



COLEGIO DE POSTGRADUADOS

**INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS
AGRÍCOLAS**

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO EN CIENCIAS FORESTALES

**ESTIMACIÓN DE VOLUMEN Y BIOMASA AÉREA PARA
PLANTACIONES FORESTALES DE *Pinus chiapensis* EN
TLATLAUQUITEPEC, PUEBLA**

LUIS MARTÍNEZ ÁNGEL

T E S I S

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS

MONTECILLO, TEXCOCO, ESTADO DE MÉXICO

2016

La presente tesis titulada: “**Estimación de volumen y biomasa aérea para plantaciones forestales de *Pinus chiapensis* en Tlatlauquitepec, Puebla**”, realizada por el alumno: Luis Martínez Ángel, bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

Maestro en ciencias Forestales

CONSEJO PARTICULAR

Consejero:



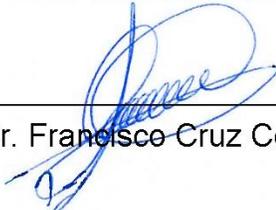
Dr. Héctor Manuel De Los Santos Posadas

Asesor:



Dr. Aurelio Manuel Fierros González

Asesor:



Dr. Francisco Cruz Cobos

Montecillo, Texcoco, México, 23 de Febrero del 2016

**ESTIMACIÓN DE VOLUMEN Y BIOMASA AÉREA PARA PLANTACIONES
FORESTALES DE *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen EN
TLATLAUQUITEPEC, PUEBLA.**

Luis Martínez Ángel, M.C.
Colegio de Postgraduados, 2016.

RESUMEN

La evaluación de las plantaciones forestales comerciales (PFC) requiere de herramientas prácticas que puedan aplicarse a la silvicultura cuantitativa, para evaluar de manera más objetiva la productividad del rodal y tomar mejores decisiones para el manejo. La tesis de investigación se realizó en el Municipio de Tlatlauquitepec, Puebla, México, con el objetivo de desarrollar ecuaciones para estimar volumen y biomasa aérea para PFC de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. Se utilizaron datos provenientes de muestreo destructivo a 35 árboles distribuidos en edades de 3, 5, 6 y 7 años, en total se generaron 485 pares de observaciones de diámetros y alturas a lo largo del fuste, que permitieron describir el perfil del fuste, volumen total y comercial. Además, se obtuvieron muestras de los componentes principales del árbol (fuste, ramas y acículas) para la cuantificación de biomasa. Para estimar el volumen total se generó un modelo local para *P. chiapensis* y se construyó un sistema segmentado de ahusamiento para describir el perfil del fuste. El mejor sistema de cubicación para árboles individuales resultó el segmentado de ahusamiento-volumen comercial de Fang *et al.* (2000), ya que mostro mayor consistencia para describir el perfil del fuste y combinado con la ecuación de volumen total de Takata (1958), estimó de manera más precisa el volumen total y comercial; de esta manera es posible generar una clasificación por tipos de productos a cualquier altura o diámetro comercial deseado. Debido a la necesidad de evaluar la biomasa aérea y por componentes (fuste, ramas y follaje), se desarrollaron factores de expansión de biomasa, entre la relación de la ecuación de volumen y biomasa; se desarrolló un sistema de partición de biomasa aérea, que permite analizar la distribución de biomasa para cada componente, para la cual el ajuste se realiza con la técnica de regresión aparentemente no relacionada (SUR) para garantizar la aditividad. También se generó un sistema de ecuaciones alométricas compatibles, logrando que las predicciones de cada componente sean similar a la biomasa total; por último se generaron modelos para estimar la biomasa de acículas en ramas individuales, que permitió reconstruir la distribución vertical del follaje.

Palabras clave: *Pinus chiapensis*, ecuaciones alométricas, sistema compatible, ahusamiento-volumen, biomasa foliar.

**ESTIMATED VOLUME AND AERIAL BIOMASS FOR FOREST PLANTATIONS
OF *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen IN TLATLAUQUITEPEC, PUEBLA.**

Luis Martínez Ángel, M.C.
Colegio de Postgraduados, 2016.

ABSTRACT

The evaluation of Commercial Forest Plantations (CFP) requires applied tools that can be applied to quantitative silvicultural, with the objective of assess more adequately the stand productivity and help to make better management decisions. This research was conducted at Tlatlauquitepec, Puebla, Mexico, to develop equations for estimating volume and aerial biomass in CFP for *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. Data came from destructive sampling of 35 trees distributed in 3, 5, 6 and 7 years old, generating in total 485 pairs of diameter and height observations along the clear bole, that allowed to describe the clear bole profile, total volume and commercial volume. Samples of the main components of the trees (stem, branches and needles) were measured to quantify biomass. A local model to estimate the total volume of *Pinus chiapensis* was generated and fitted with a segmented taper system that accurately describe stem profile. The best taper-volume system for individual trees was the segmented model of Fang *et al.* (2000), because it showed greater consistency to describe the stem profile and mixed with the total volume equation of Takata (1958), it estimates with more accurately the total and commercial volume; thereby is possible to generate a classification by type of product to any desired height or commercial diameter. Because of the need to assess the aerial biomass and its components (stem, branches and foliage), biomass expansion factors were developed between the relation of volume and biomass equation; for this, a system of aerial biomass partition was developed, setting of the equation was performed under a non-linear SUR (Seemingly Unrelated Regressions) structure to guarantee additivity. Also, we generated a system of compatible allometric equations, obtaining that predictions of each component are similar to the total biomass; finally, models at branch level were generated to estimate needle biomass on individual branches, to reconstruct the vertical foliage distribution.

Key word: *Pinus chiapensis*, Allometric equations, compatible system, taper-volume, foliage biomass.

Dedico esta tesis a:

A dios por la oportunidad de coincidir en este espacio y tiempo, y por darme la fortaleza de seguir alcanzado mis objetivos, tanto en lo profesional como en lo personal.

A mis padres Bonifacio Martínez Castro y Angelina Angel Jiménez, a quienes más amo en la vida, gracias por todo su apoyo recibido en todo momento, por sus consejos, sus valores y por su infinito amor para convertirme en una persona responsable. Este logro se las dedico con todo amor y gratitud por darme la oportunidad de cumplir mi más anhelado sueño, que hoy se hace realidad.

A mis familiares por sus consejos, apoyos y amor en los momentos más difíciles de mi vida: Elsa, Beatriz, Yolanda, Rubicela, Maribel, Mercedes, Cecilia y a mi hermano Bonifacio por la confianza depositada para seguir mis objetivos.

AGRADECIMIENTOS

Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología** (CONACYT) por otorgarme la beca durante mis estudios de Maestrías.

AL **Colegio de Postgraduados** (COLPOS) por permitirme estudiar y ser parte de esta excelente institución académica.

Al **Dr. Héctor Manuel De los Santos Posadas**, como consejero y director de tesis de maestría, y que por sus grandes conocimientos biométricos fue posible realizar este proyecto de investigación.

Al **Dr. Aurelio Manuel Fierros González** y **Dr. Francisco Cruz Cobos**, por sus valiosas contribuciones y recomendaciones que fue posible concluir satisfactoriamente el trabajo de esta investigación.

Al **Mc. Leonardo Alejandro Beltrán Rodríguez**, **Dr. Gerónimo Quiñonez Barraza**, y **Mc. Martín Aquino Ramírez**, por su fina amistad y apoyo incondicional en la mejora del escrito de esta trabajo de investigación.

Al **Ing. Oscar Lemini** y **Ing Lauro Tonácatl** por la confianza, el apoyo y la oportunidad de desarrollar la presente investigación en Tlatlauquitepec, Puebla.

A mis amigos y compañeros que en mi estancia por el colegio de postgraduados me brindaron su amistad y apoyo: Adrián Hernández Ramos, Gerónimo Quiñonez Barraza, Esteban Torres Vivar, Efraín Velasco Bautista, Constantino Escamilla Hernández, Rolando Misael Tlaxcala, Jonathan Hernández Ramos, Martín Aquino Ramírez, Leonardo Alejandro Beltrán Rodríguez, Reynol Fierros Mateo, Cesar Alberto Robles Gutiérrez, María Tonatzin García Osorio, Jeniffer Ivette Vargas Abonce, Vicente Florencio Vásquez Cortez y Francisco Montoya Reyes

CONTENIDO

RESUMEN	i
ABSTRACT	ii
AGRADECIMIENTOS	iv
CONTENIDO	v
LISTA DE CUADROS	vii
LISTA DE FIGURAS	viii
CAPÍTULO I	1
1. INTRODUCCIÓN GENERAL	1
1.1. GENERALIDADES	1
1.2. AHUSAMIENTO Y VOLUMEN COMERCIAL.....	2
1.3. BIOMASA	5
1.4. Características de <i>Pinus chiapensis</i> (Martínez) Andrensen.....	7
1.5. OBJETIVOS	8
1.5.1. Objetivo general	8
1.5.2. Objetivos específicos.....	8
1.6. LITERATURA CITADA	9
CAPITULO II	13
2. FUNCIONES COMPATIBLES DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN EN UNA PLANTACIÓN FORESTAL COMERCIAL DE <i>Pinus chiapensis</i> (Martínez) Andrensen EN TLATLAUQUITEPEC, PUEBLA.	13
2.1. Resumen.....	13
2.2. Abstract	14
2.3. INTRODUCCIÓN	15
2.4. MATERIALES Y MÉTODOS	16
2.4.1. Descripción del área de estudio y de las variables dasométricas	16
2.4.2. Estadísticos y criterios de selección	19
2.4.3. Estrategia de ajuste.....	20
2.4.4. Corrección de la autocorrelación.....	20
2.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	21
2.5.1. Modelos de volumen total	21
2.5.2. Funciones segmentadas de ahusamiento	23

2.5.3.	Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial	28
2.5.4.	Sistema segmentado de Fang <i>et al.</i> (2000) variando la ecuación de volumen total ..	32
2.6.	CONCLUSIONES	37
2.7.	LITERATURA CITADA	38
CAPÍTULO III		42
3. SISTEMAS DE ECUACIONES PARA CUANTIFICAR BIOMASA AÉREA Y FOLIAR EN UNA PLANTACIÓN FORESTAL DE <i>Pinus chiapensis</i> (Martínez) Andresen EN TLATLAUQUITEPEC, PUEBLA.....		42
3.1.	Resumen.....	42
3.2.	Abstract	43
3.3.	INTRODUCCIÓN	44
3.4.	MATERIALES Y MÉTODOS	46
3.4.1.	Descripción del área de estudio y variables dasométricas.....	46
3.4.2.	Muestreo de fuste, ramas y follaje con metodología completa	47
3.4.3.	Muestreo de acículas en ramas individuales con metodología incompleta	47
3.4.4.	Estimación de biomasa por componentes estructurales	48
3.4.5.	Factor de expansión y sistema de partición de biomasa.....	49
3.4.6.	Modelos para estimar la biomasa total y por componentes.....	50
3.4.7.	Estadísticos y criterios de selección	52
3.4.8.	Métodos de ajustes de los modelos	53
3.5.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	54
3.5.1.	Factor de expansión y sistema de partición de biomasa.....	54
3.5.2.	Estimación de la biomasa total y por componentes.....	61
3.5.3.	Estimación de la biomasa de acículas en ramas individuales.....	68
3.6.	CONCLUSIONES	73
3.7.	BIBLIOGRAFÍA	74
CAPITULO IV.....		80
4. CONCLUSIONES GENERALES		80

LISTA DE CUADROS

Cuadro 2.1. Estadísticos de las variables dasométricas.....	17
Cuadro 2.2. Modelos de volumen total.	18
Cuadro 3. Sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial.	18
Cuadro 2.4. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de los modelos de volumen total.	22
Cuadro 2.5. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de las funciones segmentadas de ahusamiento.....	24
Cuadro 2.6. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de las funciones segmentadas compatibles de ahusamiento y volumen comercial.....	29
Cuadro 2.7. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros del sistema segmentado de Fang <i>et al.</i> (2000) variando la ecuación de volumen total.....	33
Cuadro 2.8. Resultados de la prueba estadística paramétrica de Tukey.....	34
Cuadro 2.9. Cuerpos geométricos estimados con los parámetros β_i para <i>P. chiapensis</i>	35
Cuadro 3.1. Estadísticos de las variables dasométricas.....	49
Cuadro 3.2. Modelos de biomasa total y por componentes.....	51
Cuadro 3.3. Modelos de biomasa de acículas en ramas individuales.....	52
Cuadro 3.4. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros del sistema de partición de biomasa.	59
Cuadro 3.5. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de los modelos de biomasa total y por componentes.....	62
Cuadro 3.6. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros obtenido en el ajuste de las ecuaciones simultaneas con SUR.....	65
Cuadro 3.7. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de los modelos de biomasa de acículas en ramas individuales.	70
Cuadro 3.8. Pruebas de medias múltiples con Tukey, de la biomasa total de follaje (kg) estimado con los cuatro modelos.....	72

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Distribución del volumen (a) y del diámetro acumulado (b) a diferentes alturas (Hm).	18
Figura 2.2. Residuales del volumen con respecto al volumen predicho.	23
Figura 2.3. Valores observados y predichos del volumen en función de D×H (cm-m).....	23
Figura 2.4. Distribución de los residuales frente a valores predichos del ahusamiento (d). 27	
Figura 2.5. Valores observados y predichos del ahusamiento a diferentes alturas (Hm).....	27
Figura 2.6. Distribución de los residuales del ahusamiento (d) con respecto a la altura relativa (Hm/H) para el modelo 2.5. - representa la mediana, + la media los residuales. El cuadro representa el rango intercuartil. Valor máximo y mínimo están representados por los pequeños segmentos horizontales superiores e inferiores.	28
Figura 2.7. Comportamiento de los valores observados y predichos del volumen comercial (a) y ahusamiento (b) a diferentes alturas (Hm).	30
Figura 2.8. Distribución de los residuales del volumen (a) y ahusamiento (b) con respecto sus valores predichos.	31
Figura 2.9. Distribución de los residuales del volumen comercial (a) y del ahusamiento (b) para el modelo 2.5. - representa la mediana, + la media los residuales. El cuadro representa el rango intercuartil. Valor máximo y mínimo están representados por los pequeños segmentos horizontales superiores e inferiores.	31
Figura 2.10. Comportamiento de los valores observados y predichos del volumen comercial (a) y ahusamiento (b) a diferentes alturas (Hm).	35
Figura 2.11. Distribución de los residuales del volumen comercial (a) y ahusamiento (b) con respecto a sus valores predichos.	36
Figura 2.12. Distribución de los residuales del volumen comercial (a) y del ahusamiento (b) para el modelo 2.4. - representa la mediana, + la media los residuales. El cuadro representa el rango intercuartil. Valor máximo y mínimo están representados por los pequeños segmentos horizontales superiores e inferiores.	36
Figura 3.1. Factor de expansión de biomasa variable simulado por categorías diamétricas y de alturas muestreadas (H) para <i>P. chiapensis</i>	57
Figura 3.2. Relación de la biomasa total predichos (FEB constante y variable) y observados en función del volumen estimado (m ³).	58
Figura 3.3. Relación de la biomasa total observada, predicho con el modelo de biomasa total (M17=3.17) y SC representa la suma de los componentes (modelos 3.8, 3.12 y 3.15) con respecto a D ² H.	66

Figura 3.4. Distribución de la biomasa total (Total_sc representan la suma de los componentes y Total_M17 biomasa total estimada con el modelo 3.17) y por componentes (fuste, ramas y follaje), - representa la mediana, + la media los residuales. El cuadro representa el rango intercuartil. Valor máximo y mínimo están representados por los pequeños segmentos horizontales superiores e inferiores. 67

Figura 3.5. Distribución de biomasa por componentes estructurales obtenidos con las ecuaciones 3.8, 3.12, 3.15 y 3.17 ajustados con SUR con respecto a la edad de la plantación. 67

Figura 3.6. Residuales de biomasa total y por componentes obtenidos en el ajuste simultaneo con SUR, frente a sus valores predichos. 68

Figura 3.7. Distribución de biomasa de acículas en ramas individuales en función del área basal. 71

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN GENERAL

Las plantaciones forestales comerciales (PFC) con especies de rápido crecimiento han adquirido mayor relevancia como una alternativa para incrementar la productividad del sector forestal y satisfacer las demandas maderables, también sobre la influencia que tienen en el cambio climático. Por lo cual son necesarios herramientas cuantitativas que permitan cuantificar la productividad de las PFC y su potencial para la captura de carbono, estas herramientas permiten tomar mejores decisiones para el manejo forestal.

Las plantaciones son una alternativa para reducir el impacto negativo que se ejerce sobre los recursos naturales causado por aprovechamientos maderable intensivo, cambios de usos de suelos, entre otros. Por esta razón, la tendencia del sector forestal mundial es preservar los bosques naturales con fines de conservación y como sumideros de carbono, e implementar proyectos de plantaciones forestales comerciales con especies de crecimiento rápido (Rodríguez, 2012), para satisfacer las demandas actuales de la creciente población.

1.1. GENERALIDADES

La presente investigación está compuesta por tres Capítulos: el Capítulo 1 hace referencia a una revisión general de literatura y objetivos; el Capítulo 2 se enfoca en ajustar las funciones compatibles de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus chiapensis* (Martinez) Andresen y en el Capítulo 3 se desarrollaron factores de expansión de biomasa y un sistema de partición de biomasa aérea. Para esto se ajustó un sistema de modelos alométricos para estimar la biomasa total y por componentes estructurales (fuste, ramas y follaje). También se generaron ecuaciones lineales y no lineales para estimar la biomasa de acículas en ramas individuales, para reconstruir la

distribución vertical del follaje en una plantación forestal comercial de *P. chiapensis* en Tlatlauquitepec, Puebla, México.

1.2. AHUSAMIENTO Y VOLUMEN COMERCIAL

Las ecuaciones de volumen total buscan estimar el volumen en pie de un árbol en función de variables fáciles de medir en inventarios forestales (diámetro normal y altura total). A partir de estas estimaciones se obtienen las existencias maderables en pie por unidad de superficie. Este tipo de modelos está diseñado para la estimación del volumen total y no permite obtener estimaciones de los volúmenes comerciales o clasificación por tipos de productos.

Para clasificar productos maderables se recurre a dos tipos de ecuaciones: de razón del volumen y funciones de ahusamiento. El primer tipo permite realizar predicciones de volumen comercial de un árbol como un porcentaje del volumen total del fuste hasta cualquier diámetro mínimo deseado (Clutter, 1980; Prodan *et al.*, 1997); y el segundo determina el diámetro a cualquier altura y calcula el volumen a cualquier segmento del fuste mediante integración matemática (Torres y Magaña, 2001).

El ahusamiento se refiere a la tasa de disminución del diámetro con el aumento de la altura hasta la punta del árbol (Newnham, 1992), y este atributo implica describir la forma del fuste del árbol mediante cuerpos geométricos (p. ej. un cono, un paraboloides, entre otros).

Al describir el perfil longitudinal del fuste las funciones de ahusamiento expresan el diámetro esperado del fuste (d), con o sin corteza, como una función de la altura total al diámetro esperado (h) sobre el nivel del suelo, la altura total (H) y el diámetro normal (D). Por lo tanto, estas funciones son útiles para cubicar el volumen del fuste hasta cualquier diámetro mínimo deseado (Torres y Magaña, 2001).

Con base en esta información, lo opuesto es también posible, debido a que cualquier ecuación de volumen total define implícitamente una ecuación de ahusamiento. Por lo tanto, las ecuaciones de volumen podrían ser convertidas a ecuaciones de ahusamiento compatibles, bajo la condición de que las estimaciones de volumen obtenido por integración de la ecuación de ahusamiento, debe ser idéntica a las obtenidas por la ecuación de volumen total (Demaerschalk, 1972). Clutter (1980) menciona que la exactitud y precisión de tales funciones de ahusamiento dependerá de la exactitud y precisión de las ecuaciones de volumen comercial de la que se deriven.

Cuando se cuenta con funciones de ahusamiento, volumen total y comercial, es posible generar la distribución de productos mediante inventarios forestales y obtener las estimaciones maderables por tipos de productos a nivel árbol, rodal o superficie forestal (Tamarit, 2013).

Dado que estas ecuaciones comparten los mismos parámetros y la misma estructura geométrica, constituyen un sistema de cubicación que implica que los componentes del error estén correlacionados, debido a ello se les denominan compatibles. Por lo tanto una ecuación de ahusamiento genera las mismas estimaciones del volumen total a las obtenidas por una ecuación de volumen total. (Cruz-Cobos *et al.*, 2008).

De acuerdo con Quiñonez (2014), existen tres tipos de modelos de ahusamiento: i) modelos polinómicos, generalmente basados en función de la altura relativa: ii) modelos segmentados, compuestos de dos o tres expresiones que se activan o desactivan de acuerdo a la altura en la que se quiere predecir el diámetro (Cao *et al.*, 1980) y iii) modelos de exponente variable, esto son ecuaciones en las que se asume que la forma varía constantemente dentro del fuste y representa esta variación a través de una función exponencial en la cual el exponente cambia con la altura del fuste (Kozak, 1988).

Los modelos de regresión simple son suficientes para estimar variables forestales (Lenhart y Clutter, 1971; Demaerschalk, 1972; Fang y Bailey, 1999, caso I - a); sin embargo, para los modelos

complejos, a menudo es necesario describir adecuadamente una superficie de respuestas en toda la gama de las variables independientes. Por ejemplo, los modelos complejos permiten describir con mayor precisión la forma del árbol (Max y Burkhar, 1976).

Los diferentes tipos de funciones de ahusamiento que se han desarrollado destaca, por su proceso de construcción y precisión, los modelos segmentados que toman en cuenta los diferentes cuerpos dentrométricos del árbol. Estos pueden integrarse en forma analítica para generar una ecuación que estime el volumen comercial, conformando así un sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial, que al compartir los mismos parámetros pueden ajustarse de manera simultánea en el proceso de regresión. El grupo de funciones que se derivan para estimar y predecir el ahusamiento, el volumen total del fuste, el volumen comercial, así como la altura comercial a un diámetro mínimo en la punta del fuste, y viceversa, en conjunto conforman un sistema de cubicación para árboles individuales. Por lo tanto, el sistema tiene aplicación operativa inmediata al permitir la predicción del volumen comercial por tipo de producto, y con ello, derivar la correspondiente distribución de productos por unidad de superficie manteniendo un inventario preciso y actualizado (Tamarit, 2013).

De los modelos segmentados que existen en la literatura, el modelo segmentado desarrollado por Fang et al. (2000) presenta una serie de ventajas con respecto a otros modelos de ahusamiento:

- i) la estimación del sesgo en ambos componentes (ahusamiento y volumen comercial) es pequeña;
- ii) permite compatibilidad completa en los componentes de ahusamiento, volumen comercial y volumen total;
- iii) cada parámetro en el sistema tiene un significado específico, por lo que los mismos parámetros estimados son informativos;
- iv) permite cambiar la ecuación de volumen total a criterio del investigador y
- v) el sistema es fácil de implementar como un sistema de ecuaciones simultáneas.

Estudios han demostrado que ecuaciones de ahusamiento complejas, tales como las ecuaciones de ahusamiento segmentadas, proporcionan una mejor descripción del perfil fustal que una ecuación de ahusamiento simple (Fang *et al.*, 2000). Esto es especialmente importante en especies de valor comercial alto, como las coníferas o latifoliadas.

1.3. BIOMASA

La biomasa del árbol representa un papel importante en el manejo forestal sustentable y en la estimación de carbono en los ecosistemas forestales. Los niveles altos de dióxido de carbono en la atmósfera son una de las principales amenazas para el cambio climático. El dióxido de carbono es uno de los gases de efecto invernadero más importante que se emite por la quema de combustibles fósiles o a partir de la eliminación y transformación de cobertura forestal (Deb *et al.*, 2012).

El cambio climático durante las últimas décadas ha aumentado la necesidad de información sobre la cantidad de biomasa forestal en diferentes regiones, esto para definir políticas de cambio climático. Esto requiere la estimación confiable de los depósitos de carbono en los ecosistemas forestales (Deb *et al.*, 2012).

Los bosques contribuyen a mitigar el cambio climático, gracias a la influencia sobre el ciclo global del carbono (FAO, 2010). Éstos almacenan cantidades grandes de carbono en las plantas y en el suelo, lo intercambian con la atmósfera mediante la fotosíntesis y la respiración, son fuentes de carbono atmosférico cuando se perturban, se convierten en sumideros de carbono atmosféricos durante el abandono y regeneración después de la perturbación, y pueden ser ordenados para alterar el papel en el ciclo del carbono (Brown, 1997; Benjamín y Masera, 2001).

Los ecosistemas forestales a través del proceso de la fotosíntesis capturan el dióxido de carbono y lo almacenan en las estructuras de los árboles (raíces, fuste, ramas, follaje, flores y frutos). Por esta razón, la tendencia del sector forestal nacional y mundial es mantener los bosques naturales

para fines de conservación y como sumideros de carbono, e implementar proyectos de plantaciones forestales comerciales (PFC) con especies de crecimiento rápido para la satisfacción de bienes y servicios por la sociedad (Rodríguez, 2010).

La biomasa de un árbol se expresa generalmente como masa seca, que es la medida más adecuada para la determinación de los sumideros de carbono y el contenido de energía de los bosques; alrededor del 50% de la masa seca de un árbol se compone de carbono (Repola y Ahnlund, 2014). Por lo general, la biomasa es cuantificada en kilogramos por árbol o en toneladas de peso verde seco por hectárea.

La biomasa fijada en los ecosistemas forestales es fundamentales para cuantificar los montos de carbono que puede liberarse a la atmosfera, cuando estos ecosistemas son manejados para mitigar los gases de efecto invernadero (Silva-Arredondo *et al.*, 2010).

La dinámica del carbono en los ecosistemas forestales depende mucho de la biomasa de follaje. Aunque la vida del follaje es de corta duración y no es el depósito de biomasa más importante del ecosistema forestal en términos de cantidad (Lehtonen, 2005), y es el principal responsable de los procesos de fotosíntesis-transpiración y de la captación total de carbono en el árbol (Zhang, 1997); en promedio, contribuye con apenas del 4% al 6% de la biomasa total en especies forestales. La biomasa foliar es además muy sensible a patrones climáticos y tratamientos silvícolas, por lo que su cuantificación puede ser importante para explicar la productividad de los rodales (Zhang, 1997).

Determinar la biomasa por componentes en campo es extremadamente lenta y limitada generalmente a árboles con dimensiones pequeñas, Para ello se emplean métodos indirectos para facilitar la evaluación. Aun cuando el método destructivo es más preciso que el método no destructivo (indirecto) para la estimación de este parámetro, requiere mayor inversión de tiempo, trabajo y depende de muestras muy pequeñas; es por ello, que las ecuaciones alométricas se han empleado con mayor frecuencia (Deb *et al.*, 2012). Para el desarrollo de las ecuaciones alométricas

se requiere el derribo de los árboles, incluyendo muestras de diferentes tamaños y la obtención del peso por componente (Fatemi *et al.*, 2011; Djomo *et al.*, 2010). Las ecuaciones alométricas predicen la biomasa como una función de las dimensiones de los árboles fácilmente medibles, como el diámetro y la altura.

Pero cuando se carece de ecuaciones alométricas que estimen indirectamente la biomasa, se recurre a información tal como la densidad básica de la madera, que multiplicada al volumen calculado en árboles individuales permite estimar la biomasa en seco. Otra forma es el factor de expansión de biomasa, que es la proporción directa entre el volumen total y la biomasa total del árbol, que resulta práctico cuando se cuenta con el volumen calculado a partir de los datos del inventario forestal (Enes y Fonseca, 2014; Aquino, 2014).

Estos cálculos ayudan a evaluar la productividad de los bosques, depósitos de carbono, y la fijación de carbono en los componentes de la biomasa. La determinación de la biomasa ayuda a también a asegurar el manejo forestal (Zianis y Mencuccini 2004). Las ecuaciones alométricas también permiten evaluar la estructura, condición de un bosque, cuantificar su productividad, determinar la cantidad de carbono fijado, la tasa de fijación de dióxido de carbono y tomar decisiones óptimas en las políticas ambientales y manejo forestal (Méndez-González *et al.*, 2011).

1.4. Características de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen

Pinus chiapensis (Martínez) Andresen, taxonómicamente ubicado hasta 1964 como *Pinus strobus* var. *chiapensis* Martínez, es un árbol nativo del sur de México (Chiapas, Oaxaca, Puebla, Veracruz y Guerrero) con distribución meridional hasta el sur occidente de Guatemala (departamentos de Huehuetenango y El Quiché) (Andresen, 1964; Zamora y Velasco, 1977). Las poblaciones de esta especie se localizan geográficamente entre 15° 35' y 20° 00' de latitud Norte y de 92° 15' a 101° 20' de longitud Oeste (Andresen, 1964; Francisco, 1986). *P. chiapensis* es un

árbol de fuste recto, de 20 m a 35 m de altura o más, con diámetros que oscilan entre 60 cm y 90 cm, alcanzando hasta un máximo de 1 m a 1.40 m (Zamora y Velasco, 1977). Es una especie que debido a sus características tecnológicas se aprovecha en forma intensiva para fines de industriales, y dada a su reducida área de distribución natural debido al cambio de uso de la tierra (de bosque a parcelas agrícolas) en estas zonas, actualmente se ubica en la categoría de Protección Especial de acuerdo a la Norma Oficial Mexicana NOM-059-SEMARNAT-2010 (SEMARNAT, 2010). Desde el punto de vista comercial, se le considera como una especie prometedora para plantaciones en regiones tropicales y subtropicales. La importancia de este recurso radica en su crecimiento rápido, que alcanza un máximo de 3 cm anuales en diámetro normal (Donahue *et al.*, 1991).

Para el óptimo desarrollo, requiere un clima húmedo con precipitación media anual de 1500 mm a 2000 mm, temperatura de 20 °C a 22 °C, generalmente en localidades libres de heladas. Se localiza en las laderas bajas, pies de montaña y cañones aislados, entre un intervalo altitudinal de 150 m a 3000 m, con predominancia en suelos ácidos (pH de 4.5 a 5.5) y profundos (más de 1 m de profundidad) Francisco (1986).

1.5. OBJETIVOS

1.5.1. Objetivo general

- Estimar volumen y biomasa aérea para plantaciones forestales comerciales de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen en Tlatlauquitepec, Puebla, México.

1.5.2. Objetivos específicos

- Ajustar modelos de volumen total y funciones segmentadas de ahusamiento compatibles con el volumen comercial para *P. chiapensis*.
- Implementar diferentes modelos de volumen total dentro de la ecuación segmentada compatible de ahusamiento-volumen de Fang *et al.*, (2000)

- Desarrollar factores de expansión de biomasa y un sistema de partición de biomasa aérea.
- Ajustar un sistema de modelos alométricos para estimar la biomasa total y por componentes (fuste, ramas y follaje).
- Generar modelos para estimar la biomasa de acículas en ramas individuales, para reconstruir la distribución vertical del follaje.

1.6. LITERATURA CITADA

- Andresen, J. W. 1964. The taxonomic status of *Pinus chiapensis*. *Phytologia*. 10: 417-421.
- Aquino R, M. 2014. Estimación de volumen, biomasa y carbono aéreo en tres especies arbóreas de Pluma Hidalgo, Oaxaca. Tesis de Maestría. Postgrado en Ciencias Forestales. Colegio de Postgraduados. Texcoco, Edo de México. 73 p.
- Benjamín O, J. A., y O. Masera. 2001. Captura de carbono ante el cambio climático. *Madera y Bosques*. 7 (001). México. 3-12 p.
- Brown, S. 1997. Los bosques y el cambio climático: el papel de los terrenos forestales como sumideros de carbono. In *Actas de XI Congreso Mundial Forestal. Recursos Forestales y Árboles*. 13-22 p.
- Cao, Q. V., H. E. Burkhart, and T. A. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly Pine to any merchantable limit. *Forest Sci.* 26(1): 71-80 p
- Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.* 26(1): 117-120.
- Cruz-Cobos, F., H. M. De los Santos-Posadas, y J. R. Valdéz-Lazalde. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42: 473-485.

- Deb, J. C., M. A. Halim, and E. Ahmed. 2012. An allometric equation for estimating stem biomass of *Acacia auriculiformis* in the north-eastern region of Bangladesh. *Jor For. Sci.* 74 (2): 103-113.
- Demaerschalk, J. P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. *For. Sci.* 18 (3): 241-245.
- Djomo, A. N., A. Ibrahima, J. Saborowski, and G. Gravenhorts. 2010. Allometric equations for biomass estimations in Cameroon and pan moist tropical equations including biomass from Africa. *For. Ecol. Manage.* 260(10): 1873-1885.
- Donahue, J. K., W. S. Dvorak, and E. A. Gutiérrez. 1991. The distribution, ecology and gene conservation of *Pinus ayacahuite* and *Pinus chiapensis* in México and Central América. CAMCORE. *Bulletin on Tropical For.* 8: 1-28.
- Enes, T. D. and T. F. Fonseca. 2014. Biomass conversion and expansion factors are affected by thinning. *Forest Systems.* 23(3): 438-447.
- Fang, Z. and R. L. Bailey. 1999. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in Southern China. *For. Sci.* 45: 85-100.
- Fang, Z., B. E. Borders, and R. L. Bailey. 2000. Compatible volume-taper models for Loblolly and Slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46(1): 1-12.
- FAO. 2010. Evaluación de los recursos forestales mundiales 2010. Informe principal. Estudio FAO Montes 163. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. Roma. 346 p.
- Fatemi, F. R., R. D. Yanai, S. P. Hamburg, M. A. Vadeboncoeur, M. A. Arthur, R. D. Briggs, and C. R. Levine. 2011. Allometric equations for young northern hardwoods: the importance of age-specific equations for estimating aboveground biomass. *Can. J. For. Res.* 41: 881-891.

- Francisco, A. D. A. 1986. *Pinus chiapensis* (Martinez) Andresen: nuevo registro para Oaxaca, Mexico. Rev. Cien. For. 21(80). 131-137.
- Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18(11): 1363-1368
- Lehtonen, A. 2005. Estimating foliage biomass in Scots pine (*Pinus sylvestris*) and Norway spruce (*Picea abies*) plots. Tree Physiol. 25: 803-811.
- Lenhart, J. P. and J. L. Clutter. 1971. Cubic-foot yield tables for old-field loblolly pine plantations in the Georgia Piedmont. Ga. For. Res. Council Rep. 22: 12.
- Max, T. A., and H. E. Burkhart. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. Forest Sci. 22(3): 283-289.
- Méndez-González, J., S. Luckie-Navarrete, M. A. Capó-Arteaga, y J. A. Nájera-Luna. 2011. Ecuaciones alométricas y estimación de incrementos en biomasa aérea y carbono en una plantación mixta de *Pinus devoniana* Lindl. y *P. pseudostrobus* Lindl., en Guanajuato, México. Agrociencia, 45(4): 479-491.
- Newnham, R. M. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. Can. J. For. Res. 22(2): 210-223.
- Prodan, M., R. Peters, F. Cox, and P. Real. 1997. Mensura Forestal. Instituto Intercambio de Cooperación para la Agricultura (IICA). Costa Rica. 561 p.
- Quiñonez B., G. 2014. Sistema de crecimiento y rendimiento para las principales especies comerciales de *Pinus* en Durango, México. Tesis de Doctorado. Postgrado en Ciencias Forestales. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Texcoco, Edo. de México. 174 p.
- Repola J., and K. A. Ahnlund U. K. 2014. Modelling biomass of young and dense Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) dominated mixed forests in northern Sweden. Silva. Fennica. 48(5): 1-21.

- Rodríguez O., G. 2010. Efecto de aclareos en el crecimiento de una plantación de *Pinus patula* Schl. Cham. En Ixtlán, Oaxaca. Tesis de Doctorado. Postgrado de Fisiología Vegetal. Colegio de Postgraduados. México. 134 p.
- SEMARNAT (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales). 2010. Norma Oficial Mexicana NOM-059-SEMARNAT-2010, Protección ambiental-Especies Nativa de México de flora y fauna silvestres-Categorías de riesgo y especificaciones para su inclusión, exclusión o cambio-Lista de especies en riesgo. Diario Oficial de la Federación. México. 77 p.
- Silva-Arredondo, F. M., y J. J. Návar-Cháidez. 2010. Factores de expansión de biomasa en comunidades forestales templadas del norte de Durango, México. Rev. Mex. Cien. For. 1(1): 55-62.
- Tamarit U., J. C. 2013. Cubicación, crecimiento y rendimiento maderable e inventario operativo para *Tectona grandis* en el sureste de México. Tesis de Doctorado. Postgrado Forestal. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Texcoco, Estado de México. 97 p.
- Torres R., J. M., y O. S. Magaña T. 2001. Evaluación de plantaciones forestales. Ed LIMUSA, México. 472 p.
- Zamora, S. C., y V. F. Velasco. 1977. *Pinus strobus* var. chiapensis, una especie en peligro de extinción en el Estado de Chiapas. Cien. For. 2(8): 3-23.
- Zhang, Y. 1997. Physiologically based simulation model for loblolly pine. Georgia, Athens, GA. University of Georgia. 127 p.
- Zianis, D., and M. Mencuccini. 2004. On simplifying allometric analyses of forest biomass. For. Ecol. Manage. 187 (2): 311-332.

CAPITULO II

2. FUNCIONES COMPATIBLES DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN EN UNA PLANTACIÓN FORESTAL COMERCIAL DE *Pinus chiapensis* (Martínez Andresen EN TLATLAUQUITEPEC, PUEBLA.

2.1. Resumen

Las funciones de ahusamiento o de perfil de un árbol son herramientas matemáticas prácticas para cuantificar el volumen y la distribución de productos del bosque. Esos datos son relevantes en la elaboración de programa de manejo forestal para el aprovechamiento maderable. El objetivo del estudio fue ajustar diferentes modelos de volumen total, funciones segmentadas de ahusamiento compatibles con el volumen comercial y modelos de volumen total dentro de la ecuación segmentada compatible de ahusamiento-volumen de Fang *et al.* (2000), para obtener el mejor sistema de cubicación para *Pinus chiapensis* en una plantación forestal comercial en Tlatlauquitepec, Puebla, México. Los datos evaluados fueron de 35 árboles derribados de 3, 5, 6 y 7 años, se generaron en total 485 pares de observaciones de diámetros y alturas a lo largo del fuste. La función segmentada de Fang *et al.* (2000), seguida por la de Max y Burkhart (1976), mostró mejor precisión, de acuerdo al coeficiente de determinación mayor y menores valores en la raíz del cuadrado medio de error, coeficiente de variación y sesgo promedio. El modelo de Fang *et al.* (2000) sugiere dos puntos de inflexión, el primer punto ocurrió al 5% e indicó el cambio geométrico de neiloide a paraboloides, y el segundo se presentó al 50% de la altura total, lo que indicó el cambio geométrico del paraboloides a cono. El modelo de la variable combinada ajustado en el sistema de Fang *et al.* (2000), sugiere un factor medio de forma de 0.39, más cercano a un cono que a un paraboloides. Los resultados estadísticos indicaron que el sistema compatible de Fang *et al.* (2000)

combinado con el modelo de volumen total de Takata (1958) es el más preciso para predecir ahusamiento, volumen total y volumen comercial.

Palabras clave: *Pinus chiapensis*, perfil del fuste, volumen comercial, diámetro comercial.

2.2. Abstract

Taper or stem profile functions are mathematical tools used to quantify the volume and potential product distribution on forest stands. This information is basic for the forest planning process. The main aim of the current paper was to fit several total volume models and a segmented taper function with a compatible commercial volume system, and total volume models inside the segmented compatible equation Fang *et al.* (2000), to obtain the best system for *Pinus chiapensis* in a commercial forest plantation in Tlatlauquitepec, Puebla, Mexico. Data came from destructive sampling of 35 trees distributed in 3, 5, 6 and 7 years old, generating in total 485 pairs of diameter and height observations along the clear bole. The segmented function Fang *et al.* (2000), followed by Max & Burkhart (1976), showed the most precise fitting through a higher r-square and smaller mean square error, as well as small coefficient of variation and bias. The segmented model Fang *et al.* (2000) suggest the presence of two inflection points at 5% (indicating a geometric change of a neiloide to a paraboloid) and 50% of relative height (indicating the geometric change of a paraboloid to a cone). The combined variable model fitted as part of the system Fang *et al.* (2000) suggest a form factor of 0.39, closer to a cone than a paraboloid. The most precise total volume model used was the Takata (1958) model simultaneously fit inside the Fang's taper-volume system, allowing for better taper estimates at any merchantable height on the stem.

Key words: *Pinus chiapensis*, stem profile, commercial volume, commercial diameter

2.3. INTRODUCCIÓN

Las funciones de ahusamiento son herramientas matemáticas que permiten cuantificar el volumen y la distribución de productos derivados de un bosque. Estas herramientas son importantes en la elaboración de programa de manejo para aprovechamiento maderable, ya que permiten a partir de datos de inventarios forestales estimar objetivamente el ingreso financiero del bosque, en función de la distribución de los productos en cada unidad de manejo y a nivel predial.

Los volúmenes de árboles en pie se estiman usando ecuaciones de volumen total, que consideran el diámetro normal y la altura total como variables independientes (Tamarit *et al.*, 2014). Para la clasificación de productos de árboles comerciales, se recurre a dos tipos de ecuaciones: funciones de razón de volumen y funciones de ahusamiento; las primeras realizan predicciones de la fracción del volumen comercial variable de un árbol como un porcentaje del volumen total (Cao *et al.*, 1980); y las segundas, son la expresión matemática del cambio en el diámetro del fuste en función de la altura, de acuerdo con las especies, edad, densidad y otros factores que afectan la calidad de estación (Brooks *et al.*, 2008).

Una vez integrada la ecuación de ahusamiento, se obtiene una ecuación de volumen total y volumen comercial, a partir de la cual es posible cubicar cualquier segmento del fuste y obtener estimaciones precisas del diámetro, volumen total, volumen comercial y la altura comercial para cualquier diámetro o alturas deseadas (Cao *et al.*, 1980; Kozak, 2004). Dado que estas ecuaciones comparten los mismos parámetros y la misma estructura geométrica, constituyen un sistema de ahusamiento y volumen comercial (Cruz-Cobos *et al.*, 2008).

Existen muchas ecuaciones de ahusamiento, que van desde funciones de ahusamiento simples (Demaerschalk, 1972; McTague y Bailey, 1987; Zakrzewski y MacFarlane, 2006), hasta funciones complejas, como las funciones segmentadas (Max y Burkhart, 1976; Fang *et al.*, 2000; Jiang *et al.*, 2005).

Las funciones de ahusamiento simples permiten describir el perfil del fuste, pero con menor precisión; mientras que las funciones segmentadas proporcionan estimaciones de diámetros con menores sesgos en la mayor parte del fuste y son más precisas para estimar el volumen total y comercial. Además, permiten describir los tipos dendrométricos del árbol como son: neiloide en la sección inferior, cilindro o paraboloides en la sección media y cónica en la sección superior (Max y Burkhart, 1976).

El objetivo del presente estudio fue ajustar modelos de volumen total, funciones segmentadas de ahusamiento compatibles con el volumen comercial y la función segmentada de Fang *et al.* (2000), variando la ecuación de volumen total, para *Pinus chiapensis*, en una plantación forestal comercial en Tlatlauquitepec, Puebla, México. El desarrollo de estas funciones permitirá cuantificar el volumen maderable en árboles en pie y calcular la distribución de productos de los árboles medidos en inventario forestal maderable.

2.4. MATERIALES Y MÉTODOS

2.4.1. Descripción del área de estudio y de las variables dasométricas

El estudio se realizó en una plantación de 115 ha de *P. chiapensis*, la cual se estableció en terrenos que antes se destinaba a la producción frutícola y cafetalera. Existe una crono-secuencia de edades ya que las plantaciones se establecieron en los años: 2007, 2008, 2009 y 2011. Relictos de Bosque Mesófilo de Montaña rodean a la plantación, ubicada en el Municipio de Tlatlauquitepec, Puebla. Se localiza entre las coordenadas 19° 38' y 20° 03' de latitud norte y 97° 23' y 97° 37' de longitud oeste. El clima es semicálido húmedo con lluvias todo el año, con una temperatura media anual que fluctúa entre 10 °C a 24 °C y una precipitación media anual que va de 600 mm a 4100 mm (INEGI, 2009).

Para el estudio se utilizó información de 35 árboles de *P. chiapensis* de edades diferentes (3, 4, 5 y 7 años), mediante un muestreo destructivo realizado en el 2014; se seleccionaron árboles sin daño físico evidente y que cubrieran todas las categorías de diámetro y altura identificadas. En los árboles derribados las variables medidas fueron las siguientes: diámetro con corteza (d en cm) y alturas comerciales (H_m en m) tomadas a cada metro a partir del tocón (H_b en cm), hasta la altura total (H en m), incluyendo el diámetro normal (D en cm).

Del análisis se generaron 485 pares de observaciones de diámetros (d) y alturas (H_m) a lo largo del fuste. Para la cubicación de volumen se utilizó el método de trozas traslapadas de Bailey (1995), que usa como fundamento la fórmula de Newton y el método del centroide de Wiant *et al.* (1992). Los estadísticos de las variables empleadas para el ajuste de los modelos evaluados para estimar el volumen total, el perfil del fuste y volumen comercial de *P. chiapensis* se presentan en el Cuadro 2.1.

Cuadro 2.1. Estadísticos de las variables dasométricas.

VARIABLES DASOMÉTRICAS	N	Media	Mínimo	Máximo	D.E.
Diámetro (d en cm) con corteza a la altura H_m	495	10.59	0.02	31.10	8.09
Diámetro normal con corteza (D en cm)	35	15.20	3.20	26.50	6.76
Altura relativa (H_m en m)	495	5.56	0.05	17.05	4.51
Altura total (H en m)	35	11.08	4.25	17.05	3.79
Edad (años)	35	6.00	3.00	7.00	1.29

N número de observaciones, D.E. desviación estándar.

Previo al ajuste de las funciones segmentadas compatibles, se realizó un análisis gráfico con la finalidad de detectar valores atípicos, lo cual permitió auditar y corregir la base datos (Figura 2.1). Los modelos evaluados para estimar el volumen total (Cuadro 2.2) así como el perfil del fuste, fueron ajustados como un sistema de ecuaciones simultáneas con el volumen comercial a excepción del modelo 8 (Cuadro 2.3).

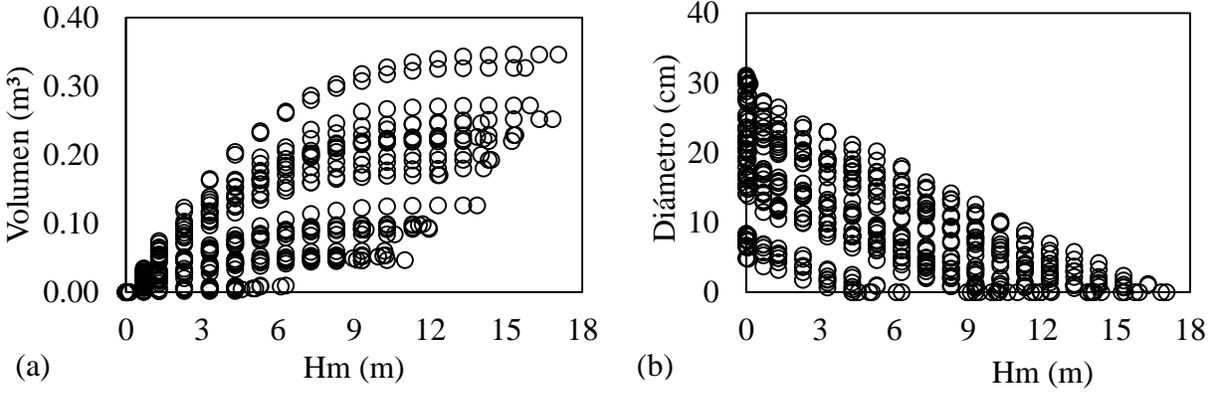


Figura 2.1. Distribución del volumen (a) y del diámetro acumulado (b) a diferentes alturas (Hm).

Cuadro 2.2. Modelos de volumen total.

Nombre	Ecuación	Modelo
Schumacher y Hall (Schumacher y Hall,1933),	$V = \alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2}$	2.1
Variable combinada (Spurr, 1952)	$V = \alpha_0 + \alpha_1 D^2 H$	2.2
Coficiente de forma constante (Torres y Magaña, 2001)	$V = \alpha_0 D^2 H$	2.3
Takata (Takata, 1958)	$V = D^2 H / (\alpha_0 + \alpha_1 D)$	2.4

V volumen total (m³), D diámetro normal (cm), H altura total (m) y α_i son parámetros a estimar mediante el ajuste.

Cuadro 3. Sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial.

M	Ecuación
2.5	$d = c_1 \left[H^{\frac{K-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2} \begin{cases} I_1 = 1 & \text{si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 & \text{si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$ $R_0 = (1 - H_b/H)^{K/\beta_1} \quad R_1 = (1 - p_1)^{K/\beta_1} \quad R_2 = (1 - p_2)^{K/\beta_2} \quad \beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$ $\alpha_1 = (1 - p_1)^{\frac{K(\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 \beta_2}} \quad \alpha_2 = (1 - p_2)^{\frac{K(\beta_3 - \beta_2)}{\beta_2 \beta_3}} \quad C_1 = \sqrt{\frac{\alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1 (R_0 - R_1) + \beta_2 (R_1 - \alpha_1 R_2) + \beta_3 \alpha_1 R_2}}$ $V_c = C_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[\beta_1 R_0 + (I_1 + I_2) + (\beta_2 - \beta_1) R_1 + I_2 (\beta_3 - \beta_2) \alpha_1 R_2 - \beta (1 - q)^{\frac{k}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]$

$$2.6 \quad d = D \left[\frac{\beta_1(q-1) + \beta_2(q^2-1) + \beta_3(p_1-q)^2 I_1 + \beta_4(p_2-q)^2 I_2}{\beta_4(p_2-q)^2 I_2} \right]^{1/2} \begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$$

$$V_c = kD^2 H \left\{ \frac{\beta_2}{3} (q^3 - z_1^3) + \frac{\beta_1}{2} (q^2 - z_1^2) - (\beta_1 + \beta_2)(q - z_1) - \frac{\beta_3}{3} [(p_1 - q)^3 J_1 - (p_1 - z_1)^3 K_1] - \frac{\beta_4}{3} [(p_2 - q)^3 J_2 - (p_2 - z_1)^3 K_2] \right\} \text{ donde } \begin{cases} J_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; J_2 = 0 \text{ si } q > p_2 \\ K_1 = 1 \text{ si } z_1 \leq p_1; K_2 = 0 \text{ si } z_1 > p_1 \end{cases}$$

$$2.7 \quad d = D \left[Z^2(\beta_1 + \beta_2 Z) + (Z - p_1)^2(\beta_3 + \beta_4(Z + 2p_1)I_1) \right]^{1/2}$$

$$V_c = kD^2 H \left\{ \left[\left(\frac{\beta_2 + \beta_4 I_1}{4(Z^4 - z_b^4)} \right) + \left(\frac{\beta_1 + \beta_3 I_1}{3(Z^3 - z_b^3)} \right) + \left(\frac{2\beta_1(p_1 I_1) + (2p_1 \beta_4)}{2(Z^2 - z_b^2)} \right) + ((p_1^2 I_1 \beta_3) + (2p_1 - \beta_4)(Z - z_b)) \right] \right\} \text{ donde } I_1 = 1 \text{ si } Z \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0$$

$$2.8 \quad d = D \left[\beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3(p_1 - X)I_1 + \beta_4(p_2 - X)^2 I_2 \right]$$

$$\text{donde } \begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } X \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } X \geq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases} \quad X = (H - H_m)/(H - 1.3)$$

M modelo, 2.5 Fang *et al.* (2000), 2.6 Max y Burkhart (1976), 2.7. Parresol *et al.* (1987), 2.8 Zepeda y Domínguez (1997). D diámetro normal (cm), d diámetro (cm) a la altura Hm (m) desde el nivel del tocón, H altura total (m), H_b altura del tocón (m), V_c volumen comercial (m³), k constante π/40 000, α_i, β_i, p_i, son parámetros a ser estimados mediante el ajuste, I_i variables indicadoras e indican los cambios dendrométricos en el fuste del árbol.

2.4.2. Estadísticos y criterios de selección

La evaluación de la exactitud y precisión de los modelos se basó en análisis gráfico y numérico de los residuales. El análisis gráfico de residuales contra los valores predichos, permitió evaluar y detectar posibles anomalías de los residuales de los modelos; en tanto en el caso numérico, consistió en evaluar los estadísticos siguientes; raíz del cuadrado medio de error (RMSE), coeficiente de variación (CV), coeficiente de determinación ajustado (R²_{adj}), sesgo promedio absoluto (\bar{E}). Estas expresiones se presentan a continuación;

$$\text{RMSE} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p} \right]^{0.5} \quad (2.9)$$

$$\text{CV} = \frac{\left[\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-1) \right]^{0.5}}{\bar{y}} \times 100 \quad (2.10)$$

$$R_{\text{adj}}^2 = 1 - \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-p) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.11)$$

$$\bar{E} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n} \right) \quad (2.12)$$

donde y_i , \hat{y}_i e \bar{y} , son los valores observados, estimados y promedios de la variable dependiente (volumen total, volumen comercial y ahusamiento), n es el número total de observaciones usadas en el ajuste de los modelos, p es el número de parámetros del modelo.

2.4.3. Estrategia de ajuste

El ajuste de las funciones segmentados de ahusamiento, se realizó con la técnica de regresión aparentemente no relacionada (SUR), la cual es apropiada para ajustar sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial, utilizando el procedimiento Model del paquete estadístico SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008). El ajuste con SUR homogeniza y optimiza el error estándar de los parámetros, permitiendo la compatibilidad completa en los componentes de ahusamiento y volumen comercial (Fang *et al.*, 2000; Cruz-Cobos *et al.*, 2008).

2.4.4. Corrección de la autocorrelación

En el análisis de regresión se asume que los términos de error son independientes, con distribución homogénea. Sin embargo, la construcción de las funciones de ahusamiento requiere de observaciones múltiples para cada árbol, por lo tanto, es razonable esperar que las observaciones dentro de cada uno de los árboles estén correlacionadas espacialmente, lo cual viola el principio de independencia de los errores (Rojo *et al.*, 2005).

En el presente estudio, se utilizó una estructura de error autorregresivo continuo CAR (2), de segundo orden, para corregir la autocorrelación en la función de ahusamiento, la cual consideró la distancia entre las mediciones de la altura comercial en cada uno de los árboles, la estructura del modelo CAR (2) amplía los términos del error bajo la siguiente expresión (Zimmerman y Núñez-Antón, 2001);

$$e_{ij} = d_1 \gamma_1^{h_{ij} - h_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 \gamma_2^{h_{ij} - h_{ij-2}} e_{ij-2} + \epsilon_{ij} \quad (2.13)$$

Donde: e_{ij} es la j th residual ordinario en el i th individuo (es decir, la diferencia entre los diámetros observados y estimados de la i árbol a la altura de medición, j), $d_k = 1$ para $j > k$, $k = 1$, y $d_k = 0$ para $j \leq k$, γ_k son los parámetros autorregresivos para estimar, y $h_{ij} - h_{ijk}$ son la distancia de separación de la j th a la j th - k observación dentro de cada árbol, $h_{ij} > h_{ij-k}$, siendo ϵ_{ij} el término del error bajo la condición de independencia. La estructura CAR (2) fue ajustada simultáneamente con la estructura de la media de las funciones de ahusamiento, en el procedimiento MODEL del paquete estadístico de SAS/ETS® (SAS Institute In., 2008).

2.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

2.5.1. Modelos de volumen total

Los modelos de volumen total evaluados presentaron estadísticos de ajuste eficientes, el 99% de variación de volumen fue explicado por el diámetro normal y la altura total. Los valores de los parámetros estimados con sus respectivos errores estándar, se muestran en el Cuadro 2.4. Los estimadores de los parámetros no son estadísticamente diferentes de cero, dado que la probabilidad asociada a los parámetros es menor al nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$). Los estadísticos obtenidos en los cuatro modelos sugieren que todos producen una estimación adecuada del volumen total, siendo el más preciso el de Schumacher y Hall (2.1), seguido del modelo de Takata

(2.4). El modelo de forma constante (2.3) fue el que presentó una mayor variación, sin duda debida a la falta de un intercepto.

Cuadro 2.4. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de los modelos de volumen total.

Modelo	R^2_{adj}	RMSE	CV	p	Ψ	ε^t	∞
				α_0	0.000065	8.658E-6	<.0001
2.1	0.9966	0.0058	4.6927	α_1	1.630512	0.0614	<.0001
				α_2	1.15635	0.0816	<.0001
2.2	0.9939	0.0078	6.4286	α_0	0.007846	0.00202	0.0005
				α_1	0.00003	4.06E-7	<.0001
2.3	0.9914	0.0093	7.2123	α_0	0.000031	3.185E-7	<.0001
2.4	0.9965	0.0060	4.8988	α_0	22021.63	1304.7	<.0001
				α_1	437.2664	58.5201	<.0001

p parámetro, Ψ valor de los estimadores de los parámetros, ε^t error estándar de los estimadores de los parámetros, ∞ nivel de significancia de los estimadores de los parámetros (todos los parámetros fueron significativos al 5%).

Estos modelos se han empleado frecuentemente en los estudios biométricos, para estimar los volúmenes maderables tanto en bosques naturales (Corral-Rivas y Návar-Cháidez, 2009; Tapia y Návar, 2011; Ramos-Uvilla *et al.*, 2014) como en plantaciones forestales comerciales de coníferas y latifoliadas encontrando resultados adecuado (Fernández *et al.*, 2011; Muñoz *et al.*, 2012; Barrios *et al.*, 2014). Melchor *et al.* (2006) generaron y validaron el modelo de Schumacher y Hall (1933) para *P. chiapensis* creciendo en bosques naturales de Veracruz y Puebla, a fin de obtener estimaciones volumétricas más realistas para el aprovechamiento maderable.

Con base en los estadísticos de ajuste y al análisis gráfico de los residuales, se propone el modelo de Schumacher y Hall (2.1) para estimar de volumen total en árboles de *P. chiapensis*. El análisis

de los residuales no evidenció problemas de heterocedasticidad (Figura 2.2). Dado a que los residuales obtenidos presenta una distribución homogénea frente a los volúmenes predichos.

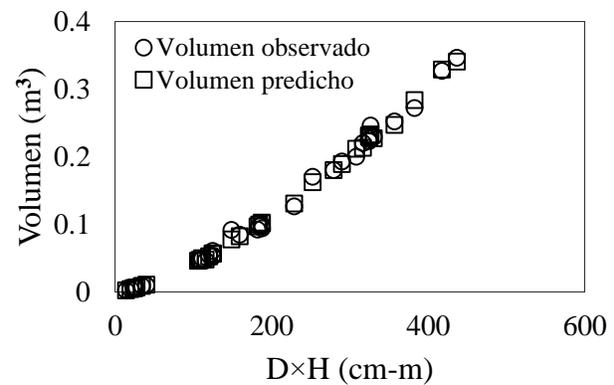
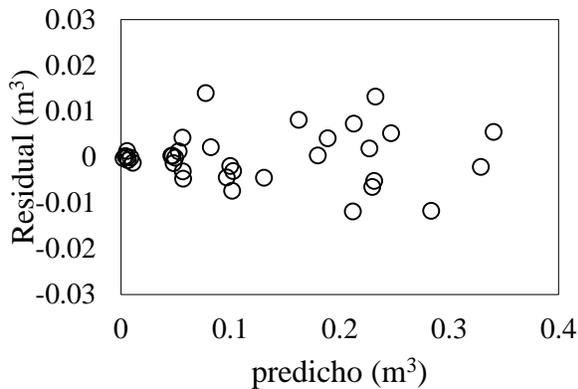


Figura 2.2. Residuales del volumen con respecto al volumen predicho. Figura 2.3. Valores observados y predichos del volumen en función de $D \times H$ (cm-m)

Los valores del volúmenes predichos con respecto a la variable combinada ($D \times H$) para el modelo de Schumacher y Hall (2.1), presentaron estimaciones eficientes con respecto a los volúmenes observados, por lo tanto, esto confirma la bondad del modelo para predecir el volumen total maderable de árboles de *P. chiapensis* (Figura 2.3).

2.5.2. Funciones segmentadas de ahusamiento

Los valores de los estadísticos evaluados y las estimaciones de los parámetros con sus respectivos errores estándar en las funciones segmentadas de ahusamiento, se muestran en el Cuadro 2.5. Los estimadores de los parámetros no son estadísticamente diferentes de cero, dado que la probabilidad asociada a los parámetros es menor al nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$). Las funciones segmentadas de ahusamiento se corrigieron con una estructura de error autoregresiva de segundo orden CAR (2). Valores cercanos a 2 en la prueba de Durbin-Watson (DW) indican la corrección de la autocorrelación en las funciones de ahusamiento (Durbin y Watson, 1971), esto implica que los errores son independientes.

Cuadro 2.5. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de las funciones segmentadas de ahusamiento.

M	RMSE	R ² _{adj}	CV	Sesgo	DW	p	Ψ	ε ^t	∞
2.5	0.6857	0.9923	5.9519	0.0264	2.1518	α ₀	0.000075	6.643E-6	<.0001
						α ₁	1.851916	0.0606	<.0001
						α ₂	0.849415	0.0831	<.0001
						β ₁	9.853E-6	4.306E-7	<.0001
						β ₂	0.000027	4.447E-7	<.0001
						β ₃	0.000024	5.177E-7	<.0001
						ρ ₁	0.053027	0.00357	<.0001
						ρ ₂	0.508309	0.0420	<.0001
						γ ₁	0.375334	0.0671	<.0001
						γ ₂	0.268446	0.0526	<.0001
2.6	0.7864	0.9895	6.5252	0.0804	2.1754	β ₁	-2.90801	0.00979	<.0001
						β ₂	1.5	-	-
						β ₃	77.1951	14.8901	<.0001
						β ₄	-0.43208	0.1442	0.0029
						ρ ₁	0.07457	0.00821	<.0001
						ρ ₂	0.661974	0.0818	<.0001
						γ ₁	0.486947	0.0733	<.0001
						γ ₂	0.359544	0.0518	<.0001
2.7	0.7541	0.9913	7.0493	0.0650	2.1898	β ₁	1.069888	0.0619	<.0001
						β ₂	0.262023	0.0947	0.0059
						β ₃	-491.461	91.7093	<.0001
						β ₄	191.1822	33.8423	<.0001
						ρ ₁	0.808494	0.0140	<.0001
						γ ₁	0.451135	0.0664	<.0001
						γ ₂	0.37065	0.0482	<.0001
						β ₁	0.888779	0.0439	<.0001
2.8	0.7805	0.9907	7.3112	0.0267	2.0972	β ₂	-0.29354	0.1156	0.0114
						β ₃	-0.48241	0.1192	<.0001
						β ₄	2.201728	0.2962	<.0001
						ρ ₁	0.221798	0.0242	<.0001
						ρ ₂	0.82035	0.0348	<.0001
						γ ₁	0.347879	0.0626	<.0001
						γ ₂	0.134032	0.0442	0.0026

M modelo, p parámetro, Ψ valor de los estimadores de los parámetros, ε^t error estándar de los estimadores de los parámetros, - no existe información, ∞ nivel de significancia de los estimadores de los parámetros (todos los parámetros fueron significativos al 5%).

Los modelos 2.5 y 2.6 estiman el primer punto de inflexión al 5% y 7% de la altura total, lo cual indica el cambio geométrico teórico de un neiloide (tocón) a un paraboloides (fuste central); el segundo punto de inflexión sucede al 50% y 66%, indicando el cambio geométrico teórico del paraboloides a un cono (punta) respectivamente. Aunque el modelo 2.5 sugiere fustes menos cilíndricos con respecto a su altura total, y el modelo 6 fustes más cilíndricos con respecto al segundo punto de inflexión.

Todas las funciones segmentadas de ahusamiento presentaron estadísticos de ajuste eficientes, con una mínima variación entre las funciones ajustadas: coeficiente de determinación de 98% a 99%; raíz del cuadrado medio de error de 0.68 m³ a 0.78 m³; coeficiente de variación de 5.95% a 7.13% y sesgo promedio absoluto de 0.02 m³ a 0.08 m³.

Con los parámetros estimados del modelo 2.5, fue posible determinar que el cuerpo geométrico por debajo del primer punto de inflexión indica que los árboles de las plantaciones forestales comerciales tienen un factor de forma $ff = 0.13$ (calculado como, $ff = \beta_i k^{-1}$), mientras que la sección media tiene un $ff = 0.34$, lo cual indica una forma de fuste cercana a un cono perfecto; y la sección superior del fuste un $ff = 0.31$ también cercano a un cono.

El factor de forma promedio obtenido es $ff = 0.26$. Aunque aún no se ha manifestado el desarrollo final de los árboles de las plantaciones, es decir que para árboles tan jóvenes (7 años) las formas generales encontradas son de cuerpos geométricos que todavía tienden fuertemente a la conicidad, aunque el segmento medio es de mayor factor, lo que sugiere que está en transición hacia el paraboloides.

Por lo anterior, se esperaría que las labores silvícolas como aclareos, podas, así como el crecimiento, deberían mejorar la forma del fuste. Un muestreo destructivo en años subsecuentes y

edades mayores permitiría definir mejor el factor de forma de los árboles de esta plantación, más cerca del turno técnico financiero o silvícola.

Los valores de los estadísticos de ajuste evaluados mostraron diferencias mínima en los cuatro modelos, pero la selección del modelo 2.5 fue evidente, ya que presentó mejores estadísticos, al obtener mayor coeficiente de determinación ajustado (99.23%), lo que indica la variabilidad total que es explicada por el modelo y valores menores en la raíz del cuadrado medio del error (0.68 m³), el cual, representa el error medio del modelo para predecir la variable dependiente; coeficiente de variación (5.95%) y sesgo (0.02 m³) representa la desviación del modelo con respecto a los valores observados.

Además el modelo 2.5, tiene una gran ventaja comparativa con respecto al resto de los modelos probados, ya que es muy preciso para describir el perfil del fuste de los árboles y tener explícitamente un modelo de volumen total, que corresponde a Schumacher y Hall (1933); también puede ser sustituido por cualquier otro modelo de volumen total. Siguiendo el orden de selección, el segundo modelo que presentó excelentes estadísticos de ajuste resultó ser el modelo (2.6).

El modelo 2.5 ha sido utilizado en diferentes estudios biométricos para describir el perfil del fuste y volúmenes comerciales en diferentes condiciones de bosque, tanto en plantaciones forestales comerciales como en bosques naturales (Corral-Rivas *et al.*, 2007; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2014; Tamarit *et al.*, 2014; Uranga-Valencia *et al.*, 2015) encontrando resultados muy precisos. Por lo tanto, la aplicación del modelo 2.5 permite obtener el perfil del fuste a cualquier altura comercial deseada con mayor precisión.

El análisis gráfico de los residuales del modelo 2.5 no mostro problemas de heterocedasticidad, ya que presenta una distribución homogénea frente a los diámetros predichos para el modelo (2.5) (Figura 2.4). En la Figura 2.5 se muestra la precisión del modelo para estimar el perfil fuste de *P. chiapensis*, dado a que las estimaciones con respecto a los observados son similares.

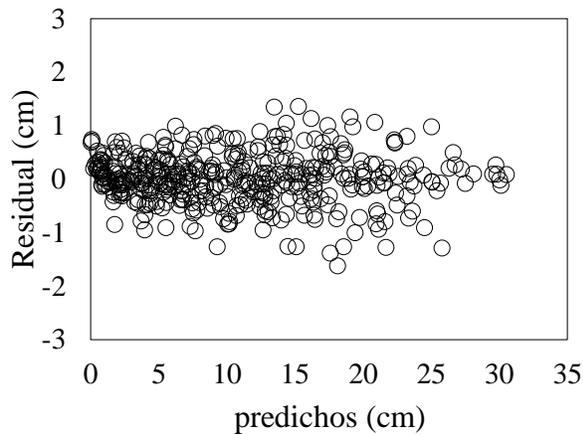


Figura 2.4. Distribución de los residuales

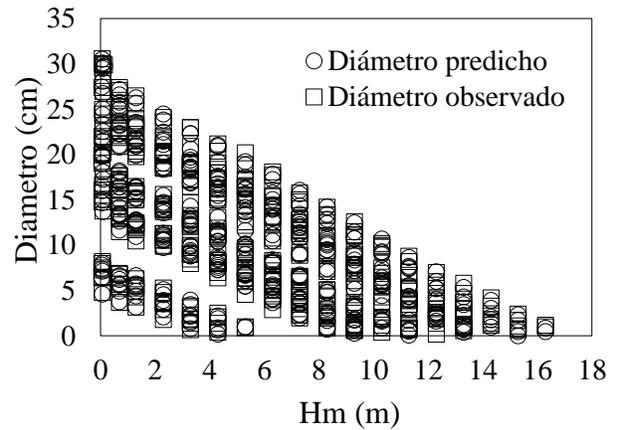


Figura 2.5. Valores observados y predichos del

frente a valores predichos del ahusamiento (d). ahusamiento a diferentes alturas (Hm).

La exactitud de las predicciones del diámetro para el modelo 2.5 se evaluó en intervalos de 10% de altura relativa (H_m/H). La distribución de los residuales para el componente ahusamiento (d) se presentan en la Figura 2.6. La distribución de los residuales del ahusamiento por categoría de altura relativa (H_m/H) sugiere que, las predicciones correspondientes a la sección más cercana al tocón y la altura superior (punta no comercial) son menos precisas que en las otras secciones del fuste. Es normal que las estimaciones obtenidas abajo del diámetro normal sean sesgadas debido a la estructura matemática del modelo, pero las estimaciones en la mayor parte del fuste que corresponde a volúmenes comerciales, tienen mayor precisión.

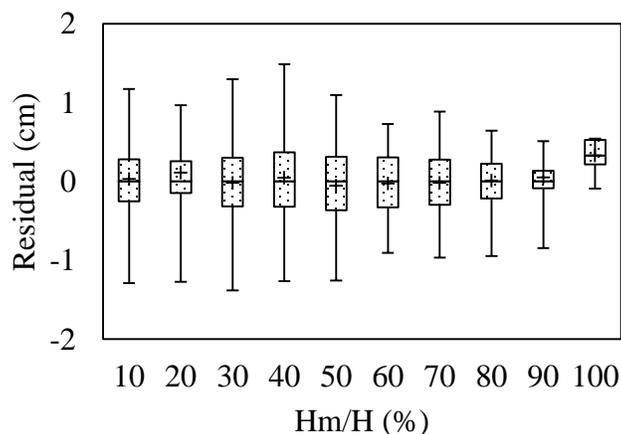


Figura 2.6. Distribución de los residuales del ahusamiento (d) con respecto a la altura relativa (H_m/H) para el modelo 2.5. - representa la mediana, + la media los residuales. El cuadro representa el rango intercuartil. Valor máximo y mínimo están representados por los pequeños segmentos horizontales superiores e inferiores.

2.5.3. Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial

El ajuste simultáneo de los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial permitió minimizar los errores de los estimadores de los parámetros para los dos componentes (Cuadro 2.6) (Jiang *et al.*, 2005; Cruz-Cobos *et al.*, 2008; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2014). Los estimadores de los parámetros no son estadísticamente diferentes de cero, dado que la probabilidad asociada a los parámetros es menor al nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$). Las funciones segmentadas de ahusamiento se corrigieron con una estructura de error autoregresivo CAR (2). Los valores cercanos a 2 encontrados en la prueba de Durbin-Watson (DW) indican la corrección de la autocorrelación en las funciones de ahusamiento (Durbin y Watson, 1971). Por lo anterior, el mejor sistema compatible resultó fue el modelo 2.5 seguido del 2.6 y 2.7, ya que presentó estadísticos más consistentes y por lo tanto describe con mayor precisión el perfil del fuste, volumen total y volumen comercial a cualquier diámetro o altura comercial del árbol.

El modelo 2.5 garantiza la compatibilidad completa entre la ecuación de volumen total, ahusamiento y volumen comercial. De esta manera, cuando $H_m = H$ y $d = 0$, el modelo de volumen comercial es algebraicamente idéntico al modelo de volumen total. Lo cual indica que está explícita una ecuación de volumen total de tipo Schumacher y Hall (1933) que puede ser sustituida por cualquier otra ecuación, misma que define los diferentes cuerpos geométricos del árbol. Las estimaciones de manera simultánea minimizan la suma de errores cuadráticos entre los componentes.

Cuadro 2.6. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de las funciones segmentadas compatibles de ahusamiento y volumen comercial.

M	C	RMSE	R ² _{adj}	CV	Sesgo	DW	p	Ψ	ε ^t	∞
2.5	d	0.6912	0.9922	6.0238	0.033283	2.0819	α ₀	0.000067	2.671E-6	<.0001
							α ₁	1.679573	0.0182	<.0001
							α ₂	1.087404	0.0242	<.0001
							β ₁	0.00001	4.137E-7	<.0001
							β ₂	0.000027	3.491E-7	<.0001
	V _c	0.0047	0.9974	4.9157	0.000033	-	ρ ₁	0.052721	0.00351	<.0001
							ρ ₂	0.488687	0.0371	<.0001
							γ ₁	0.306148	0.0647	<.0001
							γ ₂	0.233777	0.0507	<.0001
							β ₁	-2.96756	0.00249	<.0001
2.6	d	0.7902	0.9904	7.3768	0.02434	2.0615	β ₂	1.5	-	-
							β ₃	75.18799	9.7464	<.0001
							β ₄	-0.82395	0.0239	<.0001
							ρ ₁	0.082102	0.00597	<.0001
	V _c	0.0079	0.9928	7.9916	0.00170	-	ρ ₂	0.659362	-	-
							γ ₁	0.535334	0.0643	<.0001
							γ ₂	0.400735	0.0458	<.0001
2.7	d	0.8601	0.9887	8.0825	0.03925	2.1151	β ₁	0.933558	0.0716	<.0001
							β ₂	0.45444	0.1123	<.0001
							β ₃	-0.41239	0.0473	<.0001
							β ₄	1.604392	0.0875	<.0001
	V _c	0.0321	0.8819	31.2887	0.0096	-	ρ ₁	0.790092	0.0437	<.0001
							γ ₁	0.513024	0.0649	<.0001
							γ ₂	0.28124	0.0475	<.0001

M modelo, C componente, p parámetro, Ψ valor de los estimadores de los parámetros, ε^t error estándar de los estimadores de los parámetros, - no existe información, ∞ nivel de significancia de los estimadores de los parámetros (todos los parámetros fueron significativos al 5%).

El modelo 2.5 sugiere dos puntos de inflexión, el primer punto de inflexión ocurrió al 5% e indicó el cambio geométrico de neiloide a paraboloides, y el segundo punto de inflexión sucedió al 48% de la altura total, que describe el cambio geométrico de paraboloides a un cono.

En la literatura sobre biometría, nacional e internacional (Estados Unidos, Noroeste de España, y México), se ha implementado con mayor frecuencia el modelo 2.5 para describir el perfil del fuste y volumen comercial variable, por la facilidad de adaptación a diversas condiciones de crecimiento de árboles en diferentes tipos de bosques y plantaciones forestales comerciales, para especies de coníferas y latifoliadas (Fang *et al.* 2000; Diéguez-Aranda *et al.*, 2006; Corral *et al.*, 2007; Hernández *et al.*, 2013; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2014; Tamarit *et al.*, 2014; Uranga-Valencia *et al.*, 2015).

La precisión del modelo 2.5 para estimar el volumen comercial (a) y el perfil del fuste (b) para *Pinus chiapensis* queda demostrada mediante análisis gráficos, en los que se observa que los valores observados y predichos son similares (Figura 2.7).

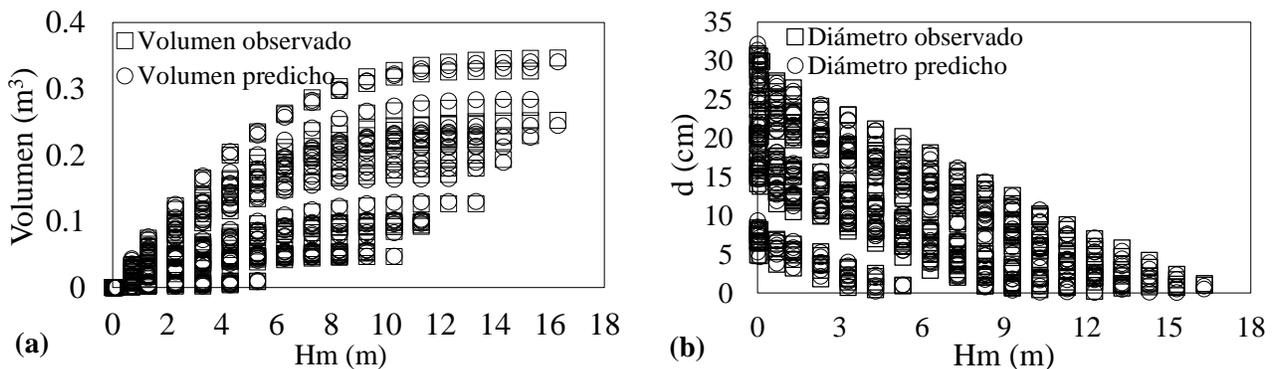


Figura 2.7. Comportamiento de los valores observados y predichos del volumen comercial (a) y ahusamiento (b) a diferentes alturas (Hm).

La distribución de los residuales del ahusamiento (d) y del volumen comercial (V_c) para el modelo 2.5 presenta una distribución homogénea frente a los volúmenes predichos (Figura 2.8). Torres y Magaña (2001) mencionan que los modelos de volumen tienen problemas de

heterocedasticidad dado a que a mayores valores de diámetro y altura, la variación en los volúmenes de los árboles es más grande.

La distribución de los residuales del volumen por categorías diamétricas (CD) **(a)** y porcentajes de altura relativa (Hm/H) **(b)** resultan eficientes y precisos hasta un diámetro comercial de 25 (cm). Por lo tanto, en categorías mayores los errores son más grandes, esto se debe que al incluir en el sistema d y H_m por abajo del D ; lo cual resulta impráctico (Figura 2.9).

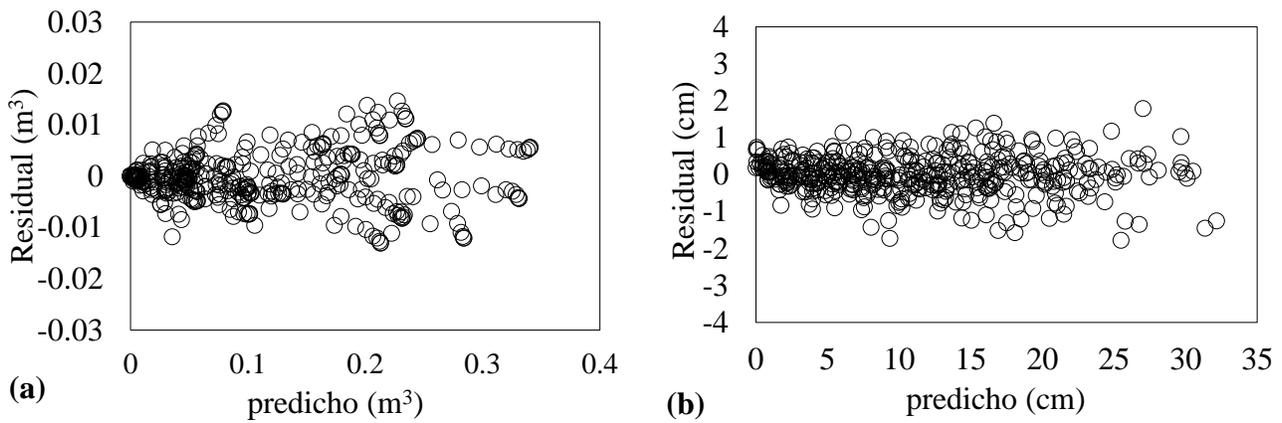


Figura 2.8. Distribución de los residuales del volumen **(a)** y ahusamiento **(b)** con respecto sus valores predichos.

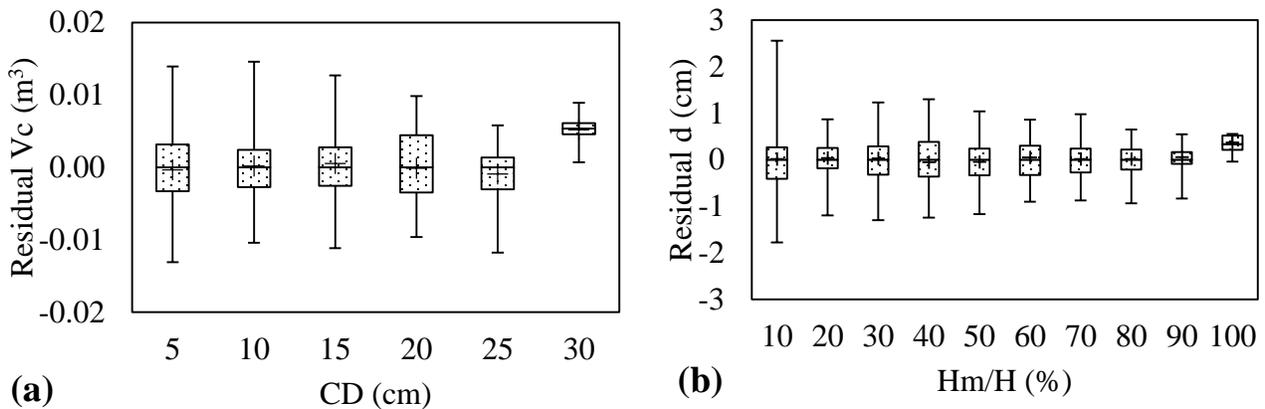


Figura 2.9. Distribución de los residuales del volumen comercial **(a)** y del ahusamiento **(b)** para el modelo 2.5. - representa la mediana, + la media los residuales. El cuadro representa el rango intercuartil. Valor máximo y mínimo están representados por los pequeños segmentos horizontales superiores e inferiores.

2.5.4. Sistema segmentado de Fang *et al.* (2000) variando la ecuación de volumen total

Bajo este enfoque, se seleccionó el mejor modelo para cubicación de árboles individuales para *P. chiapensis*, para ello, se evaluaron tres modelos de volumen total en el sistema de Fang *et al.* (2000). Los valores de los estadísticos obtenidos en el ajuste de los modelos de volumen total dentro del sistema, permitirán evaluar y seleccionar al mejor modelo, y además, facilitaría con compararlo con los obtenidos con el modelo segmentado compatible 2.5; en el cual, está explícito el modelo de volumen total de Schumacher y Hall (2.1). Sin embargo, una prueba estadística de Tukey permitió definir el mejor modelo, de acuerdo al valor de la media estimado en los componentes de ahusamiento y volumen comercial con respecto a la media observada de ambos componentes.

Quiñonez (2014) encontró ajustes eficientes, probando diferentes modelos de volumen total en el sistema compatible de Fang *et al.* (2000), por lo anterior, en este estudio se pretende definir el mejor sistema de cubicación de volumen total y comercial de árboles individuales probando diferentes modelos de volumen total.

Los valores de los estadísticos de ajuste y los estimadores de los parámetros de los modelos de volumen total ajustados en el sistema compatible de Fang *et al.* (2000) se muestran en el Cuadro 2.7. Los estimadores de los parámetros no son estadísticamente diferentes de cero, dado que la probabilidad asociada a los parámetros es menor al nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$). El valor de DW fue superior a 2, esto indica la corrección de la autocorrelación en las funciones de ahusamiento (Durbin y Watson, 1971). El modelo de volumen 2.4 resultó ser la de mayor precisión, seguida del modelo 2.2 y 2.3, al obtener mayor coeficiente de determinación y menores valores en la raíz del cuadrado medio de error, coeficiente de variación y sesgo promedio. No se encontraron diferencias entre los puntos de inflexión estimado con los modelos evaluados en el sistema, al igual

que el modelo segmentado compatible 2.5, en el cual esta explicito el modelo de volumen de Schumacher y Hall (1933).

Cuadro 2.7. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros del sistema segmentado de Fang *et al.* (2000) variando la ecuación de volumen total.

M	C	R ² _{adj}	RMSE	CV	Sesgo	DW	p	Ψ	ε ^t	∞
2.2	d	0.9908	0.7495	6.4784	0.10446	2.050	α ₁	0.002992	0.000340	<.0001
							α ₂	0.000031	1.13E-7	<.0001
							β ₁	9.612E-6	3.983E-7	<.0001
							β ₂	0.000027	4.068E-7	<.0001
							β ₃	0.000023	5.409E-7	<.0001
							ρ ₁	0.052914	0.00357	<.0001
	V _c	0.9948	0.0066	6.8081	0.00138	-	ρ ₂	0.501187	0.0394	<.0001
							γ ₁	0.376984	0.0679	<.0001
							γ ₂	0.294103	0.0491	<.0001
							α ₁	0.000031	1.127E-7	<.0001
2.3	d	0.9905	0.7626	6.4423	0.19266	2.0369	β ₁	9.266E-6	3.679E-7	<.0001
							β ₂	0.000027	4.384E-7	<.0001
							β ₃	0.000023	5.825E-7	<.0001
							ρ ₁	0.054105	0.00353	<.0001
							ρ ₂	0.50604	0.0387	<.0001
							γ ₁	0.438447	0.0687	<.0001
	V _c	0.9937	0.00736	7.3949	0.00190	-	γ ₂	0.34481	0.0502	<.0001
							α ₁	22169.09	347.9	<.0001
							α ₂	429.5973	15.3510	<.0001
							β ₁	9.934E-6	4.066E-7	<.0001
2.4	d	0.9924	0.6849	5.9653	0.04610	2.075	β ₂	0.000027	3.37E-7	<.0001
							β ₃	0.000024	4.684E-7	<.0001
							ρ ₁	0.052152	0.00344	<.0001
							ρ ₂	0.491189	0.0361	<.0001
	V _c	0.9973	0.00481	5.0044	0.00001	-	γ ₁	0.313835	0.0650	<.0001
							γ ₂	0.234768	0.0516	<.0001

M modelo, C componente, p parámetro, Ψ valor de los estimadores de los parámetros, ε^t error estándar de los estimadores de los parámetros, - no existe información, ∞ nivel de significancia de los estimadores de los parámetros (todos los parámetros fueron significativos al 5%).

Los resultados obtenidos en el modelo 2.5 y 2.4 ajustado en el sistema de Fang *et al.* (2000) son similares en los estadísticos evaluados, aunque, el modelo 2.4 resulta ligeramente mejor en el componente ahusamiento y el modelo 2.5 en el volumen comercial, por lo tanto, ambos sistemas estiman con precisión el perfil del fuste y volumen comercial para *P. chiapensis*.

La prueba estadística paramétrica de Tukey sugieren que no existen diferencias significativas en las medias de los componentes de ahusamiento y volumen comercial estimados con los modelos 2.4 y 2.5, con respecto a los valores observados (Cuadro 2.8). Por lo cual, los dos sistemas producen estimaciones realistas en el ahusamiento y volumen comercial, y por ello pueden usarse para la cubicación de árboles individuales para *P. chiapensis*, aunque en el modelo 2.4 se reduce el número de parámetros de 3 a 2 y en el sistema de 6 a 5. De manera que usar cualquiera de los dos modelos queda a criterio del técnico.

Cuadro 2.8. Resultados de la prueba estadística paramétrica de Tukey.

Valores	Media ¹	Media ²	Grupo ³
Observados	11.3987	0.095935	A
Estimado modelo 2.4	11.3526	0.095923	A
Estimado modelo 2.5	11.3654	0.095901	A

¹ahusamiento, ²volumen comercial, ³letras iguales no son significativamente diferentes.

Desde el contexto de ahusamiento, los parámetros β_i estimados en cada de unos los modelos de volumen total ajustados en el sistema de Fang *et al.* (2000) sugieren los mismos cuerpos geométricos (neiloide para el segmento 1 y cónicos para el segmento 2 y 3) en los segmentos del árbol. El factor de forma se calculó con la siguiente estructura $(ff = \frac{\beta_1}{\pi/40,000})$ (Cuadro 2.9).

Cuadro 2.9. Cuerpos geométricos estimados con los parámetros β_i para *P. chiapensis*.

Parámetros	Segmentos	Modelo 2.2	Modelo 2.3	Modelo 2.4	Modelo 2.5
β_1	1	0.122	0.117	0.126	0.127
β_2	2	0.343	0.343	0.343	0.343
β_3	3	0.292	0.292	0.305	0.305

Los resultados obtenidos con el modelo 2.4 en los componentes de volumen comercial (a) y ahusamiento (b) con respecto a Hm, son muy similares a los valores observados (Figura 2.10).

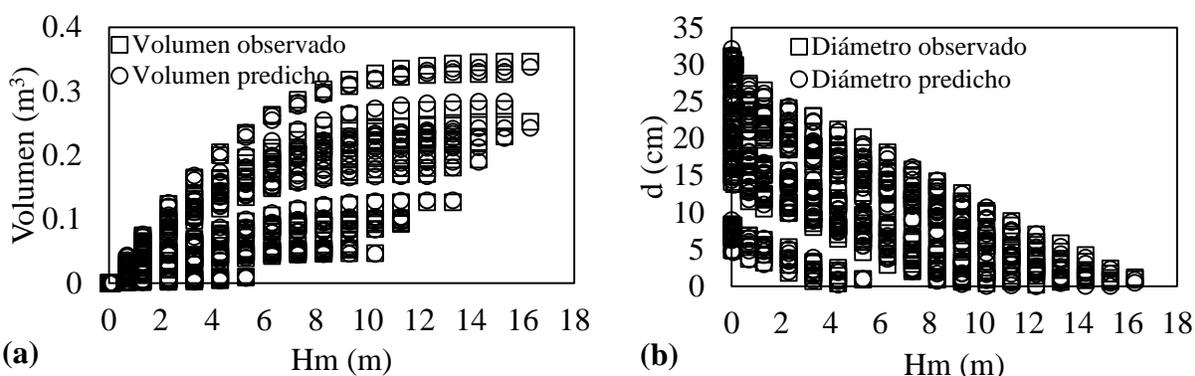


Figura 2.10. Comportamiento de los valores observados y predichos del volumen comercial (a) y ahusamiento (b) a diferentes alturas (Hm).

Los residuales estimados en los componentes de ahusamiento y volumen comercial en el modelo 2.4 no evidenciaron problemas de heterocedasticidad. La distribución de los residuales presenta una distribución homogénea frente a los valores predichos (Figura 2.11).

La distribución de los residuales del volumen por categorías diamétricas (CD) (a), y el perfil del fuste en porcentajes de altura relativa (Hm/H) (b), sugiere que las estimaciones del volumen son eficientes y precisas hasta un diámetro comercial de 25 (cm); por lo tanto, en categorías mayores los errores son más grandes (Figura 2.12 (a)). La predicción del diámetro correspondiente a las secciones más cercanas al tocón y la altura superior (punta no comercial) es menos precisa que otras secciones del fuste (Figura 2.12 (b)).

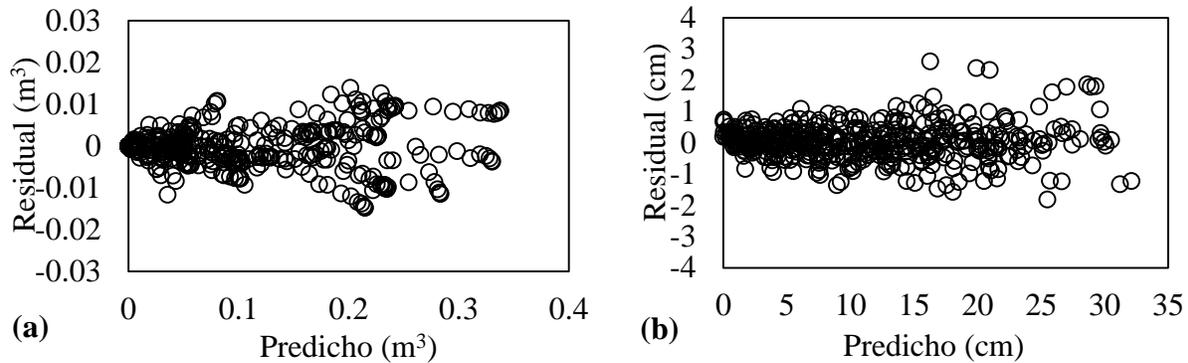


Figura 2.11. Distribución de los residuales del volumen comercial **(a)** y ahusamiento **(b)** con respecto a sus valores predichos.

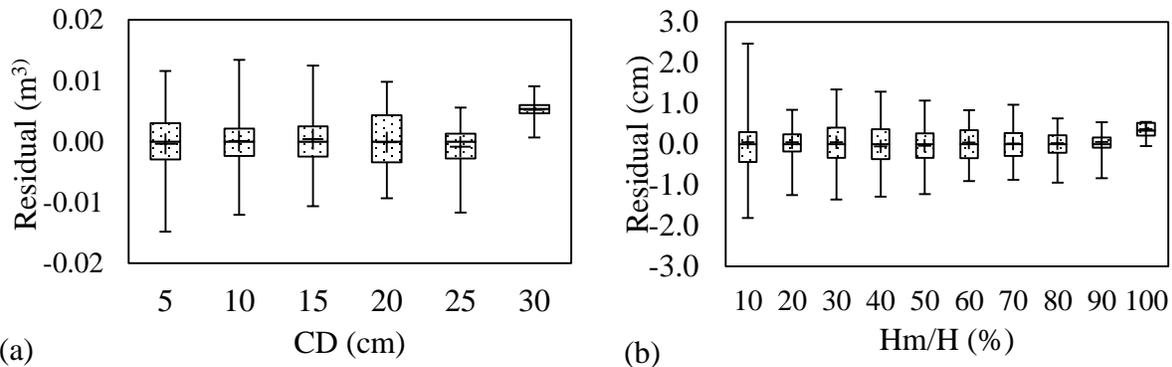


Figura 2.12. Distribución de los residuales del volumen comercial **(a)** y del ahusamiento **(b)** para el modelo 2.4. - representa la mediana, + la media los residuales. El cuadro representa el rango intercuartil. Valor máximo y mínimo están representados por los pequeños segmentos horizontales superiores e inferiores.

El uso del modelo 2.2 de forma constante ajustado en el sistema compatible de Fang *et al.* (2000), permite describir la forma geométrica del árbol como si fuera un segmento genérico del modelo general. Así puede observarse un factor de forma medio de $ff = 0.39$ calculado con la expresión $\left(ff = \frac{\alpha_1}{\pi/40,000} \right)$. Se espera que con el tiempo, y el uso de labores silvícolas como aclareos, podas, y mejoramiento genético, podría disminuir el ahusamiento del fuste.

2.6. CONCLUSIONES

Los modelos de volumen total ajustados en el sistema segmentado de ahusamiento y volumen comercial no mostraron diferencias en los parámetros estimados, desde el contexto de ahusamiento, por lo tanto, los diferentes cuerpos geométricos y puntos de inflexión son similares, aunque el modelo de Takata ajustado bajo sistema de Fang *et al.* (2000) mostró mejores estadísticos de ajuste, lo cual permitió estimar con mayor precisión el ahusamiento y el volumen comercial para cualquier diámetro o altura comercial, en comparación con los demás modelos probados e incluso mostró resultados similares al modelo de Schumacher y Hall (1933) explícito en el sistema.

Probar diferentes modelos puede llevar a resultados más precisos y realistas, aunque estos dependen de varios factores como: levantamiento de información de campo, especies, calidad de sitio, ubicación geográfica y la silvicultura implementada. Por lo tanto, estos modelos son específicos para plantaciones forestales de *P. chiapensis* en Tlatlauquitepec, Puebla.

Las herramientas desarrolladas en este estudio permiten estimar eficientemente el volumen total, volumen comercial y describir el perfil del fuste para *P. chiapensis*, pero para tener mayor certidumbre se necesitarían validar con información derivada de un inventario forestal y, evaluar el ingreso financiero de la plantación en función de cómo se distribuyen los productos por cada unidad de manejo.

El factor de forma estimado en plantaciones forestales comerciales es muy cercano a un paraboloides; esto se debe a que las plantaciones están sujetas a constantes podas, lo que ayuda a mejorar considerablemente la forma del fuste, y consecuentemente la distribución productos. Para obtener fustes más cilíndricos y en consecuencia mayor volumen comercial, se requieren la aplicación de tratamientos silvícolas con un esquema de manejo intensivo. Estas herramientas permiten definir un mejor manejo para plantaciones forestales comerciales de *P. chiapensis* y realizar proyecciones financieras para evaluar el capital del bosque.

2.7. LITERATURA CITADA

- Barrios, A., A. M. López, y V. Nieto. 2014. Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. Colombia Forestal 17: 137-149.
- Bailey, L. R. 1995. Upper stem volumes from stem analysis data: an overlapping bolts method. Can. J. For. Res. 25: 170-173.
- Brooks, J. R., L. Jiang, and R. Özcelik. 2008. Compatible stem volume and taper equations for Brutian pine, Cedar of Lebanon, and Cilicica fir in Turkey. For. Ecol. Manage. 256: 147-151.
- Cao, Q. V., H. E. Burkhart, and T. A. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. For. Sci. 26: 71-80.
- Corral-Rivas, J. J., U. Diéguez-Aranda, S. Corral R., and F. Castedo D. 2007. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (México). For. Ecol. Manage. 238: 118-129.
- Corral-Rivas, S. y J. J. Návar-Cháidez. 2009. Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de pino de Durango, México. Rev. Chapingo Serie Ciencias. For. Ambiente 15: 5-13.
- Cruz-Cobos, F., H. M. De los Santos-Posadas, y J. R. Valdéz-Lazalde. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango México. Agrocienca 42: 473-485.
- Demaerschalk, J. P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. For. Sci. 18(3): 241-245.
- Diéguez-Aranda, U., F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez-González, and A. Rojo. 2006. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. Can. J. For. Res. 36(5): 1190-1205.

- Durbin, J. and G. S. Watson. 1971. Testing for serial correlation in least squares regression III. *Biometrika* 58: 1-19.
- Fang, Z., B. E. Borders, and R. L. Bailey. 2000. Compatible volume-taper models for Loblolly and Slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46(1): 1-12.
- Fernández T., E., E. H. Fassola, y M. García C. 2011. Ecuación volumen total para *Populus deltoides* de Plantaciones de Bajo Delta del Paraná. *RIA: Revista de Investigaciones Agropecuarias.* 37: 172-179.
- Hernández P., D., H. M. De los Santos P., G. Ángeles P., J. R. Valdez L. y V. H. Volke H. 2013. Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* Schltdl. *Et Cham.* En Zacualtipán, Hidalgo. *Rev. Mex. Cien. For.* 4: 35-45.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). 2009. Prontuario de información geográfica municipal de los Estados Unidos Mexicanos. 2016. <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/datos-geograficos/21/21186.pdf>. (Consulta: Noviembre 2015).
- Jiang, L., J. R. Brooks, and J. Wang. 2005. Compatible taper and volume equations for yellow-poplar in West Virginia. *For. Ecol. Manage.* 213: 399-409.
- Kozak, A. 2004. My last words on taper equations. *The For. Chron.* 80: 507-515.
- Max, T. A., and H. E. Burkhart. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.* 22(3): 283-289.
- Melchor M., J. I., M. Rodríguez A. y A. E. Romero H. 2006. Modelo volumétrico fustal aplicable a bosques naturales de *Pinus chiapensis* (Martinez) Andresen ^{1F}. Fichas Tecnológicas Sistema Producto. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). 3 p.

- McTague, J. P., and R. L. Bailey. 1987. Simultaneous total and merchantable volume equations and a compatible taper function for loblolly pine. *Can. J. For. Res.* 17: 87-92.
- Muñoz F., H. J., J. C. Velarde R., J. J. García M., J. T. Sáenz R., E. H. Olvera D. y J. Hernández R. 2012. Predicción de volúmenes de fuste total para plantaciones de *Pinus gregii* Engelm. *Rev. Mex. Cien. For.* 3: 11-22.
- Parresol, B. R., J. E. Hotvedt, and Q. V. Cao. 1987. A volume and taper prediction system for bald cypress. *Can. J. For. Res.* 17: 250-259.
- Quiñonez, G. 2014. Sistema de crecimiento y rendimiento para las principales especies comerciales de *Pinus* en Durango, México. Tesis de Doctorado. Postgrado en Ciencias Forestales. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Texcoco, Edo. de México. 174 p.
- Quiñonez-Barraza, G., H. M. De los Santos-Posadas, J. G. Álvarez-González, y A. Velázquez-Martínez. 2014. Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. *Agrociencia.* 48: 553-567.
- Ramos-Uvilla., J. A., J. J. García-Magaña, J. Hernández-Ramos, X. García-Cuevas, J. C. Velarde-Ramírez, H. J. Muñoz-Flores y G. G. García E. 2014. Ecuaciones y tablas de volumen para dos especies de *Pinus* de la Sierra Purhépecha, Michoacán. *Rev. Mex. Cien. For.* 5: 92-109.
- Rojo, A., X. Perales, F. Sánchez-Rodríguez, J. G. Álvarez-González, and K. V. Gadow. 2005. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). *Eur. J. For. Res.* 124: 177-186.
- Schumacher, E. X. and F. D. S. Hall. 1933. Logarithmic expression of timber-tree volume. *J. Agr. Res.* 4: 719-734.
- Spurr, H. 1952. *Forest Inventory*. Ronald Press, New York, USA. 476 p.
- SAS (Statistical Analysis System) Institute Inc. 2008. *SAS/STAT® 9.2 User's Guide*. SAS Institute Inc. Raleigh, NC USA. s/p.

- Takata, K., 1958. Construction of universal diameter-height-curves. J. Jap. For. Soci. 40: 1-6.
- Tamarit U., J. C., H. M. De los Santos P., A. Aldrete, J. R. Valdez L., H. Ramírez M. y V. Guerra De la C. 2014. Sistema de cubicación de árboles individuales de *Tectona grandis* L f. mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. Rev. Mex. Ciencias For. 5: 58-74.
- Tapia, J., y J. Návar. 2011. Ajuste de modelos de volumen y funciones de ahusamiento para *Pinus pseudostrobus* Lindl. En bosques de pino de la sierra madre oriental de Nuevo León, México. For. Ver. 13: 19-28.
- Torres R., J. M., y O. S. Magaña T. 2001. Evaluación de Plantaciones Forestales. Ed. LIMUSA, México. 472 p.
- Uranga-Valencia., L. P., H. M. De Los Santos-Posadas, J. R: Valdez-Lazalde, J. López-Upton, y H. Navarro-Garza. 2015. Volumen total y ahusamiento para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. En tres condiciones de bosque. Agrociencia. 49: 787-801.
- Wiant, Jr. H. V., G. B. Wood, and G. M. Furnival. 1992. Estimating log volume using the centroid position. For. Sci. 38: 187-191.
- Zakrzewski, W. T., and D. W. MacFarlane. 2006. Regional stem profile model for cross-border comparisons of harvested Red pine (*Pinus resinosa* Ait.) in Ontario and Michigan. For. Sci. 52: 468-475.
- Zepeda B., E. M., y A. Domínguez P. 1997. Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino, del Ejido El Largo, Chihuahua. In: Memoria de resúmenes de ponencias. III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Linares, NL. México. 43 p.
- Zimmerman, D. L., and V. Núñez-Antón. 2001. Parametric modeling of growth curve data: an overview (with discussion). Test 10:1-73.

CAPÍTULO III

3. SISTEMAS DE ECUACIONES PARA CUANTIFICAR BIOMASA AÉREA Y FOLIAR EN UNA PLANTACIÓN FORESTAL DE *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen EN TLATLAUQUITEPEC, PUEBLA

3.1. Resumen

Las plantaciones forestales comerciales (PFC) juegan un papel importante sobre todo cuando son manejadas para mitigar los gases de efecto invernadero. Por esto existe la necesidad de evaluar la biomasa total y la distribución de follaje, siendo este último el componente principal para los procesos fisiológicos. En este capítulo se desarrollaron factores de expansión de biomasa y un sistema de partición de biomasa; se ajustó un sistema de modelos alométricos para estimar la biomasa total y por componentes (fuste, ramas y follaje); adicionalmente se generaron ecuaciones de ramas individuales, para reconstruir la distribución vertical del follaje en una plantación forestal comercial de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen en Tlatlauquitepec, Puebla, México. Se utilizaron datos provenientes de muestreo destructivo de 35 árboles de 3, 5, 6 y 7 años de edad, de los cuales se obtuvieron muestras de los componentes principales del árbol. La biomasa por componente fue calculada usando la relación entre el peso seco y peso fresco. El ajuste de los modelos evaluados para estimar la biomasa por componente y de acículas en ramas individuales, está en función de las variables siguientes: diámetro normal (D), altura total (H), diámetro de copa viva (DCV), altura de fuste limpio (AFL), diámetro basal de rama (DBR), y altura de rama (AR). El método de ajuste utilizado considera un sistema de ecuaciones simultáneas y el ajuste se realizó mediante regresión aparentemente no relacionadas (SUR). Para la biomasa total y por componentes aéreos se estimó con coeficientes de determinación, $R_{adj}^2 > 0.98\%$ (biomasa total), 0.98% (fuste), 0.94% (ramas) y 0.95% (follaje). El sistema de partición de biomasa generó una distribución mayor

en fuste (69%), seguida de ramas (21%) y en menor proporción para el follaje (10%). El ajuste para la estimación de biomasa de acículas en ramas individuales se estimó con R_{adj}^2 0.75%, empleando 285 submuestras de ramas correspondientes a 35 árboles.

Palabras clave: Ecuaciones alométricas, factor de expansión de biomasa, volumen de fuste, partición de biomasa.

3.2. Abstract

Forest plantations play an increasingly important role in climate change mitigation. For this, exist the necessity of evaluate the aerial biomass and foliage distribution, being foliage the main player on every physiological process. In this chapter biomass expansion factors were developed together with a biomass partition system. A system of allometric equations was fitted to estimate total biomass and by components (stem, branches and foliage). Additionally, models for branch biomass were also developed to re-construct vertical foliage distribution. Data came from destructive sampling of 35 trees distributed in 3, 5, 6 and 7 years old. The biomass of each component was calculated using a fresh /dry biomass relation. The biomass partition models used as independent variables DBH, total height, live crown diameter, clear bolt height, basal branch diameter and branch height. The adjustment method used considers a system of simultaneous equations and the adjustment was made by SUR (Seemingly Unrelated Regressions) structure. Total biomass and by aerial components was estimated with determination coefficients, $R_{adj}^2 > 0.98\%$ (total biomass), 0.98% (stem), 0.94% (branches) and 0.95% foliage). The biomass partition system was 69% stem, 21% branches and 9% foliage. For the individual branch models the R_{adj}^2 obtained is 0.75 from 285 branches sampled of the 35 trees destructively sampled.

Key word: Allometric equations, biomass expansion factor, stem volume, biomass partition.

3.3. INTRODUCCIÓN

La evaluación de las plantaciones forestales comerciales (PFC) requiere de herramientas prácticas que permitan evaluar de manera más precisa la productividad de los ecosistemas, también para evaluar el potencial energético y la función de los bosques con el ciclo de carbono (FAO, 2010). Entre los elementos a considerar se encuentra la evaluación de biomasa forestal, que es además relevante para reducir los gases de efecto invernadero, y su influencia en el proceso de cambio climático. El calentamiento global es provocado por las grandes emisiones de dióxido de carbono emitidas a la atmósferas y sistemas productivos como las PFC con especies de rápido crecimiento, asimilan mayor carbono a través de la fotosíntesis para fijarlo en sus componentes estructurales (raíz, fuste, ramas y follaje) y sirven como sumideros de CO₂ al mantenerlos por periodos largo en las reservas de biomasa (FAO, 2002).

Al lograr buenas estimaciones de biomasa, es posible estimar “La huella de carbono” de las PFC, ya que la cantidad de CO₂ retirado de la atmósfera a través de la fotosíntesis (secuestro de carbono) se resta del liberado, pudiendo así establecer el balance de carbono (Robinson *et al.*, 2013).

La biomasa forestal (expresada como peso seco) es una medida importante para el análisis de la productividad del ecosistema y las funciones de los bosques en el ciclo de carbono (FAO, 2010). La cantidad de biomasa contenida en un árbol está influenciada por varios factores del sitio tales como: la densidad y la productividad del sitio; las características del suelo, como la textura y el contenido de humedad; y las características de los árboles, como especie y la edad (Poudel y Temesgen, 2015). Las metodologías utilizadas con frecuencia para estimar la biomasa forestal son clasificadas de la manera siguiente: i) método directo, es un método muy preciso, consiste en la medición destructiva de cada uno de los componentes estructurales del árbol este método es muy costoso y requiere mucho tiempo, la aplicación se limita a áreas pequeñas (Ayala-López *et al.*,

2002; Addo-Fordjour y Rahmad, 2013). No obstante, la información derivada de este tipo de medición es muy importancia para desarrollar ecuaciones alométricos; ii) en este método se desarrollan ecuaciones alométricos mediante un análisis de regresión, relacionando la biomasa (variable dependiente) con las variables de fácil medición como el diámetro normal y la altura total (variables independientes). Las ecuaciones alométricos permiten estimar la biomasa aérea relacionando las variables de fácil medición vía ecuaciones matemáticas y permite una evaluación no destructiva de la biomasa en grandes áreas forestales (Addo-Fordjour y Rahmad, 2013; Poudel y Temesgen, 2015); iii) este método estima la biomasa mediante la densidad básica de la madera al multiplicar el volumen calculado en árboles individuales (Brown *et al.*, 1989; Somogyi *et al.*, 2007); iv) el ultimo método estima la biomasa mediante factores de expansiones de biomasa, que consiste en multiplicar el volumen estimado para cada árbol por un factor que convierte m^3 en $kg m^3$ (Somogyi *et al.*, 2007; Heath *et al.*, 2009).

En la literatura existen muchos estudios científicos para estimar la biomasa forestal, relacionando las variables de diámetro normal (Návar, 2009; Díaz-Franco *et al.*, 2007; Ospina *et al.*, 2013) con la altura total (Návar-Cháidez *et al.*, 2013; Ruiz-Aquino *et al.*, 2014; Soriana-Luna *et al.*, 2015). Tales investigaciones han permitido estimar con precisión la biomasa total y por componentes (fuste, ramas y follaje). De hecho, el follaje es el componente del árbol más importante, responsable de los procesos de fotosíntesis-transpiración y de la captación total de carbono en el árbol. Sin embargo, los estudios para estimar la biomasa de follaje a nivel rama fueron desarrollados por De Los Santos-Posadas (1998) y Rodríguez-Ortiz *et al.* (2012), las cuales permitieron obtener estimaciones confiables de cómo se distribuye la biomasa con respecto a la copa del árbol y reconstruir la distribución vertical de la biomasa de follaje completo. Para ello se emplean variables referidas a la copa del árbol (diámetro de copa viva, diámetro basal de rama, altura de rama, altura de fuste limpio, y longitud de copa viva). Aunque la distribución espacial de

la biomasa foliar y sus estructuras están influenciadas directamente por la cantidad de luz interceptada por el dosel de los bosques (Kershaw y Maguire, 1996), son muy sensibles también a patrones climáticos y tratamientos silvícolas, por lo que la cuantificación de la biomasa foliar puede ser importante para explicar la productividad de rodales con manejo forestal (Zhang, 1997).

La información cuantitativa de las estimaciones de biomasa para *Pinus chiapensis* en plantaciones forestales comerciales es limitada en Puebla, México, por lo tanto, los objetivos del estudio presente son: 1) desarrollar factores de expansión de biomasa y un sistema de partición de biomasa; 2) ajustar un sistema de modelos alométricos para estimar la biomasa total y por componentes (fuste, ramas y follaje); 3) generar ecuaciones de ramas individuales, para reconstruir la distribución vertical del follaje en una plantación forestal comercial de *Pinus chiapensis* (Martinez) Andresen en Tlatlauquitepec, Puebla

3.4. MATERIALES Y MÉTODOS

3.4.1. Descripción del área de estudio y variables dasométricas

El estudio se realizó en una plantación de 115 ha de *P. chiapensis* establecida en terrenos destinados antiguamente a la producción frutícola y cafetalera. Existe una crono-secuencia de edades ya que las plantaciones se establecieron en los años: 2007, 2008, 2009 y 2011. Relictos de Bosque Mesófilo de Montaña rodean a la plantación, ubicada en el Municipio de Tlatlauquitepec, Puebla. Ubicado entre las coordenadas 19° 38' y 20° 03' de latitud norte y 97° 23' y 97° 37' de longitud oeste. El clima es semicálido húmedo con lluvias todo el año, con una temperatura media anual que fluctúa entre 10 a 24 °C y una precipitación media anual de 600 a 4100 mm (INEGI, 2009).

Para el estudio se obtuvo información de 35 árboles de *P. chiapensis* de edades diferentes (3, 4, 5 y 7 años), mediante un muestreo destructivo realizados en el año 2014; se seleccionaron árboles

sin daño físico y que cubrieran todas las categorías de diámetros y alturas posibles. El derribo se realizó a 5 cm sobre el nivel del suelo; posteriormente se separaron las ramas del fuste. A cada árbol se le midió las siguientes variables: diámetro con corteza (d en cm) y altura comercial (H_m en m) tomadas a cada metro a partir de una altura inicial, del tocón (H_b en cm) hasta la altura total (H en m), incluyendo el diámetro normal (D en cm), diámetro de copa viva (DCV en cm), altura de copa viva (LCV en m), altura de fuste limpio (AFL en m), diámetro basal de ramas (DBR) y altura de ramas (AR).

3.4.2. Muestreo de fuste, ramas y follaje con metodología completa

En los árboles derribados se separaron las ramas y el follaje, posteriormente se seccionó el fuste, la primera troza se cortó a 1.20 m de longitud y las demás a 2.40 m de longitud hasta llegar a la punta del árbol, registrando el peso en verde (kg) con una báscula de plataforma Oken de 120 kg. Para la primera troza, se obtuvieron dos rodajas (inferior y superior) y para el resto de las trozas sólo la superior, con promedio de 5 cm de grosor, registrando el diámetro con corteza (D_{cc}) y el peso en verde (kg) con una báscula electrónica Torrey® serie L-EQ-10, de 10 kg. El peso verde total de las ramas y follaje fue registrado, de estas se tomaron muestras de 1 kg y 1/2 kg de rama y follaje respectivamente. En laboratorio se determinó el peso seco por componentes, luego de ser secada en una estufa a una temperatura de 75 °C, hasta obtener el peso seco constante.

3.4.3. Muestreo de acículas en ramas individuales con metodología incompleta

Teniendo en cuenta que se tienen 35 árboles para la metodología completa, se decidió probar la siguiente metodología a fin de generar y proponer una medición indirecta menos intensiva para muestreo de follaje, ya que en campo resulta complejo medir a detalle la biomasa, por lo cual esta estrategia consideró muestrear el follaje por rama promedio para cada verticilo foliar, logrando disminuir el tiempo y costo por árbol hasta un 50%.

Para el muestro de las ramas individuales se utilizó la metodología referida por Rodríguez-Ortiz *et al.* (2013) y De los Santos-Posadas (1998), registrando las variables siguientes: número de verticilos foliares, de la base de copa a la punta del árbol, número consecutivo de rama, altura de la rama (AR en m), desde la base del árbol hasta el punto de inserción de la rama, longitud de copa viva (LCV en cm), altura de fuste limpio (AFL), altura total (H) y diámetro basal de rama (DR en cm) aproximadamente a 1 cm desde la base de la rama. Para ello se utilizó una muestra de 22 de los 35 árboles derribados (peso total de ramas y follaje), de cada árbol se seleccionó una rama promedio por verticilo, registrando su peso en verde por componente (rama y acículas). Estas fueron debidamente etiquetadas (número de árbol, numero de verticilo, numero de ramas) en bolsas de papel. Se generaron 285 submuestras de ramas individuales. En laboratorio se determinó el peso seco por componentes en una estufa a una temperatura de 75 °C, hasta obtener un peso seco constante.

3.4.4. Estimación de biomasa por componentes estructurales

La biomasa de los árboles se estimó por componentes estructurales; fuste, ramas y follaje, empleando la metodología sugerida por Repola y Anhlund (2014). Las estimaciones de la biomasa se basaron en el estimador de razón (r); en la relación de la masa seca (dw) y la masa fresca (fw) de las muestras de los componentes del árbol. Esta relación (dw/fw) se utilizó para convertir el peso fresco de cada componente del árbol (FW) a biomasa (DW). La biomasa del fuste, ramas y follajes se estimó con la ecuación siguiente;

$$DW_s = FW_s \times r \quad (3.1)$$

donde DW_s es la biomasa por componentes (fuste, ramas y follaje), FW_s es el peso fresco del fuste, ramas y follaje, r es el estimador de razón.

Los estadísticos de las variables empleadas para el ajuste de los modelos se presentan en el Cuadro 3.1.

Cuadro 3.1. Estadísticos de las variables dasométricas.

VARIABLES DASOMÉTRICAS	N	Media	Mínimo	Máximo	D.E.
Altura total (H en m)	35	11.08	4.25	17.05	3.79
Diámetro normal (D en cm)	35	15.20	3.20	26.50	6.76
Volumen (V m ³)	35	0.12	0.002	0.34	0.10
Biomasa de fuste (B _F en kg)	35	59.89	1.10	157.99	48.27
Biomasa de ramas (B _R en kg)	35	18.92	0.48	47.40	14.53
Biomasa de follaje (B _H en kg)	35	8.62	0.72	20.99	6.23
Biomasa total (B _T en kg)	35	87.44	2.46	220.52	68.62
Biomasa de acículas en ramas individuales (g)	285	126.24	1.30	810	135.58
Edad (años)	35	5.62	3.00	7.00	1.51

N número de observaciones, D.E. desviación estándar.

3.4.5. Factor de expansión y sistema de partición de biomasa

La distribución de la biomasa en los componentes del árbol se ajustó como una función directa de la biomasa total y un factor de partición (Aquino-Ramírez *et al.*, 2015). Para generar directamente la estimación del factor de expansión de biomasa (FEB) se incluye la expresión directa que establece la cantidad de kg por m³ de fuste. La estructura matemática del sistema es la siguiente;

$$B_{componente} = f_{componente}(B_T, F) + \varepsilon \quad (3.2)$$

De cual se deriva un sistema de ecuaciones de la forma siguiente:

$$B_F = g(B_T, \delta) + \varepsilon \quad (3.3)$$

$$B_R = h(B_T, \theta) + \varepsilon \quad (3.4)$$

$$B_H = i(B_T, \varphi) + \varepsilon \quad (3.5)$$

$$B_T = j(V, \vartheta) + \varepsilon \quad (3.6)$$

donde B_F es la biomasa de fuste (kg), B_R biomasa de ramas (kg), B_H biomasa de follaje (kg), B_T biomasa total (kg), V volumen total árbol (m^3), $g(\cdot)$, $h(\cdot)$, e $i(\cdot)$ son las funciones para la biomasa de cada componente y $j(\cdot)$ establece la cantidad de kg por m^3 .

Por tanto, la aditividad se garantiza con las restricciones lineales sobre los coeficientes de regresión (Brown, 1997). De esta forma, se logra que la suma de la biomasa de los componentes sean igual a la biomasa aérea total (Návar *et al.*, 2002).

Si bien un FEB variable puede ser poco realista, una forma de calcularlo es a partir de los modelos de biomasa y volumen. De esta forma se obtiene un FEB variable como:

$$FEB = \frac{B}{V} = \frac{f(D, H, \beta)^\alpha}{g(D, H, \beta)^\alpha} = h(D, H, \beta)^\alpha \quad (3.7)$$

donde B es la biomasa total (kg), V volumen total (m^3), D diámetro normal (cm), H altura total (m), β y α son parámetros.

3.4.6. Modelos para estimar la biomasa total y por componentes

Los modelos complementarios al sistema de partición permiten estimar la biomasa total y por componentes de manera más eficiente (Cuadro 3.2), ya que la distribución de la biomasa por componentes varía con respecto a la biomasa total. Esto se puede explicar con la variación del diámetro, caso contrario con el sistema de partición de biomasa, ya que estos son valores constantes que indican la distribución los componentes. Con la información de biomasa derivada de 35 árboles con la metodología completa se ajustaron los modelos de biomasa total y por componentes estructurales.

Los modelos para estimar la biomasa de acículas en ramas individuales fueron tomados de De los Santos-Posadas (1988) y Rodríguez-Ortiz et al. (2012) (Cuadro 3.3). Las variables empleadas en el modelo que mejoran las predicciones de la biomasa de acículas corresponden a: diámetro basal de rama (cm), altura de la rama (m), altura relativa de rama (ARR), junto con una variable indicadora (X_i) que define la sección de copa donde fue tomada la rama. Con una submuestra de 285 ramas individuales correspondiente a 22 árboles, se ajustaron los modelos para estimar la biomasa de acículas en ramas individuales.

Cuadro 3.2. Modelos de biomasa total y por componentes.

Nombre	Estructura matemática	Modelo
Variable combinada no lineal (Spurr, 1952)	$B_F = \alpha_1 (D^2H)^{\alpha_2}$	(3.8)
Schumacher y Hall (1933)	$B_F = \alpha_1 D^{\alpha_2} H^{\alpha_3}$	(3.9)
Takata (1958)	$B_F = (D^2H)/(\alpha_1 + \alpha_2 D)$	(3.10)
Variable combinada no lineal (Spurr, 1952)	$B_R = \beta_1 (DCV^2 AFL)^{\beta_2}$	(3.11)
Schumacher y Hall (1933)	$B_R = \beta_1 DCV^{\beta_2} AFL^{\beta_3}$	(3.12)
Variable combinada (Spurr, 1952)	$B_R = \beta_1 + \beta_2 DCV^2 AFL$	(3.13)
Variable combinada no lineal (Spurr, 1952)	$B_H = \theta_1 (DCV^2 AFL)^{\theta_2}$	(3.14)
Schumacher y Hall (1933)	$B_H = \theta_1 DCV^{\theta_2} AFL^{\theta_3}$	(3.15)
Variable combinada (Spurr, 1952)	$B_H = \theta_1 + \theta_2 DCV^2 AFL$	(3.16)
Variable combinada no lineal (Spurr, 1952)	$B_T = \delta_1 (D^2H)^{\delta_2}$	(3.17)
Schumacher y Hall (1933)	$B_T = \delta_1 D^{\delta_2} H^{\delta_3}$	(3.18)

B_F biomasa de fuste (kg), B_R biomasa de ramas (kg), B_H biomasa de follaje (kg), B_T biomasa total (kg), D diámetro normal (cm), H altura total (m), DCV diámetro de copa viva (cm), AFL altura de fuste limpio (m), α_i , β_i , θ_i , δ_i son parámetros a estimar mediante el ajuste.

Cuadro 3.3. Modelos de biomasa de acículas en ramas individuales.

Nombre	Estructura matemática	Modelo
Función geométrica (Edwards y Penney, 1997)	$BAR = DBR^{\alpha_1}(1 - ARR)^{\alpha_2}(1 + ARR)^{\alpha_3}AR^{\alpha_4}SEC$	(3.19)
Beta modificada (De los Santos-Posadas, 1998)	$BAR = DBR^{\beta_1}AR^{\beta_2}(1 - ARR)^{\beta_3}SEC$	(3.20)
Modelo lineal (De los Santos-Posadas, 1998)	$BAR = \delta_0 + \delta_1DBR^2 + \delta_2DBR^2X_1 + \delta_3DBR^2X_2$	(3.21)
Modelo lineal (De los Santos-Posadas, 1998)	$BAR = \gamma_0 + \gamma_1DBR^2 + \gamma_2DBR^2AR + \gamma_3DBR^2X_1 + \gamma DBR^2X_2$	(3.22)

BAR biomasa de acículas por rama (g), DBR diámetro basal de rama (cm), AR altura de rama (desde el suelo hasta el punto de inserción de la rama, m), ARR altura relativa de rama con respecto a la longitud de copa $[(AR-LFL)/LCV]$, X_i variable indicadora, define la sección inferior, media o superior de la copa de acuerdo a la posición de la rama con respecto a la copa del árbol (X_1 1 si la rama está en la sección inferior $1 - AR/AT \leq 0.6 = 1$, de lo contrario 0; X_2 1 si la rama está en la sección media $2 - AR/T > 0.6$ y $\leq 0.8 = 2$, de lo contrario 0). $\alpha_i, \beta_i, \theta_i, \delta_i, \gamma_i, \vartheta_i$ son parámetros a estimar mediante el ajuste.

3.4.7. Estadísticos y criterios de selección

Los modelos alométricos ajustados se evaluaron por su precisión, mediante análisis numéricos y gráficos de los residuales. El análisis numérico consistió en evaluar los estadísticos siguientes: raíz del cuadrado medio de error (RMSE), coeficiente de variación (CV), coeficiente de determinación ajustada (R_{adj}^2) y, sesgo promedio absoluto (\bar{E}). En tanto, la distribución de los

residuales permitió evaluar posibles anomalías de los modelos. Las ecuaciones se presentan a continuación;

$$\text{RMSE} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p} \right]^{0.5} \quad (3.23)$$

$$\text{CV} = \frac{\left[\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-1) \right]^{0.5}}{\bar{y}} \times 100 \quad (3.24)$$

$$R_{\text{adj}}^2 = 1 - \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-p) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.25)$$

$$\bar{E} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n} \right) \quad (3.26)$$

donde y_i , \hat{y}_i e \bar{y} , son los valores observados, estimados y promedios de la variable dependiente (biomasa total, fuste, ramas y follaje, y biomasa de acículas en ramas individuales), n es el número total de observaciones usadas en el ajuste de los modelos, p es el número de parámetros del modelo.

3.4.8. Métodos de ajustes de los modelos

La estimación de los parámetros de los modelos de biomasa se realizó con el método SUR (*Seemingly Unrelated Regressions*) para garantizar la aditividad entre la ecuaciones de los componentes del árbol, utilizando el procedimiento Model del paquete estadístico SAS/ETS® (SAS Institute, Inc., 2008). La técnica de regresión aparentemente no relacionada (SUR) puede lograr una menor varianza y ser más eficientes (Brown, 1997). El ajuste con SUR homogeniza y optimiza el error estándar de los parámetros, permitiendo la compatibilidad completa en el sistema de ecuaciones (Fang *et al.*, 2000; Cruz-Cobos *et al.*, 2008).

Con la biomasa de acículas de 285 ramas, correspondiente a 22 árboles, se generaron modelos de regresión lineal y no lineal para estimar la biomasa de acículas en ramas individuales en función de las variables registradas a nivel rama.

3.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.5.1. Factor de expansión y sistema de partición de biomasa

Tal como lo sugieren Cruz (2007) y Aquino (2014), partiendo del supuesto de que el volumen de fuste (V) es una función lineal directa del diámetro al cuadrado multiplicado por la altura total, es posible calcular la biomasa total (B_T) como una proporción directa del volumen (V) multiplicada por un factor de expansión de biomasa constante θ (FEB) con la siguiente estructura:

$$B_T = \theta_1 \times V \quad (3.27)$$

donde B_T es la biomasa total (kg), θ_1 es el FEB (kg m³) constante, V volumen (m³) estimado con el modelo de volumen total (Schumacher y Hall, 1933), reportado en el CAPÍTULO II, el cual tiene la siguiente estructura $V = 0.000065 \times (D)^{1.630512} \times (H)^{1.15635}$.

El método de ajuste utilizado parte de que se tiene un sistema de ecuaciones volumen y biomasa, por lo que la estimación de parámetros del sistema se realizó mediante regresión SUR (*Seemingly Unrelated Regressions*). Los resultados obtenidos proporcionaron estadísticos de ajuste precisos. Lo anterior es posible ya que al considerar la biomasa como una función directa del volumen, se obtiene un coeficiente de determinación de 0.9751% y un error promedio de 10.9183 kg. El valor del estimador del parámetro θ_1 mostró alta significancia ($p < 0.0001$).

El valor estimado del parámetro θ_1 fue de 709.8016, es decir representa el FEB constante (kg m³) que al ser multiplicado por el volumen de un árbol proporciona la biomasa aérea total. Por lo tanto, el FEB sugiere que por cada metro cubico en *P. chiapensis* existe 709 kg de biomasa aérea

total árbol. De esta manera se genera una ecuación de biomasa total para *P. chiapensis* con la siguiente estructura:

$$B_T = 709.8016 \times V \quad (3.28)$$

Estos resultados difieren al FEB reportado por Cruz (2007) en bosques manejados de Zacualtipán, Hidalgo, con valores de 623.2698 kg m³ y 905.1358 kg m³ para *Pinus teocote* latifoliadas, respectivamente. Aquino (2014) reporta valores de FEB de 1358.5 y 998.56 kg m³ para las especies tropicales *Cupania dentata* DC., *Alchornea latifolia* Sw. e *Inga punctata* Willd, respectivamente.

Sin duda, estas variaciones pueden estar parcialmente controladas genéticamente, es decir, por las características propias de las especies, géneros, familias y procedencias, así como las condiciones ambientales en las que se desarrollan y las prácticas silvícolas a las que son sometidas. También es factible atribuirles a la eficiencia fotosintética, la estación de crecimiento y la arquitectura de los árboles; parámetros que contribuyen a una mayor captación de luz, generación de energía y transformación a biomasa aérea (Keith *et al.*, 2000). Por ejemplo, Cruz (2007) reporta para *Pinus teocote* 623.2698 kg m³, valor muy debajo al encontrado en este estudio. Este aumento en el FEB sin duda se debe al crecimiento rápido que presenta *P. chiapensis*, y al manejo silvícola de la plantación, que están ligadas directamente con el aumento del volumen y consecuentemente mayor biomasa.

Del razonamiento anterior, generar un factor de expansión de biomasa (FEB) variable puede resultar más realista que el FEB constante, ya que este último asume precisamente que la proporción de biomasa se mantiene constante, lo cual no es completamente cierto, debido a que a edades diferentes, la biomasa presenta una distribución diferencial en un árbol. El FEB variable es una forma más interesante de analizar cómo varía la biomasa en función del tamaño del árbol (diámetro normal y altura total), y una forma de generarlo es a partir de la relación del modelo de

biomasa aérea total (3.17) propuesto (Ajuste con SUR), el cual se discute posteriormente (3.2.5); así como por el modelo de volumen total (Schumacher y Hall, 1933) (Rodríguez-Ortiz *et al.*, 2012; Chávez-Pazcual *et al.*, 2013; Ruiz-Aquino *et al.*, 2014) generado en el CAPITULO II, partiendo de la estructura siguiente:

$$FEB = \frac{B}{V} \left[\frac{kg}{m^3} \right] = \frac{0.143341 \times (D^2 H)^{0.790325}}{0.000065 \times (D)^{1.630512} \times (H)^{1.15635}} \quad (3.29)$$

$$FEB = 2205.24615385 \times (D^{-0.049862} H^{-0.366025}) \quad (3.30)$$

donde FEB es el factor de expansión de biomasa (kg m³) variable, B biomasa total en (kg), V volumen total en (m³), D diámetro normal (cm), H altura total (m).

Con la ecuación 3.30 es posible generar una tabla de FEB variable, el cual varía de acuerdo a las dimensiones de los árboles (diámetro normal y altura total), esto hace que las predicciones de biomasa sean más realistas (Chávez-Pazcual *et al.*, 2013). La biomasa aérea total se obtiene al multiplicar el FEB variable estimado para cada árbol por el volumen estimado con la expresión siguiente (Magalhães, 2015; Magalhães y Seifert, 2015):

$$B_T = FEB \times V \quad (3.31)$$

La distribución del FEB por categorías diamétricas estimados con la ecuación 3.30 se muestra en la Figura 3.1, se observa claramente una disminución del FEB, que refleja los cambios en el balance de la biomasa de fuste respecto a ramas y hojas. A medida que aumenta el diámetro normal y la altura total la biomasa aumenta, pero el FEB tiende a estabilizarse, dado que el fuste empieza a concentrar una mayor cantidad de la biomasa total (Silvia-Arredondo y Návar-Cháidez, 2010). Este comportamiento puede deberse a que la proporción de biomasa del fuste a edades tempranas con relación a la biomasa del follaje y ramas es menor; decrece a medida que la biomasa del fuste aumenta, hasta mantenerse constantes en categorías diamétricas mayores a 17.5 cm. Lo anterior

puede deberse a las estructuras dimensionales, los cuales estan en funcion de la edad promedio de la masa (Silvia-Arredondo y Návar-Cháidez, 2010).

El FEB decrece progresivamente con el aumento del volumen, mostrando un comportamiento similar a la distribucion de “J” invertida para las plantaciones forestales de *P. chiapensis* (Loguercio y Defossé, 2001). Este comportamiento es similar a los reportados por Chávez-Pascual *et al.* (2013) para rodales naturales bajo manejo de *Pinus chiapensis* en Sierra Norte de Oaxaca y a lo registrado por Loguercio y Defossé (2001) para *Nothofagus pumilio* (Poepp. Et Endl.) Krasser, en el SO del Chubut, Argentina. Návar (2009) también reporta una disminuci3n del FEB para bosque seco tropical del este de Sinaloa, a medida que aumenta el diámetro normal. Soriano (2014) indica una tendencia similar en bosques manejados de *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo.

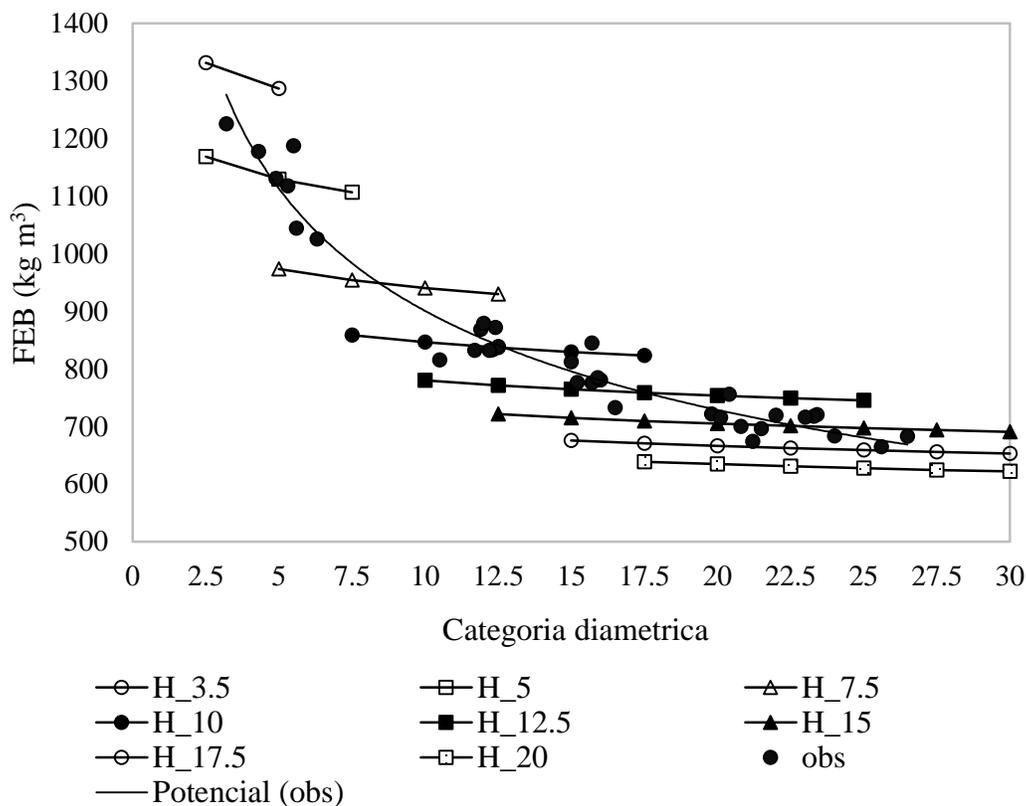


Figura 3.1. Factor de expansión de biomasa variable simulado por categorías diamétricas y de alturas muestradas (H) para *P. chiapensis*.

La biomasa total estimada con los FEB (constante y variable) con respecto al volumen estimado, indica que existe una relación lineal fuerte entre estas variables (Figura 3.2). El FEB variable es más conservador que el FEB constante, de acuerdo con la tendencia de la biomasa total observada.

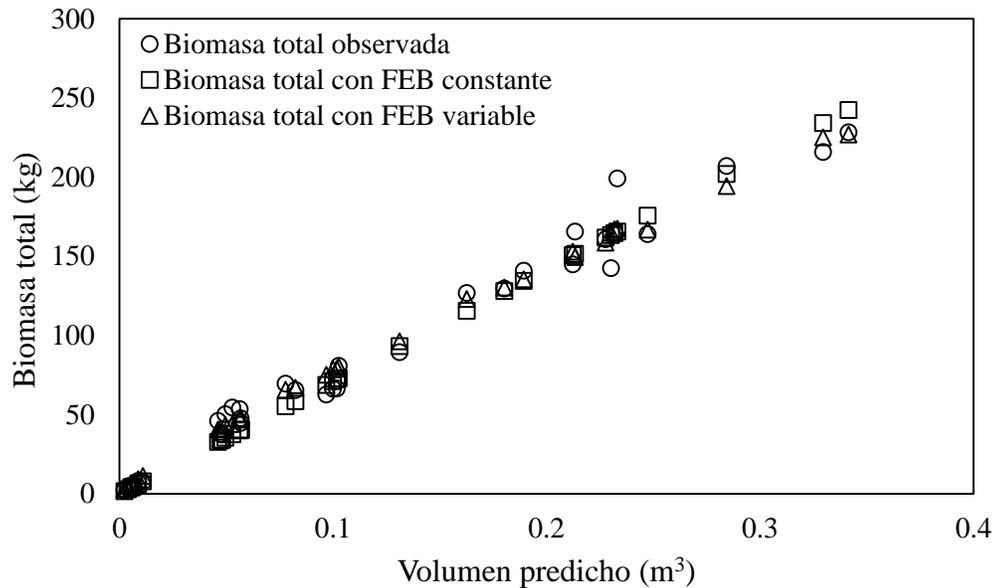


Figura 3.2. Relación de la biomasa total predichos (FEB constante y variable) y observados en función del volumen estimado (m³).

Para estudios futuros en plantaciones sería muy difícil obtener directamente la biomasa aérea, para ello se sugiere utilizar los FEB (constante y variables) desarrollados en este estudio, con el propósito de estimar la biomasa de manera indirecta para árboles medidos en pies en los inventarios forestales.

Si bien la estimación del FEB permite estimar la biomasa total derivada de un inventario forestal (Magalhães y Seifert, 2015), aún se desconoce la distribución de biomasa por componentes estructurales de árboles provenientes de una plantación bajo manejo de *P. chiapensis*. Por lo anterior, se procedió a generar un sistema de partición de variables de la forma $k_j \times B_T$, con la técnica SUR, utilizando el procedimiento Model del paquete estadístico SAS/ETS® (SAS Institute, Inc., 2008); donde k_j representa la proporción de la biomasa por componentes (fuste, ramas y

follaje) con respecto a la biomasa total; y B_T es la biomasa total estimada con la ecuación 3.17 (Ajuste con SUR), que posteriormente se discute (3.2.5). En el cuadro 3.4 se muestran los resultados de los estadísticos de ajuste y los estimadores de los parámetros. Los estimadores de los parámetros no son estadísticamente diferente de cero, dado que la probabilidad asociada al parámetro es menor al nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$). Los valores de los estimadores de los parámetros β_i del sistema representan la proporción de la biomasa por componentes estructurales con respecto a la biomasa total.

Cuadro 3.4. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros del sistema de partición de biomasa.

Componente	RMSE	R^2_{adj}	p	Ψ_i	ϵ^t	t	∞
Fuste	3.2101	0.9956	β_1	0.691336	0.00491	140.85	<.0001
Ramas	2.7675	0.9637	β_2	0.213308	0.00423	50.41	<.0001
Follaje	1.0285	0.9728	β_3	0.095355	0.00157	60.63	0.0001

p parámetro, Ψ valor de los estimadores de los parámetros, ϵ^t error estándar de los estimadores de los parámetros, t valor de t, ∞ nivel de significancia de los estimadores de los parámetros (todos los parámetros fueron significativos al 5%).

El sistema de partición de biomasa desarrollado es de gran utilidad y de fácil aplicación, ya que a partir del volumen estimado con información derivada de inventarios forestales, se puede estimar de manera confiable la biomasa total por árbol, al multiplicar el FEB (constante o variables) por su volumen, y consecuentemente conocer la distribución de biomasa en los diferentes componentes estructurales del árbol, al multiplicar los valores de los estimadores de los parámetros β_i por la biomasa total.

Los valores de β_i indican que la mayor acumulación de biomasa se concentra en el fuste con 69%, seguida con 21% en ramas y 10% para la biomasa del follaje (Cuadro 3.4). Estos resultados son similares a las reportadas por Soriano-Luna *et al.* (2015) con las proporciones de biomasa para *Pinus patula*: fuste (68%), ramas (14.3%) y follaje (8.2%); esto probablemente se explica debido a tasas de crecimiento similares (rápidas). Návar *et al.* (2001) estiman para plantaciones forestales comerciales de 14 años de *Pinus durangensis* y *Pinus cooperi*: fuste 64% y 67%, ramas 22.5% y 22.4% y, follaje con 13.5% y 10%, respectivamente. Estos resultados son similares a lo encontrado en este estudio, pero difieren con los registrados por Rodríguez-Ortiz *et al.* (2012) para una plantación de *Pinus patula* de 14 años (fuste 92.9%, ramas 4.7% y follaje 2.4%). Esta diferencia podría deberse a la genética de la especie, densidad, condiciones ambientales y al manejo silvícola, lo cual favorece la entrada de luz para el desarrollo óptimo, y la acumulación de la biomasa (Ruiz-Aquino *et al.*, 2014). Tal variación también es factible atribuirlos como: la composición de la vegetación, densidad, tratamiento silvícola, edad, y otros (Di Cosmo *et al.*, 2016).

En general, lo anterior indica que las coníferas tienden a presentar un crecimiento exponencial, a medida que incrementa la edad también aumenta la concentración de biomasa, siendo el fuste el de mayor concentración, seguida de ramas y follaje. Esta tendencia no la presentan algunas especies de latifoliadas, debido a que las proporciones por producto son variables. La biomasa de rama en especies como *Cupania dentata* DC., *Alchornea latifolia* Sw. e *Inga punctata* Willd representa generalmente la mayor concentración, seguida del fuste respectivamente (Aquino-Ramírez, 2015). En contraste, otros estudios en clima templado reportan mayor proporción de biomasa en el fuste en especies de *Clethra mexicana* y *Alnus arguta*, seguidas de las ramas y hojas (Acosta *et al.* 2011).

A pesar de ser una plantación joven, la mayor distribución de biomasa en *P. chiapensis* se concentra en el fuste, valor por arriba de algunas especies de *Pinus* ya mencionadas. Este resultado puede atribuirse a que las plantaciones se encuentran bajo un esquema de manejo intensivo

(aplicaciones de podas y control de maleza), de esta forma permiten manipular la distribución espacial de ramas y follaje, eliminando la sección inferior que corresponden a la biomasa foliar con tasa fotosintética menor, y de esta manera se garantiza que la cantidad de nutrientes mayor son destinados para formar e incrementar la biomasa del fuste. Tal como lo demuestran Madrigal *et al.* (2006) y Rodríguez-Ortiz *et al.* (2013) quienes mediante prácticas silvícolas (aclareos mecanizados intensos) encuentran que es posible incrementar las concentraciones de biomasa de fuste. En tanto que Cambrón *et al.* (2013) atribuyen que el aumento de la biomasa está ligado a varios factores ambientales en los que se desarrollan los individuos y precisan que la intensidad de competencia es un factor importante en la supervivencia, producción de biomasa y estrategia del crecimiento de la planta (arquitectura), características que interaccionan con su genotipo. Tal vez la partición de la biomasa entre los componentes del árbol se rige por procesos genéticos y fisiológicos que se producen, en respuesta a factores ambientales. Para una mejor comprensión de estos procesos es necesario desarrollar una estrategia para la predicción espacial de la biomasa, con base en varios componentes específicos del sitio (Keith *et al.*, 2000).

3.5.2. Estimación de la biomasa total y por componentes

Las ecuaciones de biomasa total y por componentes pueden producir estimaciones de biomasa más precisas que con los factores de expansión de biomasa (Magalhães, 2015), por lo anterior se probaron 11 modelos para estimar la biomasa total y por componentes estructurales, las cuales estuvieron en función del diámetro normal y altura total (modelos biomasa total y de fuste), y variables alternas referidas a la copa del árbol como el diámetro de copa viva y altura de fuste limpio (modelos de ramas y follaje). Los resultados de los estadísticos de ajuste y los estimadores de los parámetros con sus errores estándar y valores de t , se muestran en el Cuadro 3.5. Los

estimadores de los parámetros no son estadísticamente diferente de cero, dado que la probabilidad asociada al parámetro es menor al nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$).

Cuadro 3.5. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de los modelos de biomasa total y por componentes.

M	RMSE	R^2_{adj}	CV	Sesgo	p	Ψ	ε^t	t	∞
3.8	5.361	0.9877	8.8137	0.1756	α_1	0.062962	0.0140	4.51	<.0001
					α_2	0.841143	0.0250	33.62	<.0001
3.9	5.3538	0.9877	8.6678	0.1670	α_1	0.057498	0.0137	4.20	0.0002
					α_2	1.574316	0.1138	13.84	<.0001
					α_3	0.999162	0.1518	6.58	<.0001
3.10	5.2194	0.9883	8.5858	0.0181	α_1	34.65082	4.3511	7.96	<.0001
					α_2	1.367608	0.1985	6.89	<.0001
3.11	3.7954	0.9361	18.7698	0.0073	β_1	0.117465	0.0466	2.52	0.0168
					β_2	0.798353	0.0560	14.25	<.0001
3.12	3.4273	0.9479	16.6837	0.0929	β_1	0.105461	0.0369	2.86	0.0074
					β_2	1.843606	0.1353	13.63	<.0001
					β_3	0.369684	0.1506	2.45	0.0197
3.13	3.9523	0.9308	19.5455	0.00002	β_1	2.732383	1.0447	2.62	0.0133
					β_2	0.025512	0.00119	21.40	<.0001
3.14	1.4864	0.9432	16.9463	0.0931	θ_1	0.052965	0.0191	2.77	0.0091
					θ_2	0.790792	0.0510	15.52	<.0001
3.15	1.2581	0.9593	14.1352	0.0617	θ_1	0.04472	0.0134	3.35	0.0021
					θ_2	1.86986	0.1161	16.11	<.0001
					θ_3	0.321326	0.1286	2.50	0.0178
3.16	1.4718	0.9443	16.8149	0.0001	θ_1	1.435529	0.3890	3.69	0.0008
					θ_2	0.010668	0.000444	24.03	<.0001
3.17	9.4417	0.9814	10.5165	0.1651	δ_1	0.128525	0.0332	3.87	0.0005
					δ_2	0.80311	0.0292	27.49	<.0001
3.18	9.5880	0.9808	10.5165	0.1651	δ_1	0.128814	0.0363	3.55	0.0012
					δ_2	1.608872	0.1391	11.57	<.0001
					δ_3	0.79922	0.1856	4.31	0.0001

M modelo, p parámetro, Ψ valor de los estimadores de los parámetros, ε^t error estándar de los estimadores de los parámetros, t valor de t, ∞ nivel de significancia de los estimadores de los parámetros (todos los parámetros fueron significativos al 5%).

Los modelos generados para estimar la biomasa total y por componentes estructurales del árbol, presentaron valores altos en el coeficiente de determinación ajustado (valores que van de 93% al 98%), aunque la biomasa total y de fuste presentó el valor más alto (98%), seguida de la biomasa en ramas (valores que van de 94% al 95%) y de follaje (valores que van de 93% al 94%). Por tanto, los estadísticos obtenidos en los 11 modelos sugieren que todos producen una estimación realista de la biomasa total y por componentes (fuste, ramas y follaje), siendo los más precisos el modelo: (3.8) para biomasa de fuste, seguido del modelo (3.12) para las ramas, (3.15) para el follaje y finalmente para la biomasa total el modelo (3.17). Como lo han señalado en otros estudios, la mayor variación explicada en el modelo considera como variables dependientes el diámetro normal y la altura total; lo que ayuda a obtener estadísticos más precisos y consistentes (Aquino-Ramírez *et al.*, 2015; Návar *et al.*, 2004).

Aunque la biomasa de ramas y follaje son siempre difícil de estimar con la misma exactitud que la biomasa total y del fuste, tal variación puede estar influida por la vida corta de las ramas y follaje y en la competencia por la luz entre los árboles vecinos, ya que los árboles que crecen en competencia fuerte tiende a tener biomasa de ramas y follaje muy pequeñas, a diferencias de los árboles que crecen en espacios abiertos, que tienden a tener copas más amplias y grandes cantidades de biomasa en ramas y hojas (Návar, 2009). Por lo anterior, la modelación de la biomasa de ramas y follaje en función de las variables como el diámetro normal (D) y altura total (H), produjeron resultados sesgados e inconsistencias en los parámetros y valores bajos en el coeficiente de determinación ajustado; por tal razón no se reportan en este estudio.

En un intento de generar modelos más realistas, se probaron variables alternas como el diámetro de copa viva (DCV) y la altura de fuste limpio (AFL), que lograron aumentar significativamente la precisión en los estadísticos evaluados de los modelos de ramas (modelos 3.11-3.13) y follaje (modelos 3.14-3.16), registrando mayor coeficiente de determinación ajustado y menores valores

en raíz del cuadrado medio del error, coeficiente de variación y sesgo. Tal como lo demuestra Rodríguez-Ortiz *et al.* (2012) en plantaciones de *Pinus patula*. La inclusión de estas variables adicionales (variables referidas a la copa del árbol) al diámetro normal y altura total, mejoran significativamente los estadísticos de ajuste.

Todos los modelos estimaron de manera confiable la biomasa total y por componentes aéreos, por lo cual se procedió a seleccionar los mejores de acuerdo a los estadísticos para cada componente, quedando con los siguientes modelos: para la biomasa del fuste se seleccionó el modelo 3.8, para las ramas el 3.12, para el follaje el 3.15 y finalmente para la biomasa total se seleccionó el modelo 3.17, el cual está en función del diámetro normal y altura total del árbol como variables dependientes.

Una característica deseable de estas ecuaciones de regresión es que las predicciones de los componentes del árbol (fuste, ramas y follaje) sean similares a la suma de la predicción total del árbol (Parresol, 1999; Návar *et al.*, 2002; Soriano-Luna *et al.*, 2015). A este aspecto se le llama aditividad en un sistema de ecuaciones, con el que se logra una consistencia lógica para las funciones de biomasa de todos los componentes del árbol (Aquino, 2014). Por lo cual, el procedimiento de regresión aparentemente no relacionada (SUR) presenta ciertas ventajas al permitir la compatibilidad completa entre los componentes (fuste, ramas y follaje), dado que homogeneiza y optimiza el error estándar de los parámetros en el sistema (Parresol, 1999). Por lo tanto, bajo la restricción de aditividad, la técnica SUR puede lograr menor varianza. Por lo anterior, los cuatro modelos (biomasa de fuste, ramas, follaje y biomasa total) seleccionados se ajustaron con la técnica de regresión SUR para garantizar la compatibilidad entre las diferentes estructuras del árbol.

Los resultados de los estadísticos de ajuste y los estimadores de los parámetros con sus errores estándar y valores de t se muestran en el Cuadro 3.6. Los estimadores de los parámetros no son

estadísticamente diferente de cero, dado que la probabilidad asociada al parámetro es menor al nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$). Claramente puede observarse que con el procedimiento SUR los errores de los parámetros disminuyen y consecuentemente los valores de t aumentan, en contraste cuando el ajuste se realiza de manera individual. Este resultado son similares a lo reportado por Nívar *et al.* (2004).

Los estadísticos obtenidos en los cuatro modelos mediante ajuste con SUR mostraron una variación mínima con respecto a los estadísticos obtenidos en el ajuste individual, sin embargo la técnica SUR logra un aumento significativo en el valor de t y además que la suma de la biomasa de cada componente (modelos 3.8, 3.12, y 3.15 sea similar a la biomasa total estimada por el modelo 3.17).

Cuadro 3.6. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros obtenido en el ajuste de las ecuaciones simultaneas con SUR.

M	C	RMSE	R^2_{adj}	CV	Sesgo	p	Ψ	ϵ^t	t	∞
3.8	BF	5.3686	0.9876	15.5907	0.1798	α_1	0.066564	0.0145	4.59	<.0001
						α_2	0.834646	0.0246	33.94	<.0001
						β_1	0.138472	0.0463	2.99	0.0053
3.12	BR	3.6011	0.9425	17.5354	0.0418	β_2	1.640057	0.1101	14.90	<.0001
						β_3	0.584945	0.0766	7.64	<.0001
						θ_1	0.052121	0.0153	3.40	0.0018
3.15	BH	1.2964	0.9568	14.5557	0.0787	θ_2	1.739549	0.1063	16.37	<.0001
						θ_3	0.475447	0.1038	4.58	<.0001
3.17	BT	9.4794	0.9812	10.5584	0.1724	δ_1	0.143341	0.0357	4.02	0.0003
						δ_2	0.790325	0.0281	28.12	<.0001

M modelo, C componente, p parámetro, Ψ valor de los estimadores de los parámetros, ϵ^t error estándar de los estimadores de los parámetros, t valor de t, ∞ nivel de significancia de los estimadores de los parámetros (todos los parámetros fueron significativos al 5%).

La estimación de biomasa en ramas y follaje tuvo un coeficiente de determinación ajustada de 0.94% y 0.95% respectivamente, este resultado es superior a los reportados por Rodríguez-Ortiz *et al.* (2012) quienes emplearon el diámetro de copa viva para mejorar la precisión de los modelos para la biomasa de ramas y follaje en plantaciones de *Pinus patula* de 14 años de edad.

En la Figura 3.3 puede observarse una distribución precisa de la biomasa total estimada (suma de los componentes estructurales con los modelos 3.8, 3.12, 3.15 y la biomasa total estimada con el modelo 3.17) y la biomasa total observada, en función de la variable combinada D^2H . Estos resultados se atribuyen al ajuste de las ecuaciones de forma simultáneas con SUR, lo que genera estimaciones ligeramente más optimistas.

En la Figura 3.4 se muestra la distribución de la biomasa por componentes aéreos (fuste, ramas y follaje) como un sistema de ecuaciones compatibles ajustadas con SUR. La biomasa de fuste presentó mayor concentración, seguida de ramas y en proporción menor la biomasa de follaje.

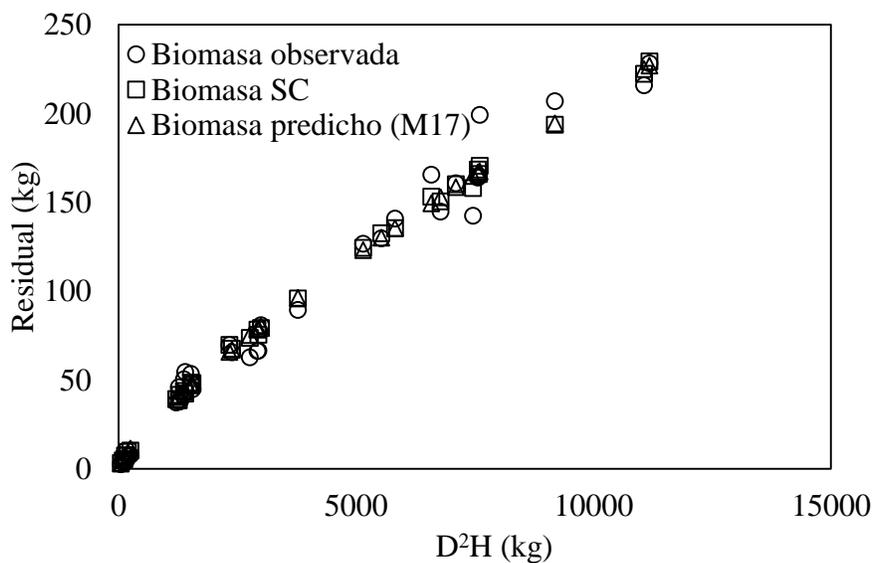


Figura 3.3. Relación de la biomasa total observada, predicho con el modelo de biomasa total (M17=3.17) y SC representa la suma de los componentes (modelos 3.8, 3.12 y 3.15) con respecto a D^2H .

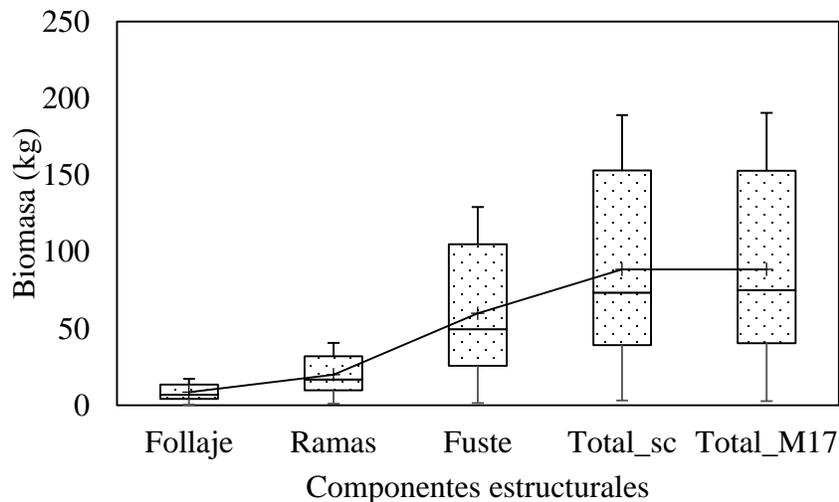


Figura 3.4. Distribución de la biomasa total (Total_sc representan la suma de los componentes y Total_M17 biomasa total estimada con el modelo 3.17) y por componentes (fuste, ramas y follaje), - representa la mediana, + la media los residuales. El cuadro representa el rango intercuartil. Valor máximo y mínimo están representados por los pequeños segmentos horizontales superiores e inferiores.

En la Figura 3.5 se muestra como se distribuyen la biomasa total y por componentes estructurales, esto corresponden a la biomasa promedio por edad. Claramente puede observarse que existe un alto incremento en la biomasa entre la edad 6 y 7; sin duda se debe por la intervencion de podas en la plantacion, y en respuesta por su rapido crecimiento de los árboles.

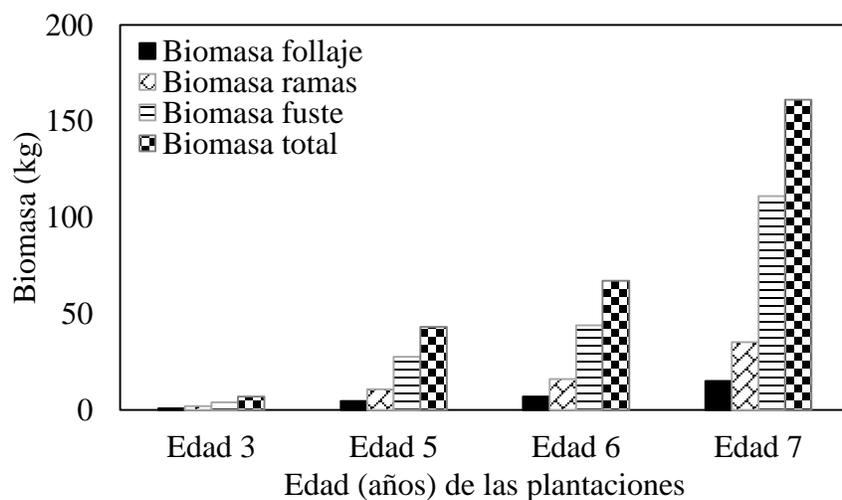


Figura 3.5. Distribución de biomasa por componentes estructurales obtenidos con las ecuaciones 3.8, 3.12, 3.15 y 3.17 ajustados con SUR con respecto a la edad de la plantación.

Los residuales de los modelos 3.8, 3.12, 3.15 y 3.17 no presentaron problemas de heterocedasticidad, ya que la distribución de los residuales presenta una distribución homogénea frente a los valores predichos, lo cual valida la bondad de ajuste de los modelos para estimar con precisión la biomasa total y por componentes para *P. chiapensis* (Figura 3.6).

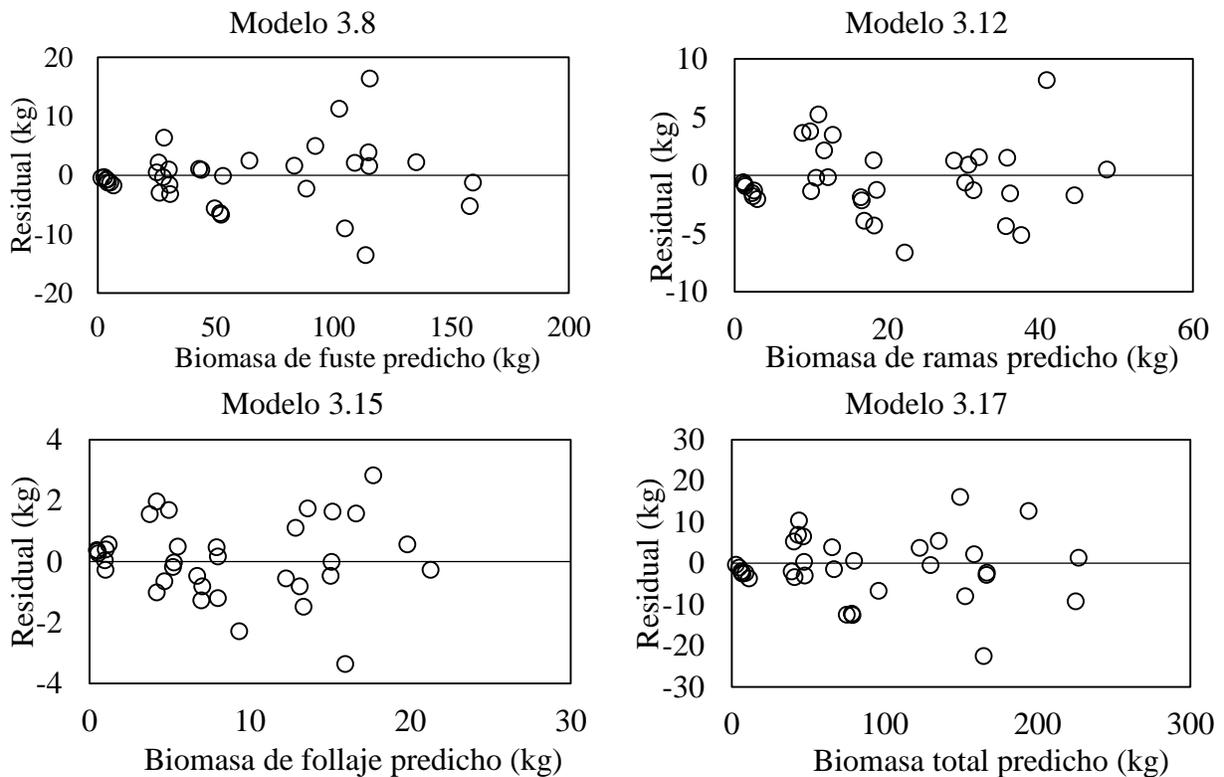


Figura 3.6. Residuales de biomasa total y por componentes obtenidos en el ajuste simultaneo con SUR, frente a sus valores predichos.

3.5.3. Estimación de la biomasa de acículas en ramas individuales

Madgwick y Jackson (1973) utilizaron modelos de regresión múltiple para estimar la biomasa de ramas y acículas en *Pinus radiata*, empleando como variables independientes el diámetro basal de rama, longitud de rama y altura relativa. Pero los modelos desarrollados no fueron muy precisos, por lo cual sugirió que para mejorar las estimaciones de biomasa deben incluirse variables que permitan identificar la posición de la rama en la copa del árbol.

De los Santos-Posadas (1998) modeló la biomasa de acículas en ramas individual en plantaciones de *Pinus taeda*, generando modelos lineales con la siguiente estructura matemática básica $BAR = \beta_0 + \beta_2 DBR^2 X_i$, que junto con una variable indicadora, permite evitar predicciones negativas, ya que es en la parte inferior de la copa donde las ramas de mayor tamaño pero con poca biomasa foliar están presentes. En gran parte se debe a la intercepción menor de luz en la base de la copa, provocado por la densidad y la forma de la copa.

Los modelos de biomasa de acículas para ramas individuales funcionan para reconstruir la biomasa total de ramas y follaje, para la cual se muestrea un fragmento de la copa (un rama por verticilo), por el tiempo y costo que implica muestrear árboles completos y por la dificultad que implica medir la biomasa de follaje. Por lo cual, estos modelos permiten reconstruir la biomasa total de follaje.

Los modelos lineales y no lineales estimaron la biomasa de acículas en ramas individuales, empleando una muestra de 285 ramas correspondientes a estos 22 árboles. La pruebas de hipótesis sobre los estimadores de los parámetros no son estadísticamente diferente de cero, dado que la probabilidad asociada al parámetro es menor al nivel de significancia de 5% ($\alpha=5\%$). Cuadro 3.7. Los valores de los estimadores de los parámetros resultaron altamente significativos ($p \leq 0.05$), a excepción de los parámetros $\beta_2, \delta_0, \delta_2, \gamma_0, \gamma_1$ para los modelos lineales 3.20, 3.21 y 3.22. Los seis modelos estiman la biomasa de acículas en ramas individuales en función de diámetro basal de rama, altura de rama, altura relativa de rama, más una variable indicadora que define la sección (sección inferior, media y superior) de la rama en la copa del árbol.

EL modelo no lineal (3.19) presentó los mejores estadísticos, seguida del no lineal (3.20) y el modelo lineal (3.22), esto al obtener coeficiente de determinación mayor y valores en raíz del cuadrado medio de error y coeficiente de variación menores, aunque el valor más pequeño del sesgo lo presentó el modelo (3.21) (Cuadro 3.7). El intercepto del modelo (3.22) es

estadísticamente diferente de cero (β_1) y la variable de diámetro basal de rama (β_2), no contribuye a estimar la biomasa de acículas, ya que la probabilidad asociada al parámetro es mayor al nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$).

Cuadro 3.7. Estadísticos de ajuste, valores y significancia de los parámetros de los modelos de biomasa de acículas en ramas individuales.

Modelo	RMSE	R ² _{adj}	CV	Sesgo	p	Ψ	ϵ^t	t	∞
3.19	61.6032	0.7936	48.5383	0.3111	α_1	1.940515	0.0206	94.35	<.0001
					α_2	1.378815	0.3203	4.30	<.0001
					α_3	1.979756	0.6131	3.23	0.0014
					α_4	-0.1521	0.0596	-2.55	0.0112
3.20	62.8582	0.7851	49.5970	1.7217	β_1	1.92169	0.0213	90.15	<.0001
					β_2	-0.0151	0.0542	-0.28	0.7806
					β_3	0.609868	0.0910	6.70	<.0001
3.21	68.5780	0.7442	54.0346	0.0001	δ_0	2.208982	10.3790	0.21	0.8316
					δ_1	0.213254	0.0321	6.63	<.0001
					δ_2	0.042542	0.0301	1.41	0.1586
					δ_3	0.096563	0.0347	2.79	0.0057
3.22	66.7771	0.7574	52.5219	0.0011	γ_0	6.833202	10.7843	0.63	0.5268
					γ_1	0.060515	0.0335	1.80	0.0723
					γ_2	0.013102	0.00173	7.56	<.0001
					γ_3	0.118379	0.0259	4.56	<.0001
					γ_4	0.118412	0.0296	4.00	<.0001

p parámetro, Ψ valor de los estimadores de los parámetros, ϵ^t error estándar de los estimadores de los parámetros, t valor de t, ∞ nivel de significancia de los estimadores de los parámetros (todos los parámetros fueron significativos al 5%).

La selección del modelo (3.22) fue evidente, ya que estimó de manera más objetiva la biomasa de acículas que el resto de los modelos evaluados (Figura 3.7). Estos resultados coinciden con otros estudios. Por ejemplo, De Los Santos Posadas (1998) reportó resultados estadísticos muy precisos

al estimar la biomasa foliar en ramas individuales; el modelo seleccionado le permitió reconstruir la biomasa total del follaje para la cual se tenía un fragmento de biomasa foliar. Rodríguez-Ortiz *et al.* (2012) reportaron valores similares con coeficiente de determinación ajustado 0.80%. La exactitud de los modelos es atribuible al uso de variables indicadoras, que permiten identificar la posición de la rama (x_i) con respecto a la copa del árbol, lo cual convierte el modelo más consistente.

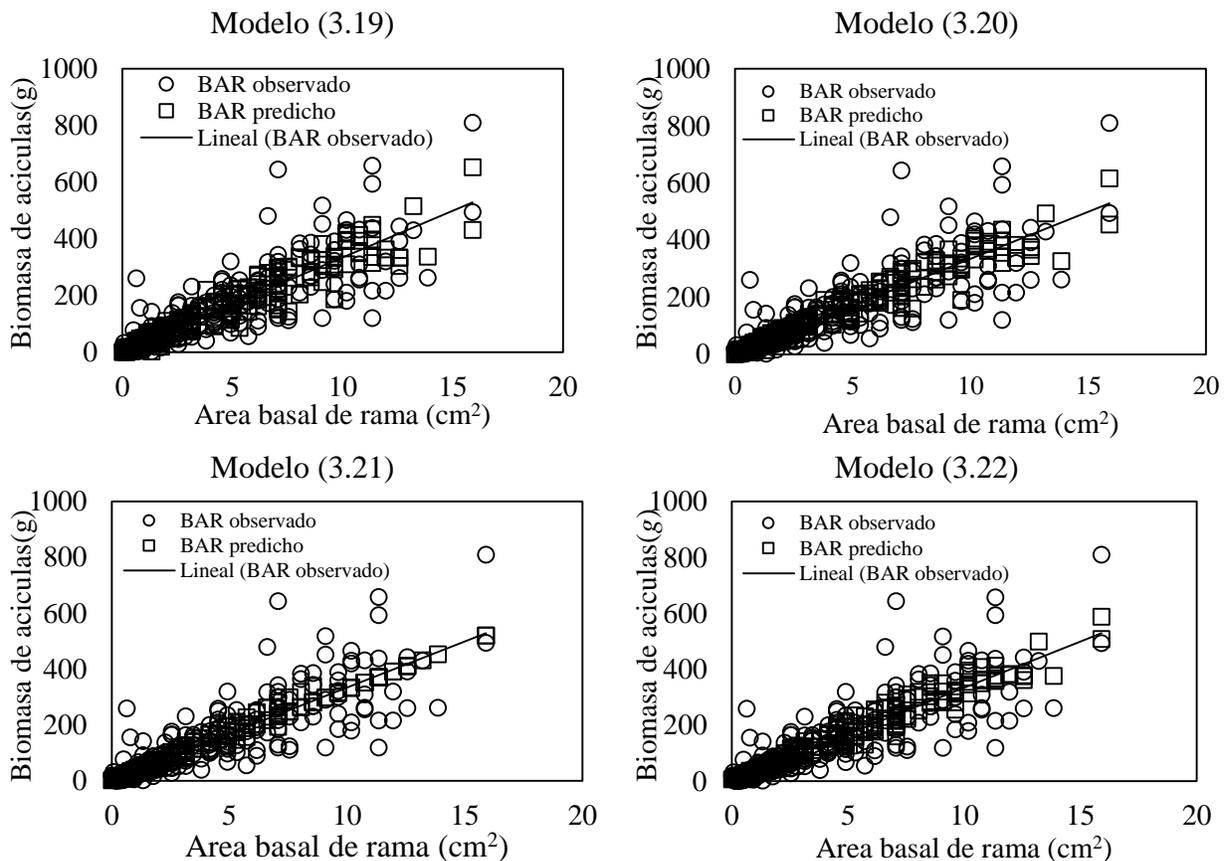


Figura 3.7. Distribución de biomasa de acículas en ramas individuales en función del área basal.

Para proceso de validación se extendió la muestra a 35 árboles, a los cuales se registraron 2,906 submuestras de rama medidas a todo el árbol, registrando las variables siguientes: diámetro basal de rama, diámetro de copa viva, altura de rama, altura de fuste limpio y diámetro de copa viva. Para estimar la biomasa de acículas por rama se emplearon los cuatro modelos y la suma de la biomasa de cada rama produjeron estimaciones totales de biomasa de follaje por árbol.

En los 35 árboles se muestreo con detalle la biomasa total de follaje, lo cual permitió verificar la precisión de los modelos; por lo tanto, a cada árbol se consideró como una unidad experimental y los valores medios se agruparon con pruebas de comparación múltiple de Tukey.

El análisis de varianza indica que no existen diferencias significativas ($p > 0.99$) entre la biomasa total de follaje estimada con los cuatros modelos con respecto a la media de la biomasa total de follaje observado (Cuadro 3.8). El modelo más conservador resultó el (3.21) y el más optimista el (3.20), pero aun así los cuatro estimaron valores similares que el promedio de la biomasa total observada. Es decir, cualquiera de estos modelos puede utilizarse con certidumbre para estimar la biomasa de acículas en ramas individuales, para después estimar la biomasa total, con la ventaja de que permiten reconstruir la distribución del follaje en la copa árbol.

A pesar de la complejidad de los modelos desarrollados, estos permiten reconstruir la distribución de follaje a partir de variables como diámetro basal de rama, altura de la rama y posición de la rama con respecto a la copa, de esta manera se logra identificar cuanta biomasa de follaje se está concentrando a cierta altura de la copa.

Cuadro 3.8. Pruebas de medias múltiples con Tukey, de la biomasa total de follaje (kg) estimado con los cuatro modelos.

Modelos	N ¹	Media ²	Grupo ³
Biomasa follaje total estimado (modelo 3.20)	35	8.874	A
Biomasa follaje total estimado (modelo 3.22)	35	8.844	A
Biomasa follaje total estimado (modelo 3.19)	35	8.783	A
Biomasa follaje total estimado (3.21)	35	8.651	A
Biomasa follaje total observado en campo	35	8.623	A

¹número de árboles, ²media de la biomasa total de follaje (kg), ³media con letras iguales no son significativamente diferentes.

Para estudios futuros en las plantaciones se sugiere usar los modelos ajustados para estimar la biomasa foliar en árboles derribados, ya sea por aclareos o por podas, que se puedan usar para estimar el follaje en árboles individuales, y así seguir aumentando la base de datos. Además es posible relacionar los modelos con información derivada de un inventario forestal, para ello es necesario seguir dos pasos fundamentales. El primero es generar ecuaciones para estimar la biomasa en ramas individuales y posteriormente obtener la biomasa total de follaje por árbol. El segundo paso consiste en emplear la información generada en el paso 1 y construir ecuaciones alométricas con técnicas de regresión, relacionando la biomasa con variables fácilmente medibles en inventarios forestales (diámetro de copa viva y altura de fuste limpio).

3.6. CONCLUSIONES

Los modelos desarrollados en este estudio permiten estimar la biomasa total y por componentes estructurales del árbol; la aplicación se limita a la especie en estudio. Por tanto, para futuras evaluaciones se puede estimar de manera confiable la biomasa total y por componentes estructurales a partir de información generada de inventarios forestales. Esta información es fundamental para transformar la biomasa a carbono capturado en las plantaciones de *P. chiapensis*.

El sistema de ecuaciones ajustadas de manera simultánea permitió obtener estimaciones de biomasa total y por componentes estructurales (fustes, ramas y follajes) más realistas para *P. chiapensis*. La inclusión de variables referidas a la copa del árbol mejoró sustancialmente la predicción de biomasa, tales como la altura de fuste limpio y el diámetro de copa viva.

La biomasa del follaje fue el componente que presentó menor proporción de biomasa con respecto a la biomasa de fuste y ramas, sin duda estas variaciones son resultados de la eficiencia fotosintética de esta especie y sus tasas altas de crecimiento, causando gasto fisiológico excesivo

que supone mantener el follaje que no aporta ganancias netas, lo que podría estar causando por la mínima cantidad de luz captada en las partes bajas de la copa.

Para futuros proyectos destructivos que requieran un muestreo menos intensivo se pueden emplear los modelos desarrollados para estimar la biomasa de acículas en ramas individuales, para la cual se muestrea una rama promedio por verticilo, de esta manera ya no es necesario muestrear la biomasa de follaje completa y que se utilicen para reconstruir la biomasa foliar y la distribución de biomasa foliar del árbol completo.

A pesar de ser una plantación joven las tasas de acumulación de biomasa son altas con respecto a otros estudios del género *Pinus*, esto se debe al manejo intensivo que está sujeta la plantación, favoreciendo la acumulación de biomasa. Por tal razón, *P. chiapensis* puede ser considerada como una especie potencial para plantaciones forestales comerciales a gran escala, con el objetivo de incrementar las tasas de acumulación de biomasa y ayudar a mitigar los efectos del cambio climático.

3.7. BIBLIOGRAFÍA

Acosta M., M., F. Carrillo A. y R. G. Gómez V. 2011. Estimación de biomasa y carbono en dos especies de bosque Mesófilo de Montaña. *Rev. Mex. Ciencias Agrícolas*. 2(4): 529-543.

Addo-Fordjour, P. and Z. B. Rahmad. 2013. Development of allometric equations for estimating above-ground *Liana* biomass in tropical primary and secondary forests, Malaysia. *International J. of Ecology*. 1-8.

Aquino R, M. 2014. Estimación de volumen, biomasa y carbono aéreo en tres especies arbóreas de Pluma Hidalgo, Oaxaca. Tesis de Maestría en Ciencias. Postgrado en Ciencias Forestales. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Texcoco, Edo. de México. 77 p.

- Aquino-Ramírez, M., A. Velázquez-Martínez, J. F. Castellanos-Bolaños, H. De Los Santos-Posadas, y J. D. Etchevers-Barra. 2015. Partición de la biomasa aérea en tres especies arbóreas Tropicales. *Agrociencia*. 49(3):299-344.
- Ayala-López., R. S., B. H. J. De Jong B. and H. Ramírez-Maldonado. 2002. Ecuaciones para estimar biomasa en la Meseta Central de Chiapas. *Revista Chapingo, Ciencias Forestales y de Ambiente*. 7(2):153-157.
- Brown, S. 1997. Estimating biomass and biomass change of tropical forests: a primer. Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO). Rome, Italy. Forestry Paper. 134. 55 p.
- Brown, S., J. R. Gillespe A. and A. E. Lugo. 1989. Biomass estimation for tropical forest with applications to forest inventory data. *For Sci*. 35(4):881-902.
- Cambrón S., V. H., H. Suzán A., J. J. Vargas Hernández., N. H. Sánchez V. y C. Sáenz-Romero. 2013. Estrategia de crecimiento y distribución de biomasa en *Pinus pseudostrobus* bajo diferentes condiciones de competencia. *Rev. Fitotecnia Mex*. 36(1):71-70.
- Chávez-Pascual, E., G. Rodríguez-Ortiz, J. C. Carrillo-Rodríguez, J. R. Enríquez-Del Valle, J. L. Chávez-Servía, y G. V. Campos-Ángeles. 2013. Factores de expansión de biomasa aérea para *Pinus chiapensis* (Mart.) Andresen. *Rev. Mex. Ciencias Agrícolas*. 6:1273-1284.
- Cruz M, Z. 2007. Sistema de ecuaciones para estimación y partición de biomasa aérea en Atopixco, Zacualtipán, Hidalgo, México. Tesis de Maestría. Universidad autónoma Chapingo. Texcoco, México. 39 p.
- Cruz-Cobos, F., H. M. De los Santos-Posadas, y J. R. Valdéz-Lazalde. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42:473-485.
- De Los Santos-Posadas, H. M. 1998. Estimation of individual branch and whole tree leaf biomass from loblolly pine. Master of Science, University of Georgia. Athens, Georgia. 86 p.

- Di Cosmos, L., P. Gasparini, and G. Tabacchi. 2016. A national-scale, stand-level model to predict total above-ground tree biomass from growing stock volume. *Forest Ecology and Management*. 361:269-276.
- Díaz-Franco, R., M. Acosta-Mireles., F. Carrillo-Anzures., E. Buendía-Rodríguez., E. Flores-Ayala, y J. D. Etchevers-Barra. 2007. Determinación de ecuaciones alométricas para estimar biomasa y carbon en *Pinus patula* Schl. Et Cham. *Madera y Bosques*. 13(1): 25-45.
- Edwards, Jr. C.H. y D. Penney. 1997. *Calculus with analytic geometry*. 4th Edition. Prentice Hall. 960 p.
- Fang, Z., B. E. Borders, and R. L. Bailey. 2000. Compatible volume-taper models for Loblolly and Slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46(1):1-12.
- FAO. 2002. Evaluación de los recursos forestales mundiales 2000. Informe principal. Estudio FAO Montes Roma 140. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. Roma. 455 p.
- FAO. 2010. Evaluación de los recursos forestales mundiales 2010. Informe principal. Estudio FAO Montes 163. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. Roma. 346 p.
- Heath, L. S., M. H. Hansen, J. E. Smith, W. B. Smith, and P. D. Miles. 2009. Investigation into calculating tree biomass and carbon in the FIADB using a biomass expansion factor approach. In: *Forest Inventory and Analysis (FIA) Symposium 2008*; U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Rocky Mountain Research Station. 26 p.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). 2009. *Prontuario de información geográfica municipal de los Estados Unidos Mexicanos*. 2016. <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/datos-geograficos/21/21186.pdf>. (Consulta: Diciembre 2015).

- Keith, H., D. Barret, y R. Keenan. 2000. Review of Allometric Relationships for Estimating Woody Biomass for New South Wales, the Australian Capital Territory, Victoria, Tasmania and South Australia. National Carbon Accounting System Technical Report No. 5B. Australian greenhouse Office. Australia. 121p.
- Kershaw, Jr., J. A., and D. A. Maguire, 1996. Crown structure in western hemlock, Douglas-fir, and grand fir in western Washington: horizontal distribution of foliage within branches. Canadian J. of Forest Res. 26(1):128-142.
- Loguercio, G. A. y G. Defossé. 2001. Ecuaciones de biomasa aérea, factores de expansión y de reducción de la LENGUA *Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl.) Krasser, en el SO del Chubut, Argentina. In: Simposio International “Medición y Monitoreo de la Captura de carbono en Ecosistemas Forestales”. Universidad Austral de Chile. 18 al 20 de Octubre del 2001. Valdivia, Chile. 1-11 p.
- Madgwick, H. A. I. and D.S Jackson. 1974. Estimating Crown weights of *Pinus radiata* from branch variables. New Zealand Journal of For. Sci 4(3):520-528.
- Madrigal, J., C. Hernando, M. Guijarro, C. Díez, y E. Jiménez. 2006. Distribución de biomasa y fijación de carbono tras aclareos mecanizados intensos en regenerado post-incendio de *Pinus pinaster* Ait. (Monte Fraguas, Guadalajara, España). Invest Agrar. Sis. Recur For. 15(2): 231-242.
- Magalhães, M. T. 2015. Live above- and belowground biomass of a Mozambican evergreen forest: a comparison of estimates based on regression equations and biomass expansion factors. Forest ecosystems. 2 (28). 1-12.
- Magalhães, M. T. and T. Seifert. 2015. Tree component biomass expansion factors and root-to-shoot ratio of Lebombo ironwood: measurement uncertainty. Carbon Balance and Management. 10(9): 1-14.

- Návar., C. J. J., N. González B., J. J. Graciano L., V. Dale, B. Parresol. 2004. Additive biomass equations for pine species of forest plantations of Durango, Mexico. *Madera y Bosques*. 10(2):17-28.
- Návar C., J. J. 2009. Allometric equations and expansion factors for tropical dry forest trees of Eastern Sinaloa, México. *Tropical and Subtropical Agroecosystems*. 10:45-52.
- Návar-Cháidez., J., F. de J. Rodríguez-Flores, y P. A. Domínguez-Calleros. 2013. Ecuaciones alométricas para árboles tropicales: Aplicación al inventario forestal de Sinaloa, México. *Agronomía Mesoamericana*. 24(2)347-356.
- Návar. J., N. González, y J. Graciano. 2001. Ecuaciones para estimar componentes de biomasa en plantaciones forestales de Durango, México. In: *Simposio Internacional Medición y Monitoreo de la Captura de Carbono en Ecosistemas Forestales*. 18 al 20 de Octubre del 2001, Valdivia, Chile. 11p.
- Návar, J., E. Méndez and V. Dale. 2002. Estimating stand biomass in the Tamaulipan thornscrub of northeastern Mexico. *For. Sci.* 813-821.
- Ospina M., R., A. F. Ardilla F., D. F. Martínez B. y E. Rengifo C. 2013. Biomasa aérea y contenido de carbono del saladillo (*Caraipa llanorum*) en Puerto Carreño, Vichada, Colombia. *Colombia Forestal* 16(2):158-170.
- Parresol, B. R. 1999. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical. *Forest Science*. 45(4): 573-593.
- Poudel, K. P. and H. Temesgen, 2015. Methods for estimating aboveground biomass and its components for Douglas-fir and lodgepole pine trees. *Can. J. For. Res.* 1-34.
- Repola J., and K. Ahnlund U. 2014. Modelling biomass of young and dense Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) dominated mixed forests in northern Sweden. *Silva Fennica*. 48(5):1-21.

- Robinson, C., S. Saatchi, M. Neumann, and T. Gillespie. 2013. Impacts of spatial variability on aboveground biomass estimation from L-band radar in a temperate forest. *Remote sensing*. 5:1001-1023.
- Rodríguez-Ortiz, G., H. M. De Los Santos-Posadas, V. A. González-Hernández, A. Aldrete, A. Gómez-Guerrero, y A. M. Fierros-González. 2012. Modelos de biomasa aérea y foliar en una plantación de pino de rápido crecimiento en Oaxaca. *Madera y Bosques*. 18(1):25-45.
- Ruiz-Aquino, F., J. I. Valdez-Hernández, F. Manzano-Méndez, G. Rodríguez-Ortiz, A. Romero-Manzanares, y M. E. Fuentes-López. 2014. Ecuaciones de biomasa aérea para *Quercus laurina* y *Q. crassifolia* en Oaxaca. *Madera y Bosques*. 20(2):33-48.
- Silva-Arredondo, F. M., y J. J. Návar-Cháidez. 2010. Factores de expansión de biomasa en comunidades forestales templadas del norte de Durango, México. *Rev. Mex. Cien. For.* 1(1): 55-62.
- Spurr, H. 1952. *Forest inventory*. Ronald Press, New York, USA. 476 p.
- Schumacher, E. X. and F. D. S. Hall. 1933. Logarithmic expression of timber-tree volume. *J. Agr. Res.* 4: 719-734.
- Somogyi, Z., E. Cienciola R., R. Mäkipää, P. Muukkonen, A. Lehtonen, and P. Weiss. 2007. Indirect methods of large-scale forest biomass estimation. *Eur J. Forest Res.* 126(2):197-207.
- Soriano L, M. A. 2014. Estimación de biomasa y carbono en bosques manejados de Zacualtipán, Hidalgo. Tesis de Maestría en Ciencias. Postgrado en Ciencias Forestales. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Texcoco, Edo. de México. 107 p.
- Soriano-Luna, M. Á., G. Ángeles-Pérez, T. Martínez-Trinidad, F. O. Plascencia-Escalante, y R. Razo-Zárate. 2015. Estimación de biomasa aérea por componente estructural en Zacualtipán, Hidalgo, México. *Agrociencia*. 49: 423-438.

Statistical Analysis System (SAS). 2008. SAS/STAT® 9.2 User's Guide. SAS Institute Inc. Raleigh, NC USA. s/p.

Takata, K., 1958. Construction of universal diameter-height-curves. J. Jap. For. Soci. 40(1): 1-6.

Zhang, Y. 1997. Physiologically based simulation model for loblolly pine. Georgia, Athens, GA. University of Georgia. 127 p.

CAPITULO IV

4. CONCLUSIONES GENERALES

El ajuste simultaneo del sistema segmentado de ahusamiento y volumen comercial permite obtener estimación más realistas, tanto el volumen total, comercial y el perfil del fuste hasta un diámetro mínimo o altura comercial. Por tanto constituye un sistema de cubicación para árboles individuales al permitir estimar las existencias maderables por tipos de producto destinado la industria forestal.

Las herramientas cuantitativas desarrolladas en este estudio, permiten estimar el volumen total, describir el perfil del fuste, volumen comercial, cuantificar la biomasa total y por componentes, y la biomasa foliar para *Pinus chiapensis*. Estos datos son relevantes, ya sea para aprovechamiento maderable o para utilizar la biomasa para intereses industriales o ambientales, de esta manera es posible, a partir de datos de inventarios forestales, estimar el capital del bosque en función de cómo se distribuye el volumen o la biomasa en cada unidad de manejo.