el de radiación para calcular ET_o en invernadero, por su simplicidad.

3.5. Modelación de la transpiración en el cultivo de jitomate

Modelo de Stanghellini

Stanghellini (1987) analizó algunos aspectos físicos del clima de un invernadero, para mostrar las interrelaciones entre microclima y transpiración del cultivo. Mostró que el balance de energía de un cultivo en invernadero provee una base sólida para cuantificar el impacto del microclima en la transpiración e identificar los valores límite en el manejo climático, dado el comportamiento termodinámico del dosel. Antes de establecer, en términos matemáticos, las relaciones entre microclima, temperatura del dosel y transpiración, Stanghellini realizó un experimento en el que se definieron submodelos para la transferencia de calor del follaje, para la transferencia de radiación dentro del dosel y para la resistencia del dosel a la transferencia de vapor. Estos submodelos se incorporaron en una ecuación, para obtener la temperatura y transpiración de un cultivo en invernadero. Las estimaciones obtenidas reprodujeron con una precisión buena la temperatura y

transpiración de un cultivo de jitomate en invernadero, respecto a las mediciones hechas a intervalos de pocos minutos. Para ilustrar la aplicación práctica del modelo, se muestra que definir la tasa de transpiración como el criterio para controlar la humedad del aire dentro del invernadero, podría brindar un marco cuantitativo para ese control.

Comparación de cuatro modelos de transpiración

Jolliet y Bailey (1992), a través de medir el efecto de algunas variables meteorológicas (velocidad del viento, déficit de presión de vapor, radiación solar y concentración de CO₂) en la transpiración de un cultivo de jitomate y mediante la evaluación de cinco modelos de transpiración, estudiaron el control del clima en un invernadero. Respecto al efecto de las variables meteorológicas, encontraron que en un cultivo joven (índice de área foliar, IAF = 0.56), un incremento en la radiación solar de 1 MJ m⁻² día⁻¹ provocó un incremento en la transpiración de 0.09 mm día⁻¹; un incremento en el déficit de presión de vapor de 0.1 kPa (disminución de 4% en la humedad relativa a 20° C) causó un incremento de solo 0.013 mm día⁻¹ en la transpiración, y una velocidad del viento de 1m s⁻¹ generó un incrementó de 0.13 mm día⁻¹ en la transpiración. Para un cultivo maduro (IAF = 2.94) reportaron que la radiación tuvo un efecto un poco mayor que para un cultivo joven (un incremento de 1 MJ m⁻² provocó un incremento de 0.14 mm día⁻¹ en la transpiración), pero el efecto de déficit de presión de vapor fue mucho mayor (un incremento de 0.1 kPa en el déficit de presión de vapor generó un incremento de 0.24 mm día⁻¹ en la transpiración) que para un cultivo joven. Concluyeron que la tasa de transpiración se incrementó linealmente con la radiación solar, el déficit de presión de vapor y la velocidad del viento; la temperatura del aire, la concentración de CO₂ y la temperatura de la tubería de calefacción no tuvieron efecto significativo en la tasa de transpiración. En cuanto a los modelos de transpiración, cotejaron la transpiración medida contra cinco modelos que la estiman. Los modelos que usan valores constantes para la conductividad estomática tuvieron una precisión baja (Chalabi - 51%, Aikman +62%). Un modelo simplificado de Penman tuvo buenas predicciones en promedio (-2%), pero con grandes variaciones individuales. El modelo de Stanghellini y el de Jolliet fueron los más precisos (+3% y -8% en promedio,

respectivamente), ambos predijeron bien el efecto del déficit de presión de vapor en la conductividad estomática. En contraste, la temperatura del aire y la concentración de CO₂ no tuvieron una influencia significativa en la conductividad estomática, por lo que concluyen que no es necesario incluirlas en un modelo de transpiración de jitomate.

Modelo Hortitrans

Jolliet (1994) propuso el modelo HORTITRANS, para predecir humedad del aire y transpiración del cultivo como funciones de las condiciones meteorológicas fuera del invernadero, con el objetivo de desarrollar algunas estrategias de control óptimo de humedad en invernaderos. Este modelo tiene una estructura sencilla y concisa, pero al mismo tiempo incluye los procesos de transpiración, condensación, ventilación y humidificación o deshumidificación. El modelo permite calcular la presión de vapor interna como una función de las condiciones ambientales externas y de las características del invernadero. La condensación en la cubierta se calcula primero para el aire interior a saturación y luego se corrige con un factor que considera la realimentación entre humedad interna y temperatura de la cubierta. Dado que todos los términos del modelo son lineales, es posible determinar la cantidad de agua y energía añadida o extraída al aire dentro del invernadero, para alcanzar un umbral de humedad o transpiración. El modelo predijo con un error máximo de 8%, la presión de vapor, humedad relativa, transpiración y la condensación dentro del invernadero, cuando se cotejó con las mediciones hechas en dos cultivos de jitomate: uno joven y uno maduro. La optimización de la humedad del aire mostró que hay poca necesidad de deshumidificación en un invernadero con cubierta sencilla.

Modelo de Boulard y Wang

Boulard y Wang (2000) presentaron un modelo sencillo que predice la transpiración de un cultivo en invernadero, con base en las condiciones meteorológicas fuera del invernadero, y discuten los parámetros involucrados respecto a diferentes tipos de invernadero. Validaron el modelo contra los datos medidos en un cultivo de jitomate en hidroponía en Aviñón, Francia, durante el verano, cuando el invernadero está abierto, y durante las condiciones al inicio de la primavera, cuando el invernadero se mantiene cerrado y el aire interior está confinado. En el balance de vapor de agua no

consideraron la condensación debajo de la cubierta, un componente importante cuando el invernadero está cerrado. Las estimaciones fueron mejores en verano que en primavera, y al compararse con otros modelos de transpiración se mostró que considerar las condiciones ambientales externas y no las condiciones internas como una condición límite, implicó un deterioro en el desempeño del modelo, sobretodo cuando el aire del invernadero está confinado. Los autores atribuyen este deterioro a las simplificaciones introducidas durante la derivación del modelo; el desempeño del modelo fue satisfactorio cuando el aire del invernadero casi se acopló a las condiciones externas.

Estimación de la evapotranspiración de referencia

En un cultivo de jitomate (cv. Carmen) establecido en Jaboticabal, Sao Paulo, Brasil, Fernandes *et al.* (2003) probaron algunos métodos alternativos para estimar (semanalmente) la evapotranspiración de referencia (ET_o) en invernaderos, debido al área que ocupa la tina de evaporación tipo A dentro del invernadero. El objetivo fue comparar ET_o estimada con diferentes métodos dentro y fuera del invernadero. Para lo cual instalaron dentro del invernadero una tina de evaporación tipo A (TEA_i), una tina reducida (TR_i) y un evaporímetro o atmómetro (A_i), y fuera del invernadero instalaron otra tina tipo A (TEA_o). Las estimaciones de ET_o obtenidas con TEA_i, TR_i y A_i representaron, respectivamente, 56%, 69% y 63% de la ET_o estimada con TEA_o. Mediante regresiones lineales simples obtuvieron coeficientes de correlación positivos entre TR_i y TEA_i (r=0.94), A_i y TEA_i (r=0.91), TEA_i y TEA_o (r=0.70), TR_i y TEA_o (r=0.66), y A_i y TEA_o (r=0.62). Concluyeron que es posible obtener una buena estimación de ET_o dentro de los invernaderos con el uso de tinas de evaporación reducidas o atmómetros, que ocupan un área menor que la tina tipo A.

4. CONCLUSIONES DE LA REVISIÓN DE LITERATURA

En los estudios sobre transpiración en invernaderos se utilizaron modelos empíricos, que relacionaron la transpiración del cultivo con el déficit de presión de vapor de agua, la radiación solar y el índice de área foliar, y cuyos coeficientes de regresión indican en que medida las variables anteriores afectan el proceso de transpiración. A pesar de que los resultados anteriores son válidos sólo en las condiciones en que se

desarrollaron los modelos, pueden complementar a los modelos mecanicistas. Entre éstos se encuentran el de Penman-Monteith, Stanghellini y Boulard-Wang, los cuales se basan en el balance de energía sobre el dosel. Con los modelos mecanicistas se establecieron relaciones entre resistencia estomática y radiación solar (crisantemo, calabacita y plátano), índice de área foliar y tasa de transpiración (rosa en Francia y Grecia), conductividad estomática y tasa de transpiración con el déficit de presión de vapor (rosa en Grecia), tasa de transpiración y radiación incidente (plátano). El estudio de estas relaciones y su incorporación a los modelos, hacen posible tener mejores estimaciones. Para el cultivo de jitomate, se reportó que la tasa de transpiración se incrementó linealmente con la radiación solar, el déficit de presión de vapor y la velocidad del viento. Además, se predijo la transpiración del cultivo con base en las condiciones meteorológicas al exterior del invernadero. En los trabajos revisados, el modelo de Stanghellini fue el que estimó mejor la tasa de transpiración, aunque éste no se ha verificado para índices de área foliar menores a dos y en diferentes condiciones climáticas.

5. LITERATURA CITADA

- Allen, R. G., L. S. Pereira, D. Raes y M. Smith. 2006. Evapotranspiración del cultivo. Guías para los requerimientos de agua de los cultivos. Roma, Italia: FAO. Riego y Drenaje 56. 298 p.
- Allen, L. H., J. C. V. Vu, and J. Sheehy. 2008. Transpiration: Carbon Dioxide and Plants. *In*: Trimble, S. W. (ed.). Encyclopedia of Water Science. 2nd Ed. CRC Press. Florida, USA. pp. 1235-1239.
- Bailey, B. J., J. L. Montero, C. Biel, D. J. Wilkinson, A. Anton, and O. Jolliet. 1993. Transpiration of *Ficus benjamina*: comparison of measurements with predictions of the Penman-Monteith model and a simplified version. *Agricultural and Forest Meteorology* 65:229-243.
- Baille, M., A. Baille, and J. C. Claude. 1994. A simplified model for predicting evapotranspiration rate of nine ornamental species vs. climate factors and leaf area. *Scientia Horticulturae* 59:217-232.
- Baille, M., A. Baille, and D. Delmon. 1994. Microclimate and transpiration of greenhouse rose crops. *Agricultural and Forest Meteorology* 71:83-97.

- Bontsema, J., J. Hemming, C. Stanghellini, P. De Visser, E. J. Van Henten, J. Budding, T. Rieswijk, and S. Nieboer. 2007. On-line monitoring van transpiratie en fotosynthese activiteit. Nota 451. Wageningen UR Glastuinbouw. The Netherlands. 78 p.
- Boulard, T., and S. Wang. 2000. Greenhouse crop transpiration simulation from external climate conditions. *Agricultural and Forest Meteorology* 100:25-34.
- Demrati, H., T. Boulard, H. Fatnassi, A. Bekkaoui, H. Majdoubi, H. Elattir, and L. Bouirden. 2007. Microclimate and transpiration of a greenhouse banana crop. *Biosystems Engineering* 98:66-78.
- Fernandes, C., J. E. Corá, and J. A. Campos de Araujo. 2003. Reference evapotranspiration estimation inside greenhouses. *Scientia Agricola* 60(3):591-594.
- Fernández, M. D., S. Bonachela, F. Orgaz, R. Thompson, J. C. López, M. R. Granados, M. Gallardo, and E. Fereres. 2010. Measurement and estimation of plastic greenhouse reference evapotranspiration in a Mediterranean climate. *Irrigation Science* 28:497-509.
- Fuchs, M., E. Dayan, and E. Presnov. 2006. Evaporative cooling of a ventilated greenhouse rose crop. *Agricultural and Forest Meteorology* 138:203-215.
- Fynn, R. P., A. Al-Shooshan, T. H. Short, and R. W. McMahon. 1993. Evapotranspiration measurement and modeling for a potted chrysanthemum crop. *Transactions of the ASABE* 36(6):1907-1913.
- Gázquez, J. C., J. C. López, E. Baeza, J. J. Pérez-Parra, M. D. Fernández, A. Baille, and M. González-Real. 2008. Effects of vapour pressure deficit and radiation on the transpiration rate of a greenhouse sweet pepper crop. *Acta Horticulturae* 797:259-265.
- Jolliet, O., and B. J. Bailey. 1992. The effect of climate on tomato transpiration in greenhouses: measurements and models comparison. *Agricultural and Forest Meteorology* 58:43-62.
- Jolliet, O. 1994. HORTITRANS, a model for predicting and optimizing humidity and transpiration in greenhouses. *Journal of Agricultural Engineering Research* 57:23-37.
- Jones, H. G., and F. Tardieu. 1998. Modelling water relations of horticultural crops: a review. *Scientia Horticulturae* 74:21-46.
- Katsoulas, N., A. Baille, and C. Kittas. 2001. Effect of misting on transpiration and conductances of a greenhouse rose canopy. *Agricultural and Forest Meteorology* 106:233-247.

- Kittas, C., N. Katsoulas, and A. Baille. 1999. Transpiration and canopy resistance of greenhouse soilless roses: measurements and modeling. *Acta Horticulturae* 507:61-68.
- Medrano, E., P. Lorenzo, M. C. Sanchez-Guerrero, and J. I. Montero. 2005. Evaluation and modelling of greenhouse cucumber-crop transpiration under high and low radiation conditions. *Scientia Horticulturae* 105:163-175.
- Montero, J. I., A. Antón, P. Muñoz, and P. Lorenzo. 2001. Transpiration from geranium grown under high temperatures and low humidities in greenhouses. *Agricultural and Forest Meteorology* 107:323-332.
- Pollet, S., P. Bleyaert, and R. Lemeur. 2000. Application of the Penman-Monteith model to calculate the evapotranspiration of head lettuce (*Lactuca sativa* L. var. Capitata) in glasshouse conditions. *Acta Horticulturae* 519:151-162.
- Prenger, J. J., R. P. Fynn, and R. C. Hansen. 2002. A comparison of four evapotranspiration models in a greenhouse environment. *Transactions of the ASAE* 45(6):1779-1788.
- Schneider, E. D., and D. Sagan. 2005. The secret of trees. *In: Into the Cool: Energy Flow, Thermodynamics and Life*. The University of Chicago Press, USA. pp. 216-224.
- Stanghellini, C. Transpiration of greenhouse crops: an aid to climate management. Ph. D. thesis. Agricultural University, Wageningen, The Netherlands. 150 p.
- Stanhill, G., and J. Sholte-Albers. 1974. Solar radiation and water loss from glasshouse roses. *Journal of the American Society for Horticultural Science* 99(2):107-110.
- “transpiration”. *The Columbia Encyclopedia, 6th ed.* 2008. Encyclopedia.com. (Marzo 30, 2011). <http://www.encyclopedia.com/doc/1E1-transpir.html>
- Von Caemmerer, S., and N. Baker. 2007. The Biology of Transpiration. From Guard Cells to Globe. *Plant Physiology* 143(1) p. 3.
- Yang, X., T.H. Short, R. D. Fox, and W. L. Bauerle. 1990. Transpiration, leaf temperature and stomatal resistance of a greenhouse cucumber crop. *Agricultural and Forest Meteorology* 51:197-209.
- Zolnier, S., G. B. Lyra, and R. S. Gates. 2004. Evapotranspiration estimates for greenhouse lettuce using an intermittent nutrient film technique. *Transactions of the ASAE* 47(1):271-282.

CAPÍTULO I. COMPARACIÓN DE TRES MODELOS PARA ESTIMAR LA TRANSPIRACIÓN DE UN CULTIVO DE JITOMATE EN INVERNADERO¹

Jaime Rivera Zamarripa, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2012

1.1. RESUMEN

La transpiración es un proceso fisiológico que utiliza casi toda el agua absorbida por las plantas, conocer su comportamiento en periodos cortos permite optimizar el riego, sobre todo en cultivos establecidos en sustrato. En esta investigación se compararon los modelos teóricos de Penman-Monteith, Stanghellini y Boulard-Wang, con los que se estimó la tasa de transpiración del cultivo. La comparación se hizo con datos de dos experimentos en donde se cultivó jitomate (*Solanum lycopersicum* L.) en hidroponía e invernadero. El primer experimento se realizó durante 13 días de junio 2008 en la Universidad Autónoma de Querétaro. El segundo experimento durante 18 días de octubre y noviembre 2008 en la Universidad Autónoma Chapingo, México. En ambos sitios la tasa de transpiración se midió con un lisímetro de pesada; además, se registraron simultáneamente las variables meteorológicas de entrada de cada modelo y el índice de área foliar como única variable del cultivo. Con un índice de área foliar (IAF) de 1.0 y durante el verano, el modelo de Boulard-Wang tuvo el mejor desempeño en el sitio Querétaro, con base en las medidas estadísticas eficiencia del modelo (EF=0.72) e índice de concordancia (IC=0.92). En cambio, el modelo Stanghellini registró el mejor ajuste en el sitio Chapingo, con temperaturas menores (otoño), IAF de 2.0, EF=0.84 e IC=0.96. El mejor desempeño del modelo Boulard-Wang en el sitio Querétaro fue resultado de que las condiciones meteorológicas fuera del invernadero (principalmente una mayor velocidad del viento), reflejaron la carga energética extra (microadvección) presente dentro del invernadero. La causa principal de esta microadvección fue lo disperso del dosel (IAF=1.0).

Palabras clave: *Solanum lycopersicum* L., Boulard-Wang, Penman-Monteith, Stanghellini.

¹ Enviado a la revista TERRA LATINOAMERICANA, con el número de registro 1831.

A COMPARISON OF THREE TRANSPIRATION MODELS IN A TOMATO CROP GROWN UNDER GREENHOUSE CONDITIONS

Jaime Rivera Zamarripa, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2012

1.2. ABSTRACT

Transpiration is a physiological process which uses almost all the water absorbed by plants. In this investigation, the transpiration rate was estimated using three models Penman-Monteith, Stanghellini, and Boulard-Wang. Observed data was obtained from two experiments of tomato (*Solanum lycopersicum* L.) grown under greenhouse conditions and hydroponics. The first experiment was performed during 13 days of June, 2008 at the University of Querétaro. The second experiment last 18 days during October and November, 2008 at the University of Chapingo. On both sites, the tomato crop transpiration rates were measured using a weighted lysimeter. Furthermore, the input variables of each model were recorded simultaneously and also the leaf area index (LAI) of the crop was measured. In the summer in Queretaro site, the model Boulard-Wang with a LAI=1 had the best model performance according to both the model efficiency (EF=0.72) and agreement index (AI=0.92) statistics. On the other hand, in the Chapingo site, with lower air temperature, and a LAI=2.0 the Stanghellini model had the best model performance obtaining an EF=0.84 and AI=0.96. The best model performance of Boulard-Wang model for the Queretaro data was mainly due to that meteorological condition (higher wind speed) outside the greenhouse reflected the high energy load (microadvection) inside the greenhouse. The sparse crop canopy (LAI=1.0) was the main cause of the microadvection.

Index words: *Solanum lycopersicum* L., Boulard-Wang, Penman-Monteith, Stanghellini

1.3. INTRODUCCIÓN

La transpiración es uno de los procesos que se ha estudiado en algunos cultivos en invernadero; un gran número de ecuaciones empleadas para estimarla se derivan del balance de energía a nivel de follaje. La transpiración constituye un término importante del balance de energía del follaje y una medida significativa del

rendimiento de un cultivo, por lo cual todos los que cultivan en invernaderos desearían conocerla y controlarla (Stanghellini, 1987). Uno de los primeros estudios sobre transpiración de cultivos en invernadero se realizó bajo las condiciones templadas de los Países Bajos (Stanghellini, 1987). Sin embargo, estas condiciones no corresponden a los climas en los cuales se encuentran localizados los invernaderos en México.

En la estimación de la transpiración de cultivos en invernadero se ha utilizado el modelo de Penman–Monteith sin modificaciones (Jolliet y Bailey, 1992; Prenger *et al.*, 2002) o con modificaciones (Stanghellini, 1987; Boulard y Wang, 2000). La aplicación del modelo original o alguna de sus modificaciones ha dado buenas predicciones de la transpiración, aunque la validación no se ha hecho para todas las condiciones climáticas ni para todas las etapas del cultivo (índices de área foliar diferentes).

En México existen pocas investigaciones sobre transpiración de cultivos en invernadero y se han realizado aún menos en los invernaderos ubicados en zonas áridas o semiáridas. En tales condiciones climáticas la transpiración, el mecanismo más importante de disipación de energía y determinante de las condiciones térmicas del cultivo, puede cobrar una mayor relevancia. Lo anterior, aunado a la poca capacidad de retención de agua de los sustratos empleados en hidroponía, requiere tener una buena predicción de la transpiración del cultivo en periodos cortos. Además, mantener en el invernadero un dosel con una tasa de transpiración alta, constituye una de las formas más eficientes y baratas de enfriar el ambiente durante los días calurosos con una radiación solar alta (Katsoulas *et al.*, 2002). La advección es el transporte de masa y energía en el plano horizontal y en la dirección del viento (Rosenberg *et al.*, 1983). En la naturaleza la advección es la norma más que la excepción. Solamente cuando la superficie considerada es idéntica en color, rugosidad, disponibilidad de humedad y con una superficie infinita en contra del viento, prevalecerán condiciones de no advección. La presencia de advección de calor sensible puede inferirse del balance de energía. Si el flujo de calor latente es mayor que la energía disponible (radiación neta y flujo de calor del suelo), es decir, $\lambda E > (R_n + G)$, el calor sensible ha sido extraído del aire y consumido en la evaporación (Rosenberg *et al.*, 1983). Con la modificación que McNaughton y Jarvis (1983)

hicieron al modelo de Penman-Monteith, es posible calcular por separado los términos balance de energía y transferencia de vapor, añadiendo un factor de ponderación o desacoplamiento, el factor omega.

En el presente trabajo se evaluó el desempeño de tres modelos matemáticos, con los que se estimó la transpiración de un cultivo de jitomate en invernadero (Boulard y Wang, Penman-Monteith y Stanghellini), en dos sitios experimentales con área foliar diferente y dos épocas del año; además se utilizó el factor omega para determinar el acoplamiento entre el dosel del cultivo y la atmósfera circundante, y como indicador de advección. El cultivo no sufrió de déficit hídrico, y transpiró a su tasa máxima.

1.4. MATERIALES Y MÉTODOS

1.4.1. Modelos de transpiración

1.4.1.1. Modelo de Penman-Monteith

Penman fusionó dos teorías concernientes con la evaporación al reconocer que la estimación de la evapotranspiración requiere tanto de un componente termodinámico para el balance de energía en la superficie, como de un componente aerodinámico para la transferencia de vapor, con lo cual la evapotranspiración resulta una función de la radiación solar, temperatura del aire, presión de vapor y velocidad del viento (Monteith, 1998). Monteith (1981) amplió el campo de aplicación de la ecuación original de Penman al introducir resistencias variables para los flujos de momento, calor y vapor de agua, a través del sistema planta-atmósfera y con base en las características de la superficie como la resistencia estomática del cultivo y la resistencia aerodinámica, estableciendo así el modelo Penman-Monteith. Prenger *et al.* (2002) presentan la ecuación de Penman-Monteith en los siguientes términos:

$$\lambda E = \frac{\delta}{\delta + \gamma^*} (R_n - G) + \frac{\gamma}{\delta + \gamma^*} \rho \lambda (e_a^* - e_a) / r_a \quad (1.1)$$

donde λE es la densidad de flujo de calor latente ($W m^{-2}$), E es la tasa de transpiración ($kg s^{-1} m^{-2}$), λ es el calor latente de vaporización del agua ($J kg^{-1}$) y se calcula conforme a la American Society of Agricultural Engineers (ASAE *Standards*, 1998):

$$\lambda = 2502535.259 - (2385.76 \times T_a) \quad (1.2)$$

donde T_a es la temperatura del aire ($^{\circ}C$).

δ es la pendiente de la curva de saturación de vapor de agua (Pa °C⁻¹), se estima con (ASAE Standards, 1998):

$$\delta = 41.45 \times \exp(0.06088 \times T_a) \quad (1.3)$$

R_n es la radiación neta (W m⁻²) sobre el dosel del cultivo, y se estima así:

$$R_n = \tau(1 - \exp(-Ke \cdot IAF))R_g \quad (1.4)$$

donde τ es la transmisividad de la cubierta (adimensional), R_g es la radiación solar global (W m⁻²) y Ke es el coeficiente de extinción de la radiación (adimensional).

G es el flujo de calor del suelo (W m⁻²), se considera despreciable

γ , la constante psicrométrica (Pa °C⁻¹), se obtiene de la relación (Prenger *et al.*, 2002):

$$\gamma = \frac{C_p}{\lambda} \times \frac{M_{Agua}}{P_{atm}} \quad (1.5)$$

donde C_p es el calor específico del aire = 1010 J Kg⁻¹ °C⁻¹, M_{Agua} es la relación de peso molecular vapor de agua – aire (0.6216), P_{atm} es la presión atmosférica = 101325 Pa

$$\gamma^* = \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_a} \right) \quad (1.6)$$

donde r_i es la resistencia estomática (s m⁻¹), se calcula con (Boulard *et al.*, 1991):

$$r_i = 200 \left(1 + \frac{1}{\exp(0.05(R_g - 50))} \right) \left(1 + 0.11 \exp \left(0.34 \left(\frac{D_i}{100} - 10 \right) \right) \right) \quad (1.7)$$

donde D_i es el déficit de presión de vapor (Pa) dentro del invernadero

r_a , la resistencia aerodinámica (s m⁻¹), se estima con la relación (Campbell, 1977):

$$r_a = 220 \frac{d^{0.2}}{V_i^{0.8}} \quad (1.8)$$

donde d es la longitud característica de la hoja (m), V_i es la velocidad del aire en el interior (m s⁻¹), obtenida con (Wang *et al.*, 1999):

$$V_i = \frac{\phi_v}{A_c} \quad (1.9)$$

donde A_c es el área de corte vertical del invernadero (m²), perpendicular a la dirección promedio del viento, ϕ_v es el flujo de ventilación (m³ s⁻¹) y se estima así (Kittas *et al.*, 1995):

$$\phi_v = \frac{S_0}{2} C_d C^{0.5} V \quad (1.10)$$

donde S_0 es el área de ventilación del invernadero (m^2), C_d es un coeficiente de descarga promedio de la ventilación (adimensional), C es un coeficiente de eficiencia relacionado con la velocidad del viento (adimensional) y V es la velocidad del viento en el exterior ($m\ s^{-1}$).

ρ es la densidad del aire ($kg\ m^{-3}$), se calcula (ASAE *Standards*, 1998):

$$\rho = \frac{100000}{(287 \times (T_a + 273.16))} \quad (1.11)$$

e_a^* es la presión de vapor a saturación (Pa) obtenida de (Murray, 1967):

$$e_a^* = 610.78 \exp\left(\frac{17.269T_a}{T_a + 237.3}\right) \quad (1.12)$$

e_a es la presión de vapor actual (Pa), se estima a partir de la humedad relativa:

$$e_a = \frac{HR \times e_a^*}{100} \quad (1.13)$$

1.4.1.2. Modelo de Stanghellini

Stanghellini (1987) hizo una evaluación minuciosa del modelo de Penman-Monteith, y revisó la ecuación combinada para representar las condiciones de transpiración en un invernadero. Además, propone un modelo en el que la resistencia estomática (interna) depende de la radiación solar, del déficit de presión de vapor de la hoja, de la temperatura foliar y de la concentración de bióxido de carbono. La siguiente es una simplificación del modelo de Stanghellini (Bontsema *et al.*, 2007):

$$E = \frac{2IAF}{(1 + \varepsilon)r_a + r_i} \left[\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_a}{2IAF} \cdot \frac{R_n}{\lambda} \right] \quad (1.14)$$

donde E es la tasa de transpiración ($kg\ m^{-2}s^{-1}$), IAF es el índice de área foliar (m^2m^{-2}), ε es la relación (adimensional) entre calor latente y calor sensible que contiene el aire saturado ante un cambio de $1\ ^\circ C$; ésta se calcula con:

$$\varepsilon = 0.7584 \exp(0.0518T_a) \quad (1.15)$$

r_a es la resistencia aerodinámica ($s\ m^{-1}$). Stanghellini menciona que tomar un valor constante para esta variable afecta muy poco la precisión del modelo, r_i es la resistencia estomática o interna ($s\ m^{-1}$) y se calcula con la siguiente relación:

$$r_i = 82 \frac{\frac{R_n}{2IAF} + 4.3}{\frac{R_n}{2IAF} + 0.54} (1 + 0.023(T_a - 24.5)^2) \quad (1.16)$$

donde R_n es la radiación neta sobre el dosel, y se estimó de la misma manera que en el modelo Penman-Monteith (ecuación 1.4).

χ_a^* es la concentración de vapor de agua del aire saturado (g m^{-3}), se estima con:

$$\chi_a^* \cong 5.5638 \exp(0.0572T_a) \quad (1.17)$$

χ_a es la concentración actual de vapor de agua del aire (g m^{-3}) y se calcula así:

$$\chi_a = \chi_a^* \left(1 - \frac{100 - HR}{100}\right) \quad (1.18)$$

donde HR es la humedad relativa del aire (%).

λ es el calor latente de vaporización del agua (J g^{-1}), se calcula con la ecuación 1.2.

1.4.1.3. Modelo de Boulard y Wang

Con base en el modelo de Penman-Monteith y a partir de las condiciones ambientales al exterior del invernadero, Boulard y Wang (2000) obtuvieron la siguiente ecuación:

$$\lambda E = \frac{\pi R_g + Q_h - G + ((K_s + K_H)K_2 D_o)/(K_1 K_H + K_2 \delta)}{1 + ((K_s + K_H)(1 - K_1 + K_2 / K_v))/(K_1 K_H + K_2 \delta)} \quad (1.19)$$

donde π es la eficiencia calorífica solar del invernadero (adimensional); Q_h es el flujo de calor sensible del sistema de calentamiento (W m^{-2}); G (W m^{-2}) se consideró despreciable; el coeficiente total de pérdida de energía, K_s ($\text{Wm}^{-2} \text{K}^{-1}$), se estimó de acuerdo con Bailey y Cotton (1980):

$$K_s = A + BV \quad (1.20)$$

donde A y B son coeficientes empíricos.

K_H y K_v son los coeficientes de transferencia de calor sensible y calor latente por ventilación:

$$K_H = \frac{\rho C_p \phi_v}{A_g} \quad (1.21)$$

$$K_v = \frac{\lambda \xi \rho \phi_v}{A_g} \quad (1.22)$$

donde A_g es el área de suelo del invernadero (m^2), ζ es el factor de conversión entre el contenido de vapor de agua en el aire a temperatura estándar y la presión de vapor de agua (kilogramo de agua, kg_w , por kilogramo de aire, kg_a^{-1}).

$$K_1 = \frac{\delta}{\delta + \gamma(1 + r_i / r_a)} \quad (1.23)$$

$$K_2 = \frac{2IAF \rho C_p / r_a}{\delta + \gamma(1 + r_i / r_a)} \quad (1.24)$$

donde r_i , la resistencia estomática, se calculó con la ecuación siguiente (Boulard *et al.*, 1991):

$$r_i = 200 \left(1 + \frac{1}{\exp(0.05(\tau Rg - 50))} \right) \quad (1.25)$$

r_a , la resistencia aerodinámica ($s\ m^{-1}$), se estimó con la ecuación 8.

D_o es el déficit de presión de vapor de agua (Pa), afuera del invernadero.

La programación de los modelos se realizó en el ambiente Matlab-Simulink versión 6.5 (MathWorks Inc, 2002).

1.4.2. Factor omega

La modificación que McNaughton y Jarvis (1983) hicieron al modelo de Penman-Monteith permite calcular por separado los términos balance de energía y transferencia de vapor, añadiendo un factor de ponderación o desacoplamiento, el factor omega (Ω), que adopta valores entre 0 y 1. El acoplamiento entre dosel y atmósfera lo describen en términos del déficit de saturación de vapor de agua. El factor Ω se calcula con la siguiente ecuación:

$$\Omega = \left[1 + \frac{\gamma}{\delta} \frac{r_i}{r_a} \right]^{-1} \quad (1.26)$$

Este factor omega se basa en la relación entre resistencia estomática (r_i) y resistencia aerodinámica (r_a), dicha relación determina la distribución de la evapotranspiración entre balance de energía y transferencia de vapor, con base en el grado de desacoplamiento de las condiciones ambientales. Cuando r_a es mucho mayor que r_i en grado tal que Ω tiende a 1, el flujo de calor latente lo determina principalmente el término de balance de energía $\delta(R_n - G)/(\delta + \gamma^*)$, es decir, la transpiración está

desacoplada de las condiciones ambientales, lo cual implica que la transpiración está en equilibrio con la energía disponible, $R_n - G$. Por otra parte, cuando r_a es pequeña con respecto a r_i tal que Ω tiende a 0, el flujo de calor latente tiene un incremento mayor que el aportado por la energía disponible, debido al término de transferencia de vapor, producido por un proceso de advección.

1.4.3. Medición de variables meteorológicas y transpiración del cultivo

Los experimentos se realizaron en dos invernaderos con cubierta de plástico. El primero, tipo capilla, se localiza en el campus Querétaro de la Universidad Autónoma de Querétaro, latitud $20^{\circ} 36'$ N, longitud $100^{\circ} 24'$ O y altitud 1820 m. El invernadero tiene 37 m en la dirección norte-sur y lo constituyen cuatro naves de 6.75 m de ancho, con una altura cenital de 5 m y una altura a canaleta de 3.5 m. Cuenta con dos ventanas laterales (2.5 m x 25 m), dos ventanas frontales (2.5 m x 20 m) y dos ventanas cenitales (0.8 m x 20 m), con un área total de ventilación de 257 m². El segundo, se localiza en la Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, Estado de México, latitud $19^{\circ} 29'$ N, longitud $98^{\circ} 54'$ O y altitud 2244 m. Este invernadero es tipo sierra, con 76 m en la dirección norte-sur y está constituido por tres naves de 8.5 m de ancho; tiene una altura cenital de 6 m y una altura a canaleta de 4 m. Tiene dos ventanas laterales (3 m x 73 m), dos ventanas frontales (3 m x 23 m), tres ventanas cenitales (1.6 m x 76 m), y un área total de ventilación de 940 m². Ambos invernaderos tienen malla antiinsectos y pueden abrirse y cerrarse manual o automáticamente. Además cuentan con un sistema automatizado de riego por goteo.

En los dos invernaderos se cultivo jitomate en hidroponía. En el experimento en Chapingo se utilizó el híbrido "Caimán" tipo bola, de crecimiento indeterminado. Las plantas se colocaron en bolsas largas ("salchichas") rellenas del sustrato perlita, a una densidad de 3.1 plantas m⁻². En el experimento en Querétaro se cultivó el híbrido "Reserva" tipo saladette, de crecimiento indeterminado; también se utilizó perlita, pero en bolsas individuales a hilera doble y a una densidad de 2.5 plantas m⁻². En cada invernadero se instaló un lisímetro de pesada (QA150FEG-S, Sartorius, Germany) con capacidad de 150 kg y 2 g de precisión. Los lisímetros se configuraron para registrar datos cada minuto; en la comparación de los modelos se utilizó la

transpiración acumulada cada 30 minutos. Los datos del lisímetro se procesaron de acuerdo con el procedimiento descrito por Van Meurs y Stanghellini (1992).

El lisímetro del invernadero de Querétaro soportó cuatro plantas; los registros se hicieron del 6-8, 14-17 y 19-24 de junio 2008. Durante los mismos periodos se midieron: temperatura del aire ($^{\circ}\text{C}$), humedad relativa (%), radiación solar global (W m^{-2}) y velocidad del viento (m s^{-1}), cada minuto dentro y fuera del invernadero. Los promedios cada 30 minutos de las variables meteorológicas en el interior y exterior del invernadero en Querétaro, se muestran en las Figuras 1.1 y 1.2 - 1.3, respectivamente. El lisímetro en el invernadero de Chapingo soportó cinco plantas y se obtuvieron datos del 24-29 de octubre y del 31 de octubre al 11 de noviembre 2008. En esta localidad se registraron cada minuto dentro del invernadero: temperatura del aire ($^{\circ}\text{C}$), humedad relativa (%) y radiación fotosintética activa (μE), Figura 1.5; y fuera del invernadero sólo temperatura del aire ($^{\circ}\text{C}$), Figura 1.6.

La medición de las variables, en ambos sitios, se hizo con una estación meteorológica automática (H21-001, HOBO, Onset Computer Corp., USA). Para las simulaciones se usaron promedios cada 30 minutos de todas las variables. En el sitio Chapingo, las variables de entrada que requiere el modelo de Boulard y Wang: humedad relativa (%), radiación global (W m^{-2}) y velocidad del viento (m s^{-1}), medidas fuera del invernadero cada 30 minutos, se obtuvieron de la Estación Meteorológica de la Universidad Autónoma Chapingo..

El área foliar en ambos sitios se obtuvo con un método destructivo en cada periodo de medición. En el experimento de Querétaro, el área foliar se midió con un integrador de área foliar (LAI-2000, LI-COR Inc., USA), mientras que en el experimento en Chapingo se obtuvo un modelo de estimación del área foliar a partir de mediciones de largo y ancho de las hojas, con este modelo se calculó el índice de área foliar.

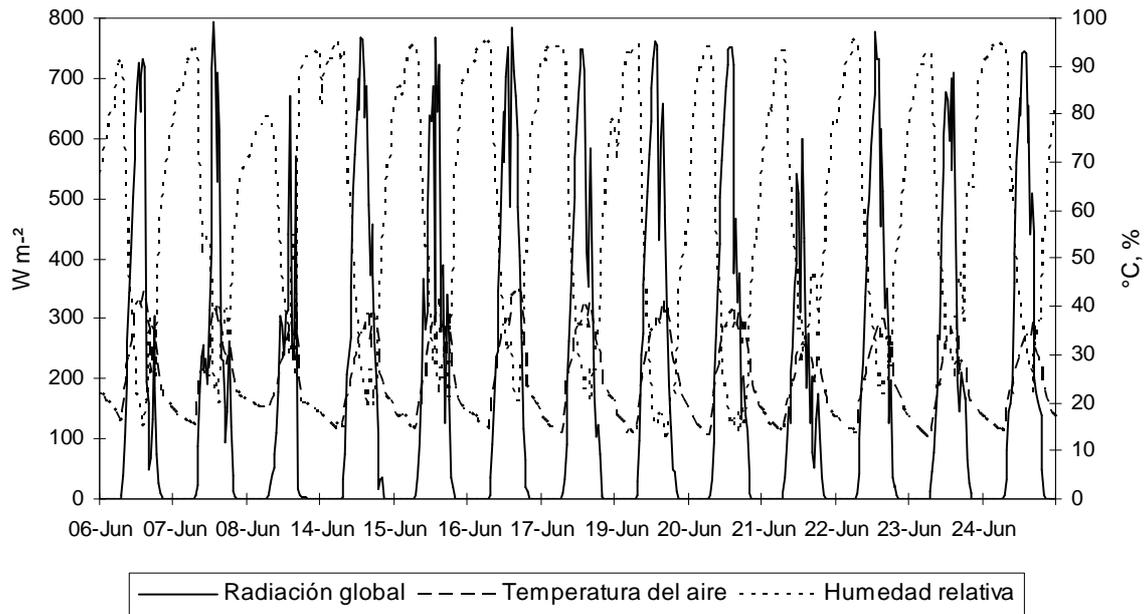


Figura 1.1. Variables meteorológicas, promedios cada 30 minutos, medidas en el interior del invernadero, Universidad Autónoma de Querétaro, Campus Querétaro.

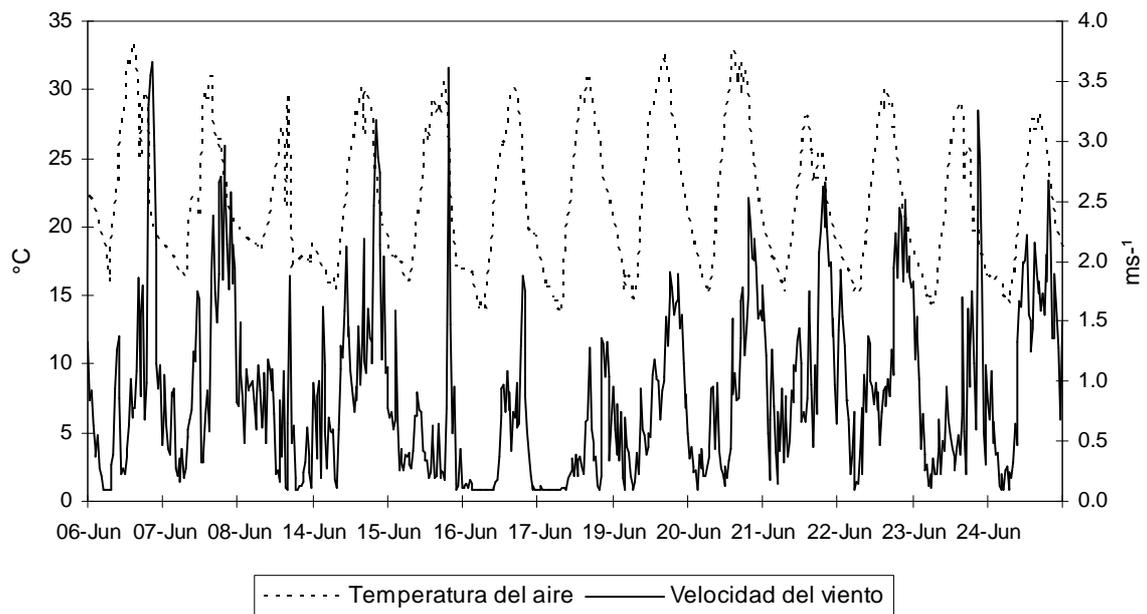


Figura 1.2. Variables meteorológicas temperatura del aire y velocidad del viento, promedios cada 30 minutos, medidas en el exterior del invernadero, Universidad Autónoma de Querétaro, Campus Querétaro.

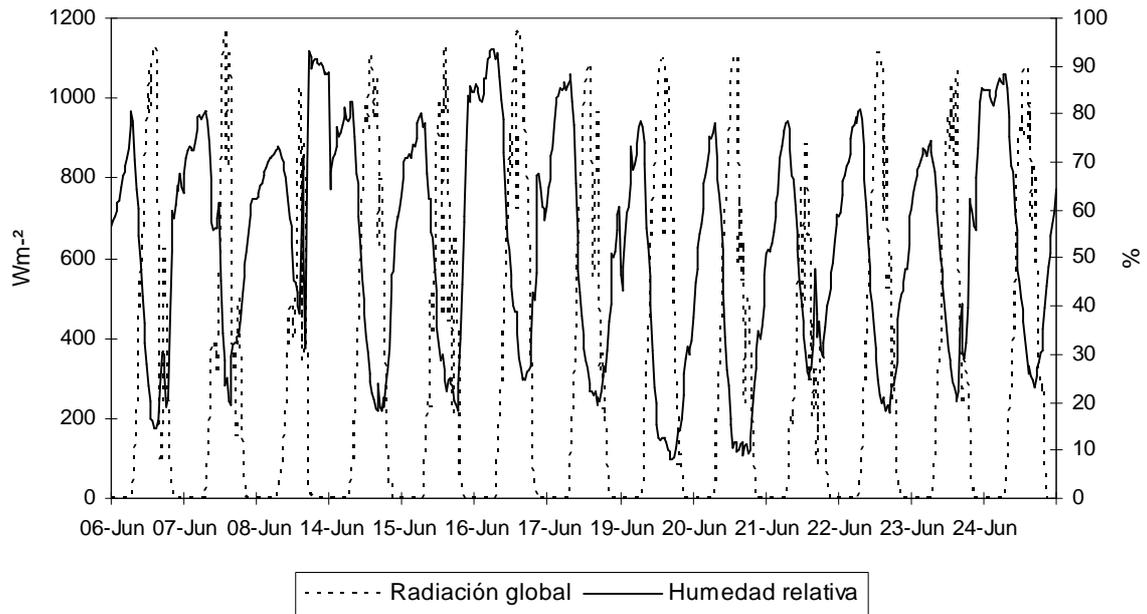


Figura 1.3. Variables meteorológicas radiación global y humedad relativa del aire, promedios cada 30 minutos, medidas en el exterior del invernadero, Universidad Autónoma de Querétaro, Campus Querétaro.

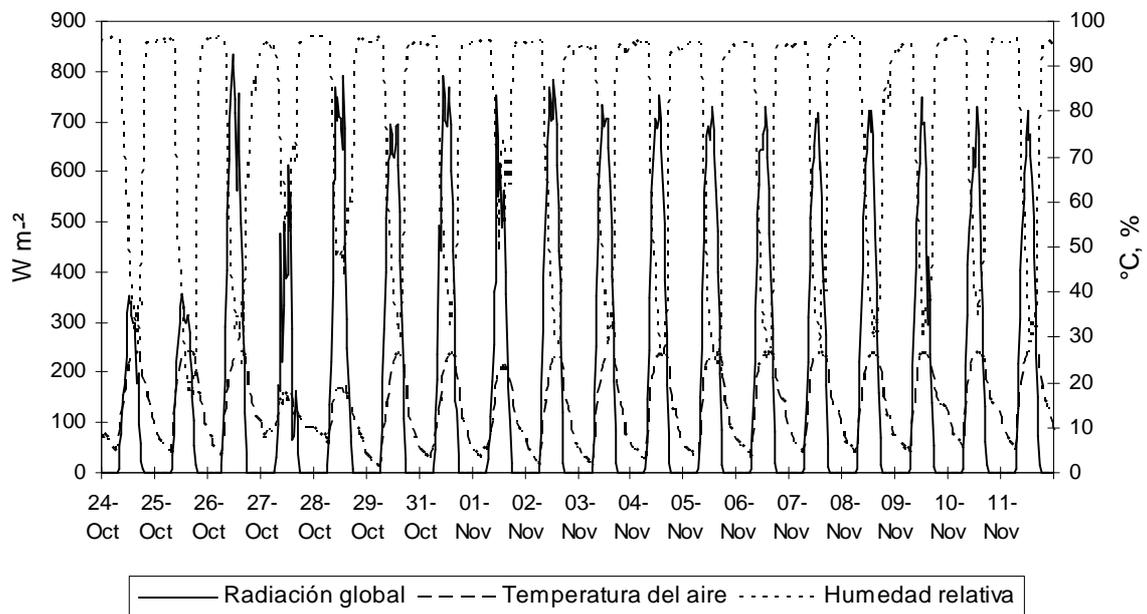


Figura 1.4. Variables meteorológicas, promedios cada 30 minutos, en el interior del invernadero, Universidad Autónoma Chapingo.

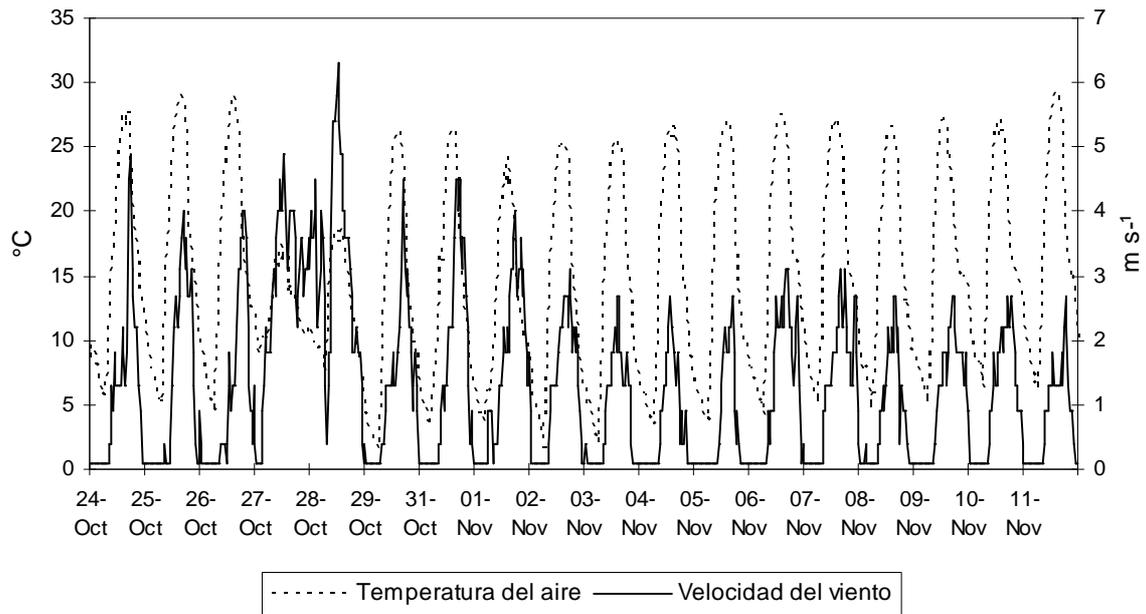


Figura 1.5. Variables meteorológicas temperatura del aire y velocidad del viento, promedios cada 30 minutos, medidas en el exterior del invernadero, Universidad Autónoma Chapingo.

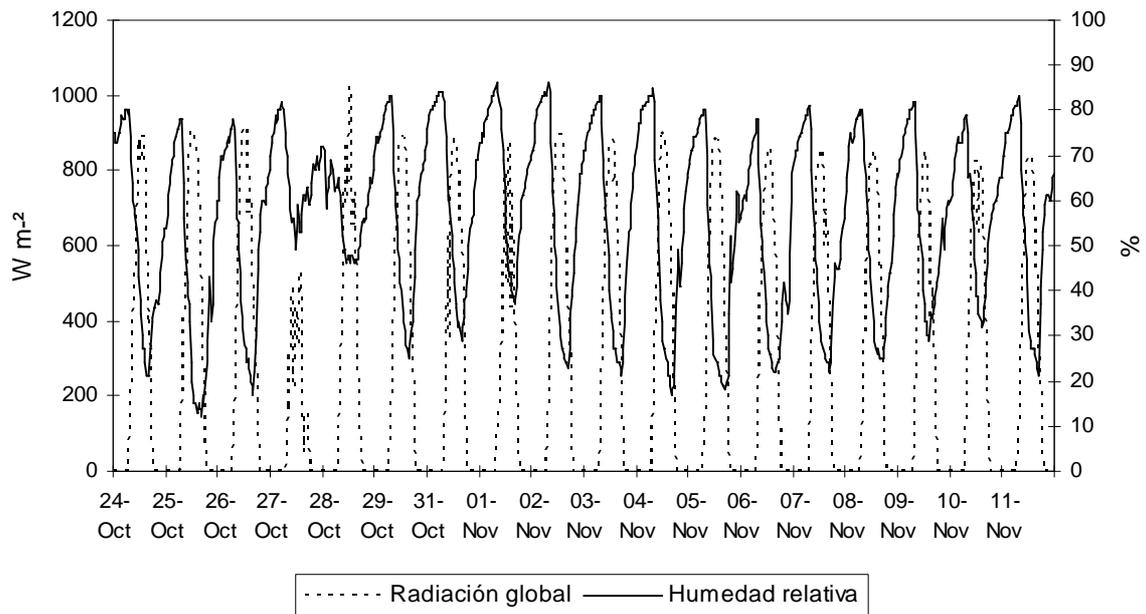


Figura 1.6. Variables meteorológicas radiación global y humedad relativa del aire, promedios cada 30 minutos, en el exterior del invernadero, Universidad Autónoma Chapingo.

1.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para el modelo Penman-Monteith se tomaron los valores 0.7 (Stanghellini, 1987), 0.15 (Boulard *et al.*, 2002), 0.644 y 0.09 (Boulard y Baille, 1995), correspondientes al coeficiente de extinción de la radiación (K_e), longitud característica de la hoja (d),

coeficiente de descarga de la ventilación (C_d) y coeficiente de eficiencia del viento (C). La transmisividad de la cubierta (τ) se calculó a partir de la relación entre la radiación global medida dentro y fuera del invernadero ($\tau = 0.62$). En el modelo de Stanghellini se usó un valor fijo para la resistencia aerodinámica ($r_a = 200 \text{ s m}^{-1}$), ya que la baja velocidad del viento dentro del invernadero hace que r_a sea una constante, y afecte muy poco la precisión del modelo (Stanghellini, 1987). Para el modelo de Boulard y Wang, el valor de ζ , factor de conversión entre el contenido de vapor de agua en el aire a temperatura estándar y la presión de vapor de agua, fue $6.25 \times 10^{-6} \text{ kg}_w \text{ kg}_a^{-1} \text{ Pa}^{-1}$ (Boulard y Wang, 2000). Los valores de los parámetros anteriores se usaron en ambos sitios experimentales. Los índices de área foliar (IAF) calculados para los tres periodos de estudio (6-8, 14-17 y 19-24 de junio 2008) en el sitio Querétaro fueron 0.7, 1.0 y 1.2, respectivamente. En el sitio Chapingo solo se obtuvo un valor del índice de área foliar, el cual fue IAF = 2.0.

Con base en las salidas obtenidas del ambiente Matlab-Simulink (MathWorks Inc, 2002) para el sitio Chapingo, se elaboró la Figura 1.7. En ésta se aprecia que el modelo de Boulard y Wang (B-W) fue el que más sobrestimó la transpiración del cultivo de jitomate, a diferencia de los resultados obtenidos por estos autores, quienes reportan una subestimación sistemática de la transpiración, también en un cultivo de jitomate (Boulard y Wang, 2000). La sobrestimación puede atribuirse a que se utilizaron los registros de velocidad del viento y humedad relativa de la estación meteorológica de la Universidad Autónoma Chapingo (se localiza a una distancia de 600 m del sitio experimental), cuyos valores no reflejaron las condiciones del microclima alrededor del invernadero. La sobrestimación de la transpiración con el modelo Penman-Monteith (P-M) fue menor que con el modelo B-W, aunque el modelo P-M tuvo un r^2 y un índice de concordancia (IC) menores; las otras medidas estadísticas indican un mejor ajuste (Cuadro 1.1), principalmente RECM y EAM; Willmott (1982) considera que éstas dos últimas medidas estadísticas están entre las mejores medidas de desempeño de un modelo. El r^2 del modelo P-M es similar al obtenido por Prenger *et al.* (2002) de $r^2=0.481$, quienes también reportaron la sobrestimación de la transpiración en plantas de arce rojo con este modelo, al igual que Jolliet y Bailey (1992) en un cultivo de jitomate. El modelo de Stanghellini

presentó el mejor ajuste en el sitio experimental Chapingo, con base en la Figura 1.7 y las medidas utilizadas para evaluar el desempeño (Cuadro 1.1).

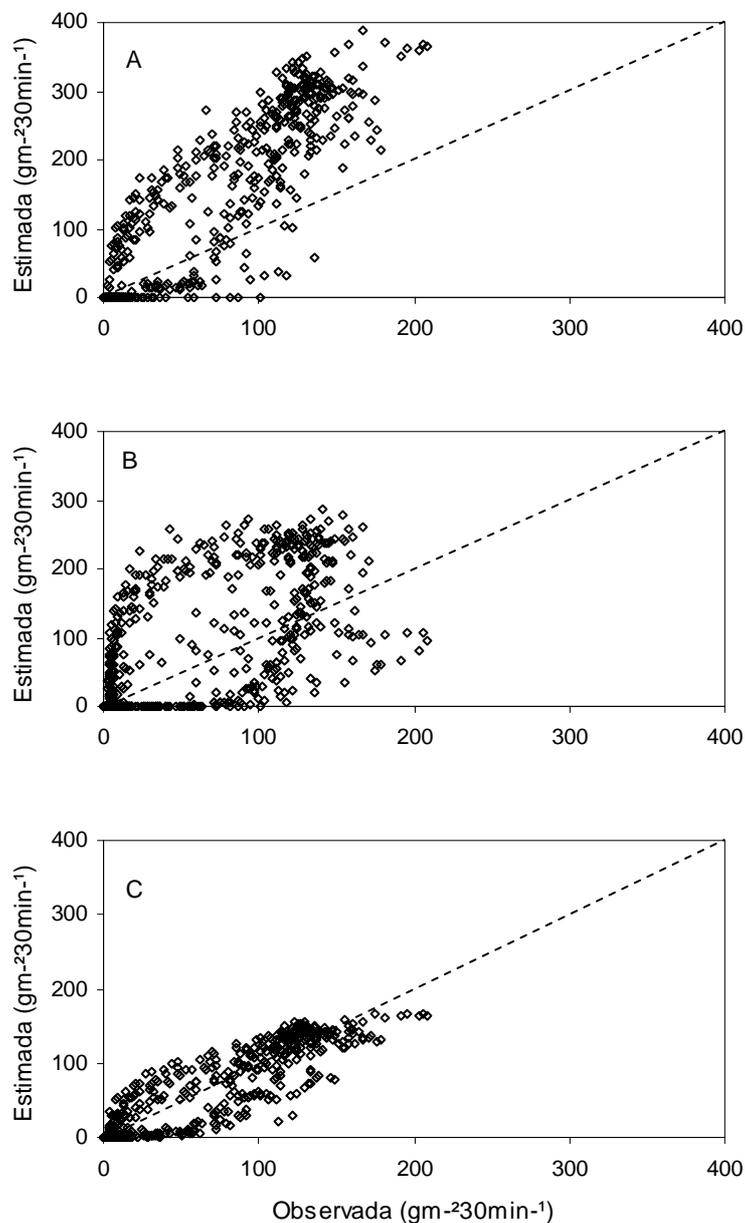


Figura 1.7. Tasa de transpiración observada (x) y estimada (y) de un cultivo de jitomate en invernadero en la Universidad Autónoma Chapingo del 24-29 de octubre y del 31 de octubre al 11 de noviembre 2008. La tasa estimada se obtuvo con los modelos Boulard y Wang (A), Penman-Monteith (B) y Stanghellini (C); línea 1:1 (- - -), n = 864.

Cuadro 1.1. Medidas estadísticas utilizadas para evaluar tres modelos con los se que estimó la transpiración de un cultivo de jitomate en invernadero.

Modelo	Sitio	Medida estadística				
		r ²	IC	EF	RECM	EAM
Boulard y Wang	U. A. Ch	0.847	0.772	-1.467	82.828	52.770
Penman-Monteith		0.494	0.763	-0.579	66.277	43.806
Stanghellini		0.862	0.961	0.844	20.856	14.324
Boulard y Wang	U. A. Q	0.742	0.923	0.722	54.757	35.257
Penman-Monteith		0.652	0.778	0.418	79.245	47.996
Stanghellini		0.832	0.639	0.254	89.759	53.205

r² = Coeficiente de determinación, IC = Índice de concordancia (Willmot, 1981), EF = Eficiencia del modelo (Nash y Sutcliffe, 1970), RECM = Raíz del error cuadrático medio, EAM = Error absoluto medio.

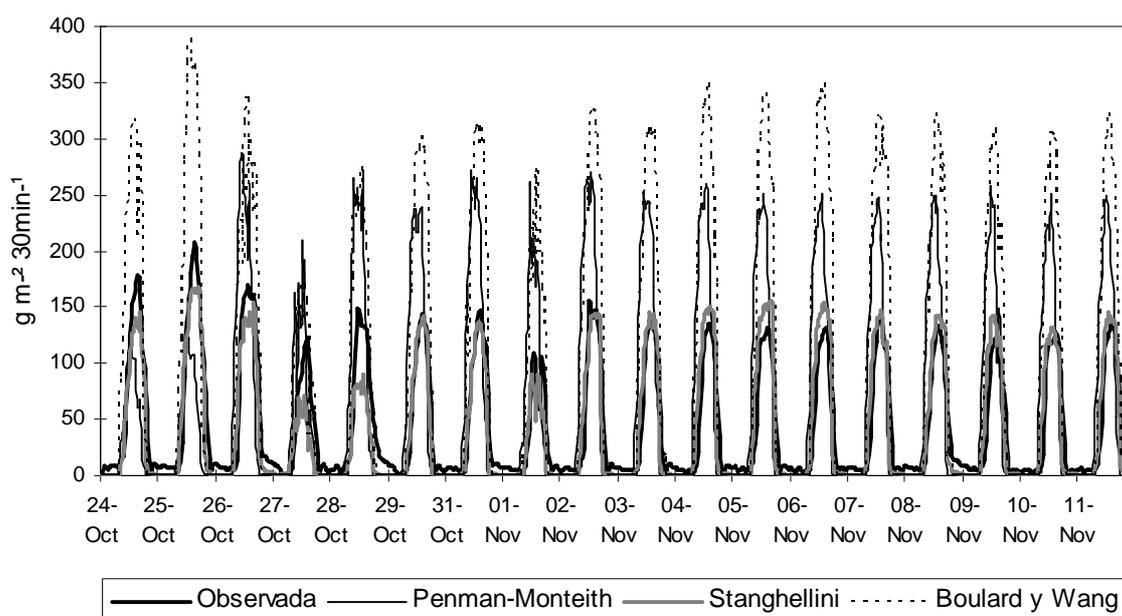


Figura 1.8. Estimación de la tasa de transpiración de un cultivo de jitomate en invernadero con tres modelos, Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, México.

El mejor desempeño del modelo de Stanghellini puede atribuirse a que hizo una mejor estimación de la resistencia estomática, dado que en el cálculo del coeficiente de absorción de la radiación, la otra diferencia principal con el modelo Penman-Monteith (Joliet y Bailey, 1992), se usó la misma ecuación (1.4) del modelo P-M. Además, el índice de área foliar obtenido (IAF = 2.0) está muy cercano al rango que utilizó la Stanghellini (1987) para desarrollar el modelo ($2.2 < IAF < 4.2$). La Figura 1.8

se presenta el comportamiento de los tres modelos durante el periodo de estudio (18 días) para el sitio Chapingo. En esta figura se aprecia el mejor ajuste del modelo de Stanghellini.

En el sitio Querétaro, los modelos Penman-Monteith y Stanghellini subestimaron sistemáticamente la transpiración (Figuras 1.9 y 1.10). Una posible causa de esta subestimación es la presencia de advección, debida a que la fracción de suelo desnudo (dosel disperso, IAF: 0.7, 1.0 y 1.2) y seco entre el dosel, generó una carga extra de calor sensible, que provocó una transpiración superior a la calculada mediante el balance de energía. Seginer (1994) reporta que, un dosel disperso se expone a la advección local del suelo desnudo circundante, ya que la temperatura de plantas sin estrés hídrico y dispersas probablemente es menor que la temperatura del aire, debido a la tasa de transpiración alta (Yang *et al.*, 1989), lo que causa que el flujo de calor latente exceda la radiación neta.

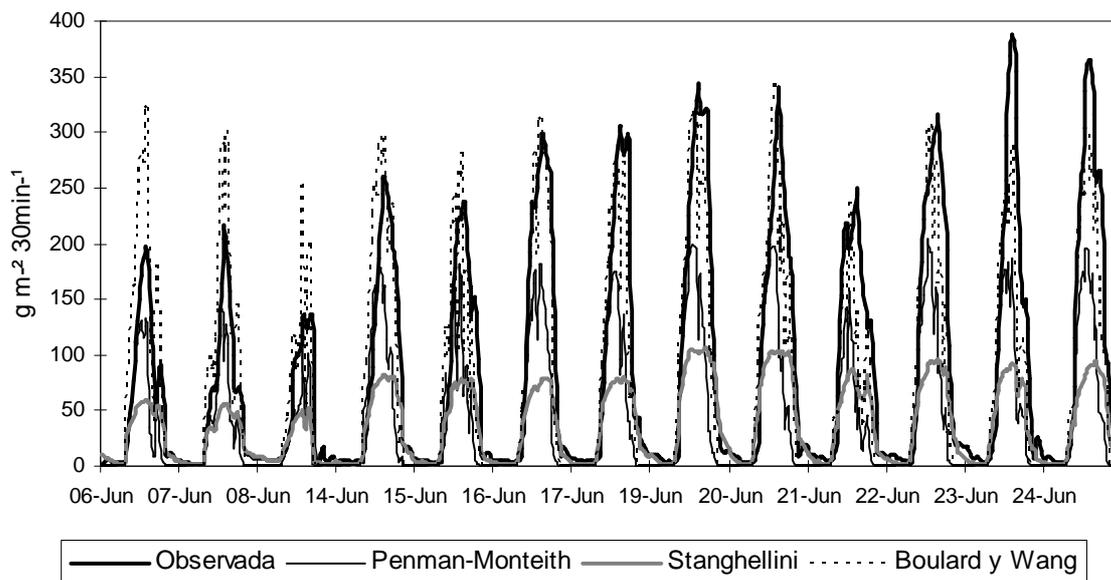


Figura 1.9. Estimación de la tasa de transpiración de un cultivo de jitomate en invernadero con tres modelos, Universidad Autónoma de Querétaro, Campus Querétaro.

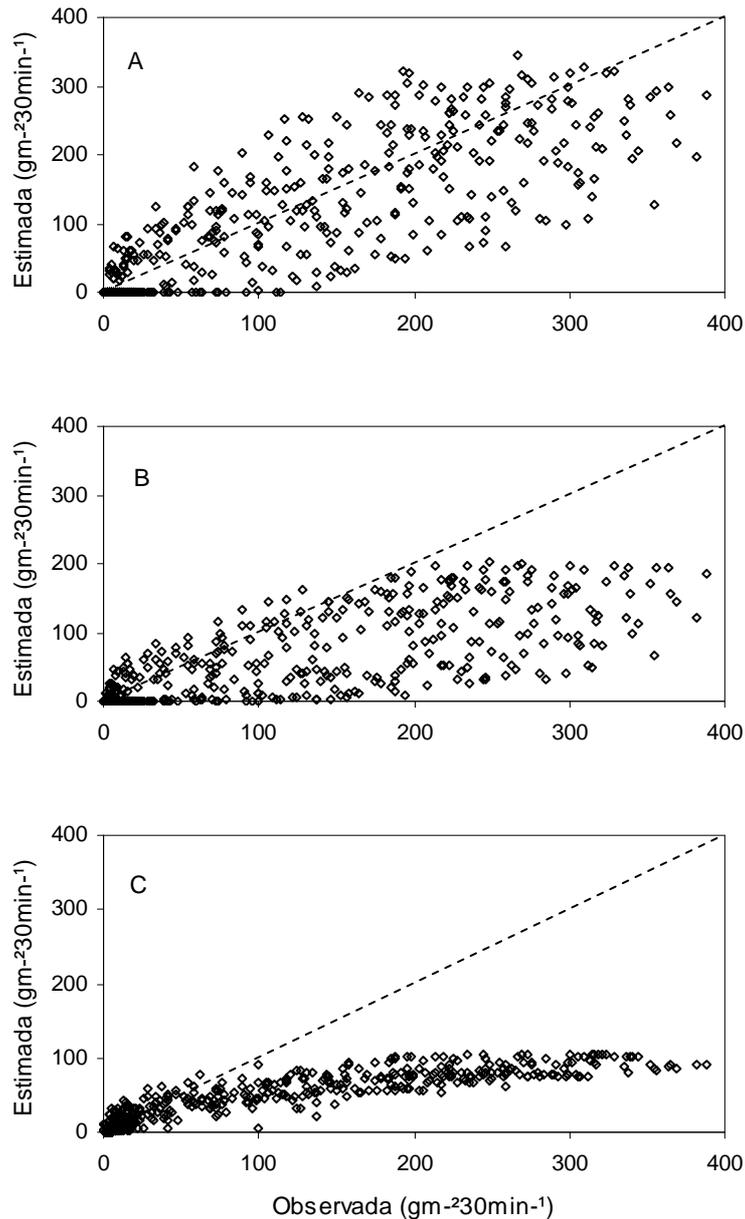


Figura 1.10. Tasa de transpiración observada (x) y estimada (y) de un cultivo de jitomate en un invernadero de la Universidad Autónoma de Querétaro, Campus Querétaro, durante los días 6-8, 14-17 y 19-24 de junio 2008. Modelos: Boulard y Wang (A), Penman-Monteith (B) y Stanghellini (C); línea 1:1 (- - -), n = 624.

En la Figura 1.11 se aprecia como la temperatura del aire dentro del invernadero superó la temperatura del aire en el exterior, esto es, una carga extra de calor sensible. Esta carga extra, como ya se mencionó, puede ser consecuencia de lo disperso del dosel y de que éste no genera el flujo de calor latente necesario para enfriar el aire del invernadero, lo que provoca que el déficit de presión de vapor sea mayor en el interior.

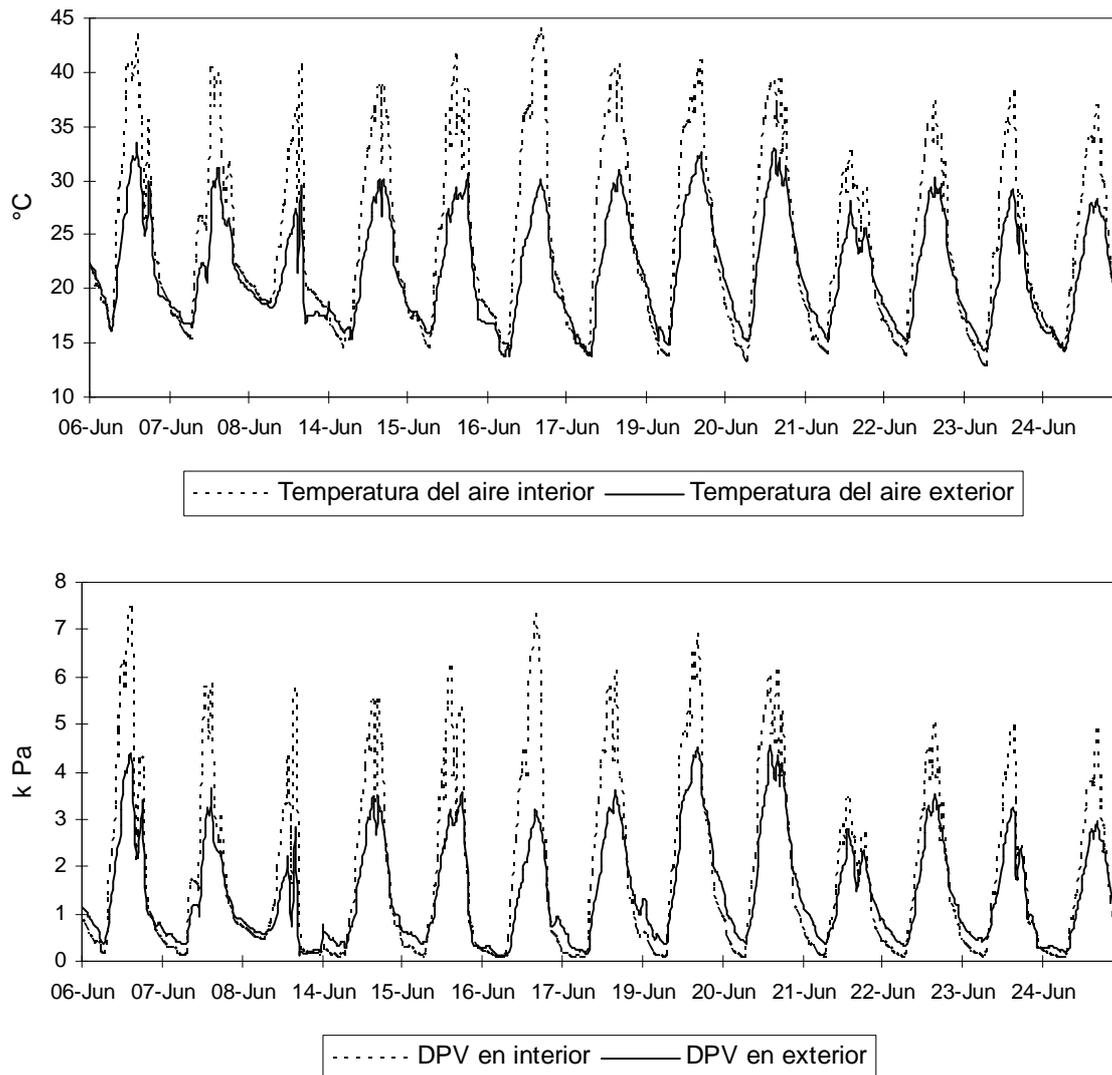


Figura 1.11. Temperatura del aire registrada dentro y fuera del invernadero, y déficit de presión de vapor calculado. Universidad Autónoma de Querétaro, Campus Querétaro.

En contraste, en el sitio Chapingo con un dosel denso ($IAF = 2.0$), el flujo de calor latente fue suficiente para que la temperatura del aire en el interior resultase igual o menor a la temperatura del aire afuera del invernadero (Figura 1.12), lo cual ocasionó un déficit de presión de vapor mucho menor (aprox. un 50% y algunos días un porcentaje menor) que en el sitio Querétaro. El resultado anterior concuerda con lo que Katsoulas *et al.* (2002) mencionan: mantener un índice de área foliar alto implica una mayor transpiración, y ésta modifica las condiciones ambientales del invernadero, principalmente temperatura del aire y déficit de presión de vapor.

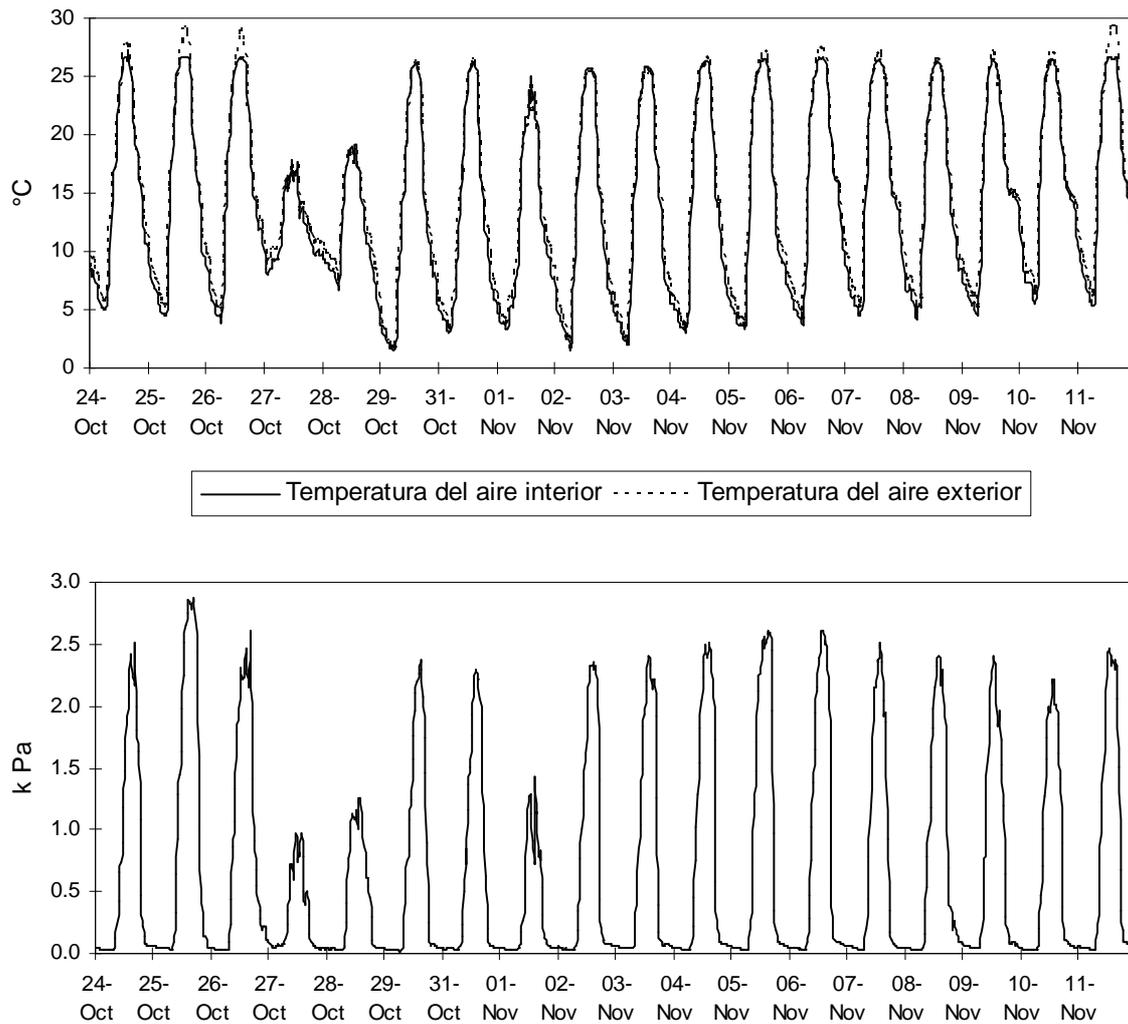


Figura 1.12. Temperatura del aire registrada dentro y fuera del invernadero, y déficit de presión de vapor calculado. Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, Estado de México.

Para detectar advección se usó el factor omega (ecuación 1.26). En la Figura 1.13 se presentan los valores de este factor, calculado con base en las variables meteorológicas registradas dentro del invernadero e incluido en el programa del modelo Penman-Monteith. En dicha figura se muestra que el factor omega prácticamente 1. Esto implica que la resistencia aerodinámica fue mayor que la resistencia estomática, la relación entre ambas tiende a 1, y el déficit de saturación de vapor sobre el dosel alcanzó su valor mediante un equilibrio local (McNaughton y Jarvis, 1983). Lo anterior sugiere que la transpiración estuvo determinada por el balance de energía. Las condiciones internas no reflejaron advección porque la ecuación para estimar velocidad del viento en el interior (ecuación 1.9) subestima esta variable (Wang *et al.*, 1999), y esta a su vez es importante en el cálculo de la

resistencia aerodinámica. Además, otro hecho que influye en la presencia de advección es la localización del invernadero en una región con clima semiárido (efecto oasis) y la falta de una cortina rompevientos u otros invernaderos alrededor que disminuyan la velocidad del viento; con tales obstáculos el valor del factor omega se incrementaría y la transpiración sería menos dependiente de cambios en la resistencia estomática (Jarvis, 1985). Con respecto al modelo de Stanghellini, la subestimación que éste hizo de la transpiración puede deberse a que el modelo se desarrolló en otras condiciones ambientales (clima templado, Países Bajos), y con un IAF mayor ($2.2 < IAF < 4.2$).

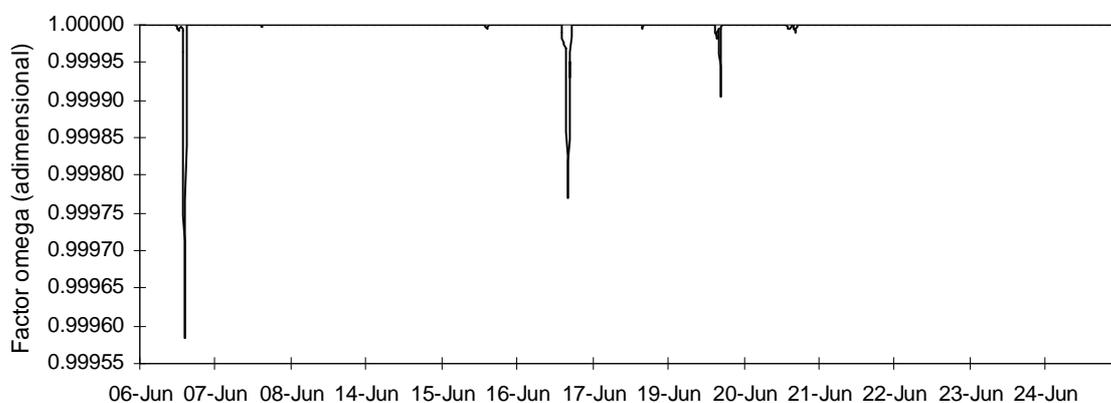


Figura 1.13. Factor omega (Ω) calculado con base en las variables meteorológicas registradas dentro del invernadero, Universidad Autónoma de Querétaro, Campus Querétaro.

El modelo de Boulard y Wang tuvo el mejor desempeño con base en las medidas estadísticas, excepto r^2 (Cuadro 1.1). La discrepancia entre r^2 y las otras medidas coincide con lo expuesto por Willmott (1982), quien menciona que esta medida no es la más adecuada cuando se comparan datos modelados y observados. Las Figuras 1.9 y 1.10 muestran el mejor ajuste del modelo de Boulard y Wang durante el periodo de estudio para el sitio Querétaro. El mejor desempeño del modelo puede ser resultado de la utilización de variables meteorológicas registradas fuera del invernadero, las cuales reflejaron la presencia de advección. En la Figura 1.14 se presenta el comportamiento del factor omega, en ésta se observa una variación mucho mayor de los valores del factor Ω , respecto a los valores obtenidos utilizando las variables meteorológicas medidas dentro del invernadero, Figura 1.13.

La resistencia aerodinámica fue menor que la resistencia estomática, el cociente de dichas resistencias tiende a 0, y el déficit de saturación de vapor sobre el dosel es impuesto por el estado del aire que pasa sobre el dosel. En este caso, la advección de aire caliente y seco incrementó la tasa de transpiración (la advección de aire húmedo puede deprimirla), volviéndola fuertemente dependiente de la resistencia estomática y del déficit de saturación de vapor (Jarvis, 1985).

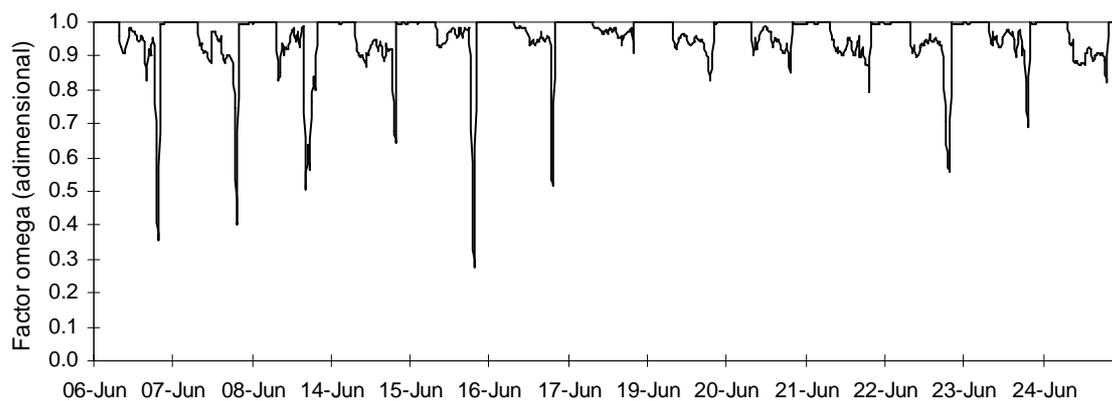


Figura 1.14. Factor omega (Ω), calculado con base en las variables meteorológicas registradas fuera del invernadero, Universidad Autónoma de Querétaro, Campus Querétaro.

1.6. CONCLUSIONES

El modelo de Stanghellini fue el mejor para estimar la transpiración de un cultivo de jitomate, en el clima templado de la Universidad Autónoma Chapingo, durante el otoño, con un dosel cerrado (índice de área foliar de 2) y en un invernadero rodeado por otros invernaderos, que actuaron como cortina rompevientos. Por otra parte, los modelos Penman-Monteith y Boulard-Wang tuvieron menor ajuste y sobrestimaron la transpiración. Para el sitio de la Universidad Autónoma de Querétaro, con el modelo de Boulard y Wang se hizo la mejor estimación de la transpiración; en un clima semiárido, durante el verano, con un dosel disperso (índice de área foliar de 1) y en un invernadero aislado. En este caso, los modelos Penman-Monteith y Stanghellini subestimaron la transpiración sistemáticamente, debido a la presencia de advección, provocada por la fracción de suelo desnudo y las condiciones ambientales circundantes, y detectada con el factor omega.

1.7. LITERATURA CITADA

- ASAE Standards (American Society of Agricultural Engineers). 1998. EP406.2: Heating, cooling, and ventilating greenhouses. St. Joseph, Mich, USA.
- Bailey, B., and R. F. Cotton. 1980. Glasshouse thermal screen: influence of single and double screens on heat loss and crop environment. NJAE Dept Note DN/G/821. 15 p.
- Bontsema, J., J. Hemming, C. Stanghellini, P. De Visser, E. J. Van Henten, J. Budding, T. Rieswijk, and S. Nieboer. 2007. On-line monitoring van transpiratie en fotosynthese activiteit. Nota 451. Wageningen UR Glastuinbouw. The Netherlands. 78 p.
- Boulard, T., A. Baille, M. Mermier, and F. Villette. 1991. Mesures et modelisation de la resistance stomatique foliaire et de la transpiration d'un couvert de tomates de serre. *Agronomie* 11:259-274.
- Boulard, T., and A. Baille. 1995. Modeling of air exchange rate in a greenhouse equipped with continuous roof vents. *Journal of Agricultural Engineering Research* 61:37-48.
- Boulard, T., and S. Wang. 2000. Greenhouse crop transpiration simulation from external climate conditions. *Agricultural and Forest Meteorology* 100:25-34.
- Boulard, T., M. Mermier, J. Fargues, N. Smits, M. Rougier, and J. C. Roy. 2002. Tomato leaf boundary layer climate: implications for microbiological whitefly control in greenhouses. *Agricultural and Forest Meteorology* 110:159-176.
- Campbell, G. S. 1977. An introduction to environmental biophysics. Springer-Verlag, New York. 159 p.
- Jarvis, P.G. 1985. Coupling of transpiration to the atmosphere in horticultural crops: the omega factor. *Acta Horticulturae* 171:187-205.
- Jolliet, O., and B. J. Bailey. 1992. The effect of climate on tomato transpiration in greenhouses: measurements and models comparison. *Agricultural and Forest Meteorology* 58:43-62.
- Katsoulas, N., A. Baille, and C. Kittas. 2002. Influence of leaf area index on canopy energy partitioning and greenhouse cooling requirements. *Biosystems Engineering*. 86(3):349-359.
- Kittas, C., B. Draoui, and T. Boulard. 1995. Quantification du taux d'aeration d'une serre a ouvrant continu en toiture. *Agricultural and Forest Meteorology* 77:95-111.

- Mathworks Incorporation. 2002. *Matrix Laboratory*. Version 6.5.
- McNaughton, K. G., and P. G. Jarvis. 1983. Predicting effects of vegetation changes on transpiration and evaporation. In: Koslowski, T. T. (ed). Water deficits and plant growth. Academic Press. New York. pp: 1-47.
- Monteith, J. L. 1981. Evaporation and surface temperature. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 107:1-27.
- Monteith, J. L. 1998. Evaporation models. In: Peart, R. M., and R. B. Curry. (eds.) Agricultural systems and modeling and simulation. Marcel Dekker. New York. pp: 197-234.
- Murray, F. W. 1967. On the computation of saturation vapor pressure. Journal of Applied Meteorology 6:203-204.
- Nash, J. E., and J. V. Sutcliffe. 1970. River flow forecasting through conceptual models part I – A discussion of principles. Journal of Hydrology 10(3):282-290.
- Prenger, J. J., R. P. Fynn, and R. C. Hansen. 2002. A comparison of four evapotranspiration models in a greenhouse environment. Transactions of the ASAE 45(6):1779-1788.
- Rosenberg, N. J., B. L. Blad, and S. B. Verma. 1983. Evaporation and evapotranspiration. In: Microclimate. The Biological Environment. 2^a Ed. New York. 495 p.
- Seginer, I. 1994. Transpirational cooling of a greenhouse crop with partial ground cover. Agricultural and Forest Meteorology 71:265-281.
- Stanghellini, C. 1987. Transpiration of greenhouse crops: an aid to climate management. Ph. D. Thesis. Agricultural University, Wageningen, Netherlands. 150 p.
- Wang, S., T. Boulard, and R. Haxaire. 1999. Air speed profiles in a naturally ventilated greenhouse with a tomato crop. Agricultural and Forest Meteorology 96:181-188.
- Willmott, C. J. 1981. On the validation of models. Physical Geography 2(2):184-194.
- Willmott, C. J. 1982. Some comments on the evaluation of model performance. Bulletin American Meteorological Society 63:1309-1313.
- Yang, X., T. H. Short, R. D. Fox, and W. L. Bauerle. 1989. The microclimate and transpiration of a greenhouse cucumber crop. Transactions of the ASAE 32(6):2143-2150.

CAPÍTULO II. MODELACIÓN DINÁMICA DE LA TEMPERATURA Y HUMEDAD DEL AIRE AL INTERIOR DE UN INVERNADERO CON CULTIVO² DE JITOMATE

Jaime Rivera Zamarripa, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2012

2.1. RESUMEN

El objetivo de esta investigación fue evaluar el desempeño de un modelo matemático, con el que se simuló el microclima al interior de un invernadero con cultivo de jitomate. Los sitios experimentales fueron el campus Querétaro, Universidad Autónoma de Querétaro (durante 13 días de junio 2008) y el Campo Experimental de la Universidad Autónoma Chapingo (18 días de octubre y noviembre 2008). El modelo consta de las variables de estado: temperatura del aire, humedad del aire y temperatura del suelo. El comportamiento dinámico de las variables de estado se expresó mediante ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales. Las variables de entrada del modelo fueron: temperatura (K) y humedad absoluta del aire (kg m^{-3}), velocidad del viento (m s^{-1}), radiación solar global (W m^{-2}), registradas afuera del invernadero, área de apertura de las ventanas laterales y cenitales (m^2), y la temperatura de la cubierta (K) registrada adentro del invernadero. La estimación de la temperatura del aire tuvo un buen ajuste en los dos sitios con $r^2=0.98$ y $r^2=0.93$ para Chapingo y Querétaro; a la estimación de humedad del aire le correspondió $r^2=0.38$ y $r^2=0.91$ en cada sitio. El ajuste bajo en la estimación de la humedad del aire por el modelo en el sitio Chapingo, se debió a que los datos de las variables de entrada se tomaron de la estación meteorológica de la Universidad Autónoma Chapingo, los cuales no reflejaron las condiciones de humedad y velocidad del viento, que prevalecieron justo afuera del invernadero.

Palabras clave: modelación, temperatura del aire, humedad del aire, invernadero.

² En proceso de enviarse a la revista AGROCIENCIA

A DYNAMIC MODEL OF THE TEMPERATURE AND HUMIDITY OF THE AIR INSIDE A GREENHOUSE

Jaime Rivera Zamarripa, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2012

2.2 ABSTRACT

The aim of this research was to assess the performance of a mathematical model for simulating the microclimate inside a greenhouse with a tomato crop. Data sets from two experimental sites were used. The first site was located at the University of Queretaro and experiment data were collected during 13 days of June, 2008. The second site was located at the University of Chapingo, and experiment data were collected during 18 days of October and November, 2008. The dynamic model of microclimate has the following state variables: air temperature (K), air humidity (%) and soil temperature (K). The dynamics of the greenhouse system was represented by three non-linear ordinary differential equations. The input variables were: air temperature (K), absolute humidity of the air (kg m^{-3}), wind speed (m s^{-1}), global solar radiation (W m^{-2}) measured outside the greenhouse, besides opened area of the side and roof windows (m^2), and greenhouse cover temperature (K) both measured inside the greenhouse. Results showed that the model accurately predicted air temperature with $r^2=0.98$ and $r^2=0.93$ for Chapingo and Querétaro sites, respectively. On the other hand, the model predicted air humidity with $r^2=0.38$ and $r^2=0.91$ for Chapingo and Querétaro respectively. The poor estimation of air humidity of the greenhouse located in Chapingo was because the fact that the meteorological variables used as inputs did not reflect the weather conditions in the neighborhood outside the analyzed greenhouse.

Keywords: modeling, air temperature, air humidity, greenhouse microclimate

2.3. INTRODUCCIÓN

La agricultura protegida permite cultivar en climas adversos (temperaturas bajas, por ejemplo), debido a que la cubierta de los invernaderos causa un cambio en el microclima con respecto al exterior; la radiación solar y la velocidad del viento se

reducen, la temperatura del aire y la presión de vapor de agua se incrementan, y las fluctuaciones de la concentración de bióxido de carbono son mucho mayores. Cada uno de estos cambios tiene impacto en el crecimiento, producción y calidad del cultivo (Bakker, 1995). La temperatura del aire afecta a las plantas en los procesos de: crecimiento y desarrollo, floración, rompimiento de letargo y en la distribución de las mismas (Hopkins y Hüner, 2008). Los modelos fenológicos de algunas plagas se basan en la temperatura del ambiente. La humedad del aire en el invernadero influye en la transpiración e incide en la proliferación de ciertas enfermedades. Así, para mantener la temperatura y humedad del aire en los rangos deseados, se requiere medir o modelar dichas variables; esta última opción implica la utilización de un modelo.

Para propósitos de modelación climática, el invernadero se considera como un volumen de aire homogéneo, delimitado por las paredes, el dosel del cultivo y el suelo. Las variables de estado relevantes para describir el comportamiento climático son la temperatura y humedad del volumen de aire dentro del invernadero, y la temperatura del suelo (Blasco *et al.*, 2007).

El objetivo de esta investigación fue modelar el comportamiento de la temperatura del aire, humedad del aire y la temperatura del suelo, en dos tipos de invernadero con cultivo de jitomate, bajo dos condiciones climáticas y en diferente época del año. Para dicho fin se utilizó un modelo mecanicista, que se basa en los trabajos de De Zwart (1996), Rodríguez (2002) y Van Ooteghem (2007). Se partió del supuesto que las variables: temperatura del aire, humedad del aire y temperatura del suelo fueron homogéneas en todo el invernadero.

2.4. MATERIALES Y MÉTODOS

2.4.1. Modelo del microclima dentro del invernadero

Las tres formas principales de intercambio de calor en un invernadero son conducción, convección y radiación, todas contribuyen en el balance de energía del invernadero. La conducción ocurre a través de la cubierta y el suelo del invernadero. La convección se genera por la diferencia de temperatura entre el aire y el suelo, cubierta, plantas y calentadores dentro del invernadero, y entre el aire y la superficie

externa de la cubierta. La ventilación también es importante porque transfiere calor y vapor de agua entre el interior y el exterior, al igual que las fugas por ventilación. En la ventilación de invernaderos se consideran dos fuerzas conducentes, una provocada por la acción del viento (convección forzada), que resulta en un campo de presión alrededor de las ventanas, y otra por un efecto chimenea (convección libre o flotación) debido a la distribución vertical de la presión, la cual está ligada al gradiente de densidad del aire entre el interior y el exterior (Boulard y Baille, 1995). Los intercambios de radiación ocurren entre todos los elementos tangibles dentro y fuera del invernadero. Finalmente, debido a la transpiración de las plantas, el calor latente se absorbe para producir vapor de agua, y se libera cuando el vapor de agua se condensa sobre los elementos del invernadero, principalmente sobre la superficie interna de la cubierta (Critten y Bailey, 2002).

El modelo utilizado se basó en los modelos de De Zwart (1996), Rodríguez (2002) y Van Ooteghem (2007). Éstos a su vez están contruidos de módulos que describen los procesos físicos de transporte de masa y energía dentro del invernadero (arriba mencionados y descritos). El modelo se redujo a tres variables de estado: temperatura del aire, humedad del aire y temperatura del suelo. El comportamiento dinámico de las variables de estado se expresó mediante ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales. Las variables de entrada del modelo fueron: temperatura (K) y humedad absoluta del aire (kg m^{-3}), velocidad del viento (m s^{-1}), radiación global (W m^{-2}), todas éstas registradas afuera del invernadero, área de apertura de las ventanas laterales y cenitales (m^2), y la temperatura de la cubierta (K) registrada adentro del invernadero.

La ecuación diferencial que se utilizó para la variable de estado temperatura del aire en el interior fue:

$$\frac{dT_{in}}{dt} = \frac{Q_{Rg(in)} + Q_{cv(s-i)} - Q_{cv(i-e)} - Q_{ven} - Q_{tr}}{\rho C_p V_a} \quad (2.1)$$

donde $Q_{Rg(in)}$ es la radiación solar absorbida por el aire en el interior (W), se calcula con la ecuación:

$$Q_{Rg(in)} = A_g \eta_a R_g \quad (2.2)$$

donde A_g es el área del suelo del invernadero (m^2), η_a es el coeficiente de absorción de radiación solar por el aire (adimensional) o eficiencia térmica de la energía solar, R_g es la radiación global en el interior ($W m^{-2}$); ésta es el producto de la radiación global en el exterior por la transmisividad de la cubierta.

$Q_{cnv(s-i)}$ es la transferencia de calor sensible por convección desde la superficie del suelo (W), se estima con:

$$Q_{cnv(s-i)} = A_g \alpha_{s-i} (T_s - T_{in}) \quad (2.3)$$

donde T_s es la temperatura del suelo (K) a una profundidad de 0.05 m, T_{in} es la temperatura del aire en el interior (K), α_{s-i} es el coeficiente de transferencia de calor sensible del suelo ($W m^{-2} K^{-1}$) al aire en el interior, y se calcula así:

$$\alpha_{s-i} = c_{s-i} |T_s - T_{in}|^{1/3} \quad (2.4)$$

con c_{s-i} como un coeficiente empírico (adimensional).

$Q_{cnv(i-e)}$ es la transferencia de calor sensible por advección entre el aire interior y el aire exterior (W), se calcula con la ecuación:

$$Q_{cnv(i-e)} = A_{cb} \alpha_{i-e} (T_{in} - T_{ex}) \quad (2.5)$$

donde A_{cb} es el área de la cubierta (m^2), α_{i-e} , el coeficiente de transferencia de calor sensible ($W m^{-2} K^{-1}$) entre el aire dentro y el aire fuera del invernadero, se estima con la ecuación:

$$\alpha_{i-e} = c_{ie1} + c_{ie2} V \quad (2.6)$$

donde c_{ie1} y c_{ie2} son coeficientes empíricos y V es la velocidad del viento en el exterior ($m s^{-1}$).

T_{ex} es la temperatura del aire afuera del invernadero ($^{\circ}C$).

Q_{ven} es el intercambio de calor sensible con el exterior a través de la ventilación natural e infiltración (W), se calcula con la siguiente ecuación:

$$Q_{ven} = \rho C_p \Phi_{vmalla} (T_{in} - T_{ex}) \quad (2.7)$$

donde ρ es la densidad del aire ($kg m^{-3}$), C_p es el calor específico del aire ($J kg^{-1} K^{-1}$), Φ_{vmalla} es el flujo de ventilación del invernadero ($m^3 s^{-1}$), para obtenerlo se utiliza la siguiente ecuación:

$$\Phi_{vmalla} = \Phi_{fug} + (1 - \zeta) \phi_v \quad (2.8)$$

con Φ_{fug} como la ventilación debida a fugas del invernadero ($m^3 s^{-1}$), se calcula así:

$$\Phi_{fug} = c_{fug} A_g \quad (2.9)$$

donde c_{fug} es un coeficiente empírico ($m^3 s^{-1} m^{-2}$).

ζ , coeficiente de reducción del flujo de ventilación provocada por la malla antiinsectos (adimensional)

ϕ_v es el flujo de ventilación a través de las ventanas ($m^3 s^{-1}$), se estima con la ecuación (Kittas *et al.*, 1995):

$$\phi_v = \frac{S_0}{2} C_d C^{0.5} V \quad (2.10)$$

donde S_0 es el área total de ventilación (ventanas laterales y cenitales) en m^2 , C_d es un coeficiente de descarga promedio de la ventilación (adimensional), C es un coeficiente de eficiencia relacionado con la velocidad del viento, adimensional.

Q_{tr} es la transferencia de calor latente del dosel del cultivo al aire (W), se calcula de la siguiente forma:

$$Q_{tr} = \lambda \Phi_{m(tr)} \quad (2.11)$$

donde λ es el calor latente de vaporización del agua ($J kg^{-1}$), $\Phi_{m(tr)}$ es el flujo de masa (vapor de agua) del cultivo al aire, producto de la transpiración ($kg m^{-2} s^{-1}$).

La ecuación diferencial para la variable de estado humedad del aire dentro del invernadero fue:

$$\frac{dH_{in}}{dt} = \frac{\Phi_{m(tr)} - \Phi_{m(cbi)} - \Phi_{m(vent)}}{V_a} \quad (2.12)$$

donde $\Phi_{m(tr)}$ es la transpiración del cultivo [kg (agua) m^{-2} (suelo) s^{-1}], se calcula con base en el modelo (Stanghellini *et al.*, 1995):

$$\Phi_{m(tr)} = A_g \left[\frac{\frac{\delta \cdot R_n}{\gamma \lambda}}{1 + \frac{\delta}{\gamma} + \frac{r_i}{r_a}} + \frac{2IAF(H_{ins} - H_{in})}{\left(1 + \frac{\delta}{\gamma}\right)r_a + r_i} \right] \quad (2.13)$$

donde δ es la pendiente de la curva de saturación de vapor de agua en $Pa K^{-1}$ (ecuación 1.3), γ es la constante psicrométrica ($Pa K^{-1}$), R_n es la radiación neta ($W m^{-2}$) sobre el dosel del cultivo (ecuación 1.4), r_i es la resistencia estomática o interna en $s m^{-1}$ (ecuación 1.16), r_a es la resistencia aerodinámica ($s m^{-1}$), IAF es el índice de área foliar ($m^2 m^{-2}$), H_{in} es la concentración actual de vapor en el aire del interior [kg

(agua) m^{-3} (aire)], H_{ins} es la concentración de vapor hasta saturación (kg m^{-3}) a la temperatura del aire en el interior, y se calcula a partir de la presión de vapor a saturación (e_a^*) en Pa (Murray, 1967):

$$e_a^* = 610.8 * \exp\left(\frac{17.27 * T_{in}}{T_{in} + 237.3}\right) \quad (2.14)$$

$$H_{ins} = \frac{e_a^* * 0.018}{8.314 * T_{in}} \quad (2.15)$$

$\Phi_{m(cbi)}$ es la condensación dentro del invernadero, específicamente en la cubierta [kg (agua) s^{-1}], se calcula así:

$$\Phi_{m(cbi)} = \text{máx}[A_{cb} C_{cbi} (H_{in} - H_{cbs}), 0] \quad (2.16)$$

donde A_{cb} , es el área de la cubierta del invernadero (m^2), C_{cbi} es un coeficiente de transferencia de calor sensible por convección hacia la cubierta ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$). Este coeficiente Bot (1983) lo define como:

$$C_{cbi} = \frac{\alpha_{cbi}}{\rho C_p Le^{2/3}} \quad (2.17)$$

donde α_{cbi} es el coeficiente de transferencia de calor sensible del aire a la cubierta ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$). Si $T_{in} \geq T_{cb}$, el coeficiente se calcula con la ecuación:

$$\alpha_{cbi} = k_{cbi} |T_{in} - T_{cb}|^{1/3} \quad (2.18)$$

con k_{cbi} como un coeficiente empírico, T_{cb} , temperatura de la cubierta ($^{\circ}\text{C}$), de otra manera α_{cbi} se calcula así:

$$\alpha_{cbi} = k_{cbi} |T_{cb} - T_{in}|^{1/3} \quad (2.19)$$

Le es el número de Lewis para vapor de agua en el aire (adimensional).

H_{cbs} es la concentración de vapor hasta saturación a la temperatura de la cubierta (kg m^{-3}), se calcula con las ecuaciones 2.14 y 2.15. Si $H_{in} \leq H_{cbs}$ entonces no habrá condensación en la cubierta.

$\Phi_{m(vent)}$ es el flujo de vapor por ventilación e infiltración [kg (agua) s^{-1}], se calcula con:

$$\Phi_{m(vent)} = \Phi_{vmalla} (H_{in} - H_{ex}) \quad (2.20)$$

H_{ex} es la concentración actual de vapor en el aire afuera del invernadero (kg m^{-3})

V_a es el volumen que ocupa el aire del invernadero (m^3).

Para la última variable de estado, temperatura del suelo (a una profundidad de 0.05m), se usó la ecuación diferencial:

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{Q_{Rg(s)} - Q_{cnv(s-i)} - Q_{cnd(s-sub)}}{\rho_s C_{p-s} A_g} \quad (2.21)$$

donde $Q_{Rg(s)}$ es la radiación solar absorbida por la superficie del suelo (W), se obtiene con:

$$Q_{Rg(s)} = A_g \eta_{rcs} R_g \quad (2.22)$$

con η_{rcs} como el coeficiente de absorción de radiación de onda corta por el suelo.

$Q_{cnd(s-sub)}$ es la transferencia de calor por conducción entre la capa superficial de suelo y el subsuelo subyacente, y se calcula con la siguiente ecuación:

$$Q_{cnd(s-sub)} = A_g \frac{\lambda_{s-sub}}{dc_{s-sub}} (T_s - T_{sub}) \quad (2.23)$$

donde λ_{s-sub} es el coeficiente de conducción de calor del suelo a 0.05m (primera capa). dc_{s-sub} es la distancia (m) entre el centro de la primera capa de suelo y el de la capa subyacente, dicha distancia se tomó como un parámetro empírico; T_{sub} , la temperatura del subsuelo (°C) se consideró una constante.

La programación de las ecuaciones diferenciales de los tres modelos descritos se hizo en el ambiente Matlab-Simulink versión 6.5 (MathWorks Inc, 2002), mediante una subrutina escrita en lenguaje C (C-MEX S-function).

2.4.2. Medición de variables meteorológicas y del cultivo

Los experimentos se realizaron en dos invernaderos. El primero, tipo capilla y con cubierta de plástico, se localiza en el campus Querétaro, Universidad Autónoma de Querétaro, latitud 20° 36' N, longitud 100° 24' O y una altitud de 1820 m. El invernadero tiene 37 m en la dirección norte-sur y lo constituyen cuatro naves de 6.75 m de ancho, con una altura cenital de 5 m y una altura a canaleta de 3.5 m. Cuenta con dos ventanas laterales (2.5 m x 25 m), dos ventanas frontales (2.5 m x 20 m) y dos ventanas cenitales (0.8 m x 20 m), con un área total de ventilación de 257 m².

El segundo también con cubierta de plástico, se localiza en la Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, Estado de México, latitud 19° 29' N, longitud 98° 54' O y una altitud de 2244 m. Este invernadero es tipo sierra, con 76 m en la dirección

norte-sur y está constituido por tres naves de 8.5 m de ancho; tiene una altura cenital de 6 m y una altura a canaleta de 4 m. Tiene dos ventanas laterales (3 m x 73 m), dos ventanas frontales (3 m x 23 m), tres ventanas cenitales (1.6 m x 76 m), y un área total de ventilación de 940 m². Ambos invernaderos tienen malla antiinsectos y pueden abrirse y cerrarse manual o automáticamente. Además, cuentan con un sistema automatizado de riego por goteo.

En los dos invernaderos se cultivó jitomate en hidroponía. En el experimento en Chapingo se utilizó el híbrido “Caimán” tipo bola, de crecimiento indeterminado. Las plantas se colocaron en bolsas largas (“salchichas”) rellenas del sustrato perlita, a una densidad de 3.1 plantas/m². En el experimento en Querétaro se cultivó el híbrido “Reserva” tipo saladette, de crecimiento indeterminado; también se utilizó perlita, pero en bolsas individuales a hilera doble y a una densidad de 2.5 plantas/m². En este sitio, durante los periodos del 6 - 8, 14 - 17 y 19 - 24 de junio 2008, se midieron temperatura del aire (°C), humedad del aire (%), radiación solar global (W m⁻²) y velocidad del viento (m s⁻¹), fuera del invernadero, y dentro: humedad del aire (%), temperatura del aire y de la cubierta (°C); todas cada minuto. La medición de las variables se realizó con una estación meteorológica automática (H21-001, HOBO, Onset Computer Corp., USA) con sensores de temperatura y humedad del aire, radiación global y velocidad del viento.

En el invernadero de Chapingo en los periodos del 24 - 29 de octubre y del 31 de octubre al 11 de noviembre 2008, se registró fuera del invernadero temperatura del aire (°C), y dentro: humedad del aire (%), temperatura del aire y de la cubierta (°C), también cada minuto. La medición de las variables anteriores también se hizo con una estación automática (H21-001, HOBO, Onset Computer Corp., USA) con sensores de temperatura y humedad del aire. Para las variables humedad del aire (%), radiación global (W m⁻²) y velocidad del viento (m s⁻¹), se obtuvieron registros cada 30 minutos de la Estación Meteorológica de la Universidad Autónoma Chapingo. Para las simulaciones, en ambos sitios, se utilizaron los promedios cada 30 minutos de las variables meteorológicas registradas cada minuto.

El índice de área foliar en ambos sitios se obtuvo con un método destructivo en cada periodo de medición. En el experimento de Querétaro, el área foliar se midió

con un integrador de área foliar (LAI-2000, LI-COR Inc., USA), mientras que en el experimento en Chapingo se obtuvo un modelo de estimación del área foliar a partir de mediciones de largo y ancho de las hojas, y con éste se calculó el índice de área foliar.

2.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se enlista el valor de los parámetros utilizados: coeficiente de absorción de radiación solar por el aire ($\eta_a = 0.75$), coeficiente empírico $c_{s-i} = 1.86$, coeficientes c_{i-e1} , c_{i-e2} 0.75 y 2.0, densidad del aire ($\rho = 1.204$), calor específico del aire ($C_p = 1010$), ventilación debida a fugas del invernadero ($c_{fug} = 0.003$), coeficiente de reducción del flujo de ventilación por la malla antiinsectos ($\zeta = 0.5$), coeficiente de descarga promedio de la ventilación (sitio UACh $C_d = 0.704$, sitio UAQ $C_d = 0.644$), coeficiente de eficiencia de la velocidad del viento ($C = 0.09$), calor latente de vaporización del agua ($\lambda = 2442 \times 10^3$), constante psicrométrica ($\gamma = 66.2$), resistencia aerodinámica ($r_a = 200$), coeficiente $k_{cbi} = 0.75$, número de Lewis para vapor de agua en el aire ($Le = 0.89$), coeficiente de absorción de radiación de onda corta por el suelo ($\eta_{rcs} = 0.185$), coeficiente de conducción de calor del suelo ($\lambda_{s-sub} = 1.5$), distancia entre el centro de la primera capa de suelo y el de la capa subyacente ($dc_{s-sub} = 0.725$) y la temperatura del subsuelo ($T_{sub} = 8.5$). Los índices de área foliar calculados para los tres periodos de estudio (6-8, 14-17 y 19-24 de junio 2008) en el sitio Querétaro fueron 0.7, 1.0 y 1.2, respectivamente. En el sitio Chapingo se obtuvo un solo valor del índice de área foliar, IAF = 2.0.

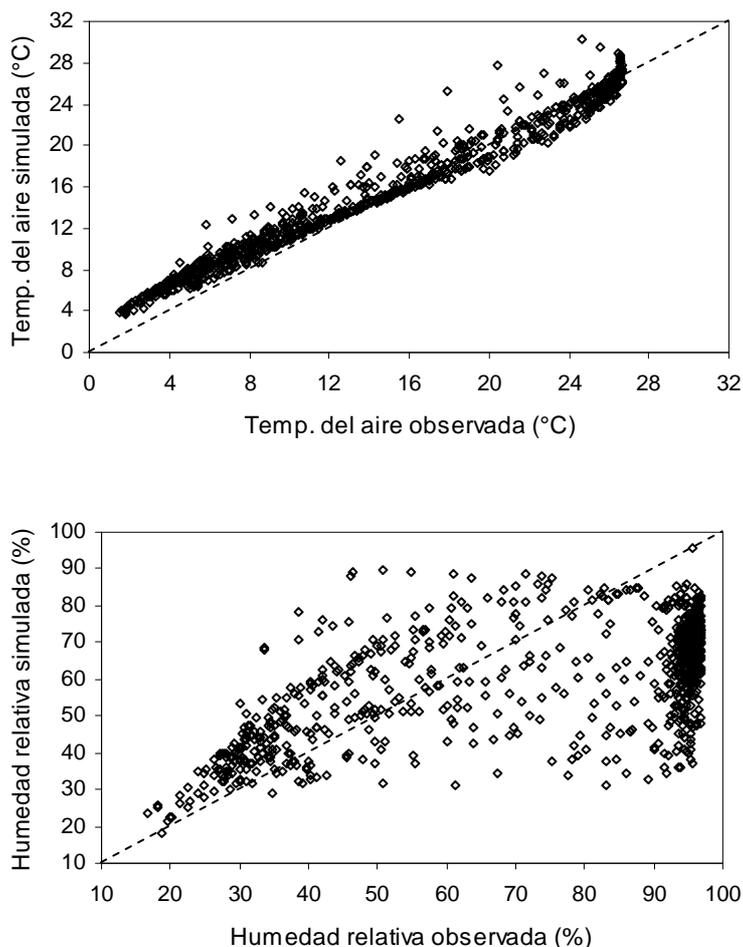


Figura 2.1. Ajuste de los modelos de temperatura y humedad del aire (cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad Autónoma Chapingo del 24-29 de octubre y del 31 de octubre al 11 de noviembre 2008. (- - -) línea 1:1, n = 864.

El modelo de temperatura del aire en el invernadero de la Universidad Autónoma Chapingo tuvo un buen ajuste, con base en las siguientes medidas estadísticas: coeficiente de determinación ($r^2 = 0.976$), índice de concordancia (IC = 0.984) y eficiencia del modelo (EF = 0.944), y en las Figuras 2.1 y 2.2. El Cuadro 2.1 contiene todas las medidas estadísticas que se consideraron. En dichas figuras también se presenta el modelo de humedad del aire, para esta variable el ajuste no fue tan bueno, como lo reflejan las medidas estadísticas del Cuadro 2.1.

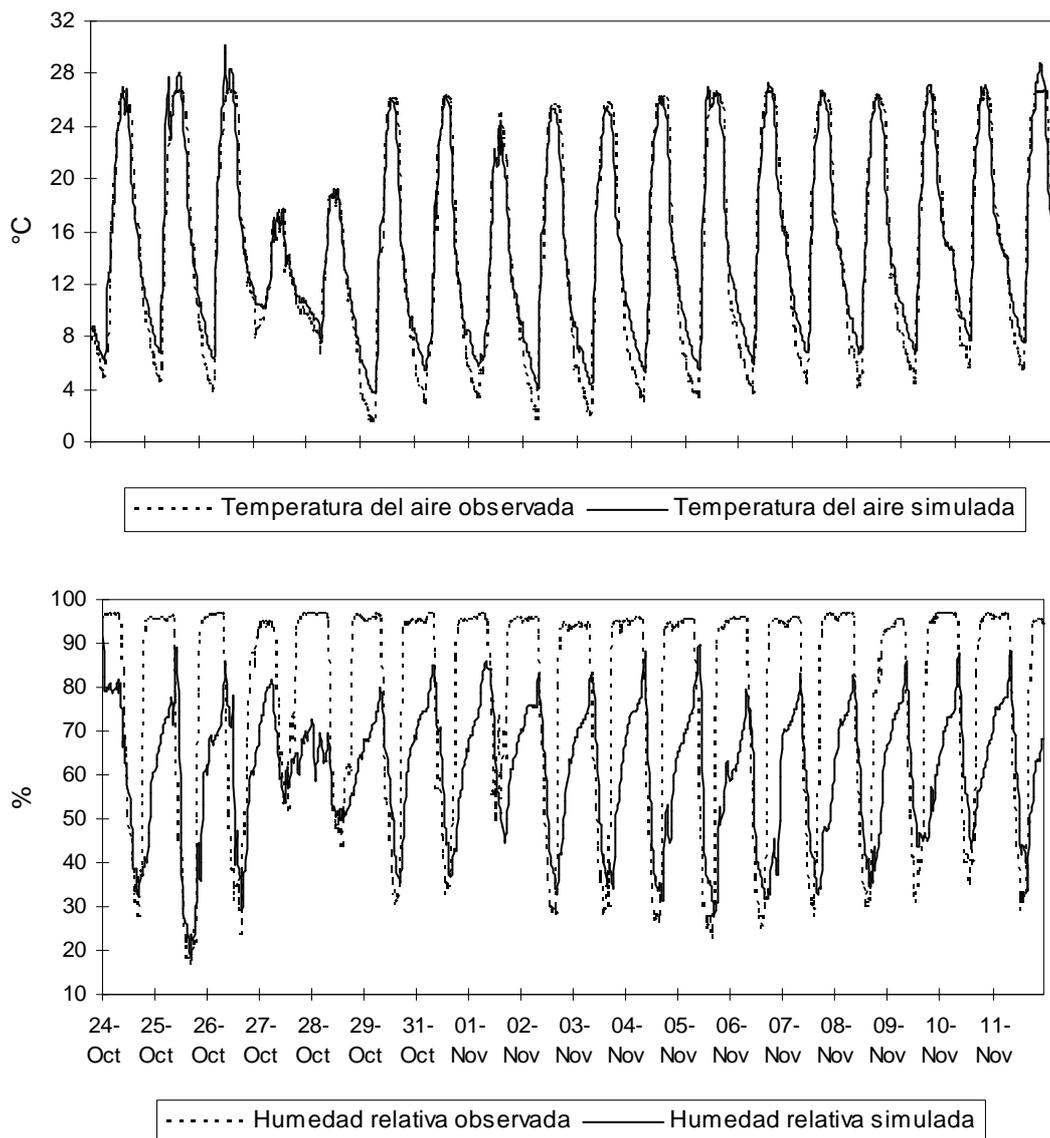


Figura 2.2. Comportamiento de la temperatura y humedad del aire (modeladas cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad Autónoma Chapingo.

Cuadro 2.1. Medidas estadísticas utilizadas para evaluar un modelo de microclima del invernadero con cultivo de jitomate en dos sitios experimentales y dos tipos de invernadero.

Sitio	Variable	Medida estadística				
		r^2	IC	EF	RECM	EAM
Univ. A.	Temperatura del aire (°C)	0.976	0.984	0.944	1.873	1.490
Chapingo	Humedad del aire (%)	0.377	0.693	0.086	24.736	21.213
Univ. A.	Temperatura del aire (°C)	0.927	0.981	0.925	2.223	1.588
de Qro.	Humedad del aire (%)	0.911	0.966	0.885	8.929	7.454

r^2 = Coeficiente de determinación, IC = Índice de concordancia, EF = Eficiencia del modelo, RECM = Raíz del error cuadrático medio, EAM = Error absoluto medio.

La transpiración, única fuente de humedad del aire, que se simuló con el modelo de Stanghellini tuvo un buen ajuste (capítulo 1), pero el modelo de humedad del aire mostró el peor desempeño, subestimando durante la tarde-noche (cuando se registró una humedad relativa alta); el ajuste fue mejor por la mañana (con una humedad relativa descendente) y un poco después de que se presentara la humedad mínima, Figura 2.2.

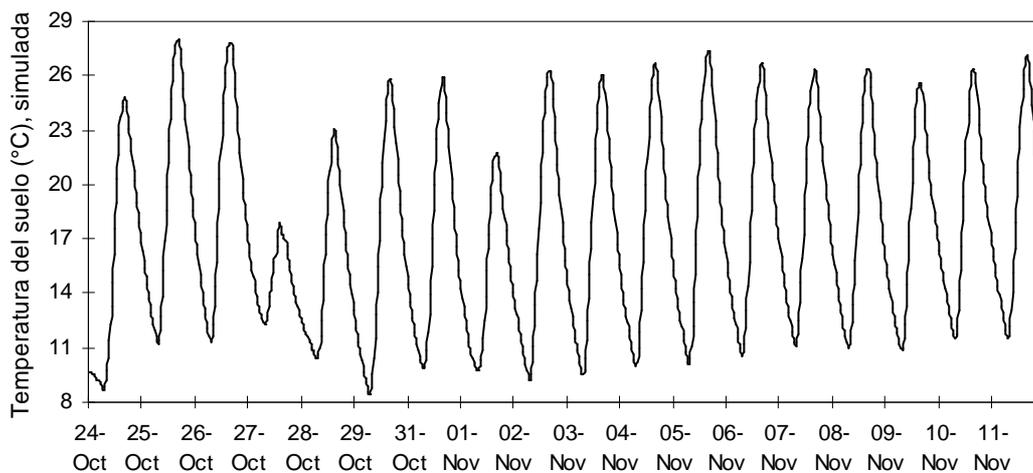


Figura 2.3. Comportamiento de la temperatura del suelo (modelada cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad Autónoma Chapingo.

La subestimación de la humedad del aire pudo deberse a que la velocidad del viento medida en la estación meteorológica fue mayor (durante la tarde-noche) de la que se hubiese registrado justo afuera del invernadero, lo cual incrementó el flujo de ventilación estimado, aumentando la pérdida de humedad por ventilación e infiltración del modelo.

Con respecto al modelo de temperatura del suelo, no se contó con mediciones para cotejar el ajuste, y su desempeño se comprobó a través del ajuste del modelo de temperatura del aire. Así, el tener un buen ajuste del modelo de temperatura del aire, implicó que el desempeño del modelo de temperatura del suelo fue bueno también. En la Figura 2.3 se presenta el transcurso de la temperatura del suelo.

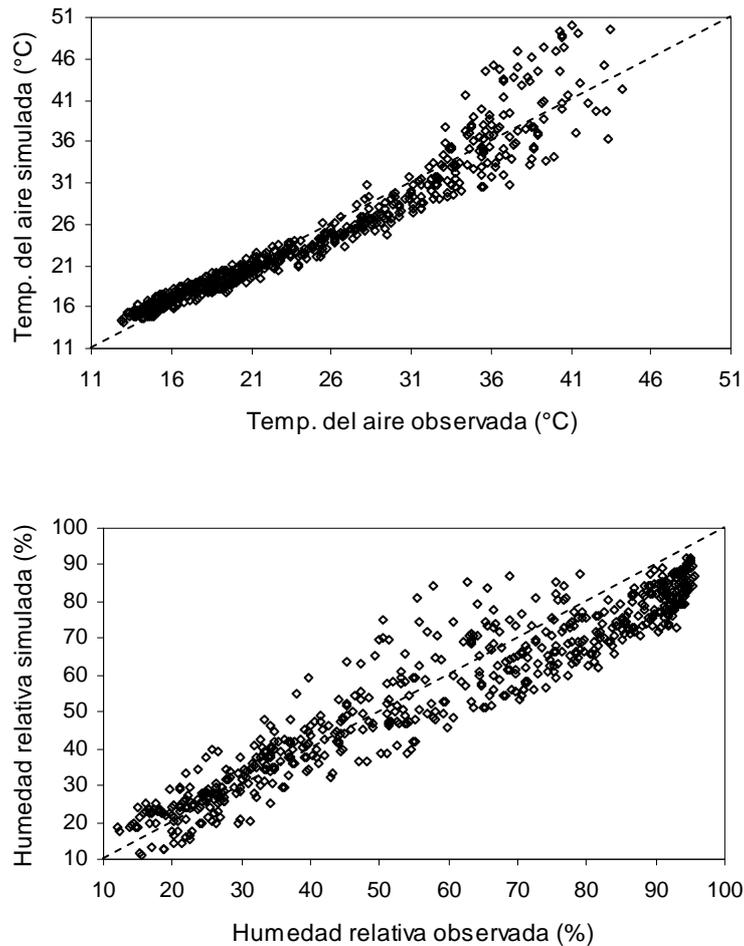


Figura 2.4. Ajuste de los modelos de temperatura y humedad del aire (cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad Autónoma de Querétaro del 6-8, 14-17 y 19-24 de junio 2008. (- - -) línea 1:1, n = 624.

En el sitio de la Universidad Autónoma de Querétaro, el modelo de temperatura del aire tuvo un ajuste similar al del sitio Chapingo, si se considera el coeficiente de determinación, y diferencias menores en la eficiencia del modelo e índice de concordancia.

Las Figuras 2.4 y 2.5 muestran el ajuste del modelo de temperatura del aire. En estas Figuras también se incluye el modelo de humedad del aire, que presentó un mejor ajuste respecto al sitio Chapingo, Cuadro 2.1.

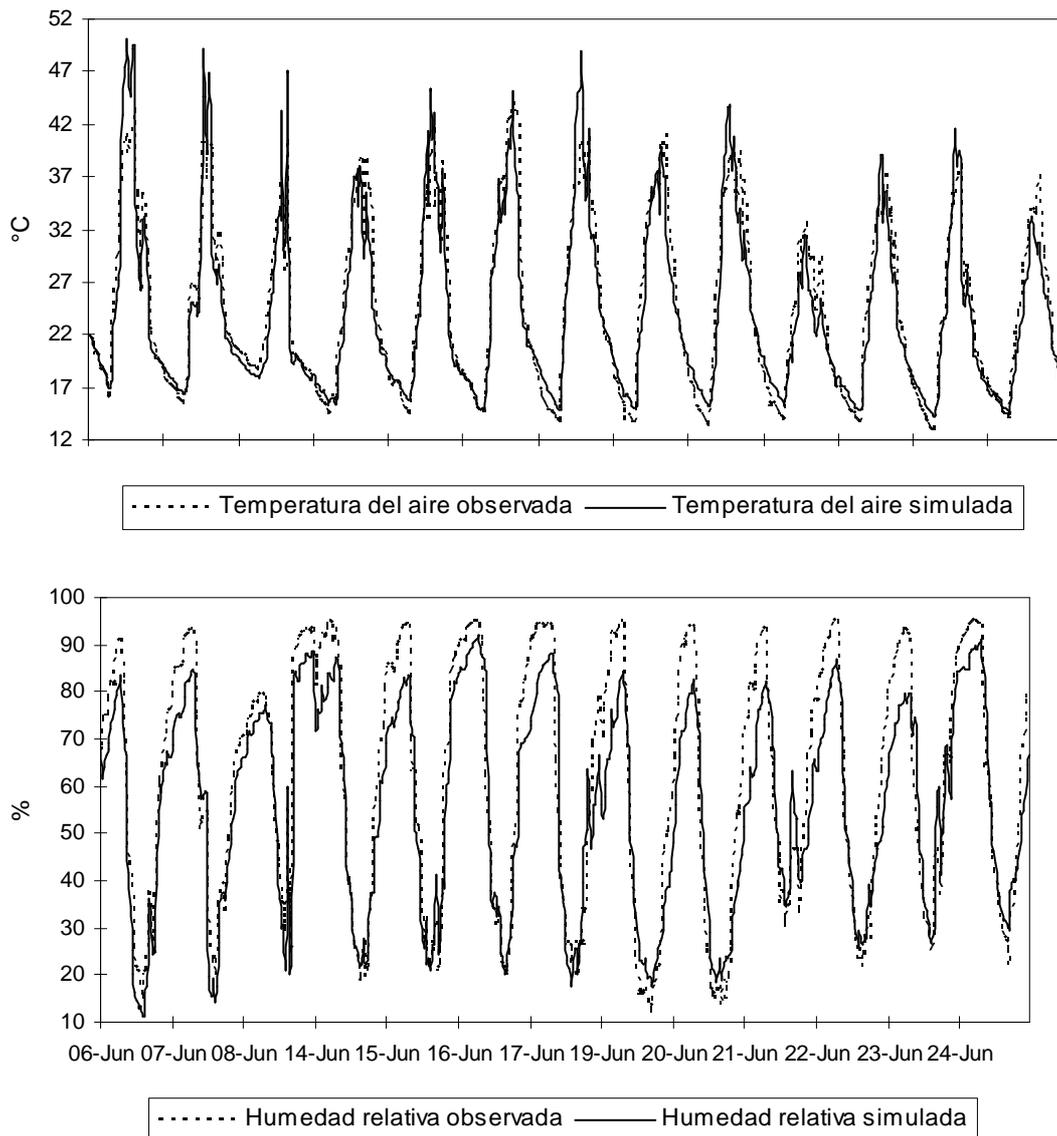


Figura 2.5. Comportamiento de la temperatura y humedad del aire (modeladas cada 30 min.) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad Autónoma de Querétaro.

El mejor ajuste del modelo de humedad del aire, se debió probablemente a que la velocidad del viento y la humedad del aire reflejaron mejor las condiciones externas, ya que dichas variables se registraron afuera, pero en un lugar inmediato al invernadero. Además, el modelo de Stanghellini tuvo un mejor desempeño, ya que se calculó a partir de variables meteorológicas externas; cuando se utilizaron variables medidas al interior del invernadero, el modelo subestimó sistemáticamente la transpiración, aproximadamente en un 50%, capítulo 1. El mejor desempeño del modelo de transpiración se comprobó mediante el ajuste del modelo de humedad del aire, esto es, si el primero hubiese subestimado en el mismo porcentaje que cuando se

estimo a partir de las variables meteorológicas al interior, el ajuste del segundo no habría sido similar al tenido tan bueno.

Con respecto al modelo de temperatura del suelo, por la época del año (verano) se tuvo una mayor carga energética (radiación solar) y la cobertura parcial del suelo (índice de área foliar ≤ 1.2) pudieron provocar una temperatura del suelo superior a la del sitio Chapingo (Figura 2.6). Este resultado comprueba lo expuesto en el capítulo 1, que una mayor temperatura del suelo (por la cobertura parcial del dosel) provocó una advección local.

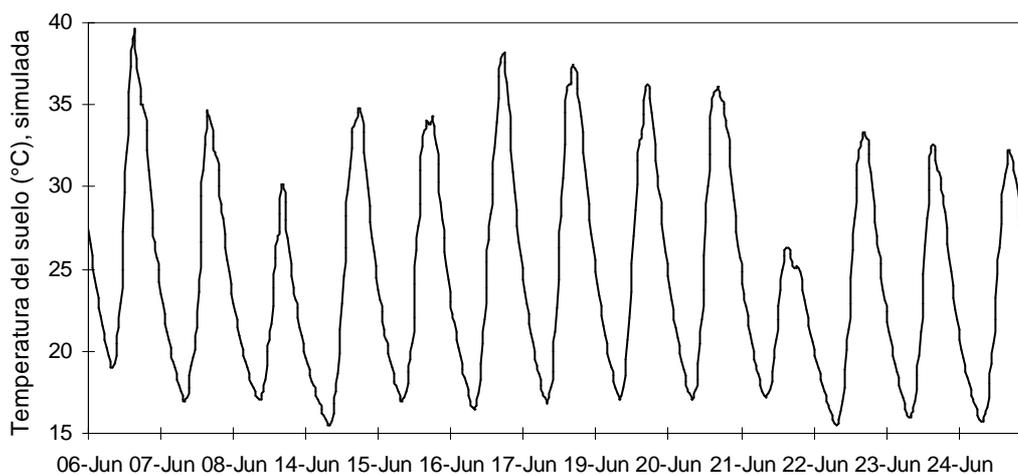


Figura 2.6. Comportamiento de la temperatura del suelo (modelada cada 30 minutos) en un invernadero con cultivo de jitomate en la Universidad Autónoma de Querétaro.

El error absoluto medio (EAM) de los modelos de temperatura y humedad del aire, Cuadro 2.1, es comparable con el obtenido por Wang y Boulard (2000) en un invernadero en Aviñón, Francia, con cultivo de jitomate. Ellos reportaron un EAM de 1.0 °C (16-26 de marzo 1992) y de 0.9 °C (7-18 de abril 1992) para la temperatura del aire, y de 5.3% y 5.6% (respectivos a cada periodo) para la humedad del aire; las simulaciones las realizaron cada hora.

Para el sitio Chapingo las diferencias respecto a los resultados reportados por Wang y Boulard, fueron 0.49 °C, 0.59 °C y 15.9%, 15.6% para los modelos de temperatura y humedad del aire, correspondientes a cada periodo; y 0.59 °C, 0.69 °C y 2.16%, 1.9% para el sitio Querétaro; a excepción del modelo de humedad en el sitio

Chapingo, las diferencias con el modelo utilizado por Wang y Boulard (2000) son mínimas, a pesar de que en los sitios Chapingo y Querétaro las simulaciones se hicieron cada 30 minutos.

Impron *et al.* (2007) en Purwakarta, Indonesia, realizaron otro trabajo de modelación del microclima en invernadero con cultivo de jitomate. Ellos calibraron y validaron el modelo con simulaciones cada 15 minutos. La calibración les permitió obtener una raíz del error cuadrático medio (RECM) de 0.36 °C para la temperatura del aire. Esta RECM es menor que la obtenida en el presente trabajo, aunque en el presente las estimaciones se hicieron sin calibrar ningún parámetro. La humedad del aire simulada, convertida a presión de vapor del aire (kPa), también presentó una variabilidad mayor respecto a la temperatura del aire.

2.6. CONCLUSIONES

Las variables de estado temperatura del aire, humedad del aire y temperatura del suelo, que constituyeron el modelo de microclima del invernadero, mostraron un ajuste adecuado en dos invernaderos de diferente tipo, condición climática, índice de área foliar y diferente época del año. El bajo índice de área foliar y una radiación solar alta, consecuencia de la época del año (verano), fueron las principales causas que provocaron en el sitio Querétaro una mayor temperatura del aire y del suelo, respecto al sitio Chapingo; en éste los datos se obtuvieron en el otoño. A pesar de las diferencias en los dos invernaderos, el ajuste de las variables de estado fue adecuado aún sin calibrar los parámetros del modelo.

2.7. LITERATURA CITADA

- Bakker, J. C. 1995. Greenhouse climate control: constraints and limitations. *Acta Horticulturae* 399:25-35.
- Blasco, X., M. Martínez, J. M. Herrero, C. Ramos, and J. Sanchis. 2007. Model-based predictive control of greenhouse climate for reducing energy and water consumption. *Computers and electronics in agriculture* 55:49-70.
- Bot, G. P. A. 1983. Greenhouse climate: from physical processes to a dynamic model. Ph. D. thesis. Wageningen Agricultural University, The Netherlands. 240 p.

- Boulard, T., and A. Baille. 1995. Modeling of air exchange rate in a greenhouse equipped with continuous roof vents. *Journal of Agricultural Engineering Research* 61:37-48.
- Critten, D. L., and B. J. Bailey. 2002. A review of greenhouse engineering developments during the 1990s. *Agricultural and Forest Meteorology* 112:1-22.
- De Zwart, H. F. 1996. Analyzing energy-saving options in greenhouse cultivation using a simulation model. Ph. D. thesis. Wageningen Agricultural University, The Netherlands. 236 p.
- Hopkins, W. G., and N. P. A. Hüner. 2008. *Introduction to plant physiology*. 4th ed. John Wiley & Sons, USA. 503 p.
- Impron, I., S. Hemming, and G. P. Bot. 2007. A. Simple greenhouse climate model as a design tool for greenhouse in tropical lowland. *Biosystems engineering* 98:79-89.
- Kittas, C., B. Draoui, and T. Boulard. 1995. Quantification du taux d'aération d'une serre a ouvrant continu en toiture. *Agricultural and Forest Meteorology* 77:95-111.
- Mathworks Incorporation. *Matrix Laboratory*. Version 6.5, 2002.
- Murray, F. W. 1967. On the computation of saturation vapor pressure. *Journal of Applied Meteorology* 6:203-204.
- Rodríguez D, F. 2002. Modelado y control jerárquico de crecimiento de cultivos en invernadero. Tesis Doctoral. Universidad de Almería, España. 390 p.
- Stanghellini, C., and T. De Jong. 1995. A model of humidity and its applications in a greenhouse. *Agricultural and Forest Meteorology* 76:129-148.
- Van Ooteghem, R. J. C. 2007. Optimal control design for a solar greenhouse. Ph. D. thesis. Wageningen University, The Netherlands. 304 p.
- Wang, S., and T. Boulard. 2000. Predicting the microclimate in a naturally ventilated plastic house in a mediterranean climate. *Journal of Agricultural Engineering Research* 75:27-38.

CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y CALIBRACIÓN DE MODELOS DE TRANSPIRACIÓN DE CULTIVOS³

Jaime Rivera Zamarripa, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2012

3.1. RESUMEN

Se realizó un análisis de sensibilidad local de los modelos Boulard-Wang y Stanghellini, utilizados para estimar la transpiración de un cultivo de jitomate en dos invernaderos; cada modelo, respectivamente, se analizó usando datos recolectados en la Universidad Autónoma de Querétaro y en la Universidad Autónoma Chapingo. Las variables de entrada del modelo Boulard-Wang fueron: índice de área foliar, área de ventilación, y temperatura del aire, humedad del aire, radiación solar global, velocidad del viento, registradas afuera del invernadero. Los resultados del análisis de sensibilidad muestran que la transpiración del cultivo tuvo mayor sensibilidad a las variables: temperatura del aire, radiación solar global, déficit de presión de vapor; y los parámetros transmisividad de la cubierta, factor de eficiencia solar y coeficiente de descarga promedio de la ventilación. El modelo Stanghellini requirió las variables de entrada: índice de área foliar, temperatura del aire, humedad del aire, radiación solar global, las tres últimas se registraron adentro del invernadero. En este modelo la transpiración del cultivo fue mas sensible a las variables: humedad relativa e índice de área foliar, y los parámetros: parámetro empírico k_2 y la resistencia aerodinámica. Los resultados de ambos modelos corresponden a algunos días del ciclo del cultivo, por lo que la sensibilidad de estas variables de entrada y parámetros podría cambiar si se considera el ciclo completo. Con base en los resultados del análisis de sensibilidad, se calibraron los parámetros más importantes del modelo Stanghellini, y se concluyó que este modelo, bajo las condiciones ambientales y de cultivo en el sitio Chapingo, puede usarse sin calibración.

Palabras clave: modelo Boulard-Wang, modelo Stanghellini, análisis de sensibilidad local, calibración.

³ En proceso de enviarse a la revista AGROCIENCIA

SENSITIVITY ANALYSIS AND CALIBRATION OF TWO CROP TRANSPIRATION MODELS

Jaime Rivera Zamarripa, Dr.
Colegio de Postgraduados, 2012

3.2. ABSTRACT

A local sensitivity analysis was carried out to the Boulard-Wang and Stanghellini transpiration rate models. Data for each model, respectively, was collected from tomato crops grown in greenhouses of two locations: University of Querétaro and University of Chapingo. Boulard-Wang model inputs variables were: leaf area index, ventilation area, air temperature, air humidity, global solar radiation and wind speed measured outside the greenhouse. Crop transpiration rate from this model was more sensitive to air temperature, solar radiation and vapor pressure deficit, and the parameters transmissivity of the greenhouse cover, solar efficiency factor, and discharge ventilation coefficient. On the other hand, The Stanghellini model inputs are: leaf area index, air temperature, air humidity, and global solar radiation measured inside the greenhouse. The Stanghellini model was more sensitive to relative humidity, leaf area index, the empirical parameter k_2 and the aerodynamic resistance of the leaves. The sensitivity analysis used only a few days of the cultivation period, thus the model behavior could be different if the whole growing period is considered. According to the results of sensitivity analysis, the most sensitive parameters resulted from the sensitive analysis were calibrated; but it was concluded that the Stanghellini model can be used without calibration under the environment inside a greenhouse in Chapingo, México.

Keywords: Boulard-Wang model, Stanghellini model, local sensitivity analysis, parameter estimation

3.3. INTRODUCCIÓN

En varias etapas del desarrollo de un modelo para un sistema, existe la necesidad de estudiar el modelo en si mismo, con énfasis en su comportamiento más que en su coherencia con un conjunto de datos. Es entonces cuando el análisis de sensibilidad

es útil para el modelador o el usuario del modelo (Monod *et al.*, 2006). El objetivo del análisis de sensibilidad es determinar qué tan sensible es la salida del modelo respecto a los elementos del mismo (principalmente parámetros), que están sujetos a incertidumbre y variabilidad (Monod *et al.*, 2006).

El análisis de sensibilidad de un modelo matemático se concibe como una herramienta para calcular la importancia relativa de parámetros y variables de entrada a través de la respuesta en el tiempo de las variables de estado del modelo; este procedimiento es útil en las primeras etapas de desarrollo del modelo, ya que un análisis de sensibilidad muestra la parte del modelo que necesita más atención en el diseño de experimentos específicos (Van Henten y Van Straten, 1994). El análisis de sensibilidad también es útil para estimar parámetros y calibrar el modelo. La dinámica de desarrollo de los cultivos provoca que los coeficientes de sensibilidad no sean constantes, lo cual significa que los parámetros que no afectan el estado final, quizá fueron importantes durante el crecimiento y viceversa (Van Henten y Van Straten, 1994).

La calibración del modelo consiste en modificar el valor de algunos de sus parámetros, para disminuir la diferencia entre datos modelados y observados. En otras palabras, la calibración involucra ajustar parámetros del modelo (obtenidos de un análisis de sensibilidad) por medio de la comparación sistemática de datos estimados y observados (Jones y Luyten, 1998).

El objetivo del presente trabajo fue hacer un análisis de sensibilidad local de los modelos de transpiración Boulard y Wang (2000), y Stanghellini (2007) para dos sitios experimentales. Con base en los resultados del análisis de sensibilidad, fueron calibrados algunos parámetros del modelo de Stanghellini para el sitio Chapingo.

3.4. MATERIALES Y MÉTODOS

3.4.1. Modelos de transpiración del cultivo

Las ecuaciones de los modelos de Boulard y Wang (2000), y de Stanghellini (Bontsema *et al.*, 2007) se describieron en el capítulo I.

3.4.2. Análisis de sensibilidad

En este trabajo se realizó un análisis de sensibilidad local, alrededor de un punto nominal de los parámetros, lo que implicó resolver de manera simultánea las ecuaciones de sensibilidad y las del modelo dinámico (Van Henten y Van Straten, 1994). Se hizo el análisis de sensibilidad del modelo Boulard y Wang en el sitio Querétaro y del modelo Stanghellini para el sitio Chapingo, porque fueron los que tuvieron mejor desempeño, en cada sitio (capítulo I). Para obtener las ecuaciones de sensibilidad se diferencié la variable de salida de cada modelo respecto a las variables de entrada y al vector de parámetros p , correspondientes.

Para la variable de salida (y) de un modelo descrito por una ecuación algebraica de la forma:

$$y = g(x, p) \quad (3.1)$$

donde x es el vector de variables de estado; la ecuación de sensibilidad local (S_y) se obtiene con:

$$S_y = \frac{\partial y}{\partial p} = \frac{\partial g}{\partial p} S + \frac{\partial g}{\partial p} \quad (3.2)$$

Si no se tienen variables de estado (ecuaciones diferenciales), la ecuación anterior se reduce a:

$$S_y = \frac{\partial g}{\partial p} \quad (3.3)$$

La sensibilidad relativa permite comparar las sensibilidades calculadas, y se obtiene con la ecuación:

$$S_{rel} = S \frac{p}{g} = \frac{\partial g}{\partial p} \cdot \frac{p^0}{g^0} \quad (3.4)$$

donde p^0 y g^0 corresponden a los valores nominales.

La interpretación de la sensibilidad relativa es más sencilla; sí en el tiempo t la trayectoria de las salidas es muy sensible a una variación pequeña del parámetro o variable de entrada, la función de sensibilidad $S(t)$ tendrá valores absolutos grandes. Sin embargo, dado que las sensibilidades son funciones variantes en el tiempo, la integral (I) del valor absoluto de las sensibilidades relativas $S(t)$ en el periodo de estudio (tiempo inicial, t_i , tiempo final, t_f) se definió y calculó para poder determinar

los parámetros o variables de entrada que afectan en mayor medida el comportamiento del modelo (Tap, 2000), esto es:

$$I = \int_{t_i}^{t_f} |S_{rel}| dt \quad (3.5)$$

La solución numérica del análisis de sensibilidad tiene dos pasos. Primero, se calculan las derivadas parciales (ecuación 3.4). Segundo, con el uso de algún programa para simulación, se resuelven simultáneamente los sistemas de sensibilidad y las ecuaciones del modelo original (Van Henten y Van Straten, 1994).

3.4.3. Calibración

El método de mínimos cuadrados se usa ampliamente para estimar los valores numéricos de los parámetros y ajustarlos a los datos (Abdi, 2003). En dicho ajuste los parámetros se determinan al minimizar la suma de los residuales cuadráticos. El método de mínimos cuadrados es una variante del problema general, encontrar un argumento que proporcione el valor mínimo (optimización) de una función objetivo, es decir, se desea minimizar una función, $P f(x) P$, tal que (Madsen *et al.*, 2004):

$$x^* = \operatorname{argmin}\{F(x)\} \quad (3.6)$$

donde

$$F(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (f_i(x))^2 = \frac{1}{2} P f(x) P^2 \quad (3.7)$$

Todos los métodos de optimización no lineal son iterativos. De un punto de inicio x_0 el método produce una serie de vectores x_1, x_2, \dots , los cuales convergen a x^* , un mínimo local para la función dada (Madsen *et al.*, 2004).

Las ecuaciones del modelo de Boulard y Wang (2000), del modelo de Stanghellini (Bontsema *et al.*, 2007), las sensibilidades relativas y la calibración del modelo de Stanghellini (ecuación 3.7) se programaron en el ambiente Matlab-Simulink versión 6.5 (MathWorks Inc, 2002). En la calibración de los parámetros se usó la función *Isqnonlin* de Matlab, para mínimos cuadrados no lineales. La integral de la ecuación 3.5 se estimó con el método trapezoidal de Matlab.

3.4.4. Medición de variables meteorológicas y transpiración del cultivo

Los experimentos se realizaron en dos invernaderos con cubierta de plástico. El primero, tipo capilla, se localiza en el campus Querétaro, Universidad Autónoma de Querétaro, latitud 20° 36' N, longitud 100° 24' O y altitud de 1820 m. El invernadero tiene 37 m en la dirección norte-sur y lo constituyen cuatro naves de 6.75 m de ancho, con una altura cenital de 5 m y una altura a canaleta de 3.5 m. Cuenta con dos ventanas laterales (2.5 m x 25 m), dos ventanas frontales (2.5 m x 20 m) y dos ventanas cenitales (0.8 m x 20 m), con una área total de ventilación de 257 m².

El segundo invernadero se localiza en la Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, Estado de México, latitud 19° 29' N, longitud 98° 54' O y altitud de 2244 m. Este invernadero es tipo sierra, con 76 m en la dirección norte-sur y está constituido por tres naves de 8.5 m de ancho; tiene una altura cenital de 6 m y una altura a canaleta de 4 m. Tiene dos ventanas laterales (3 m x 73 m), dos ventanas frontales (3 m x 23 m), tres ventanas cenitales (1.6 m x 76 m), y un área total de ventilación de 940 m². Ambos invernaderos tienen malla antiinsectos y pueden abrirse y cerrarse manual o automáticamente. Además, cuentan con un sistema automatizado de riego por goteo.

En ambos invernaderos se cultivó jitomate en hidroponía. En el sitio Querétaro los registros de las variables de entrada se hicieron del 6-8, 14-17 y 19-24 de junio 2008. Las variables fueron: temperatura del aire (°C), humedad relativa (%), radiación solar global ($W\ m^{-2}$) y velocidad del viento ($m\ s^{-1}$). Estas variables se midieron cada minuto, afuera del invernadero. En el sitio Chapingo los registros se obtuvieron del 24-29 de octubre y del 31 de octubre al 11 de noviembre 2008; y se midieron dentro del invernadero: temperatura del aire (°C), humedad relativa (%) y radiación fotosintética activa (PAR, μE). Sólo se midió la temperatura del aire (°C) afuera del invernadero; todas las variables fueron medidas cada minuto. La medición de las variables, en ambos sitios, se hizo con una estación meteorológica automática (H21-001, HOBO, Onset Computer Corp., USA).

Para las simulaciones en los dos sitios, se utilizaron valores promedio cada cinco minutos de las variables meteorológicas y para la transpiración observada se utilizó el valor acumulado cada cinco minutos. Las simulaciones, en ambos sitios, se

hicieron cada cinco minutos porque no se utilizaron los datos de la estación meteorológica de la Universidad Autónoma Chapingo, cuyos registros tienen una periodicidad de 30 minutos.

El índice de área foliar en ambos sitios se obtuvo con un método destructivo en cada periodo de medición. En el experimento de Querétaro, el área foliar se midió con un integrador de área foliar (LAI-2000, LI-COR Inc., USA), mientras que en el experimento en Chapingo se obtuvo un modelo de estimación del área foliar a partir de mediciones de largo y ancho de las hojas, y con este procedimiento se calculó el índice de área foliar.

3.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los siguientes parámetros del modelo de Boulard y Wang, con sus valores nominales (sin calibración), se incluyeron en el análisis de sensibilidad: factor de eficiencia solar ($\pi=0.5$), coeficientes empíricos A y B ($A=6$ y $B=0.5$), transmisividad de la cubierta ($\tau=0.62$), coeficiente de eficiencia relacionado con la velocidad del viento ($C=0.09$) y coeficiente de descarga promedio de la ventilación ($C_d=0.644$). Las variables de entrada, incluidas en el análisis de sensibilidad, fueron: radiación solar global (R_g), temperatura del aire (T_a), déficit de presión de vapor del aire (DPV), velocidad del viento (V_{vto}), todas éstas registrada en el exterior del invernadero, el área de ventilación (S_0) e índice de área foliar (IAF).

Los parámetros del modelo de Stanghellini fueron: transmisividad de la cubierta ($\tau=0.62$), coeficiente de extinción de la radiación ($K_e=0.7$), coeficientes empíricos k_1 (ecuación 4.15, $k_1=0.0518$), k_2 (ecuación 4.17, $k_2=0.0572$) y la resistencia aerodinámica ($r_a=200$) y las siguientes variables de entrada: radiación solar global (R_g), temperatura del aire (T_a), humedad relativa (HR), registradas en el interior del invernadero; e índice de área foliar (IAF).

Para el sitio Querétaro, las integrales de los valores absolutos de las sensibilidades relativas para la variable de salida tasa de transpiración, se presentan en el Cuadro 3.1. En éste se nota que los tres parámetros más importantes son: transmisividad de la cubierta (τ), el cual determina la cantidad de energía disponible para conducir el proceso de transpiración del dosel; factor de eficiencia en el uso de la radiación (π),

dado que la radiación solar modula la eficiencia calorífica (calor latente y calor sensible) del invernadero e influye en el coeficiente de descarga de la ventilación (C_d), y C_d el cual afecta el flujo de ventilación (ϕ_v); además, los coeficientes de transferencia de calor sensible (K_H) y calor latente por ventilación (K_v) son proporcionales a dicho flujo. Las variables de entrada, que tuvieron los mayores valores de la integral (Cuadro 3.1), fueron en el siguiente orden: temperatura del aire, radiación solar global y déficit de presión de vapor. Las sensibilidades relativas de parámetros y variables durante todo el periodo de estudio (13 días), se muestran en las Figuras 3.1 y 3.2.

Cuadro 3.1. Integrales de los valores absolutos (I) de las sensibilidades relativas para la variable de salida transpiración del dosel, estimada con el modelo de Boulard y Wang.

Parámetro	I	Variable	I
π	7.3516	R_g	7.6564
A	0.7141	T_a	4.4052×10^7
B	0.0300	DPV	5.5703
τ	300.4801	V_{vto}	4.7251
C	2.3775	IAF	4.0303
C_d	4.7551	S_0	4.7551

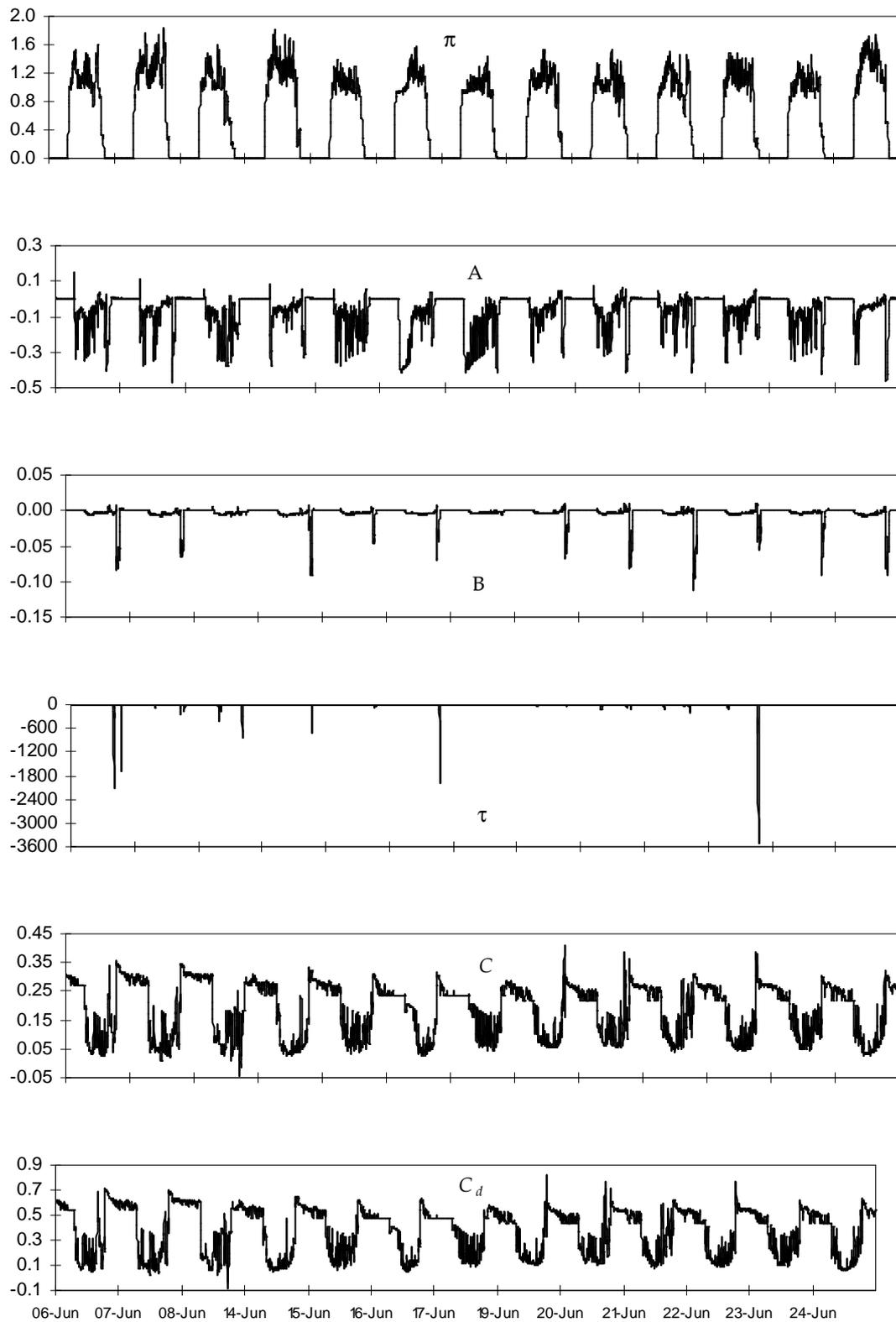


Figura 3.1. Funciones de sensibilidad relativa de la variable transpiración del dosel, respecto a los parámetros (π , A, B, τ , C, C_d) del modelo de Boulard y Wang, utilizado en el sitio de la Universidad Autónoma de Querétaro.

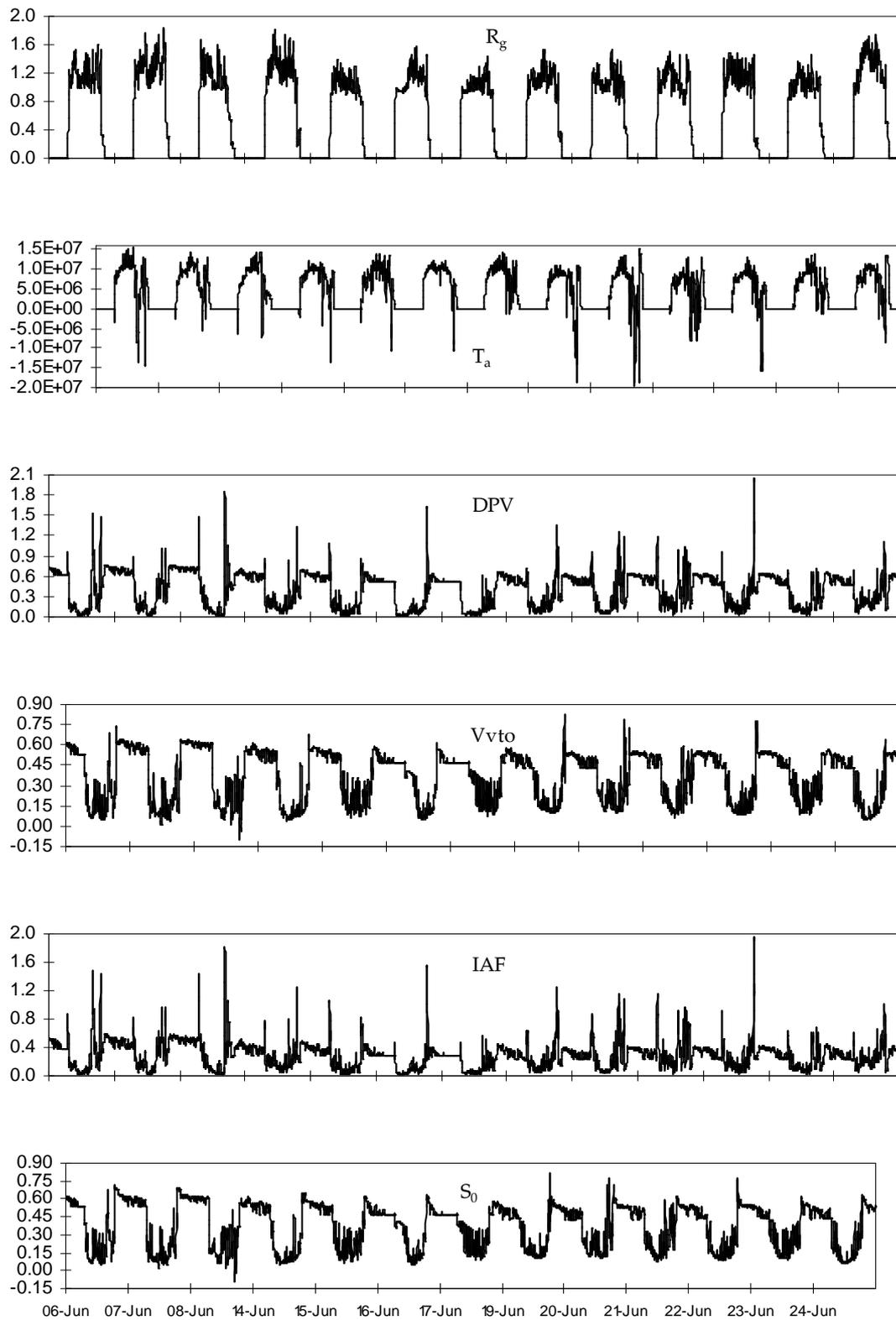


Figura 3.2. Funciones de sensibilidad relativa de la variable transpiración del dosel, respecto a las variables de entrada (R_g , T_a , DPV, V_{vto} , IAF, S_0) del modelo de Boulard y Wang, utilizado en el sitio de la Universidad Autónoma de Querétaro.

En el sitio Chapingo los parámetros más importantes fueron: el parámetro empírico k_2 y la resistencia aerodinámica (r_a), Cuadro 3.2. El parámetro k_2 afecta la relación de calor latente a calor sensible que contiene el aire saturado y r_a influye en la tasa de transpiración a través de la frecuencia con que se renueva el aire de la capa de frontera. Para este sitio, la humedad relativa del aire (HR) y el índice de área foliar (IAF) fueron las variables de entrada con mayor integral de las sensibilidades relativas (Cuadro 3.2). Las sensibilidades relativas de parámetros y variables consideradas durante el periodo de estudio (18 días), se muestran en las Figuras 3.3 y 3.4.

Cuadro 3.2. Integrales de los valores absolutos (I) de las sensibilidades relativas para la variable de salida transpiración del dosel, estimada con el modelo de Stanghellini.

Parámetro	I	Variable	I
τ	0.0091	R_g	14.1849
k_e	0.0042	T_a	6.3405
k_1	0.0086	HR	214.4748
k_2	14.3776	IAF	18.1806
r_a	7.3033		

Los resultados obtenidos, en ambos sitios, corresponden a un análisis de sensibilidad local alrededor de un punto nominal, es decir, con este método solo se explora la vecindad de los valores nominales de los factores de entrada (Saltelli *et al.*, 2008), es decir, de parámetros y variables de entrada. Aunado a lo anterior, el análisis de sensibilidad se hizo para una etapa de desarrollo del cultivo, lo cual implica que los resultados obtenidos pueden cambiar cuando se consideren todas las etapas de desarrollo del cultivo; los coeficientes de sensibilidad no son constantes (Van Henten y Van Straten, 1994).

Otro propósito del análisis de sensibilidad fue calibrar los parámetros más sensibles (obtenidos con el análisis de sensibilidad) del modelo de Stanghellini. Los parámetros que se ajustaron fueron: coeficiente empírico k_2 , resistencia aerodinámica (r_a) y transmisividad de la cubierta (τ).

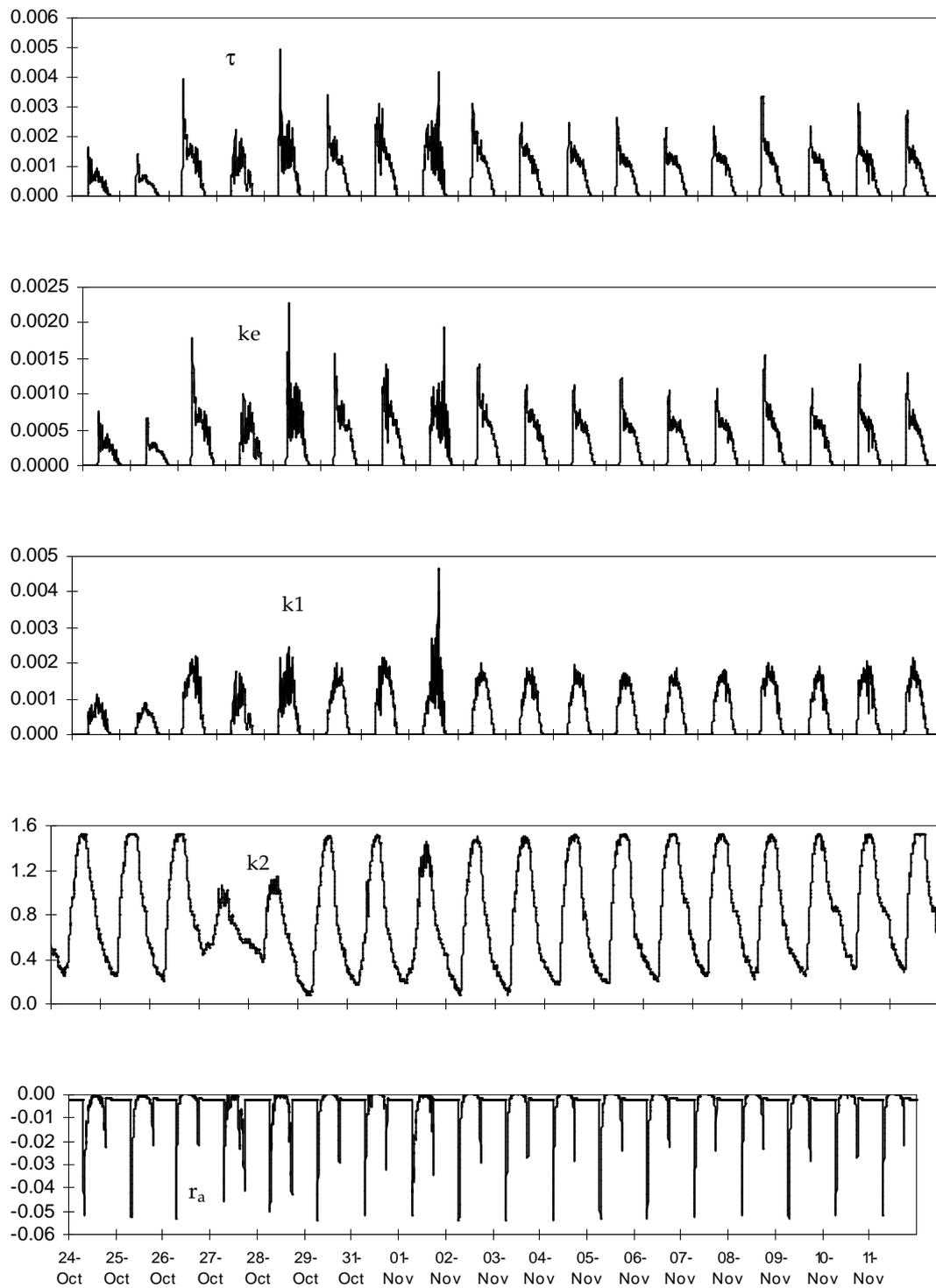


Figura 3.3. Funciones de sensibilidad relativa de la variable transpiración del dosel, respecto a los parámetros (τ , k_e , k_1 , k_2 , r_a) del modelo de Stanghellini, utilizado en el sitio de la Universidad Autónoma Chapingo.

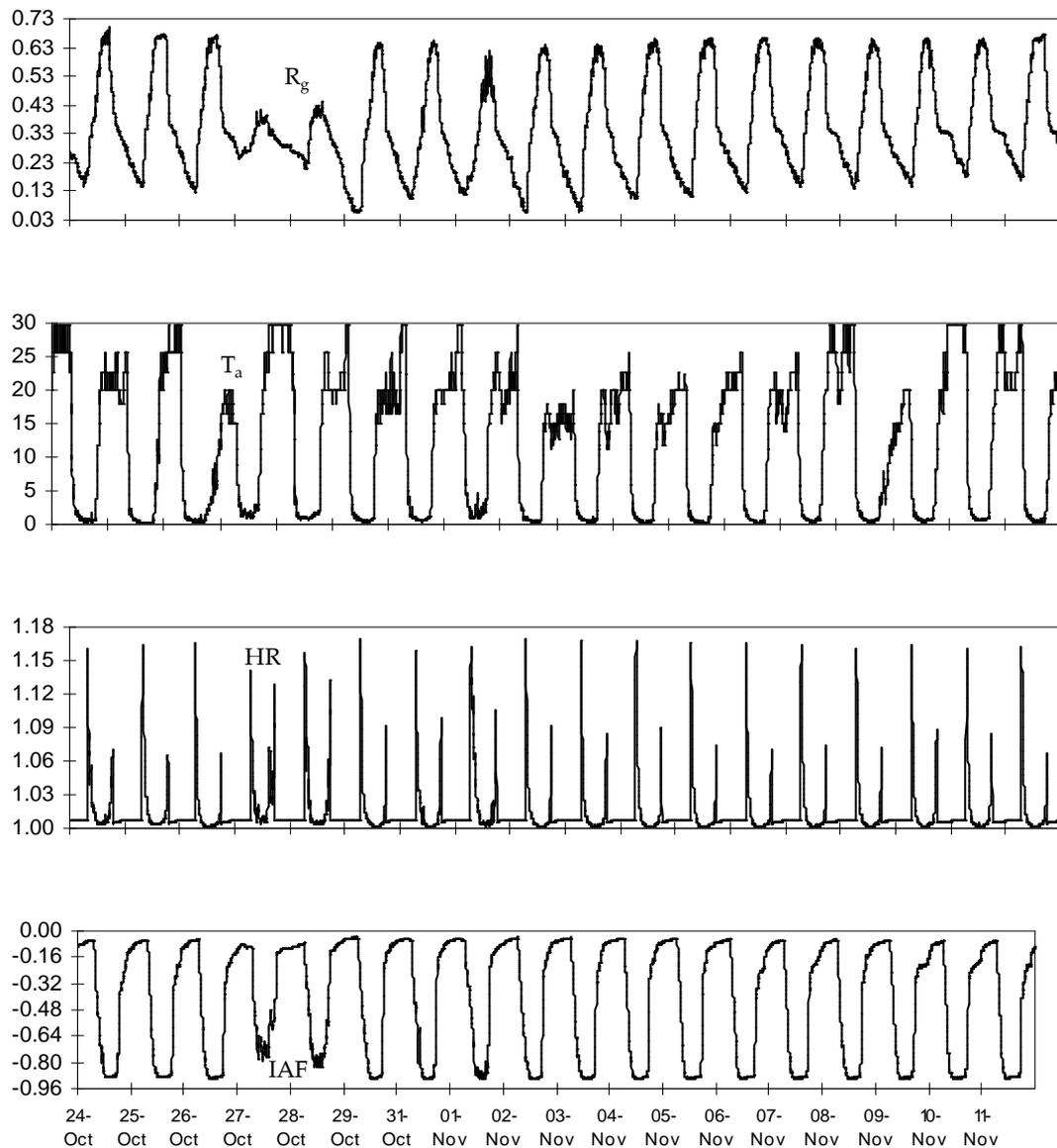


Figura 3.4. Funciones de sensibilidad relativa de la variable transpiración del dosel, respecto a las variables de entrada (R_g , T_a , HR, IAF) del modelo de Stanghellini, utilizado en el sitio de la Universidad Autónoma Chapingo.

El ajuste de los parámetros se hizo de forma iterativa, los rangos de variación de los valores iniciales para resistencia aerodinámica (Stanghellini, 1987) y transmisividad de la cubierta (Wang y Boulard, 2000; Imprón *et al.*, 2007) se tomaron de la literatura; el rango de variación del parámetro k_2 fue $\pm 10\%$ de su valor nominal. El Cuadro 3.3 contiene los valores iniciales de cada parámetro y los valores ajustados resultantes de las iteraciones.

Cuadro 3.3. Valores iniciales utilizados en el ajuste del coeficiente empírico k_2 , resistencia aerodinámica (r_a) y transmisividad de la cubierta (τ), parámetros del modelo de Stanghellini.

Valores iniciales			Valores ajustados		
k_2	r_a	τ	k_2	r_a	τ
0.05148	100	0.6	0.0515	174.0586	0.6
0.05252	120	0.628	0.0515	174.0596	0.6
0.05356	140	0.656	0.0515	174.0589	0.6
0.0546	160	0.684	0.0515	174.0643	0.6
0.05564	180	0.712	0.0515	174.0627	0.6
0.05668	200	0.74	0.0515	174.0601	0.6
0.05772	220	0.768	0.0515	174.0617	0.6
0.05876	240	0.796	0.0515	174.0617	0.6
0.0598	260	0.824	0.0515	174.0607	0.6
0.06084	280	0.852	0.0515	174.0594	0.6
0.06188	300	0.88	0.0515	174.0596	0.6
Valores nominales					
0.0572	200	0.62	0.0515	174.0593	0.6

En el Cuadro 3.3 se observa que el valor ajustado de la resistencia aerodinámica fue el único que presentó una variación (de algunas centésimas) para cada valor inicial. Finalmente, se tomaron los valores 0.0515, 174.06 y 0.6 correspondientes a los parámetros k_2 , r_a y τ ; con ellos se hizo otra simulación de la transpiración, cuyo desempeño se comparó con la simulación obtenida del modelo sin calibrar (Cuadro 3.4). En éste se muestra que las diferencias en todas las medidas estadísticas son apenas de centésimas, por lo que el modelo de Stanghellini, en las condiciones ambientales y del cultivo (índice de área foliar, IAF=2) que se presentaron en el invernadero del sitio Chapingo, se puede usar sin ninguna calibración. Habría que probar el modelo cuando el cultivo no tenga un dosel cerrado (IAF < 2) y en otra época del año, para comprobar que no requiere calibración en alguna de estas variantes.

Cuadro 3.4. Medidas estadísticas utilizadas para evaluar la calibración del modelo de Stanghellini en un invernadero de la Universidad Autónoma Chapingo, n = 5184.

Modelo	r ²	IC	EF	RECM	EAM
Sin calibrar	0.878	0.966	0.864	3.285	2.163
Calibrado	0.881	0.966	0.868	3.246	2.138

r² = Coeficiente de determinación, IC = Índice de concordancia, EF = Eficiencia del modelo, RECM = Raíz del error cuadrático medio, EAM = Error absoluto medio.

3.6. CONCLUSIONES

La variable de salida (transpiración del cultivo) del modelo Boulard y Wang fue más sensible a las variables de entrada: temperatura del aire, radiación solar global y déficit de presión de vapor, y a los parámetros: transmisividad de la cubierta, factor de eficiencia en el uso de la radiación solar y coeficiente de descarga de la ventilación. En el modelo de Stanghellini la variable de salida tuvo mayor sensibilidad a las variables de entrada: humedad del aire e índice de área foliar, y a los parámetros: parámetro empírico k₂ y resistencia aerodinámica. Respecto a la calibración, el modelo de Stanghellini, bajo el ambiente y cultivo del sitio de estudio, se puede usar sin ninguna calibración.

3.7. LITERATURA CITADA

- Abdi, H. 2004. Least Squares. *In*: Lewis-Beck, M. S., A. Bryman, and T. Futing (eds.). The SAGE encyclopedia of social sciences research methods. California, USA. 2:559-561.
- Bontsema, J., J. Hemming, C. Stanghellini, P. De Visser, E. J. Van Henten, J. Budding, T. Rieswijk, and S. Nieboer. 2007. On-line monitoring van transpiratie en fotosynthese activiteit. Nota 451. Wageningen UR Glastuinbouw, Wageningen, The Netherlands. 78 p.
- Boulard, T., and S. Wang. 2000. Greenhouse crop transpiration simulation from external climate conditions. *Agricultural and Forest Meteorology* 100:25-34.
- Cariboni, J., D. Gatelli, R. Liska, and A. Saltelli. 2007. The role of sensitivity analysis in ecological modelling. *Ecological modelling* 203:167-182.
- Jones, J. W., and J. C. Luyten. 1998. Simulation of biological processes. *In*: Peart, R. M., and B. Curry (eds.). *Agricultural Systems Modeling and Simulation*. Marcel Dekker, Inc. New York, USA. pp: 19-62.

- Madsen, K., H. B. Nielsen, and O. Tingleff. 2004. Methods for non-linear least squares problems. 2a. Ed. Technical University of Denmark. 58 p.
- Monod, H., C. Naud, and D. Makowski. 2006. Uncertainty and sensitivity analysis for crop models. *In*: Wallach, D., D. Makowski, and J. W. Jones (eds.). Working with dynamic crop models. Elsevier, The Netherlands. pp: 55-99.
- Saltelli, A., M. Ratto, T. Andres, F. Campolongo, J. Cariboni, D. Gatelli, M. Saisana, and S. Tarantola. 2008. Introduction to Sensitivity Analysis. *In*: Global Sensitivity Analysis. The Primer. John Wiley & Sons, England. pp: 1-52.
- Van Henten, E. J., and G. Van Straten. 1994. Sensitivity analysis of a dynamic growth model of lettuce. *Journal of Agricultural Engineering Research* 59:19-31.
- Van Meurs, W. T. M., and C. Stanghellini. 1992. Use of an off-the-shelf electronic balance for monitoring crop transpiration in greenhouses. *Acta Horticulturae* 304:219-225.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES GENERALES

Los modelos Boulard-Wang y Stanghellini, con los que se estimó la transpiración de un cultivo bajo invernadero, fueron los que estimaron mejor la tasa de transpiración del cultivo de jitomate. El modelo de Boulard y Wang tuvo el mejor desempeño durante el verano en el clima semiárido de Querétaro, Querétaro y con un dosel disperso. El modelo de Stanghellini fue el mejor durante el otoño en el clima templado de Chapingo, México y con un dosel cerrado.

La estimación de humedad del aire con el modelo de microclima del invernadero, consideró como única fuente de humedad a la transpiración del cultivo. El cálculo de la transpiración se hizo con el modelo de Stanghellini, pero a partir de variables meteorológicas en el exterior. El modelo de humedad del aire fue mejor en Querétaro con un dosel disperso. Además, el modelo de microclima incluyó la variable temperatura del aire, que tuvo un desempeño adecuado en ambos sitios experimentales a pesar de las diferencias en clima, índice de área foliar y época del año.

Las variables de entrada y los parámetros que afectaron en mayor medida el modelo de transpiración, identificados mediante un análisis de sensibilidad local, no corresponden a todo el ciclo del cultivo, por lo que cambiarán cuando se considere el ciclo completo del cultivo. La calibración de los parámetros que más afectan el modelo de Stanghellini, no generó diferencias en el ajuste del modelo. El modelo de Stanghellini mostró un buen ajuste cuando se consideraron las condiciones ambientales al interior (sitio Chapingo) como en el exterior (sitio Querétaro) del invernadero.

En este trabajo no se consideró la variable genotipo, se utilizó un genotipo en cada sitio, lo cual puede generar diferencias en cuanto al desempeño de los modelos. Se recomienda incluir información sobre el genotipo del cultivo en futuros trabajos.

Con el análisis de sensibilidad local solo se explora la vecindad del valor nominal de los parámetros, por lo que es recomendable conocer el comportamiento de los parámetros en todo su rango de valores (distribución de probabilidad) mediante un análisis de sensibilidad global.

APÉNDICE. ECUACIONES DE SENSIBILIDAD DE LOS MODELOS BOULARD-WANG Y STANGHELLINI

Ecuaciones del modelo de Boulard y Wang (2000)

$$E = \frac{\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_v}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right)}$$

$$K_1 = \frac{\delta}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{ci}}\right)}$$

$$K_2 = \frac{2 I A F \rho C_p / r_{ci}}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{ci}}\right)}$$

$$K_s = A + B V$$

$$K_H = \frac{\rho C_p \phi_v}{A_g}$$

$$K_v = \frac{\lambda \xi \rho \phi_v}{A_g}$$

$$\phi_v = \frac{S_0}{2} C_d C^{0.5} V$$

$$\delta = 41.45 * \exp(0.06088 * T_a)$$

$$r_i = 200 \left(1 + \frac{1}{\exp(0.05(\tau R_g - 50))}\right)$$

$$r_{ci} = 220 \frac{d^{0.2}}{V_i^{0.8}}$$

$$V_i = \frac{\phi_v}{A_g}$$

$$\lambda = 2502535.259 - 2385 T_a$$

$$\rho = \frac{100000}{(287 * (T_a + 273.16))}$$

Las variables de entrada del modelo de transpiración de Boulard son: radiación global al exterior del invernadero (R_g), temperatura del aire afuera del invernadero (T_a), velocidad del viento (V), déficit de presión de vapor (D_o), índice de área foliar del cultivo ($I A F$), así como el área de ventilación del invernadero (S_0).

Los parámetros del modelo son, el coeficiente eficiencia del invernadero (π), el coeficiente de transmisividad del invernadero (τ), la densidad del aire del invernadero (ρ), la capacidad térmica del aire (C_p), los coeficientes empíricos de la ecuación de pérdida de energía a y b, el coeficiente de eficiencia de ventilación (C), y el coeficiente de descarga del viento (C_d).

Sensibilidad al coeficiente de eficiencia del invernadero (π)

En el caso del modelo de Boulard la función g es la ecuación de transpiración por lo que para cada parámetro se tiene que obtener en forma analítica la derivada parcial. Por ejemplo para el parámetro de eficiencia del invernadero (π), se tiene.

$$S_p = \frac{\partial E}{\partial \pi} = \frac{\pi^0}{E^0} \frac{\partial E}{\partial \pi}$$

π^0 y E^0 son los valores nominales.

$$\frac{\partial E}{\partial \pi} = \frac{\frac{\partial \left(\frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right)} \right)}{\partial \pi}}{\partial \pi} = \frac{R_g}{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right)}$$

Sensibilidad para el coeficiente calor específico del aire (C_p)

$$\frac{\partial E}{\partial C_p} = \frac{\frac{\partial \left(\frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right)} \right)}{\partial C_p}}{\frac{\partial \left(\frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right)} \right)}{\partial C_p}} - \left(\frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right)} \right) \frac{\partial \text{den}}{\partial C_p}$$

$$= \frac{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right) \frac{\partial \text{num}}{\partial C_p} - \left(\frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right)} \right) \frac{\partial \text{den}}{\partial C_p}}{\left(\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \text{num}}{\partial C_p} = \frac{\partial \left(\frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial C_p} \right)}{\partial C_p} = \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial \left((K_S + K_H)K_2 D_o \right)}{\partial C_p} - ((K_S + K_H)K_2 D_o) \frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial C_p}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2}$$

$$\frac{\partial \left((K_S + K_H)K_2 D_o \right)}{\partial C_p} = (K_S + K_H)D_o \frac{\partial K_2}{\partial C_p} + K_2 D_o \frac{\partial K_H}{\partial C_p}$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial C_p} = \frac{2IAF\rho/r_{ci}}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{ci}} \right)}$$

$$\frac{\partial K_H}{\partial C_p} = \frac{\rho \phi_v}{A_g}$$

$$\frac{\partial(K_1K_H + K_2\delta)}{\partial C_p} = K_1 \frac{\partial K_H}{\partial C_p} + \delta \frac{\partial K_2}{\partial C_p}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial den}{\partial C_p} &= \frac{\partial \lambda(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1K_H + K_2\delta))}{\partial C_p} \\ &= \lambda \left(\frac{\partial \left((K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \right)}{\partial C_p} - (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial (K_1K_H + K_2\delta)}{\partial C_p} \right) / (K_1K_H + K_2\delta)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \left((K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \right)}{\partial C_p} = (K_s + K_H) \frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial C_p} + \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial K_H}{\partial C_p}$$

$$\frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial C_p} = \frac{1}{K_V} \frac{\partial K_2}{\partial C_p}$$

Sensibilidad para el coeficiente empírico (A)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial A} &= \frac{\frac{\partial (\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2D_o) / (K_1K_H + K_2\delta))}{\partial A} - \lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1K_H + K_2\delta}\right) \frac{\partial num}{\partial A} - (\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2D_o) / (K_1K_H + K_2\delta)) \frac{\partial den}{\partial A}}{(\lambda(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1K_H + K_2\delta)))^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial num}{\partial A} = \frac{\partial (\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2D_o) / (K_1K_H + K_2\delta))}{\partial A} = \frac{K_2D_o}{(K_1K_H + K_2\delta)} \frac{\partial K_s}{\partial A}$$

$$\frac{\partial K_s}{\partial A} = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial den}{\partial A} &= \frac{\partial \lambda \left((1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1K_H + K_2\delta)) \right)}{\partial A} \\ &= \lambda \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1K_H + K_2\delta) \frac{\partial K_s}{\partial A} \end{aligned}$$

Sensibilidad para el coeficiente empírico (B)

$$\frac{\partial E}{\partial B} = \frac{\frac{\partial}{\partial B} \frac{\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}}{\frac{\partial}{\partial B} \left(\lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right) \right)} \frac{\partial num}{\partial B} - (\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)) \frac{\partial den}{\partial B}}{(\lambda(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)))^2}$$

$$\frac{\partial num}{\partial B} = \frac{\partial(\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial B} = \frac{K_2 D_o}{(K_1 K_H + K_2 \delta)} \frac{\partial K_s}{\partial B}$$

$$\frac{\partial K_s}{\partial B} = V$$

$$\frac{\partial den}{\partial B} = \frac{\partial \lambda \left(\left(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)\right) \right)}{\partial B} = \lambda \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial K_s}{\partial B}$$

Sensibilidad para el coeficiente de transmisividad de la cubierta (τ)

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}}{\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right) \right)} \frac{\partial num}{\partial \tau} - (\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)) \frac{\partial den}{\partial \tau}}{(\lambda(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)))^2}$$

$$\frac{\partial num}{\partial \tau} = \frac{\partial(\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial \tau} = \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial((K_s + K_H)K_2 D_o)}{\partial \tau} - ((K_s + K_H)K_2 D_o) \frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial \tau}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2}$$

$$\frac{\partial((K_s + K_H)K_2 D_o)}{\partial \tau} = (K_s + K_H) D_o \frac{\partial K_2}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial \tau} = \frac{\frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p/r_{cl}}{\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}})} \right)}{\partial \tau}}{\frac{\partial \tau}}{\left(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}) \right)^2} = \frac{-(2IAF\rho C_p/r_{cl}) \frac{\partial (\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}))}{\partial \tau}}{\left(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}) \right)^2}$$

$$\frac{\partial (\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}))}{\partial \tau} = \frac{\gamma}{r_{cl}} \frac{\partial r_i}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial r_i}{\partial \tau} = \frac{\frac{\partial \left(200 \left(1 + \frac{1}{\exp(0.05(\tau R_g - 50))} \right) \right)}{\partial \tau}}{\frac{\partial \tau}}{\left(\exp(0.05(\tau R_g - 50)) \right)^2} = \frac{-200 \frac{\partial (\exp(0.05(\tau R_g - 50)))}{\partial \tau}}{\left(\exp(0.05(\tau R_g - 50)) \right)^2}$$

$$\frac{\partial (\exp(0.05(\tau R_g - 50)))}{\partial \tau} = 0.05 R_g \exp(0.05 \tau R_g - 2.5)$$

$$\frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial \tau} = K_H \frac{\partial K_1}{\partial \tau} + \delta \frac{\partial K_2}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial \tau} = \frac{\frac{\partial \left(\frac{\delta}{\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}})} \right)}{\partial \tau}}{\frac{\partial \tau}}{\left(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}) \right)^2} = \frac{-\delta \frac{\partial (\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}))}{\partial \tau}}{\left(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}) \right)^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial den}{\partial \tau} &= \frac{\frac{\partial (\lambda(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial \tau}}{\frac{\partial \tau}}{\left(K_1 K_H + K_2 \delta \right)^2} \\ &= \lambda \left(\frac{\frac{\partial \left((K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right) \right)}{\partial \tau}}{\left(K_1 K_H + K_2 \delta \right)^2} - (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right) \frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial \tau} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \left((K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right) \right)}{\partial \tau} = (K_s + K_H) \frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{\partial \tau} + \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right) \frac{\partial (K_s + K_H)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{\partial \tau} = -\frac{\partial K_1}{\partial \tau} + \frac{1}{K_V} \frac{\partial K_2}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial (K_s + K_H)}{\partial \tau} = 0$$

Sensibilidad para el coeficiente de eficiencia de la ventilación (C)

$$\frac{\partial E}{\partial C} = \frac{\frac{\partial}{\partial C} \left(\frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda(1 + (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta))} \right)}{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right)} \frac{\partial num}{\partial C} - \left(\frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda(1 + (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta))} \right) \frac{\partial den}{\partial C}$$

$$= \frac{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right) \frac{\partial num}{\partial C} - \left(\frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda(1 + (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta))} \right) \frac{\partial den}{\partial C}}{(\lambda(1 + (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)))^2}$$

$$\frac{\partial num}{\partial C} = \frac{\frac{\partial}{\partial C} (\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial C}$$

$$= \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial ((K_S + K_H)K_2 D_o)}{\partial C} - ((K_S + K_H)K_2 D_o) \frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial C}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2}$$

$$\frac{\partial ((K_S + K_H)K_2 D_o)}{\partial C} = (K_S + K_H) D_o \frac{\partial K_2}{\partial C} + K_2 D_o \frac{\partial (K_S + K_H)}{\partial C}$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial C} = \frac{\frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p / r_{cl}}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right)}\right)}{\partial C}}{\left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right) \right)^2} \left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right) \right) \frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}} \right)}{\partial C} - (2IAF\rho C_p / r_{cl}) \frac{\partial \left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right) \right)}{\partial C}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}} \right)}{\partial C} = \frac{-2IAF\rho C_p \frac{\partial r_{cl}}{\partial C}}{r_{cl}^2}$$

$$\frac{\partial r_{cl}}{\partial C} = \frac{\partial \left(220 \frac{d^{0.2}}{V_i^{0.8}} \right)}{\partial C} = -220 d^{0.2} \frac{\partial V_i^{0.8}}{V_i^{1.6} \partial C}$$

$$\frac{\partial V_i^{0.8}}{\partial C} = \frac{0.8 \partial V_i}{V_i^{0.2} \partial C}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial C} = \frac{1}{A_c} \frac{\partial \phi_v}{\partial C}$$

$$\frac{\partial(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{ei}}))}{\partial C} = \frac{-\gamma r_i \frac{\partial r_{ei}}{\partial C}}{r_{ei}^2}$$

$$\frac{\partial(K_S + K_H)}{\partial C} = \frac{\partial K_S}{\partial C} + \frac{\partial K_H}{\partial C}$$

$$\frac{\partial K_S}{\partial C} = 0$$

$$\frac{\partial K_H}{\partial C} = \frac{\rho C_p}{A_g} \frac{\partial \phi_v}{\partial C}$$

$$\frac{\partial \phi_v}{\partial C} = \frac{S_0}{2} C_d V \frac{\partial C^{0.5}}{\partial C}$$

$$\frac{\partial C^{0.5}}{\partial C} = \frac{0.5}{C^{0.5}}$$

$$\frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial C} = \delta \frac{\partial K_2}{\partial C} + K_1 \frac{\partial K_H}{\partial C} + K_H \frac{\partial K_1}{\partial C}$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial C} = \frac{\frac{\partial(\frac{\delta}{\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{ei}})})}{\partial C}}{\frac{\partial(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{ei}}))}{\partial C}} = \frac{-\delta \frac{\partial(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{ei}}))}{\partial C}}{(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{ei}}))^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial den}{\partial C} &= \frac{\partial(\lambda(1 + (K_S + K_H)(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}) / (K_1 K_H + K_2 \delta)))}{\partial C} \\ &= \lambda \left(\frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial(K_S + K_H)(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})}{\partial C} - (K_S + K_H)(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}) \frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial C}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(K_S + K_H)(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})}{\partial C} = (K_S + K_H) \frac{\partial(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})}{\partial C} + \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial(K_S + K_H)}{\partial C}$$

$$\frac{\partial(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})}{\partial C} = -\frac{\partial K_1}{\partial C} + \frac{K_V \frac{\partial K_2}{\partial C} - K_2 \frac{\partial K_V}{\partial C}}{K_V^2}$$

$$\frac{\partial K_V}{\partial C} = \frac{\lambda \xi \rho}{A_g} \frac{\partial \phi_v}{\partial C}$$

$$\frac{\partial(K_S + K_H)}{\partial C} = \frac{\partial K_S}{\partial C} + \frac{\partial K_H}{\partial C}$$

Sensibilidad para el coeficiente de descarga del viento (C_d)

$$\frac{\partial E}{\partial C_d} = \frac{\frac{\partial (\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial C_d}}{\lambda(1 + (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}$$

$$= \frac{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right) \frac{\partial num}{\partial C_d} - (\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)) \frac{\partial den}{\partial C_d}}{(\lambda(1 + (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)))^2}$$

$$\frac{\partial num}{\partial C_d} = \frac{\partial (\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial C_d}$$

$$= \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial ((K_S + K_H)K_2 D_o)}{\partial C_d} - ((K_S + K_H)K_2 D_o) \frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial C_d}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2}$$

$$\frac{\partial ((K_S + K_H)K_2 D_o)}{\partial C_d} = K_2 D_o \frac{\partial (K_S + K_H)}{\partial C_d} + (K_S + K_H) D_o \frac{\partial K_2}{\partial C_d}$$

$$\frac{\partial (K_S + K_H)}{\partial C_d} = \frac{\partial K_S}{\partial C_d} + \frac{\partial K_H}{\partial C_d}$$

$$\frac{\partial K_S}{\partial C_d} = 0$$

$$\frac{\partial K_H}{\partial C_d} = \frac{\rho C_p}{A_g} \frac{\partial \phi_v}{\partial C_d}$$

$$\frac{\partial \phi_v}{\partial C_d} = \frac{S_0}{2} C^{0.5V}$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial C_d} = \frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p / r_{cl}}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right)} \right)}{\partial C_d}$$

$$= \frac{\left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right) \right) \frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}} \right)}{\partial C_d} - (2IAF\rho C_p / r_{cl}) \frac{\partial \left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right) \right)}{\partial C_d}}{\left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}} \right)}{\partial C_d} = \frac{-2IAF\rho C_p \frac{\partial r_{cl}}{\partial C_d}}{r_{cl}^2}$$

$$\frac{\partial r_{cl}}{\partial C_d} = \frac{\partial(220 \frac{d^{0.2}}{V_i^{0.8}})}{\partial C_d} = -220 d^{0.2} \frac{\partial V_i^{0.8}}{V_i^{1.6}}$$

$$\frac{\partial V_i^{0.8}}{\partial C_d} = \frac{0.8}{V_i^{0.2}} \frac{\partial V_i}{\partial C_d}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial C_d} = \frac{1}{A_c} \frac{\partial \phi_v}{\partial C_d}$$

$$\frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial C_d} = \delta \frac{\partial K_2}{\partial C_d} + K_1 \frac{\partial K_H}{\partial C_d} + K_H \frac{\partial K_1}{\partial C_d}$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial C_d} = \frac{\partial\left(\frac{\delta}{\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}})}\right)}{\partial C_d} = \frac{-\delta \frac{\partial(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}))}{\partial C_d}}{(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}))^2}$$

$$\frac{\partial(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}))}{\partial C_d} = \frac{-\gamma r_i \frac{\partial r_{cl}}{\partial C_d}}{r_{cl}^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial den}{\partial C_d} &= \frac{\partial(\lambda(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)))}{\partial C_d} \\ &= \lambda \left(\frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial C_d} - (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial C_d}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial C_d} = (K_s + K_H) \frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial C_d} + \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial(K_s + K_H)}{\partial C_d}$$

$$\frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial C_d} = -\frac{\partial K_1}{\partial C_d} + \frac{K_V \frac{\partial K_2}{\partial C_d} - K_2 \frac{\partial K_V}{\partial C_d}}{K_V^2}$$

$$\frac{\partial K_V}{\partial C_d} = \frac{\lambda \xi \rho}{A_g} \frac{\partial \phi_v}{\partial C_d}$$

$$\frac{\partial(K_s + K_H)}{\partial C_d} = \frac{\partial K_s}{\partial C_d} + \frac{\partial K_H}{\partial C_d}$$

Sensibilidad para la variable de entrada radiación global externa (R_g)

$$\frac{\partial E}{\partial R_g} = \frac{\partial \frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda(1 + (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}}{\partial R_g}$$

$$= \frac{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right) \frac{\partial num}{\partial R_g} - (\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)) \frac{\partial den}{\partial R_g}}{(\lambda(1 + (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)))^2}$$

$$\frac{\partial num}{\partial R_g} = \frac{\partial(\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial R_g}$$

$$= \pi + \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) D_o (K_S + K_H) \frac{\partial K_2}{\partial R_g} - ((K_S + K_H)K_2 D_o) (K_H \frac{\partial K_1}{\partial R_g} + \delta \frac{\partial K_2}{\partial R_g})}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2}$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial R_g} = \frac{\partial \left(\frac{\delta}{\delta + \gamma(1 + r_i/r_{cl})} \right)}{\partial R_g} = \frac{-\delta \frac{\gamma}{r_{cl}} \frac{\partial r_i}{\partial R_g}}{(\delta + \gamma(1 + r_i/r_{cl}))^2}$$

$$\frac{\partial r_i}{\partial R_g} = \frac{\partial \left(200 \left(1 + \frac{1}{\exp(0.05(\tau R_g - 50))} \right) \right)}{\partial R_g} = \frac{-200 \frac{\partial(\exp(0.05(\tau R_g - 50)))}{\partial R_g}}{(\exp(0.05(\tau R_g - 50)))^2}$$

$$\frac{\partial(\exp(0.05(\tau R_g - 50)))}{\partial R_g} = 0.05 \tau \exp(0.05 \tau R_g - 2.5)$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial R_g} = \frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p/r_{cl}}{\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}})} \right)}{\partial R_g} = \frac{-2IAF\rho C_p/r_{cl} \frac{\gamma}{r_{cl}} \frac{\partial r_i}{\partial R_g}}{(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}))^2}$$

$$\frac{\partial den}{\partial R_g} = \frac{\partial \left(\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right) \right)}{\partial R_g}$$

$$= \lambda \left(\frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{\partial R_g} - (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right) \frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial R_g}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2} \right)$$

$$\frac{\partial (K_S + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V} \right)}{\partial R_g} = -(K_S + K_H) \frac{\partial K_1}{\partial R_g} + \frac{(K_S + K_H)}{K_V} \frac{\partial K_2}{\partial R_g}$$

$$\frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial R_g} = K_H \frac{\partial K_1}{\partial R_g} + \delta \frac{\partial K_2}{\partial R_g}$$

Sensibilidad para la variable de entrada temperatura del aire (T)

$$\frac{\partial E}{\partial T_a} = \frac{\partial \frac{\pi R_g + ((K_S + K_H) K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda (1 + (K_S + K_H) (1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}}{\partial T_a}$$

$$= \frac{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H) (1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right) \frac{\partial num}{\partial T_a} - (\pi R_g + ((K_S + K_H) K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)) \frac{\partial den}{\partial T_a}}{(\lambda (1 + (K_S + K_H) (1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}) / (K_1 K_H + K_2 \delta)))^2}$$

$$\frac{\partial num}{\partial T_a} = \frac{\partial (\pi R_g + ((K_S + K_H) K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial T_a}$$

$$= \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial ((K_S + K_H) K_2 D_o)}{\partial T_a} - ((K_S + K_H) K_2 D_o) \frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial T_a}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2}$$

$$\frac{\partial ((K_S + K_H) K_2 D_o)}{\partial T_a} = (K_S + K_H) D_o \frac{\partial K_2}{\partial T_a} + K_2 D_o \frac{\partial (K_S + K_H)}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial T_a} = \frac{\frac{\partial \left(\frac{2IAF \rho C_p}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right)} \right)}{\partial T_a}}{\frac{\partial \left(\frac{2IAF \rho C_p}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right)} \right)}{\partial T_a}} = \frac{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right) \frac{\partial \left(\frac{2IAF \rho C_p}{r_{cl}} \right)}{\partial T_a} - \left(\frac{2IAF \rho C_p}{r_{cl}} \right) \frac{\partial (\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right))}{\partial T_a}}{(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right))^2}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{2IAF \rho C_p}{r_{cl}} \right)}{\partial T_a} = \left(\frac{2IAF C_p}{r_{cl}} \right) \frac{\partial \rho}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial T_a} = \frac{-28700000}{(287(T_a + 273.16))^2}$$

$$\frac{\partial (\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right))}{\partial T_a} = \frac{\partial \delta}{\partial T_a} = 41.45 \exp(0.06088 * T_a) * 0.06088$$

$$\frac{\partial (K_S + K_H)}{\partial T_a} = \frac{\partial K_S}{\partial T_a} + \frac{\partial K_H}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial K_s}{\partial T_a} = 0$$

$$\frac{\partial K_H}{\partial T_a} = \frac{\partial\left(\frac{\rho C_p \phi_v}{A_g}\right)}{\partial T_a} = \frac{C_p \phi_v}{A_g} \frac{\partial \rho}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial T_a} = K_1 \frac{\partial K_H}{\partial T_a} + K_H \frac{\partial K_1}{\partial T_a} + K_2 \frac{\partial \delta}{\partial T_a} + \delta \frac{\partial K_2}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial T_a} = \frac{\partial\left(\frac{\delta}{\delta + \gamma\left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right)}\right)}{\partial T_a} = \frac{\left(\delta + \gamma\left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right)\right) \frac{\partial \delta}{\partial T_a} - \delta \frac{\partial\left(\delta + \gamma\left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right)\right)}{\partial T_a}}{\left(\delta + \gamma\left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right)\right)^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial den}{\partial T_a} &= \frac{\partial \lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right)}{\partial T_a} \\ &= \lambda \frac{\partial \left(1 + \frac{(K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right)}{\partial T_a} + \left(1 + \frac{(K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right) \frac{\partial \lambda}{\partial T_a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \left(1 + \frac{(K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right)}{\partial T_a} \\ &= \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial \left((K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)\right)}{\partial T_a} - (K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial T_a}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \left((K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)\right)}{\partial T_a} = (K_s + K_H) \frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial T_a} + \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial (K_s + K_H)}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial T_a} = -\frac{\partial K_1}{\partial T_a} + \frac{\partial \left(\frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial T_a} = \frac{K_V \frac{\partial K_2}{\partial T_a} - K_2 \frac{\partial K_V}{\partial T_a}}{K_V^2}$$

$$\left(\frac{\partial K_V}{\partial T_a}\right) = \frac{\partial\left(\frac{\lambda \xi \rho \phi_v}{A_g}\right)}{\partial T_a} = \frac{\xi \phi_v \lambda}{A_g} \frac{\partial \rho}{\partial T_a} + \rho \frac{\partial \lambda}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial T_a} = \frac{\partial(2502535.259 - 2385T_a)}{\partial T_a} = -2385$$

Sensibilidad para la variable de entrada velocidad del viento (V)

$$\frac{\partial E}{\partial V} = \frac{\partial \frac{\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o)/(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda(1 + (K_S + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right))/(K_1 K_H + K_2 \delta)}}{\partial V}$$

$$= \frac{\lambda \left(1 + \frac{(K_S + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right) \frac{\partial num}{\partial V} - (\pi R_g + ((K_S + K_H)K_2 D_o)/(K_1 K_H + K_2 \delta)) \frac{\partial den}{\partial V}}{(\lambda(1 + (K_S + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right))/(K_1 K_H + K_2 \delta))^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial num}{\partial V} &= \frac{\partial \left(\pi R_g + \frac{(K_S + K_H)K_2 D_o}{K_1 K_H + K_2 \delta}\right)}{\partial V} \\ &= \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial((K_S + K_H)K_2 D_o)}{\partial V} - ((K_S + K_H)K_2 D_o) \frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial V}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial((K_S + K_H)K_2 D_o)}{\partial V} = (K_S + K_H)D_o \frac{\partial K_2}{\partial V} + K_2 D_o \frac{\partial(K_S + K_H)}{\partial V}$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial V} = \frac{\left(\delta + \gamma\left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right)\right) \frac{\partial\left(\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}}\right)}{\partial V} - (2IAF\rho C_p/r_{cl}) \frac{\partial(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}))}{\partial V}}{(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}))^2}$$

$$\frac{\partial\left(\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}}\right)}{\partial V} = \frac{-2IAF\rho C_p \frac{\partial r_{cl}}{\partial V}}{r_{cl}^2}$$

$$\frac{\partial r_{cl}}{\partial V} = \frac{\partial(220 \frac{d^{0.2}}{V_i^{0.8}})}{\partial V} = -220d^{0.2} \frac{\partial V_i^{0.8}}{V_i^{1.6} \partial V}$$

$$\frac{\partial V_i^{0.8}}{\partial V} = \frac{0.8}{V_i^{0.2}} \frac{\partial V_i}{\partial V}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial V} = \frac{1}{A_e} \frac{\partial \phi_v}{\partial V}$$

$$\frac{\partial \phi_v}{\partial V} = \frac{S_0}{2} C_d C^{0.5}$$

$$\frac{\partial K_S}{\partial V} = B = 0.5$$

$$\frac{\partial K_H}{\partial V} = \frac{\rho C_p}{A_g} \frac{\partial \phi_v}{\partial V}$$

$$\frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial V} = K_1 \frac{\partial K_H}{\partial V} + K_H \frac{\partial K_1}{\partial V} + \delta \frac{\partial K_2}{\partial V}$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial V} = \frac{\delta}{\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{ei}})} = \frac{-\delta \frac{\partial(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{ei}}))}{\partial V}}{(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{ei}}))^2}$$

$$\frac{\partial(\delta + \gamma(1 + \frac{r_i}{r_{ei}}))}{\partial V} = \frac{-\gamma r_i \frac{\partial r_{ei}}{\partial V}}{r_{ei}^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial den}{\partial V} &= \frac{\partial(\lambda(1 + (K_S + K_H)(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial V} \\ &= \lambda \left(\frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial(K_S + K_H)(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})}{\partial V} - (K_S + K_H)(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}) \frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial V}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(K_S + K_H)(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})}{\partial V} = (K_S + K_H) \frac{\partial(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})}{\partial V} + (1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}) \frac{\partial(K_S + K_H)}{\partial V}$$

$$\frac{\partial(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V})}{\partial V} = -\frac{\partial K_1}{\partial V} + \frac{K_V \frac{\partial K_2}{\partial V} - K_2 \frac{\partial K_V}{\partial V}}{K_V^2}$$

$$\frac{\partial K_V}{\partial V} = \frac{\lambda \xi \rho}{A_g} \frac{\partial \phi_v}{\partial V}$$

$$\frac{\partial(K_S + K_H)}{\partial V} = \frac{\partial K_S}{\partial V} + \frac{\partial K_H}{\partial V}$$

$$\frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial V} = \delta \frac{\partial K_2}{\partial V} + K_1 \frac{\partial K_H}{\partial V} + K_H \frac{\partial K_1}{\partial V}$$

Sensibilidad para la variable de entrada déficit de presión de vapor (DPV)

$$\frac{\partial E}{\partial D_o} = \frac{\partial \left[\frac{\pi R_g + \frac{(K_s + K_H)K_2 D_o}{K_1 K_H + K_2 \delta}}{\lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_v} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right)} \right]}{\partial D_o}$$

$$= \frac{((K_s + K_H)K_2)/(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_v} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}$$

Sensibilidad para la variable de entrada índice de área foliar del cultivo (L)

$$\frac{\partial E}{\partial IAF} = \frac{\partial \frac{\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o)/(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_v} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}}{\partial IAF}$$

$$= \frac{\lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_v} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right) \frac{\partial num}{\partial IAF} - (\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o)/(K_1 K_H + K_2 \delta)) \frac{\partial den}{\partial IAF}}{(\lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_v} \right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right) / (K_1 K_H + K_2 \delta))^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial num}{\partial IAF} &= \frac{\partial \left(\pi R_g + \frac{(K_s + K_H)K_2 D_o}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right)}{\partial IAF} \\ &= \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial ((K_s + K_H)K_2 D_o)}{\partial IAF} - ((K_s + K_H)K_2 D_o) \frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial IAF}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial ((K_s + K_H)K_2 D_o)}{\partial IAF} = D_o (K_s + K_H) \frac{\partial K_2}{\partial IAF}$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial IAF} = \frac{2IAF \rho C_p / r_{cl}}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right)} = \frac{2\rho C_p / r_{cl}}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right)}$$

$$\frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial IAF} = \delta \frac{\partial K_2}{\partial IAF}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial den}{\partial IAF} &= \frac{\partial(\lambda(1 + (K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial IAF} \\ &= \lambda \left(\frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial(K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial IAF} - (K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial IAF}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2} \right)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial(K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial IAF} = \frac{(K_s + K_H)}{K_V} \frac{\partial K_2}{\partial IAF}$$

$$\frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial IAF} = \delta \frac{\partial K_2}{\partial IAF}$$

Sensibilidad para la variable de entrada área de ventilación del invernadero (S_0)

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial S_0} &= \frac{\partial \frac{\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\lambda(1 + (K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)) / (K_1 K_H + K_2 \delta)}}{\partial S_0} \\ &= \frac{\lambda \left(1 + \frac{(K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{K_1 K_H + K_2 \delta} \right) \frac{\partial num}{\partial S_0} - (\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta)) \frac{\partial den}{\partial S_0}}{(\lambda(1 + (K_s + K_H)\left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)) / (K_1 K_H + K_2 \delta))^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial num}{\partial S_0} &= \frac{\partial(\pi R_g + ((K_s + K_H)K_2 D_o) / (K_1 K_H + K_2 \delta))}{\partial S_0} \\ &= \frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial((K_s + K_H)K_2 D_o)}{\partial S_0} - ((K_s + K_H)K_2 D_o) \frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial S_0}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial((K_s + K_H)K_2 D_o)}{\partial S_0} = (K_s + K_H)D_o \frac{\partial K_2}{\partial S_0} + K_2 D_o \frac{\partial(K_s + K_H)}{\partial S_0}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial K_2}{\partial S_0} &= \frac{\partial \left(\frac{\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}}}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right)} \right)}{\partial S_0} \\ &= \frac{\left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right) \right) \frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}} \right)}{\partial S_0} - \left(\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}} \right) \frac{\partial \left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right) \right)}{\partial S_0}}{\left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}}\right) \right)^2}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{2IAF\rho C_p}{r_{cl}} \right)}{\partial S_0} = \frac{-2IAF\rho C_p \frac{\partial r_{cl}}{\partial S_0}}{r_{cl}^2}$$

$$\frac{\partial r_{cl}}{\partial S_0} = -220 \frac{d^{0.2} \frac{\partial V_i^{0.8}}{\partial S_0}}{V_i^{1.6}}$$

$$\frac{\partial V_i^{0.8}}{\partial S_0} = \frac{0.8}{V_i^{0.2}} \frac{\partial (\phi_v/A_c)}{\partial S_0}$$

$$\frac{\partial (\phi_v/A_c)}{\partial S_0} = \frac{1}{A_c} \frac{\partial \phi_v}{\partial S_0}$$

$$\frac{\partial \phi_v}{\partial S_0} = \frac{\partial \left(\frac{S_0}{2} C_d C^{0.5} V \right)}{\partial S_0} = \frac{C_d C^{0.5} V}{2}$$

$$\frac{\partial (K_s + K_H)}{\partial S_0} = \frac{\partial K_s}{\partial S_0} + \frac{\partial K_H}{\partial S_0}$$

$$\frac{\partial K_s}{\partial S_0} = 0$$

$$\frac{\partial K_H}{\partial S_0} = \frac{\partial \left(\frac{\rho C_p \phi_v}{A_g} \right)}{\partial S_0} = \frac{\rho C_p}{A_g} \frac{\partial \phi_v}{\partial S_0}$$

$$\frac{\partial (K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial S_0} = \delta \frac{\partial K_2}{\partial S_0} + K_1 \frac{\partial K_H}{\partial S_0} + K_H \frac{\partial K_1}{\partial S_0}$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial S_0} = \frac{\partial \left(\frac{\delta}{\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right)} \right)}{\partial S_0} = \frac{-\delta \frac{\partial \left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right) \right)}{\partial S_0}}{\left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \left(\delta + \gamma \left(1 + \frac{r_i}{r_{cl}} \right) \right)}{\partial S_0} = \frac{-\gamma r_i \frac{\partial r_{cl}}{\partial S_0}}{r_{cl}^2}$$

$$\frac{\partial den}{\partial S_0} = \frac{\partial(\lambda(1 + (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) / (K_1 K_H + K_2 \delta)))}{\partial S_0}$$

$$= \lambda \left(\frac{(K_1 K_H + K_2 \delta) \frac{\partial(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial S_0} - (K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial(K_1 K_H + K_2 \delta)}{\partial S_0}}{(K_1 K_H + K_2 \delta)^2} \right)$$

$$\frac{\partial(K_s + K_H) \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial S_0} = (K_s + K_H) \frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial S_0} + \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right) \frac{\partial(K_s + K_H)}{\partial S_0}$$

$$\frac{\partial \left(1 - K_1 + \frac{K_2}{K_V}\right)}{\partial S_0} = -\frac{\partial K_1}{\partial S_0} + \frac{K_V \frac{\partial K_2}{\partial S_0} - K_2 \frac{\partial K_V}{\partial S_0}}{K_V^2}$$

$$\frac{\partial K_V}{\partial S_0} = \frac{\partial \left(\frac{\lambda \xi \rho \phi_v}{A_g}\right)}{\partial S_0} = \frac{\lambda \xi \rho}{A_g} \frac{\partial \phi_v}{\partial S_0}$$

$$\frac{\partial(K_s + K_H)}{\partial S_0} = \frac{\partial K_s}{\partial S_0} + \frac{\partial K_H}{\partial S_0}$$

Ecuaciones del modelo de Stanghellini (Bontsema *et al.*, 2007)

$$E = \frac{2IAF}{(1 + \varepsilon)r_{cl} + r_i} \left[\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \cdot \frac{R_n}{\lambda} \right]$$

$$\varepsilon = \frac{\chi'}{\rho C_p}$$

$$\varepsilon = 0.7584 \exp(0.0518T_a) = 0.7584 \exp(k_1 \cdot T_a)$$

$$\chi_a^* = 5.5638 \exp(0.0572T_a) = 5.5638 \exp(k_2 \cdot T_a)$$

$$\lambda = 2502535.259 - 2385.76T_a$$

$$\chi_a = \chi_a^* \left(1 - \frac{100 - HR}{100}\right)$$

$$r_i = 82 \frac{\frac{R_n}{2IAF} + 4.30}{\frac{R_n}{2IAF} + 0.54} (1 + 0.023(T_a - 24.5)^2)$$

$$R_n = \tau(1 - \exp(-k_e \cdot IAF))R_g$$

Ecuaciones de sensibilidad

Sensibilidad al coeficiente de transmisividad de la cubierta del invernadero (τ)

$$S_p^r = \frac{\partial E}{\partial \tau} = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{1}{\lambda} \frac{\partial R_n}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial R_n}{\partial \tau} = (1 - \exp(-k_e \cdot IAF))R_g$$

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{1}{\lambda} (1 - \exp(-k_e \cdot IAF))R_g$$

Sensibilidad al coeficiente de extinción de la radiación solar (k_e)

$$S_p^r = \frac{\partial E}{\partial k_e} = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{1}{\lambda} \frac{\partial R_n}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial R_n}{\partial k_e} = -\tau R_g \frac{\partial(\exp(-k_e \cdot IAF))}{\partial k_e}$$

$$\frac{\partial(\exp(-k_e \cdot IAF))}{\partial k_e} = -IAF \cdot \exp(-k_e \cdot IAF)$$

$$\frac{\partial E}{\partial k_e} = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{\tau R_g}{\lambda} IAF \cdot \exp(-k_e \cdot IAF)$$

Sensibilidad al coeficiente empírico k_1

$$\frac{\partial E}{\partial k_1} = \frac{\partial \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right)}{\partial k_1}$$

$$= \frac{((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)2IAF \cdot \lambda \frac{\partial(2IAF \varepsilon r_{cl} R_n)}{\partial k_1} - (2IAF \varepsilon r_{cl} R_n) \frac{\partial((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)2IAF}{\partial k_1}}{(((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)2IAF \cdot \lambda)^2}$$

$$\frac{\partial(2IAF \varepsilon r_{cl} R_n)}{\partial k_1} = 2IAF \cdot r_{cl} \cdot R_n \frac{\partial \varepsilon}{\partial k_1}$$

$$\frac{\partial(((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)2IAF)}{\partial k_1} = 2IAF \cdot r_{cl} \frac{\partial \varepsilon}{\partial k_1}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial k_1} = 0.7584 T_a \exp(k_1 T_a)$$

Sensibilidad al coeficiente empírico k_2

$$\frac{\partial E}{\partial k_2} = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \left(\frac{\partial \chi_a^*}{\partial k_2} - \frac{\partial \chi_a}{\partial k_2} \right)$$

$$\frac{\partial \chi_a}{\partial k_2} = \left(1 - \frac{100 - HR}{100} \right) \frac{\partial \chi_a^*}{\partial k_2}$$

$$\frac{\partial \chi_a^*}{\partial k_2} = 5.5638 T_a \exp(k_2 T_a)$$

Sensibilidad a la resistencia aerodinámica o de la capa limite (r_{cl})

$$\frac{\partial E}{\partial r_{cl}} = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \frac{\varepsilon R_n}{2IAF \lambda} + \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right) \frac{\partial \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right)}{\partial r_{cl}}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right)}{\partial r_{cl}} = \frac{-2IAF \frac{\partial((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)}{\partial r_{cl}}}{((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)^2} = \frac{-2IAF(1+\varepsilon)}{((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)^2}$$

Sensibilidad a la radiación solar global (R_g)

$$E = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \left[\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right]$$

$$\frac{\partial E}{\partial R_g} = \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right) \frac{\partial \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right)}{\partial R_g} + \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right) \frac{\partial \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right)}{\partial R_g} \frac{\partial \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right)}{\partial R_g} = \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF \cdot \lambda} \frac{\partial R_n}{\partial R_g}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right)}{\partial R_g} = \frac{-2IAF \frac{\partial((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)}{\partial R_g}}{((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)^2}$$

$$\frac{\partial((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)}{\partial R_g} = \frac{\partial r_i}{\partial R_g}$$

$$\frac{\partial r_i}{\partial R_g} = \frac{\left(\frac{R_n}{2IAF} + 0.54 \right) \frac{\partial \left(82 \frac{R_n}{2IAF} + 4.30 \right) (1 + 0.023(T_a - 24.5)^2)}{\partial R_g} - \left(\left(82 \frac{R_n}{2IAF} + 4.30 \right) (1 + 0.023(T_a - 24.5)^2) \right) \frac{\partial \left(\frac{R_n}{2IAF} + 0.54 \right)}{\partial R_g}}{\left(\frac{R_n}{2IAF} + 0.54 \right)^2}$$

$$\frac{\partial \left(82 \frac{R_n}{2IAF} + 4.30 \right) (1 + 0.023(T_a - 24.5)^2)}{\partial R_g} = (1 + 0.023(T_a - 24.5)^2) \frac{82}{2IAF} \frac{\partial R_n}{\partial R_g}$$

$$\frac{\partial R_n}{\partial R_g} = \tau(1 - \exp(-k_e \cdot IAF))$$

$$\frac{\partial \left(\frac{R_n}{2IAF} + 0.54 \right)}{\partial R_g} = \frac{1}{2IAF} \frac{\partial R_n}{\partial R_g}$$

Sensibilidad a la temperatura del aire (T_a)

$$E = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \left[\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right]$$

$$\frac{\partial E}{\partial T_a} = \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right) \frac{\partial \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right)}{\partial T_a} + \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right) \frac{\partial \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right)}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right)}{\partial T_a} = \frac{\partial \chi_a^*}{\partial T_a} - \frac{\partial \chi_a}{\partial T_a} + \frac{r_{cl} R_n}{2IAF} \frac{\partial \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} \right)}{\partial T_a}$$

$$\frac{\partial \chi_a^*}{\partial T_a} = 5.5638 * k_2 \exp(k_2 T_a)$$

$$\frac{\partial \chi_a}{\partial T_a} = \left(1 - \frac{100 - HR}{100} \right) \frac{\partial \chi_a^*}{\partial T_a} = \left(1 - \frac{100 - HR}{100} \right) 5.5638 * k_2 \exp(k_2 T_a)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} \right)}{\partial T_a} = \frac{\lambda \frac{\partial \varepsilon}{\partial T_a} - \varepsilon \frac{\partial \lambda}{\partial T_a}}{\lambda^2} = \frac{\lambda (0.7584 * k_1 \exp(k_1 * T_a)) + 2385.7 \varepsilon}{\lambda^2}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right)}{\partial T_a} = \frac{-2IAF \frac{\partial ((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)}{\partial T_a}}{((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)^2} = \frac{-2IAF \left(r_{cl} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T_a} + \frac{\partial r_i}{\partial T_a} \right)}{((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)^2}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial T_a} = 0.7584 k_1 \exp(k_1 T_a)$$

$$\frac{\partial r_i}{\partial T_a} = \frac{82 \left(\frac{R_n}{2IAF} + 4.3 \right) \partial (1 + 0.023(T_a - 24.5)^2)}{\left(\frac{R_n}{2IAF} + 0.54 \right) \partial T_a}$$

$$\frac{\partial (1 + 0.023(T_a - 24.5)^2)}{\partial T_a} = 0.046 T_a - 1.127$$

Sensibilidad a la humedad del aire (HR)

$$E = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \left[\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right]$$

$$\frac{\partial E}{\partial HR} = \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right) \frac{\partial \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right)}{\partial HR}$$

$$\frac{\partial \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right)}{\partial HR} = \frac{\partial \chi_a}{\partial HR} = \frac{\partial \left(\chi_a^* \left(1 - \frac{100 - HR}{100} \right) \right)}{\partial HR} = \frac{\chi_a^*}{100}$$

Sensibilidad al índice de área foliar (IAF)

$$E = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \left[\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right]$$

$$\frac{\partial E}{\partial IAF} = \frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \frac{\partial \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right)}{\partial IAF} + \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right) \frac{\partial \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right)}{\partial IAF}$$

$$\frac{\partial \left(\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_{cl}}{2IAF} \frac{R_n}{\lambda} \right)}{\partial IAF} = \frac{(2IAF \cdot \lambda) \varepsilon r_{cl} \frac{\partial R_n}{\partial IAF} - 2\lambda \varepsilon r_{cl} R_n}{(2IAF \cdot \lambda)^2}$$

$$\frac{\partial R_n}{\partial IAF} = \tau R_g k_e \exp(-k_e IAF)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{2IAF}{(1+\varepsilon)r_{cl} + r_i} \right)}{\partial IAF} = \frac{2((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i) - 2IAF \frac{\partial((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)}{\partial IAF}}{((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)^2}$$

$$\frac{\partial((1+\varepsilon)r_{cl} + r_i)}{\partial IAF} = \frac{\partial r_i}{\partial IAF}$$

$$\frac{\partial r_i}{\partial IAF} = \frac{\left(\frac{R_n}{2IAF} + 0.54\right) 82(1 + 0.023(T_a - 24.5)^2) \frac{\partial\left(\frac{R_n}{2IAF} + 4.30\right)}{\partial IAF} - 82(1 + 0.023(T_a - 24.5)^2) \left(\frac{R_n}{2IAF} + 4.30\right) \frac{\partial\left(\frac{R_n}{2IAF} + 0.54\right)}{\partial IAF}}{\left(\frac{R_n}{2IAF} + 0.54\right)^2}$$

$$\frac{\partial\left(\frac{R_n}{2IAF} + 4.30\right)}{\partial IAF} = \frac{\partial\left(\frac{R_n + 8.6IAF}{2IAF}\right)}{\partial IAF} = \frac{2IAF \frac{\partial(R_n + 8.6IAF)}{\partial IAF} - 2(R_n + 8.6IAF)}{(2IAF)^2}$$

$$\frac{\partial(R_n + 8.6IAF)}{\partial IAF} = \frac{\partial R_n}{\partial IAF} + 8.6$$

$$\frac{\partial\left(\frac{R_n}{2IAF} + 0.54\right)}{\partial IAF} = \frac{\partial\left(\frac{R_n + 1.08IAF}{2IAF}\right)}{\partial IAF} = \frac{2IAF \frac{\partial(R_n + 1.08IAF)}{\partial IAF} - 2(R_n + 1.08IAF)}{(2IAF)^2}$$

$$\frac{\partial(R_n + 1.08IAF)}{\partial IAF} = \frac{\partial R_n}{\partial IAF} + 1.08$$