



COLEGIO DE POSTGRADUADOS

INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO FORESTAL

**Sistema de crecimiento y rendimiento para
Pinus patula de Zacualtipán, Hidalgo, México**

WENCESLAO SANTIAGO GARCIA

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS

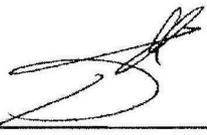
MONTECILLO, TEXCOCO, ESTADO DE MÉXICO
2009

La presente tesis titulada: "**Sistema de crecimiento y rendimiento para *Pinus patula* de Zacualtipán, Hidalgo, México**", realizada por: **Wenceslao Santiago García**, bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS
FORESTAL**

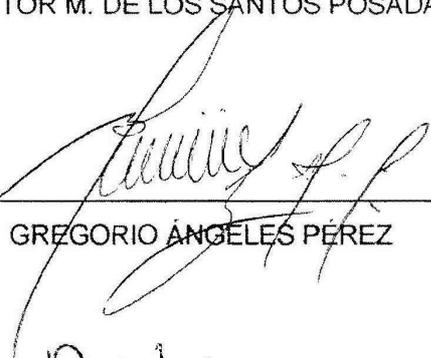
CONSEJO PARTICULAR

CONSEJERO Y DIRECTOR
DE TESIS:



DR. HÉCTOR M. DE LOS SANTOS POSADAS

ASESOR:



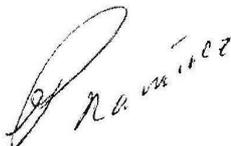
DR. GREGORIO ÁNGELES PÉREZ

ASESOR:



DR. J. RENÉ VALDEZ LAZALDE

ASESOR:



DR. GUSTAVO RAMÍREZ VALVERDE

Montecillo, Texcoco, Estado de México, julio de 2009.

El presente trabajo se llevó a cabo bajo el financiamiento parcial del Fondo Sectorial de Investigación para la Educación SEP-CONACyT a través del proyecto **44872**: “Dinámica y productividad del bosque mesófilo de montaña en la Sierra Hidalguense”.

Cada vez que un hombre se propone aprender tiene que esforzarse como el que más, y los límites de su aprendizaje están determinados por su propia naturaleza. Por tanto, no tiene sentido hablar del conocimiento. El miedo al conocimiento es natural; todos lo experimentamos, y no podemos hacer nada al respecto. Pero por temible que sea el aprendizaje, es más terrible la idea de un hombre sin conocimiento (C. Castañeda).

Con alegría dedico este trabajo especialmente a mi madre la Sra. Francisca García Aquino, como una muestra de mi profundo amor, admiración, gratitud y respeto, porque con sus actos de cada día me demuestra cómo superar las adversidades y por ser la motivación más importante de mi vida.

A mi padre Gildardo Santiago Aquino[†] por legarme el sentido de compromiso conmigo mismo, y el espíritu de lucha constante para salir adelante.

A mis queridos hermanos: Elías, Luis, Gabriela, Lucía, Gil, e Inés, por compartir conmigo este tiempo y espacio mágico, por toda la armonía y alegría de familia, y por alentarme a seguir superándome.

A mis adorados sobrinos: Agustín, Emireth, Samito y Elisita, por brindarme sus hermosas sonrisas y desbordar de alegría cada momento.

A toda la familia Santiago-Cruz, con acento especial a mi tío: Francisco Santiago Aquino, por sus constantes muestras de apoyo.

Respetuosamente
Wenceslao Santiago García

Agradecimientos

Expreso mi profunda gratitud al Colegio de Postgraduados por su excelencia académica, en especial al Postgrado Forestal por haberme dado la oportunidad de continuar mi preparación durante estos dos años.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por haber financiado mis estudios de maestría.

Al Dr. Héctor Manuel De Los Santos Posadas, por su excelencia como profesor y consejero, por todas sus enseñanzas, y disposición en las asesorías otorgadas durante la realización de esta investigación, por ayudarme en la toma de datos y compartir grandiosos momentos en los bosques de Zacualtipán, por la amabilidad de su amistad, pero sobre todo por ser parte esencial de mi formación académica.

Al Dr. Gregorio Ángeles Pérez, por sus valiosas enseñanzas que han sido importantes en mi formación, por los gratos momentos compartidos en los viajes de estudio y salidas de campo, por todas sus sugerencias en la realización de este trabajo, y por sus amables gestos de amistad y apoyo en todo momento.

Al Dr. J. René Valdez Lazalde por las enseñanzas compartidas, por sus acertados consejos y observaciones para enriquecer este trabajo.

Al Dr. Gustavo Ramírez Valverde, por sus valiosos consejos para ayudar a mejorar este trabajo.

A mis entrañables amigos: M.C. Gerardo Rodríguez Ortiz, Ing. Diego Montiel Oscura, Biol. Gabriel Corona, Ing. Ana Alejandra Ríos Cortes, Ing. Irma Vásquez García, Biol. Angélica Verónica Ríos Reyes, Ing. Alejandro Vásquez Ibañez, y M.C. Huitzimengari Campos, por los agradables momentos compartidos en el Colegio y su apoyo desinteresado en la toma de datos de campo.

A Celia Estrada Nolasco, por la alegría del tiempo compartido durante nuestra estancia en el colegio.

Al Dr. Alfonso De La Fuente Escobedo del Instituto Tecnológico del Valle de Oaxaca, grandísimo amigo que con sus palabras de aliento siempre me ha motivado a buscar nuevos horizontes.

A quienes contribuyeron de alguna manera en mi formación académica durante esta maravillosa etapa en el Colegio: Dr. Manuel de Jesús Gonzales Guillen, Dr. J. Alberto S. Escalante Estrada, M.C. María Teresa Rodríguez G., Dr. Víctor H. Volke Haller, Dr. Arnulfo Aldrete, Dra. Patricia Hernández de la Rosa, Dr. Tomas Martínez Trinidad, y Dr. Víctor M. Cetina.

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS	iii
ÍNDICE DE TABLAS	iv
RESUMEN	v
ABSTRACT	vi
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Objetivos	3
2. REVISIÓN DE LITERATURA	4
2.1. Manejo forestal	4
2.2. Silvicultura y régimen silvicultural	5
2.3. Sistemas de manejo	6
2.4. Funciones de producción.....	8
2.5. Componentes del sistema de crecimiento y rendimiento maderable	8
2.5.1. Altura dominante (<i>HD</i>)	9
2.5.2. Índice de sitio (<i>IS</i>)	11
2.5.2.1. Curvas anamórficas	12
2.5.2.2. Curvas polimórficas	12
2.5.2.3. Métodos de construcción de curvas de índice de sitio.....	13
2.5.3. Diámetro promedio (<i>DP</i>) y área basal (<i>AB</i>)	16
2.5.4. Volumen	17
2.5.5. Número de árboles.....	19
2.5.6. Densidad del rodal	21
2.5.7. Diagramas de densidad	22
2.6. Concepto de crecimiento.....	23
2.7. Modelos de crecimiento.....	24
2.7.1. Tipos de modelos de crecimiento	26
2.7.2. Importancia de los modelos de crecimiento y rendimiento forestal	29
3. METODOLOGÍA	31

3.1. Descripción del área de estudio.....	31
3.2. Método de muestreo y toma de datos de campo.....	33
3.3. Funciones de diámetro-altura	34
3.4. Cubicación del arbolado de las parcelas de muestreo (función de volumen individual)	35
3.5. Funciones de altura dominante e índice de sitio	36
3.5.1. Desarrollo de una función de <i>HD</i> e <i>IS</i> con el método de diferencia algebraica	38
3.6. Funciones de crecimiento en diámetro y área basal.....	40
3.7. Función de mortalidad	42
3.8. Funciones de volumen por hectárea	43
3.9. Ajuste del sistema de crecimiento y rendimiento maderable.....	44
3.10. Construcción de un diagrama de densidad.....	45
3.11. Simulación de escenarios	47
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	48
4.1. Modelos de diámetro-altura para <i>Pinus patula</i>	48
4.2. Modelos de altura dominante e índice de sitio	50
4.3. Modelos de crecimiento en diámetro y área basal.....	55
4.4. Modelo de mortalidad	59
4.5. Modelos de crecimiento en volumen.....	61
4.6. Diagrama de densidad.....	64
4.7. Uso del sistema compatible.....	69
5. CONCLUSIONES	73
6. LITERATURA CITADA.....	75

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Localización del área de estudio.....	32
Figura 2. Curva altura-diámetro en rodales de <i>Pinus patula</i> en Zacualtipán, Hidalgo.	49
Figura 3. Curvas promedio de crecimiento en altura dominante para <i>Pinus patula</i> de Zacualtipán, Hidalgo, obtenidas con 4 modelos.	52
Figura 4. Curvas anamórficas de índice de sitio para <i>Pinus patula</i> de Zacualtipán, Hidalgo, a la edad base de 40 años.	53
Figura 5. Curvas promedio de crecimiento en diámetro para diferentes índices de sitio en rodales de <i>Pinus patula</i>	56
Figura 6. Curvas de crecimiento en área basal para diferentes índices de sitio en rodales de <i>Pinus patula</i>	58
Figura 7. Mortalidad simulada para cuatro densidades iniciales en rodales de <i>Pinus patula</i>	60
Figura 8. Curvas de crecimiento en volumen obtenidas con dos modelos para diferentes clases de sitio en rodales de <i>Pinus patula</i>	63
Figura 9. Datos de densidad para el modelo de Reineke observados en rodales de <i>Pinus patula</i> , basados en el número de árboles por hectárea (<i>NA</i>) y el diámetro cuadrático (<i>DQ</i>).	65
Figura 10. Guía para el control de la densidad basada en el <i>IDR</i> de Reineke para rodales de <i>Pinus patula</i> , en Zacualtipán, Hidalgo, representando las 4 zonas de Langsaeter.	67
Figura 11. Niveles de incrementos (<i>ICA</i> e <i>IMA</i>) para dos calidades de sitio, en rodales de <i>Pinus patula</i> , de Zacualtipán, Hidalgo.....	71

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Estadísticas de ajuste y parámetros de los modelos ensayados para estimar alturas en función del diámetro normal para <i>Pinus patula</i> en Zacualtipán, Hidalgo.	48
Tabla 2. Estadísticas de ajuste y parámetros de los modelos ensayados para la predicción y proyección del crecimiento en altura dominante de <i>Pinus patula</i> en Zacualtipán, Hidalgo.	51
Tabla 3. Estadísticas de ajuste y parámetros del modelo de crecimiento en diámetro promedio para los rodales de <i>Pinus patula</i> en Zacualtipán, Hidalgo.....	55
Tabla 4. Estadísticas de ajuste y parámetros del modelo de crecimiento en área basal para los rodales de <i>Pinus patula</i> en Zacualtipán, Hidalgo.....	57
Tabla 5. Estadísticas de ajuste del modelo de mortalidad para <i>Pinus patula</i> en Zacualtipán, Hidalgo.	59
Tabla 6. Estadísticas de ajuste y parámetros del modelo de crecimiento en volumen para los rodales de <i>Pinus patula</i> en Zacualtipán, Hidalgo.	61
Tabla 7. Estadísticas de ajuste y parámetros del modelo de Reineke para los rodales de máxima densidad de <i>Pinus patula</i> en Zacualtipán, Hidalgo.....	64
Tabla 8. Predicción del crecimiento y rendimiento maderable para los <i>IS</i> de 26 y 29 m considerando una densidad inicial a los 10 años de 1200 árboles ha ⁻¹	70

SISTEMA DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO PARA *Pinus patula*
DE ZACUALTIPÁN, HIDALGO, MÉXICO.

Wenceslao Santiago García, M.C.

Colegio de Postgraduados, 2009

RESUMEN

Con el objetivo de generar un sistema compatible de crecimiento-rendimiento explícito para rodales coetáneos de *Pinus patula*, se utilizó información dasométrica derivada de tres remediciones en parcelas permanentes de muestreo en una cronosecuencia en Zacualtipán, Hidalgo, México. La productividad de los rodales se estimó mediante un patrón anamórfico de crecimiento basado en el modelo de Hossfeld IV e interrelacionado con las ecuaciones de área basal, diámetro promedio y volumen total vía regresión aparentemente no correlacionada. La mortalidad se ajustó a un modelo exponencial a través de mínimos cuadrados ordinarios. Con datos de rodales en extrema competencia, se determinó el índice de densidad del rodal (*IDR*) máximo, que corresponde a 4068 individuos para un diámetro cuadrático (*DQ*) de referencia de 12 cm. A partir de esta información se generó una guía para el control de la densidad de las masas forestales bajo estudio. Al simular el escenario de productividad del sitio promedio el sistema sugiere un turno técnico en maximización de volumen total de 25 años, lo que contrasta con el turno empírico de 40 años fijado en la zona a partir del año 2003.

Palabras clave: diferencia algebraica, guía de densidad, índice de sitio, modelos compatibles, *Pinus patula*.

GROWTH AND YIELD SYSTEM FOR *Pinus patula*
OF ZACUALTIPAN, HIDALGO, MEXICO.

Wenceslao Santiago García, M.C.

Colegio de Postgraduados, 2009

ABSTRACT

With the objective to generate a compatible growth-yield explicit system for even-aged stands of *Pinus patula*, information from three consecutive re-measurements of permanent plots was used in a chronosequence at Zacualtipan, Hidalgo, Mexico. Forest productivity was estimated using an anamorphic dominant height family based on the Hossfeld IV model and linked to basal area, mean diameter and total volume equations through seemingly unrelated regression fitting. Mortality was fitted to an exponential mortality function through ordinary least squares regression. With data from fully-stocked stands, the maximum stand density index (*SDI*) was also determined and corresponds to a density of 4068 individuals per hectare with a quadratic diameter of reference of 12 cm. From this information a density diagram to manage the stand density was generated. When simulating total wood volume for the average productivity site, a 25-year rotation that maximizes volume was estimated, which contrast with the empirical 40-year rotation established in the region since 2003.

Keywords: algebraic difference, guide-density, site index, compatible models, *Pinus patula*.

1. INTRODUCCIÓN

Para llevar a cabo un manejo forestal eficiente y con miras a la sustentabilidad es necesario que los administradores forestales cuenten con herramientas cuantitativas confiables, que respalden sus decisiones silvícolas. En respuesta a ello, en años recientes la investigación forestal en México ha desarrollado modelos de crecimiento para describir la dinámica de los bosques bajo manejo, especialmente de aquellos compuestos por rodales coetáneos sometidos a producción maderera.

Los sistemas de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) constituyen estas herramientas. Representan el componente esencial sobre el que descansa la planificación del manejo de bosques, al permitir una descripción precisa de la dinámica del crecimiento a partir de variables dasométricas elementales. También facilita la proyección del rendimiento maderable, lo que hace posible la simulación de regímenes silvícolas de acuerdo a la capacidad productiva de los rodales. Sin embargo, para la mayoría de los bosques en México, aún prevalece el desconocimiento acerca de los niveles de producción y rendimiento a través del tiempo.

Un SCRM es un conjunto de modelos que explican de manera cuantitativa el complejo fenómeno del crecimiento forestal, reflejado en los cambios de la magnitud de variables como altura, diámetro, área basal, número de árboles y volumen.

Existen varios enfoques de modelado, a los cuales los profesionales forestales recurren dependiendo de la complejidad del ecosistema forestal bajo estudio y las necesidades de manejo. Cada enfoque proporciona distintos niveles de información, desde las estimaciones directas a nivel de masa (predicción explícita), sistemas de distribuciones diamétricas (predicción implícita) hasta sistemas de crecimiento de árbol individual. Sin embargo, la mejor estrategia siempre será aquella que resulte ser más útil en la aplicación final, en términos tanto de la cantidad de información que provee como de la exactitud y detalle de la misma (Vanclay, 1994; Magaña *et al.*, 2008).

En bosques coetáneos y monoespecíficos suelen preferirse los modelos explícitos de totalidad del rodal debido a la estructura relativamente sencilla de las masas que lo componen, por lo que en este trabajo se desarrolló un SCRM bajo esta modalidad para los rodales de *Pinus patula* de la región de Zacualtipán, Hidalgo, México. El SCRM permitirá seleccionar los regímenes de manejo óptimos para los recursos forestales de la región.

1.1. Objetivos

a. Objetivo general

Generar, bajo el enfoque de modelos explícitos de totalidad del rodal, un sistema compatible de predicción y proyección del crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) para los bosques de *Pinus patula* de la región de Zacualtipán, Hidalgo, en conjunto con una guía para el control de la densidad que permitan simular alternativas silviculturales y regímenes de manejo óptimos.

b. Objetivos particulares

- 1) Determinar el nivel de productividad de los rodales en estudio a través de modelos de índices de sitio.

- 2) Generar y ajustar ecuaciones de predicción y proyección del crecimiento de rodales de *Pinus patula* para las variables dasométricas que definen el rendimiento maderable: altura dominante, área basal, diámetro promedio, número de árboles y volumen.

- 3) Construir un diagrama para el control de la densidad, basado en el índice de densidad del rodal de Reineke para *Pinus patula* de la región de interés.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. Manejo forestal

El manejo forestal es un proceso de toma de decisiones para la conducción de una propiedad forestal a través del tiempo. Así, una de las definiciones más aceptadas de manejo forestal de acuerdo con Leuschner (1990) es: “el estudio y aplicación de técnicas analíticas, que permitan la selección de aquellas alternativas de manejo, que mejor contribuyan al logro de los objetivos empresariales”. Está claro que, debido a los largos ciclos de producción y a las numerosas alternativas de manejo, las posibilidades de aprender por experiencia o experimentación directa son limitadas. En consecuencia, para un manejo forestal racional se necesitan modelos matemáticos capaces de predecir los efectos de los tratamientos, especialmente en bosques con manejo intensivo (García, 1994).

El concepto básico del bosque, como una fuente continua de productos forestales, descansa en la capacidad del mismo para crecer. Los bosques usualmente son manejados para obtener un rendimiento sostenido de productos, rendimiento que requiere de un nivel de producción constante para una intensidad de manejo particular, lo cual implica que el crecimiento del bosque debe ser estimado y balanceado con la cosecha. De esta manera el rendimiento sostenido se refiere al rendimiento potencial del bosque (Leuschner, 1990).

La estimación del incremento y rendimiento de las masas forestales es un elemento clave para el manejo y planificación forestal (Flores, 1983). Los modelos de crecimiento permiten obtener estimaciones a nivel de rodal y en consecuencia planear el manejo (García, 1988). Sin el conocimiento de la dinámica del rodal la toma de decisiones no puede ser eficiente y el proceso se convierte en una forma de manejo que puede ser caracterizado como de eficiencia desconocida (Valdez y Lynch, 2000).

2.2. Silvicultura y régimen silvicultural

En años recientes el interés de la sociedad por los bosques y selvas ha llevado a cuestionar la forma en que estos se administran. Tales cuestionamientos han derivado temas de vital importancia sobre la condición de los bosques, entre los que se incluyen la deforestación y fragmentación forestal, la reducción en la productividad forestal, la pérdida de la biodiversidad y, la marginación y debilitamiento paulatino de las comunidades dependientes del bosque. Todos los temas involucran no sólo aspectos técnicos de la administración de los bosques sino aspectos económicos y sociales (Torres, 2000). En ese sentido la silvicultura ha adquirido un papel aún más preponderante.

De acuerdo con Daniel *et al.* (1982), la silvicultura se define como la teoría y práctica del control del establecimiento, composición, estructura y crecimiento de un bosque. Un régimen silvicultural consiste en una serie de tratamientos (cortas de regeneración, plantación, aclareos, podas y en ocasiones

fertilizaciones) que siendo aplicados a los rodales de un bosque, permiten mantener y aumentar su productividad, cumpliendo con los objetivos del propietario, sujeto a las restricciones legales, económicas y sociales imperantes, con el propósito de que el bosque produzca la mayor cantidad de bienes y servicios demandados por la sociedad (Smith, 1986).

Ante este panorama, la sociedad exige con todo derecho, profesionales forestales que tengan versatilidad y conocimiento, pero sobre todo que sean capaces de predecir las consecuencias probables de los tratamientos que ellos mismos prescriben (Daniel *et al.*, 1982). Así, los modelos de predicción están destinados a la planificación del manejo vía la comparación y evaluación de regímenes silviculturales (García, 1994).

2.3. Sistemas de manejo

Un método es una serie de pasos para lograr un objetivo. Un sistema silvícola de manejo forestal es entonces, el conjunto de métodos utilizados para lograr el objetivo perseguido para un bosque por su(s) propietario(s). Partiendo de las diferentes estructuras silvícolas iniciales que se presentan en un bosque, se han diseñado sistemas de manejo acordes a éstas, a saber, existen dos grandes categorías: sistemas silvícolas de manejo regular y sistemas silvícolas de manejo irregular (Cano, 1988). Los primeros buscan mantener regularidad, en tiempo y espacio, en el patrón de distribución de los rodales coetáneos que conforman un bosque; mientras que los segundos se centran en mantener una

distribución adecuada de las diferentes categorías diamétricas, formando así rodales incoetáneos.

En México se han propuesto 13 sistemas de manejo específicos que pueden ser descritos con base en sus diferentes regímenes silvícolas, sin embargo, en la práctica el uso se concentra principalmente en dos sistemas: el Método Mexicano de Ordenación de Montes (MMOM) que se aplica en el 50% de las superficies que cubren las autorizaciones de aprovechamiento, y el Método de Desarrollo Silvícola (MDS) en el 45%. En el 5% del área restante se emplean en orden de importancia: el Sistema de Conservación y Desarrollo Silvícola (SICODESI), el Sistema de Manejo Integral (SIMANIN), el Sistema de Cortas Sucesivas y Protección (SICOSUP) entre otros (Musalem, 1998).

El uso de los modelos de crecimiento facilita la administración de los recursos forestales maderables. Debido a su naturaleza son específicos a las necesidades del bosque para los que son construidos. Flexibiliza las aplicaciones estrictas de muchos de los métodos, y se les puede incorporar en los sistemas de manejo silvícola para la generación de información valiosa de manejo como el cálculo de la posibilidad de corta. Los modelos permiten explorar a detalle la dinámica de crecimiento de un bosque en particular, y en consecuencia soportar sobre una base sólida prescripciones de manejo forestal.

2.4. Funciones de producción

La posibilidad de realizar el manejo forestal como un proceso administrativo se soporta en la existencia de una función de producción, por medio de la cual se obtienen pronósticos de rendimiento, crecimiento y cambio de estructura de un rodal cuando es sometido a regímenes silvícolas específicos. Bajo los supuestos del manejo forestal tradicional, que presupone una abundancia de factores para la producción y donde los elementos financieros se consideran como criterios auxiliares de decisión o bien se les ignora, es natural que las funciones de producción estén diseñadas para predecir crecimiento y rendimiento en volumen casi de manera exclusiva (Mendoza, 1993).

En ese sentido, el SCRM viene a ser la función de producción que facilita la planificación del manejo forestal maderable prediciendo valores futuros de ciertos *outputs* o salidas; por ejemplo, el volumen de madera dados *inputs* o entradas (variables de estado) tales como variables dasométricas o tratamientos silviculturales, las cuales suceden en el tiempo (García, 1994).

2.5. Componentes del sistema de crecimiento y rendimiento maderable

Los componentes del SCRM son las funciones de altura dominante e índice de sitio, área basal, diámetro, volumen y número de árboles, que en conjunto permiten conocer la calidad de los sitios forestales mediante la determinación de su productividad en términos de crecimiento y rendimiento maderable a

través del tiempo. A continuación se dan las definiciones básicas vinculadas a los modelos que integran el SCRM definido en este trabajo.

2.5.1. Altura dominante (*HD*)

Se utilizan varias definiciones de altura dominante, también llamada altura tope (top height) o altura superior. El objetivo es definir y medir una variable que no sea apreciablemente afectada por la densidad del rodal (árboles por hectárea) ni por los tratamientos silviculturales, especialmente los aclareos. Entre otras cosas, una variable de ese tipo es útil para evaluar la productividad del terreno forestal. La altura no varía tanto con la densidad como el diámetro o área basal. Sin embargo, al hacer un aclareo selectivo en el que se extraen árboles de menor tamaño que el promedio, la altura media del rodal residual aumenta. Una altura dominante, basada en los árboles más grandes, varía mucho menos (García, 1995).

Se distinguen tres enfoques generales al problema de definir una medida de altura dominante. A continuación se describe cada uno de ellos (García, 1995):

El primero se basa en la clasificación visual de los árboles en clases de copa, típicamente en dominantes, codominantes, intermedios, y suprimidos. Se toma entonces la altura promedio de los dominantes, o la de los dominantes y codominantes. Esta altura es poco sensible a la densidad y aclareos

(excluyendo los aclareos por lo alto, que son poco usuales), y se ha usado en numerosos trabajos.

El segundo tipo de medidas de altura dominante, desarrolladas principalmente en Alemania, corresponden a la altura media de una proporción fija de los árboles más grandes, tal como el 20% de los árboles de mayor diámetro. Otras propuestas toman los árboles que exceden el promedio en más de una o dos desviaciones estándar.

El tercer tipo de alturas dominantes usa un número fijo de árboles por hectárea en lugar de una proporción fija. Por ejemplo, los 100 o 200 árboles mayores por hectárea. Esto se hace en parcelas de muestreo, donde se toma la proporción correspondiente al área de la parcela: para los 100 mayores por hectárea se toman los 10 mayores en una parcela de 1000 m² o los 5 mayores en una parcela de 500 m². Hay una serie de variantes en este enfoque. Se pueden elegir los m árboles más altos, o los m de mayor diámetro. Esto último es frecuentemente mucho más fácil. Cuando las alturas se estiman con una curva altura-DAP los dos métodos son obviamente equivalentes. Una vez seleccionados los m árboles, se puede calcular la media aritmética de sus alturas, ya sean medidas o estimadas.

2.5.2. Índice de sitio (*IS*)

La productividad de los terrenos forestales se define en gran parte por la calidad del sitio, que se estima mediante la máxima cosecha de madera que el bosque produce en un tiempo determinado (Daniel *et al.*, 1982). Dentro de un cierto microclima, la calidad de estación (comúnmente referido como sinónimo de calidad de sitio) refleja la productividad de un sitio forestal, entendido éste como la integración de todos los factores bióticos y abióticos que influyen en el crecimiento del arbolado en ese sitio en particular. La calidad de estación se puede clasificar cualitativamente en tipos de sitio, a través de su clima, suelo y vegetación, o cuantitativamente en clases de sitio, a través de su potencial para producir madera. En años recientes el índice de sitio (*IS*) se ha convertido en el método más popular y práctico para la evaluación de la productividad forestal (Torres y Magaña, 2001).

El concepto de índice de sitio parte de la noción de que los sitios más fértiles para una especie dada podrán producir, a una cierta edad base, árboles de mayores dimensiones que los sitios menos fértiles (Mendoza, 1993). Por ello, es preciso modelar adecuadamente el crecimiento de la altura dominante, ajustando ecuaciones que estimen la relación funcional “altura dominante-edad”, la cual se generaliza a un tercer factor (*IS*), que es la altura dominante del rodal a la edad base de referencia. Lo anterior permite al silvicultor clasificar y proyectar el crecimiento del rodal de manera específica (De los Santos *et al.*, 2006).

Una familia de curvas de índice de sitio, representa un grupo de patrones de desarrollo en altura dominante con un símbolo cualitativo o numérico asociado a cada curva, para propósitos de referencia de calidades de sitio diferentes (Clutter *et al.*, 1983). Dependiendo de la naturaleza de las curvas de índice de sitio, éstas se han clasificado en dos grandes grupos: anamórficas y polimórficas.

2.5.2.1. Curvas anamórficas

Las curvas anamórficas de índice de sitio (*IS*) son aquellas donde la altura modelada del arbolado dominante de una curva a cualquier edad, representa una proporción constante de la altura del arbolado dominante de otra curva a esa misma edad (Clutter *et al.*, 1983). Su punto de inflexión se presenta a la misma edad para todas las curvas (De la Fuente, 1998). La hipótesis básica en el modelado del crecimiento en altura en este tipo de curvas, es que las tasas relativas de crecimiento entre sitios permanecen constantes pero su potencialidad máxima varía.

2.5.2.2. Curvas polimórficas

Las curvas polimórficas son familias de curvas basadas en la hipótesis de que la tasa relativa de crecimiento en altura dominante no es constante para todos los índices de sitio (calidad de estación), lo cual indica que existen distintos hábitos de crecimiento para las diferentes clases de sitios. Sin embargo, la

potencialidad máxima es única (Avery y Burkhart, 1983; Rivero y Zepeda, 1990).

Las curvas polimórficas pueden ser articuladas y desarticuladas, o no cruzadas y cruzadas, respectivamente. Las articuladas son curvas que guardan una cierta relación, aunque no proporcional, y no llegan a cruzarse en los intervalos de interés; mientras que las desarticuladas no tienen ninguna relación entre sí, y es posible que se crucen dentro del intervalo de interés (Clutter *et al.*, 1983).

Se han propuesto otro tipo de curvas, conocidas como GADA (de diferencia algebraica generalizada, por sus siglas en inglés), cuya hipótesis de crecimiento implica variación simultánea tanto en las tasas de crecimiento como en las potencialidades máximas del sitio, dando origen al concepto de polimorfismo asintótico (Cieszewsky y Bailey, 2000).

2.5.2.3. Métodos de construcción de curvas de índice de sitio

Para modelar la relación funcional edad - altura de un árbol o rodal que generará las curvas de índice de sitio, se han empleado muchas técnicas, la mayoría de las cuales pueden considerarse como casos especiales de los siguientes métodos generales de desarrollo de ecuaciones (Clutter *et al.*, 1983):

a) Método de la curva guía

El método se ha utilizado para generar curvas de índice de sitio de tipo anamórficas o polimórficas (García *et al.*, 1998). Con esta técnica se ajusta la tendencia promedio de las alturas dominantes en todo el intervalo de edad para obtener una curva denominada curva guía, a partir de la cual se construye una familia de curvas por arriba y por debajo de ella, proporcionales entre sí. Así, cada curva representará un índice de sitio diferente (Rivero y Zepeda, 1990; García *et al.*, 1998). Para su construcción se requieren datos provenientes de parcelas temporales de muestreo.

b) Método de la diferencia algebraica y diferencia algebraica generalizada

Para la aplicación del método de la diferencia algebraica, se requieren datos procedentes de árboles de parcelas permanentes, o datos de análisis troncales, los cuales pueden ser utilizados con cualquier ecuación altura - edad para generar familias de curvas anamórficas o polimórficas. El paso inicial en la aplicación de este método consiste en desarrollar, en una forma de diferencia, la ecuación que va a ser ajustada. Esta forma de diferencia expresa la altura remedida (H_2) como una función de la edad de remediación (E_2), de la edad inicial (E_1) y de la altura inicial (H_1) (Clutter *et al.*, 1983).

En general una ecuación de diferencia algebraica tiene la forma siguiente:

$$Y_2 = f(Y_1, E_2, E_1, \beta)$$

Donde: Y_2 es el valor de la variable definida sobre el árbol o rodal en el periodo 2 de la medición, Y_1 es la misma variable medida en el periodo 1; E_2 y E_1 son las edades del árbol o rodal, correspondientes a los periodos 2 y 1, respectivamente, y β es el vector de parámetros de regresión.

El enfoque de diferencia algebraica generalizada (GADA), puede usarse para derivar los mismos modelos derivados por diferencia algebraica. La principal ventaja de la GADA es que puede usarse para ampliar la base de ecuaciones de acuerdo a varias teorías sobre las características del crecimiento (asíntota, tasa de crecimiento), permitiendo más de un parámetro específico por sitio, y haciendo más flexibles la ecuaciones dinámicas. Esto incluye la habilidad para simular polimorfismo concurrente y múltiples asíntotas, una propiedad importante de las ecuaciones de sitio (Diéguez *et al.*, 2006).

c) Método de predicción de parámetros

El método de predicción de parámetros se desarrolló para reflejar las tasas variantes de crecimiento en altura para diferentes sitios, donde la altura está en función de la edad del rodal o índice de sitio. En el ajuste de curvas de índice de sitio por este método, también se requieren datos procedentes de remediciones de árboles en parcelas permanentes, o de análisis troncales. En general el procedimiento consiste en lo siguiente (Clutter *et al.*, 1983):

- Ajustar alguna función de altura-edad (lineal o no lineal) a los datos de árboles o sitios;
- Utilizar cada curva ajustada para asignar el valor del índice de sitio que le corresponda a cada árbol o sitio y,
- Relacionar los parámetros de las curvas ajustadas con los índices de sitio, a través de procedimientos de regresión.
- Cuando existen diferentes tratamientos silviculturales, como preparación del sitio, aplicación de fertilización y control de la vegetación, los parámetros (β_i) de respuesta en altura dominante son valores esperados por sitio, que están en función de los tratamientos aplicados (Fang y Bailey, 2001).

2.5.3. Diámetro promedio (DP) y área basal (AB)

La variable dasométrica más usada para caracterizar un bosque o rodal es el diámetro a la altura del pecho (DAP). Se define como el diámetro del fuste con corteza (a menos que se especifique lo contrario), a una altura sobre el suelo de 1.3 metros. El área de un círculo con diámetro igual al DAP de un árbol determinado se le llama su área basal (área basal por árbol) (García, 1995).

El diámetro promedio (DP) de un rodal corresponde a la media aritmética de los

DAP, obtenidos en mediciones de árboles en sitios de muestreo $DP = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n DAP_i$.

En medición forestal se utiliza también el diámetro cuadrático (DQ) que

corresponde al diámetro del árbol de área basal media. Esto es, si no se especifica otra cosa, el DP es el diámetro medio cuadrático $\sqrt{\sum DAP_i^2 / n}$. Dados el área basal (AB) y el número de árboles por hectárea (NA), el DQ (en centímetros) es $DQ = \sqrt{\frac{40000}{\pi} AB / NA}$ (García, 1995).

El AB es una medida directa de la densidad del rodal que involucra tanto el número de individuos como el tamaño de estos, y es, quizá la variable más utilizada para modelar el efecto de la densidad en el crecimiento del arbolado, tanto a nivel poblacional como individual (Torres y Magaña, 2001). El área basal individual se define como $AB = \frac{\pi}{40000} DAP^2$. Si nos referimos a las características agregadas aplicables al conjunto de los árboles en una porción de terreno. Este puede ser un rodal, una hectárea o una parcela de muestreo. El área basal es la suma de las secciones transversales a la altura del pecho, por unidad de área del terreno $AB = \frac{\pi}{40000} \sum_{i=1}^n DAP_i^2$ y se expresa en $m^2 ha^{-1}$ (García, 1995).

2.5.4. Volumen

En inventarios forestales el volumen de un rodal se estima a partir de los volúmenes estimados para cierto número de parcelas de muestreo. A su vez, para calcular el volumen de una parcela inicialmente se calcula el volumen de cada árbol, ya sea por cubicación directa o con una función de volumen

general, y posteriormente se suman. Sin embargo, en la mayoría de los casos el cubicar todos los árboles, o aún medir todas las alturas para aplicar una función de volumen, es demasiado costoso. Por ello se recurre a una estimación indirecta del volumen utilizando los DAP medidos a todos los árboles dentro de las parcelas, y las mediciones de altura o volumen calculado para una fracción de ellos. Los árboles de la parcela que se miden en detalle se llaman “árboles muestra”. Hay dos métodos de cubicación de árboles individuales comúnmente usados (García, 1995):

El primero utiliza funciones generales de volumen (volumen del árbol en función de su DAP y de su altura) --se supone que se cuenta con una función de volumen adecuada. Se empieza por usar los árboles muestra, en los que se ha medido la altura y el DAP para ajustar una curva de altura--diámetro. Con ésta se estima la altura de los árboles en los que se ha medido sólo el DAP. Teniendo ahora el DAP y la altura para todos los árboles, se calculan los volúmenes con la función de volumen dada, y se suma. El volumen por hectárea se puede calcular multiplicando por el área correspondiente. Este método puede verse también como una sustitución en la función de volumen general $V = f(DAP, H)$ de la altura dada por la función $H = g(DAP)$, para obtener una función de volumen local $V = f[DAP, g(DAP)] \equiv h(DAP)$.

En el segundo método se determina primero el volumen de cada árbol muestra. Esto se puede hacer por cubicación directa (con diámetros medidos a varias

alturas), o con una función de volumen previamente definida. Con los volúmenes y los DAP de los árboles muestra se ajusta entonces una ecuación de regresión que estime el volumen en función del DAP (una función local de volumen). Con ésta se calculan los volúmenes de todos los árboles y se suman. A menudo los datos se ajustan bien con una regresión lineal simple de volumen sobre DAP al cuadrado (o sobre área basal por árbol), la llamada *línea de volumen* o recta volumen–área basal.

Usando datos de volumen obtenidos mediante la cubicación de los árboles de un número de parcelas, se pueden obtener ecuaciones de volumen en función de variables del rodal como área basal y altura dominante. Estas son conocidas como funciones de volumen por hectárea. Es más fácil usar la función de volumen que cubicar una parcela directamente, pudiendo emplearse por razones de conveniencia. Más frecuentemente, las funciones de volumen por hectárea son útiles cuando no se tiene la información de los árboles individuales. Un ejemplo podría ser al determinar el área basal directamente con el método de Bitterlich. Otro es cuando el área basal y altura corresponden a la proyección de un modelo de crecimiento (García, 1995).

2.5.5. Número de árboles

Esta medida, como su nombre lo indica, es solo el número promedio de árboles vivos por hectárea. La medida se obtiene calculando el promedio del número de árboles ubicados en los sitios de muestreo. Esta variable es la más complicada

de evaluar cuando no se cuenta con datos de sitios permanentes de muestreo. Incluso cuando esos datos están disponibles resulta complicado evaluar el cambio en el número de individuos a través del tiempo si no se tiene claro el efecto de variables como el sitio, agentes externos y otras que puedan afectar la mortalidad de los individuos. La mortalidad se define como la tasa o proporción de individuos muertos en la población en un determinado periodo. A pesar de que el nombre genérico es cálculo de la mortalidad, lo que en verdad interesa es conocer cuántos individuos sobreviven después de algún periodo, esto es, interesa conocer la sobrevivencia. Existen varias estrategias para modelar el cambio en número de individuos a través del tiempo (Torres y Magaña, 2001).

Las funciones de mortalidad regularmente predicen el número de árboles a una edad de proyección (N_2), a partir del número actual de árboles (N_1), de la edad inicial (E_1) y de la edad de proyección (E_2). Algunos trabajos incorporan alguna medida del índice de sitio, aunque en la mayoría de los casos se ha probado que el índice de sitio tiene poca relación dentro de las funciones de mortalidad. Las funciones de mortalidad (para poblaciones coetáneas) deben tener ciertas propiedades lógicas, entre las que sobresalen (Clutter *et al.*, 1983; Torres y Magaña, 2001):

- i) Si E_1 es igual a E_2 entonces N_1 debería ser igual a N_2
- ii) Si E_2 es mayor que E_1 entonces N_1 debería ser mayor que N_2

- iii) Si E_2 se hace muy grande, entonces N_2 debería aproximarse a 0 o volverse asintótica.
- iv) Debe haber compatibilidad en las predicciones de árboles sobrevivientes.

2.5.6. Densidad del rodal

La densidad del rodal es el segundo factor en importancia, después de la calidad del sitio, para la determinación de la productividad de un sitio forestal. Esta es el principal factor que el silvicultor puede manipular para influir en el establecimiento y desarrollo de las especies, en la mejora de la calidad de la madera, en la tasa de crecimiento en diámetro, e incluso en la producción de volumen maderable (Daniel *et al.*, 1982).

La evaluación de la densidad, ya sea en términos absolutos o relativos es de vital importancia para expresar el nivel de competencia de un rodal en particular. El número de árboles por hectárea (NA) y el área basal por hectárea (AB), son medidas de densidad absoluta. Entre las medidas de densidad relativa están: el índice de densidad de Reineke (IDR), la relación área-árbol (RAA), el factor de competencia de copas (FCC) y la densidad puntual (Torres y Magaña, 2001).

La aplicación de una silvicultura intensiva, cuya finalidad sea manejar masas coetáneas, requiere, por un lado, del manejo eficiente de la densidad del rodal,

sobre todo cuando se pretende obtener productos maderables de mayor calidad, y por otro, predecir el crecimiento que permita al técnico forestal cuantificar los cambios que se presentan en la estructura del rodal, con el fin de predecir los niveles de producción que es posible esperar del bosque, y definir las actividades silviculturales que permitan mantener los objetivos de producción maderable preestablecidos (De la Fuente, 1998).

2.5.7. Diagramas de densidad

Los diagramas para el manejo de la densidad son modelos gráficos de la dinámica de rodales coetáneos. Estos reflejan relaciones fundamentales que incluyen tamaño de árboles, densidad del rodal, ocupación del sitio y autoaclareo (Vacchiano *et al.*, 2008).

Estos diagramas son herramientas de gran importancia en dasonomía para el manejo de la densidad. En términos generales una guía de densidad permite monitorear la evolución de la densidad de los rodales considerando relaciones densidad-tamaño. Las aplicaciones esenciales de los diagramas de densidad es que permiten tomar decisiones de corto plazo sobre las necesidades de aclareo, sobre niveles de densidad residual y sobre una estimación de tamaños de producto (Torres y Magaña, 2001).

Las guías o diagramas de densidad se elaboran en dos dimensiones, una de las cuales es la densidad, ya sea expresada en área basal o número de árboles

por unidad de superficie. La segunda variable puede ser volumen, volumen comercial, diámetro, entre otras. Los tipos más comunes de diagramas son: a) diagrama con base en el índice de densidad de Reineke; b) diagrama con base en la ley de autoaclareo; c) diagrama de área basal y, d) índices de espaciamiento (Torres y Magaña, 2001).

2.6. Concepto de crecimiento

El crecimiento biológico es el proceso natural de desarrollo de los seres vivos, caracterizado por el aumento gradual de su tamaño. Para el caso de un árbol, el crecimiento tiene lugar simultánea e independientemente en sus diferentes partes, como resultado de la actividad de los meristemos primarios, que provocan el crecimiento longitudinal (altura, longitud de las ramas y raíces), así como de los meristemos secundarios, que dan lugar al crecimiento en grosor o en diámetro, al producir nueva madera hacia el interior y corteza hacia el exterior (Diéguez *et al.*, 2003).

La tasa de crecimiento de las plantas resulta de la interacción de dos fuerzas opuestas. El componente positivo, el más extenso manifestado en la expansión de un organismo, representa la innata tendencia hacia una multiplicación celular exponencial; este componente está asociado con el potencial biótico, actividad fotosintética, absorción de nutrientes, metabolismo constructivo, anabolismo, etc. El componente opuesto representa las restricciones impuestas por factores externos (competencia, recursos limitados, respiración, y fatiga) e internos

(mecanismos regulatorios de sí mismo, y envejecimiento); estos factores que afectan adversamente a la tasa de crecimiento han sido referidos a una resistencia del medio, metabolismo destructivo, catabolismo, respiración (Zeide, 1993; Zamudio y Ayerde, 1997).

El crecimiento está influenciado por las capacidades genéticas de una especie, y su interacción con el ambiente. La influencia del ambiente comprende factores climáticos (temperatura, precipitación, vientos e insolación); factores del suelo (características física y químicas, humedad, y microorganismos); características topográficas (pendiente, elevación y exposición); y competencia (influencia de otros árboles, vegetación menor, y animales). La suma de todos estos factores es expresada como calidad de estación, aunque la competencia es de menor importancia que los otros factores, ya que es transitoria y puede ser modificada por los tratamientos silviculturales (Husch *et al.*, 1982).

2.7. Modelos de crecimiento

En general, un modelo es una representación simplificada de algún aspecto de la realidad (no confundir con la acepción normativa de la palabra, algo digno de ser imitado). Continuamente todos usamos modelos en alguna forma. Hay modelos mentales, que son relaciones imaginadas de causa y efecto entre componentes de algún sistema a través de las cuales tratamos de explicar y anticipar su comportamiento. Se puede plantear modelos en forma verbal, por ejemplo la descripción en palabras del funcionamiento de alguna maquina. Los

modelos físicos o materiales (maquetas), como los modelos a escala de edificios y aviones, son bien conocidos. Un modelo matemático es como un modelo verbal, pero expresado en lenguaje matemático, teniendo la ventaja que el lenguaje matemático difiere del lenguaje natural en que es más conciso y menos ambiguo. Esto, junto con la disponibilidad de reglas que se pueden usar mecánicamente, nos permite razonar en situaciones más complejas, con menos esfuerzo, y con menos riesgo de confundirse (García, 1994).

Los modelos de crecimiento y rendimiento forestal representan abstracciones de la dinámica natural de los bosques, basados en relaciones funcionales entre la magnitud del crecimiento y los factores o variables que explican ese crecimiento. Estos modelos generalmente se refieren a un sistema de ecuaciones que permiten predecir el crecimiento y rendimiento de un rodal bajo una amplia variedad de condiciones (Vanclay, 1994). En un sentido amplio, el término puede incluir curvas y tablas de rendimiento, que son análogas a las ecuaciones, pero que han sido formuladas en una forma gráfica o tabular, más que en forma matemática (Davis y Johnson, 1987).

Las principales actividades que deben considerarse en el proceso para la construcción de estos modelos son: a) definición del problema: es decir establecer el propósito de estudio, que generalmente es la administración del bosque; b) construcción del modelo: esta fase contempla la toma de datos, el análisis preliminar de la información y la formulación del propio modelo; y c) validación del modelo: esto consiste en un proceso repetitivo de corrección y

ajuste del mismo, de manera que cada una de sus ecuaciones demuestre tener las bases teóricas que el modelo supone, así como reflejar de modo aceptablemente preciso la dinámica real de la variable que representa (Mendoza,1983).

2.7.1. Tipos de modelos de crecimiento

Es útil distinguir entre modelos para predicción y modelos para comprensión. Los modelos para comprensión (por ejemplo modelos fisiológicos o de procesos) son útiles principalmente en investigación como ayuda al entendimiento, para sintetizar y relacionar conocimientos anteriormente aislados, y para identificar vacíos donde se necesitan más estudios. Los beneficios surgen del desarrollo del modelo, y no tanto de un uso posterior. A partir de aquí se hablará de modelos para predicción, destinados a la planificación del manejo forestal. En general, al tomar decisiones los resultados de un modelo se toman como representativos de los sucesos más probables. El realismo no es necesariamente una virtud en un modelo, y su uso más útil es para obtener solamente los aspectos que son más relevantes en cada caso (García, 1994; Vanclay, 1994).

Los modelos se pueden clasificar atendiendo a distintos criterios. Según el nivel de detalle que proporcionan y de acuerdo a la unidad de modelaje empleada, se clasifican en tres grandes categorías (García, 1988; García 1994; Vanclay, 1994):

- a) Modelos de rodal completo o de masa;
- b) Modelos de distribución por clases de tamaños y,
- c) Modelos de árboles individuales.

Los modelos de rodal completo o de masa se caracterizan porque la solución de la ecuación o ecuaciones que integran el sistema, proporciona la estimación del volumen por unidad de área. En estos modelos, la unidad básica del modelaje la constituye el rodal y no proporcionan información sobre la distribución del volumen por clases de tamaño. Estos modelos describen el estado del rodal con parámetros de la población tales como la edad, índice de sitio, número de árboles, área basal y volumen por hectárea, para predecir el rendimiento actual o futuro del bosque. En la mayoría de las situaciones, este tipo de modelo probablemente sea el más adecuado para la planificación del manejo de rodales coetáneos y plantaciones forestales.

En los modelos de distribuciones por clases de tamaños, la unidad básica es la clase diamétrica, la cual se modela estimando el número de árboles y volumen por unidad de superficie para cada categoría. El número de árboles en cada clase se estima mediante el uso de una función matemática que proporcione la frecuencia relativa, y el rendimiento total se obtiene sumando los volúmenes correspondientes a cada una de ellas. Estos modelos proporcionan información relacionada con la estructura del rodal y son considerados como un término medio entre los modelos de totalidad del rodal y los de árboles individuales. Su mayor uso se da para modelar rodales incoetáneos o con mezcla de especies.

Los modelos de árboles individuales constituyen enfoques más detallados que utilizan al árbol individual como unidad básica del modelado. Estos modelos proporcionan información detallada de la estructura y dinámica del rodal, incluyendo la distribución del volumen por clases de tamaño. La mayoría de estos modelos incluyen un índice de competencia para cada árbol; dependiendo de la forma en que dicho índice se calcula, estos modelos pueden ser clasificados en dos tipos:

- I. Dependientes de la distancia, si el cálculo de dicho índice está basado en una medida de la distancia de cada árbol con respecto a los demás dentro de la zona de competencia. Estos modelos pueden ser útiles como herramientas de investigación para estudiar prácticas que afectan las relaciones espaciales en formas que las variables de nivel de rodal no pueden describir satisfactoriamente; por ejemplo, aclareos por hileras u otros diseños sistemáticos, manejo de rodales con mezcla de especies, o podas selectivas intensas. Pueden también dar ideas sobre la dinámica de rodales que podrían contribuir al desarrollo de mejores modelos de rodal.

- II. Independientes de la distancia, si el índice de competencia está basado únicamente en las características del árbol, sin considerar la competencia con los árboles vecinos. Es común incluir en esta categoría modelos donde el estado es una distribución de tamaños (generalmente una distribución diamétrica) especificada por una tabla

de rodal (histograma) o listas de tamaños, aunque puede discutirse que estas son descripciones a nivel de rodal. Es probable que se necesiten modelos de árboles individuales en las situaciones más complejas: rodales incoetáneos y/o con varias especies, o plantaciones en hileras u otros diseños en agroforestería.

El tipo de modelo más apropiado depende de las circunstancias. La homogeneidad de los rodales y la naturaleza de los tratamientos silviculturales a ser analizados determinan cuan detallada necesita ser la descripción del estado. Además, la descripción de estado determina también la cantidad y calidad de los datos de inventario necesarios para hacer proyecciones (García, 1988).

2.7.2. Importancia de los modelos de crecimiento y rendimiento forestal

La determinación de la edad de cosecha y regímenes silvícolas de manejo óptimos son algunas de las decisiones más importantes que enfrentan quienes administran los recursos forestales al planificar el proceso de producción forestal primario. Los modelos de crecimiento y rendimiento forestal son herramientas que facilitan la toma de esas decisiones por al menos tres razones: 1) Permiten predecir rendimientos y consecuentemente optimizar la cosecha del bosque, 2) Permiten evaluar regímenes o tratamientos de manejo alternativos y 3) Pueden usarse como una herramienta para controlar

rendimientos. Así, es difícil desarrollar planes de manejo forestal adecuados sin la ayuda de estas herramientas (Valdez y Lynch, 2000).

En general, los modelos se elaboran para realizar estimaciones confiables del crecimiento y del rendimiento futuro; para generar la información necesaria que permita mantener las cosechas dentro de la capacidad sustentable del bosque; para comparar alternativas de manejo que permitan analizar las mejores opciones de uso de la tierra; para determinar la edad óptima de cosecha, la programación de las cortas intermedias, la estimación de la producción anual, periódica o total durante el periodo de rotación y las clases de productos a obtener; para realizar análisis financieros, para explorar alternativas silviculturales; para examinar los impactos del manejo forestal y de la cosecha sobre otros valores del bosque y, para determinar un régimen de manejo que maximice el volumen maderable o el valor de la producción (Vanclay, 1994).

3. METODOLOGÍA

3.1. Descripción del área de estudio

El área de estudio se localiza al sureste del Municipio de Zacualtipán de Ángeles, en el estado de Hidalgo, México, específicamente en el ejido “La Mojonera” (Figura 1), cuenta con una superficie de 100.62 ha, a una altitud media de 2060 msnm. Colinda al Norte con la carretera a Tlahuelompa, Hgo., al Sur con el Ejido Atopixco, al Este con el Ejido El Reparó y al Oeste con los predios Tlatoxca, San Miguel Ferrería y Tlachique, caracterizada por una topografía accidentada con pequeñas mesetas en las partes altas (Castelán, 2003; Cruz, 2007; Aguirre 2007).

El suelo de las partes bajas es feozem háplico (Hh) con una capa superficial oscura, suave y rica en materia orgánica; mientras que en partes con mayor pendiente se encuentra el regosol calcárico (Rc), delgado y con poco desarrollo; pareciéndose mucho a la roca madre. Las rocas presentes son riolitas y tobas riolíticas con obsidiana. El clima es C(fm)w”b(e)g equivaliendo a un templado-húmedo con lluvias todo el año y porcentaje de lluvia invernal con respecto al total anual menor de 18%, con temperatura media anual de 13.5 °C y precipitación de 2050 mm. En las últimas tres décadas la masa forestal en el área de estudio ha sido orientada hacia *Pinus patula* mediante el denominado “Método de Desarrollo Silvícola” por ello los rodales se caracterizan por ser monoespecíficos (puros), coetáneos, de cobertura y edades variables a lo largo del paisaje que van desde 0 hasta 27 años (Aguirre, 2007).

Otras especies de importancia que se distribuyen en la zona de Zacualtipán, sobre todo en las áreas sin intervención corresponden a especies dominantes del bosque mesófilo de montaña, entre las que se encuentran: *Liquidambar macrophylla*, *Clethra mexicana*, *Quercus affinis*, *Q. rugosa*, *Q. excelsa*, *Quercus* spp., *Alnus jorullensis*, *Prunus serotina*, *Carpinus caroliniana* y *Viburnum ciliatum* (Cruz, 2007). En la zona se cuenta también con la presencia de matorral xerófilo y selva baja caducifolia en las partes de transición entre un clima templado y semiárido. En las regiones de transición con el bosque de coníferas se desarrollan los bosques de *Quercus* spp. y *Pinus teocote*, sobre terrenos un tanto secos y suelos compactados (Castelan, 2003).

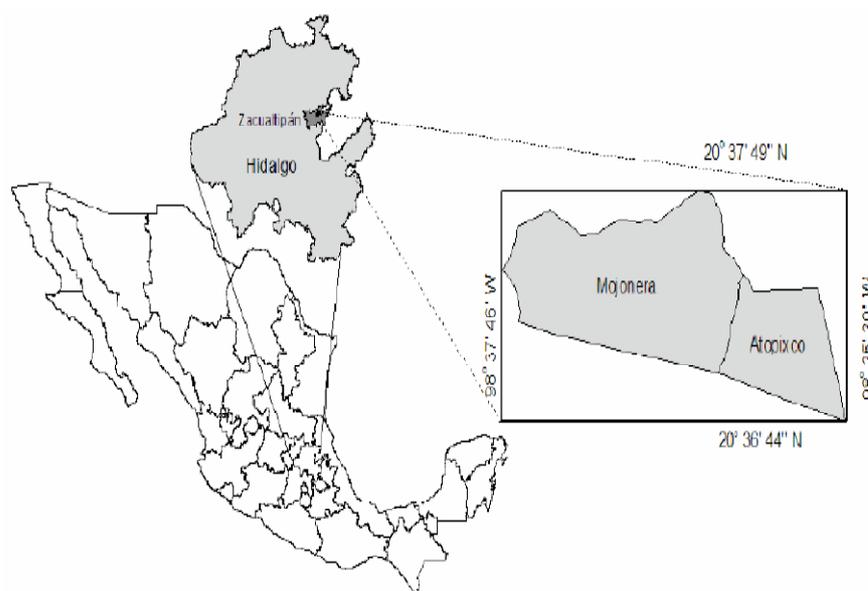


Figura 1. Localización del área de estudio.

3.2. Método de muestreo y toma de datos de campo

Para construir el SCRM se tomaron datos por tercera ocasión en 42 parcelas cuadradas de 400 m², dichas parcelas fueron establecidas de manera selectiva y permanente en rodales coetáneos de *Pinus patula* en el año 2005, las cuales fueron divididas en cuadrantes de 10 x 10 m, marcando todo el arbolado presente dentro de los cuadrantes de manera consecutiva para su control y posterior localización, así, durante el año 2006 y 2008 se llevó a cabo la segunda y tercera remediación respectivamente.

Las parcelas permanentes de muestreo están establecidas en rodales que cuentan con las siguientes características:

- Puros y coetáneos
- Sin presencia de plagas o enfermedades visibles
- Sin evidencia de muerte catastrófica
- Con diferentes niveles de densidad
- Cubriendo diferentes rangos de edad y calidades de sitio.

Se extrajo la siguiente información dasométrica para la construcción del SCRM:

- Altura total de los árboles dominantes marcados en las parcelas (4 árboles dominantes por parcela);
- Diámetro normal con corteza de todos los árboles dentro del sitio;

- Altura total del resto del arbolado, tomada solo en algunos sitios, en el resto se estimó mediante una curva altura-diámetro.

La información obtenida fue analizada considerando la hectárea como unidad de superficie; los parámetros estimados fueron:

- Número de árboles por hectárea (NA);
- Diámetro promedio (DP);
- Diámetro cuadrático (DQ);
- Altura promedio de los árboles dominantes (HD);
- Área basal por hectárea (AB) y,
- Volumen total por hectárea (VHA).

3.3. Funciones de diámetro-altura

Por razones de tiempo y esfuerzo al realizar el trabajo de muestreo de campo, resultó complicado medir las alturas de todos los árboles presentes en las parcelas o sitios de muestreo, por lo que solo se midieron parte de ellos. Las alturas medidas representaron una sub-muestra que se utilizó para estimar, mediante una ecuación de regresión, la altura total (A) de cada uno de los árboles como una función del diámetro normal (D_n). De esta manera se generó la información necesaria para la cubicación de las parcelas. Las expresiones ensayadas para dicho fin fueron: la función de Gompertz (1), el modelo de Schumacher (2) y el modelo de Chapman-Richards (3).

$$A = \alpha_0 \exp(-\alpha_1 \exp[-\alpha_2 D_n]) \dots \dots \dots 1$$

$$A = \alpha_0 \exp\left(-\frac{\alpha_1}{D_n}\right) \dots \dots \dots 2$$

$$A = \alpha_0 [1 - \exp(-\alpha_1 D_n)]^{\alpha_2} \dots \dots \dots 3$$

Donde: A : altura total del árbol (m); D_n : diámetro a la altura del pecho (cm); \exp : función exponencial, y α_i : parámetros a estimar.

3.4. Cubicación del arbolado de las parcelas de muestreo (función de volumen individual)

Para cubicar el arbolado en las parcelas de muestreo se usó la ecuación de volumen para fuste total con corteza de *Pinus patula* generada por Carrillo *et al.* (2004), dicha expresión tiene la siguiente estructura:

$$V = e^{-9.7688} (D_n^2 \times A)^{0.9451} \dots \dots \dots 4$$

Donde: V : volumen para fuste total de pino (m³) con corteza, lo demás ya fue previamente definido.

Esta ecuación en conjunto con la función de diámetro-altura, permitió obtener el valor global del volumen por parcela y con ello alimentar los modelos para la predicción y proyección del rendimiento maderable a través del tiempo.

3.5. Funciones de altura dominante e índice de sitio

Las ecuaciones de altura dominante (*HD*) e índice de sitio (*IS*) se obtuvieron a través del método de construcción de curvas de diferencia algebraica, utilizando 84 pares de datos no traslapados correspondientes a alturas dominantes y edades que varían de los 8 a los 27 años, obtenidas después de tres remediciones en las parcelas de muestreo. Para ello se probaron varios modelos clásicos utilizados en estudios de crecimiento de árboles y masas forestales, considerando hipótesis de crecimiento tanto anamórficas como polimórficas. El ajuste se realizó de manera simultánea para lograr la compatibilidad total entre el modelo de predicción y proyección. Los modelos estudiados que mejores ajustes presentaron fueron los siguientes:

Hossfeld IV

Forma original (modelo de predicción o promedio)

$$HD_1 = \frac{b_0}{1 + \exp(b_1)\exp(-b_2 \ln E_1)} \dots\dots\dots 5$$

Forma anamórfica (modelo de proyección o de *IS*)

$$HD_2 = HD_1 \left[\frac{1 + \exp(b_1)\exp(-b_2 \ln E_2)}{1 + \exp(b_1)\exp(-b_2 \ln E_1)} \right] \dots\dots\dots 6$$

Bass

Forma original (modelo de predicción o promedio)

$$HD_1 = \frac{b_0(1 - \exp(-b_1 E_1))}{1 + b_2 \exp(-b_1 E_1)} \dots\dots\dots 7$$

Forma anamórfica (modelo de proyección o de *IS*)

$$HD_2 = HD_1 \left[\frac{1 - e^{-b_1 E_2} / 1 + b_2 e^{-b_1 E_2}}{1 - e^{-b_1 E_1} / 1 + b_2 e^{-b_1 E_1}} \right] \dots \dots \dots 8$$

Schumacher

Forma original (modelo de predicción o promedio)

$$HD_1 = b_0 \exp \left[-b_1 \left(\frac{1}{E_1} \right) \right] \dots \dots \dots 9$$

Forma anamórfica (modelo de proyección o de *IS*)

$$HD_2 = HD_1 \left[\frac{\exp(-b_1 / E_2)}{\exp(-b_1 / E_1)} \right] \dots \dots \dots 10$$

Weibull

Forma original (modelo de predicción o promedio)

$$HD_1 = b_0 \left(1 - e^{-b_1 E_1^{b_2}} \right) \dots \dots \dots 11$$

Forma polimórfica (modelo de proyección o de *IS*)

$$HD_2 = b_0 \left[1 - \left(1 - \frac{HD_1}{b_0} \right)^{\left(\frac{E_2}{E_1} \right)^{b_2}} \right] \dots \dots \dots 12$$

Donde: HD_2 : altura dominante (m) en el periodo 2 de la medición del sitio; HD_1 : altura dominante medida en el periodo 1; E_2 y E_1 : edad del rodal (años) correspondientes a los periodos 2 y 1; ln: logaritmo natural, y b_i parámetros a estimar.

3.5.1. Desarrollo de una función de *HD* e *IS* con el método de diferencia algebraica

El método de construcción de curvas de índice de sitio de diferencia algebraica puede ser aplicado con cualquier modelo que relacione la altura dominante- edad, para generar familias de curvas anamórficas o polimórficas, siempre y cuando dicha información provenga de parcelas permanentes o análisis troncales (es decir, contar con por lo menos dos mediciones en diferentes periodos de la variable de interés). A continuación se ilustran los pasos para generar una formulación anamórfica de diferencia algebraica:

- a) Se elige un modelo de crecimiento promedio de la forma $HD = f(E; \underline{b}_K)$, en este caso se toma como ejemplo el modelo de Hossfeld IV (5):

$$HD = \frac{b_0}{1 + \exp(b_1) \exp(-b_2 \ln E)}$$

Donde: *HD*: altura dominante (m); *E*: edad del rodal (años), lo demás ya fue definido.

- b) Se ubica el modelo en dos condiciones diferentes, 2 edades y 2 alturas de referencia $HD_1 = f(E_1 \underline{b}_K)$, $HD_2 = f(E_2 \underline{b}_K)$:

$$HD_1 = \frac{b_0}{1 + \exp(b_1) \exp(-b_2 \ln E_1)} \quad HD_2 = \frac{b_0}{1 + \exp(b_1) \exp(-b_2 \ln E_2)}$$

c) Se selecciona el parámetro específico de sitio (implica la hipótesis de crecimiento), en este caso se trata de un patrón anamórfico, por lo que se selecciona la asíntota (b_0) del modelo HD_1 :

d) Se aísla el parámetro y se resuelve $b_0 = g(E_1, \underline{b}_{k, k-1} HD_1)$:

$$b_0 = HD_1 [1 + \exp(b_1) \exp(-b_2 \ln E_1)]$$

e) Se sustituye la solución del parámetro específico en HD_2 :

$$HD_2 = HD_1 \left[\frac{1 + \exp(b_1) \exp(-b_2 \ln E_2)}{1 + \exp(b_1) \exp(-b_2 \ln E_1)} \right]$$

f) La ecuación de diferencia algebraica anterior permite asignar la calidad de sitio a los rodales, a partir de una edad base de referencia, la altura dominante y su edad actual:

$$IS = HD \left[\frac{1 + \exp(b_1) \exp(-b_2 \ln E)}{1 + \exp(b_1) \exp(-b_2 \ln E_B)} \right] \dots \dots \dots 13$$

Donde: IS : índice de sitio del rodal (m), E_B : edad base de referencia (años); lo demás como se definió previamente.

3.6. Funciones de crecimiento en diámetro y área basal

La importancia del diámetro promedio (DP) como variable de estado del rodal y su alta significancia en las funciones de área basal, y como consecuencia en volumen, justifican la generación de un modelo de crecimiento para esta variable en particular. Además por considerarse la variable más sensible al efecto de la densidad, resulta conveniente contar con una función que permita explorar los cambios que se dan en su crecimiento a través del tiempo, esto cuando la densidad cambia (número de árboles por hectárea) en una calidad de sitio determinada.

Para modelar esta variable a nivel de totalidad del rodal se probaron diferentes modelos, sin embargo, la presencia y combinación de variables predictoras como: edad (E), número de árboles (NA) y altura dominante (HD), permitieron formular los siguientes modelos de diferencia algebraica de ajustes excelentes:

Modelo de predicción:

$$DP_1 = \exp \left[b_0 + \frac{b_1}{E_1} \times NA_1 + b_2 \times HD_1 \right] \dots \dots \dots 14$$

Modelo de proyección:

$$DP_2 = DP_1 \times \exp \left[b_1 \left(\frac{NA_2}{E_2} - \frac{NA_1}{E_1} \right) + b_2 \left(\frac{HD_2}{HD_1} \right) \right] \dots \dots \dots 15$$

Donde: DP_2 : diámetro promedio del rodal (cm) en la edad E_2 de medición; DP_1 : diámetro promedio del rodal en la edad E_1 ; NA_2 y NA_1 : corresponde al número de árboles ($NA HA^{-1}$) en las edades E_2 y E_1 respectivamente; HD_2 y HD_1 : es la altura dominante (m) en E_2 y E_1 , y b_i los parámetros a estimar.

Por su parte la estimación del área basal por hectárea a través del tiempo requiere del conocimiento acerca de cómo se comporta el diámetro promedio, de los niveles de densidad esperados, y de la calidad del sitio forestal. Bajo este enfoque fueron construidas las funciones de crecimiento de totalidad del rodal para dicha variable:

Modelo de predicción

$$AB_1 = \exp \left[\alpha_0 + \alpha_1 \times E_1 + \alpha_2 \times \frac{1}{DP_1} \right] \times [IS \times NA_1]^{\alpha_3} \dots \dots \dots 16$$

Modelo de proyección

$$AB_2 = AB_1 \times \left(\frac{NA_2}{NA_1} \right)^{\alpha_3} \times \exp[\alpha_1(E_2 - E_1)] \times \exp \left[\alpha_2 \left(\frac{1}{DP_2} - \frac{1}{DP_1} \right) \right] \dots \dots \dots 17$$

Donde: AB_1 : área basal a la edad E_1 ($m^2 ha^{-1}$); AB_2 : área basal futura, es decir E_2 ; α_i : los parámetros a estimar del modelo, lo demás ya quedo definido previamente.

Dentro del SCRM son imprescindibles estas funciones, ya que el área basal permite conocer y evaluar el efecto que tienen los diferentes niveles de densidad en el rendimiento maderable, y en consecuencia definir algunos esquemas silviculturales apropiados a cada condición de bosque, como por ejemplo la intensidad de los aclareos.

3.7. Función de mortalidad

Como parte esencial de la predicción explícita, es necesario hacer una estimación del número de árboles sobrevivientes en un tiempo futuro, sin embargo, esta variable es la más difícil de predecir, por lo que para tal estimación los modelos de proyección a partir de un estado presente son los más útiles.

Los modelos de mortalidad generalmente son modelos derivados de tasas de cambio en el número de individuos. La suposición es que la tasa de cambio en número de individuos a través del tiempo es constante, lo cual se puede modelar de la siguiente forma: $\frac{dNA}{dE} = NA \times k$, expresión que indica que la tasa de mortalidad instantánea (NA) es una proporción constante (k) de la población actual ($NA \text{ ha}^{-1}$). Integrando la ecuación dentro del intervalo de interés (NA_1 - NA_2), (E_1 - E_2) da por resultado el siguiente modelo de ecuación en diferencia (Torres y Magaña, 2001):

$$NA_2 = NA_1 e^{\left[\delta_1 \times (E_2 - E_1)\right]} \dots\dots\dots 18$$

Donde: NA_2 : es el número de árboles sobrevivientes por hectárea a la edad de proyección E_2 ; NA_1 : número de árboles presentes por hectárea en la edad inicial E_1 y, δ_1 : es el parámetro a ser estimado.

3.8. Funciones de volumen por hectárea

Para predecir el rendimiento corriente y futuro a nivel rodal en términos de volumen se probaron distintos modelos, sin embargo, los más apropiados resultaron aquellos que presentan las variables de respuesta: área basal, altura dominante, edad e índice de sitio, teniéndose así las siguientes estructuras de diferencia algebraica:

Modelos de predicción

$$VHA_1 = \exp\left[\phi_0 + \frac{\phi_1}{AB_1} \times IS\right] \times E_1^{\phi_2} \times IS \dots\dots\dots 19$$

$$VHA_1 = \exp\left[\phi_0 + \frac{\phi_1}{AB_1} \times HD_1\right] \times E_1^{\phi_2} \times HD_1 \dots\dots\dots 20$$

Modelos de proyección

$$VHA_2 = VHA_1 \times \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^{\phi_2} e^{\left[\phi_1 \times IS \times \left(\frac{1}{AB_2} - \frac{1}{AB_1}\right)\right]} \dots\dots\dots 21$$

$$VHA_2 = VHA_1 \times \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^{\phi_2} \times \left(\frac{HD_2}{HD_1}\right) \times e^{\left[\phi_1 \left(\frac{HD_2}{AB_2} - \frac{HD_1}{AB_1}\right)\right]} \dots\dots\dots 22$$

Donde: VHA_1 : es el volumen ($m^3 ha^{-1}$) a la edad inicial E_1 ; VHA_2 : es el volumen por hectárea a la edad de proyección E_2 ; ϕ_i : los parámetros a estimar del modelo, lo demás quedo definido previamente.

Como es notorio, los modelos incorporan las variables de estado más importantes del rodal, con las que es posible predecir en tiempo actual y futuro el rendimiento maderable.

3.9. Ajuste del sistema de crecimiento y rendimiento maderable

Cada componente del SCRM fue ajustado de manera simultánea a través de la técnica de regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés) con el paquete Statistical Analysis System (SAS), a excepción de las

funciones de diámetro-altura y mortalidad, que fueron ajustadas a través de mínimos cuadrados no lineales.

La técnica de estimación de parámetros SUR proporciona una mejor ganancia en la estimación de parámetros cuando los componentes del error se correlacionan para un sistema de ecuaciones; además permite compatibilidad total entre el modelo de predicción y el de proyección, de forma que los parámetros comunes de ambas ecuaciones toman los mismos valores mientras se cumple con el criterio de minimización de cuadrados de los residuos (Galán *et al.*, 2007). Los modelos descritos son intrínsecamente no lineales, por lo que la estimación de los parámetros requiere el empleo de un proceso iterativo, en este caso se utilizó el algoritmo de Gauss que está implementado en el procedimiento MODEL de SAS (Diéguez *et al.*, 2005).

3.10. Construcción de un diagrama de densidad

Un diagrama o guía de densidad es útil como herramienta de manejo para programar secuelas de aclareos. Su construcción implica contar con datos de mortalidad en altas densidades, lo cual representa un fenómeno de sumo interés para el manejador forestal: el autoaclareo (Montero *et al.*, 2007). En esta investigación se construyó una guía tradicional del tipo de Reineke. Para ello se usó la información de máxima densidad encontrada en los datos, que es donde el efecto del autoaclareo es mayor.

Para la construcción de la guía se usaron los valores al límite del autoaclareo. Con base en el modelo de regresión básico, de cada relación se obtuvieron los valores de los parámetros. Para Reineke, la regla de densidad es la siguiente (García, 1998; Montero *et al.*, 2007):

$$NA = \delta_0 DQ^{-\delta_1} \dots\dots\dots 23$$

En forma lineal es:

$$\log_{10}(NA) = \delta_0 - \delta_1 \times \log_{10}(DQ) \dots\dots\dots 24$$

Para calcular el índice de densidad relativa de Reineke (*IDR*) se fijó un diámetro cuadrático de referencia de 12 cm, valor promedio observado en las parcelas de máxima densidad, usando la siguiente expresión:

$$IDR = NA \times \left(\frac{12}{DQ}\right)^{-\delta_1} \dots\dots\dots 25$$

Para estimar el número de árboles de un *IDR* dado, entonces:

$$NA = IDR \times \left(\frac{DQ}{12}\right)^{-\delta_1} \dots\dots\dots 26$$

Donde: NA : corresponde al número de árboles por hectárea; DQ : es el diámetro cuadrático (cm) por hectárea; IDR : índice de densidad relativa de Reineke y, δ_i : los parámetros a ser estimados.

Con estas fórmulas es posible construir el nomograma conocido como guía de densidad de Reineke.

3.11. Simulación de escenarios

Con el uso conjunto de las ecuaciones del sistema es posible representar en términos puramente numéricos la vida de un rodal, a través de tablas de rendimiento para las distintas calidades de sitio definidas en las masas de *Pinus patula*.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Modelos de diámetro-altura para *Pinus patula*

Previo a la construcción del SCRM, se generó una función que permitió estimar la altura de los árboles a partir del diámetro normal, con la finalidad de hacer estimaciones volumétricas para alimentar los modelos de rendimiento maderable bajo el enfoque de totalidad del rodal. En ese sentido se ensayaron tres funciones de crecimiento ampliamente utilizadas en el ámbito forestal. Los resultados de ajuste de los modelos se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1. Estadísticas de ajuste y parámetros de los modelos ensayados para estimar alturas en función del diámetro normal para *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo.

Modelo	SCE	CME	R ²	Parámetros estimados	Error estándar	Pr > t
(1)						
$A = \alpha_0 e^{\left[-\alpha_1 e^{(-\alpha_2 D_n)} \right]}$	830.7	4.614	0.742	$\alpha_0=34.63196$	5.4014	<.0001
				$\alpha_1=-1.89769$	0.1058	<.0001
				$\alpha_2=-0.04624$	0.0120	0.0002
(2)						
$A = \alpha_0 \exp\left(-\frac{\alpha_1}{D_n}\right)$	926.3	5.117	0.712	$\alpha_0=35.3469$	1.1172	<.0001
				$\alpha_1=-14.8599$	0.7831	<.0001
(3)						
$A = \alpha_0 [1 - \exp(-\alpha_1 D_n)]^{\alpha_2}$	844.3	4.690	0.738	$\alpha_0=73.27082$	129.6	0.5726
				$\alpha_1=-0.00684$	0.0220	0.7557
				$\alpha_2=0.727915$	0.2012	0.0004

Es notorio de acuerdo a la Tabla 1, que el modelo de Gompertz (1) presenta un mejor ajuste y es el más apropiado para predecir la altura de los árboles en función del diámetro normal, respecto a los modelos de Schumacher (2) y Chapman-Richards (3), ya que presenta el valor más alto del coeficiente de determinación (R^2), el menor cuadrado medio del error (CME) y la suma de cuadrados del error (SCE) más reducida, así como una alta significancia en cada uno de sus parámetros. Este modelo es de utilidad para estimaciones de volumen en funciones de dos entradas, compensando la falta de información referente a alturas de árboles tomadas en campo. La Figura 2 refleja la capacidad predictiva del modelo:

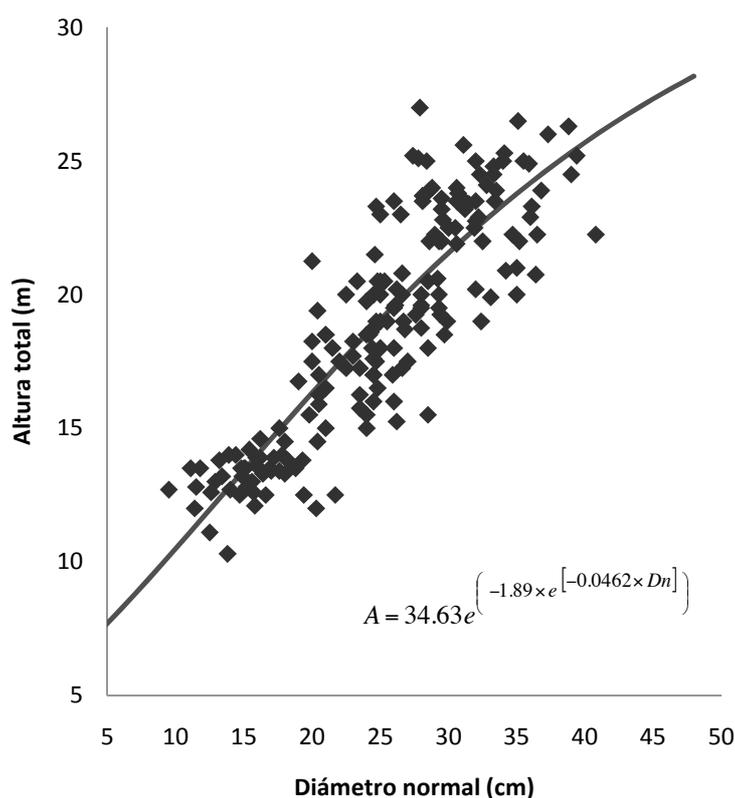


Figura 2. Curva altura-diámetro en rodales de *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo.

4.2. Modelos de altura dominante e índice de sitio

Los modelos ajustados para *Pinus patula* parten de información dasométrica proveniente de remediciones en parcelas permanentes de muestreo, lo cual permite la aplicación del método de desarrollo de curvas de diferencia algebraica, ajustando de manera simultánea las ecuaciones de predicción y proyección de crecimiento en altura dominante para hacerlas compatibles.

Las ecuaciones de altura dominante (*HD*) e índice de sitio (*IS*) son componentes fundamentales del SCRM, ya que permiten conocer el potencial productivo de los sitios forestales bajo manejo, la primera de ellas a través de la descripción del patrón de desarrollo en altura que los rodales siguen durante el transcurso de su vida, la segunda como la medida más consistente de la calidad del sitio, por lo que dichas ecuaciones son el medio más eficaz y aceptado para evaluar la productividad forestal.

Los resultados del ajuste realizado para las ecuaciones de predicción (curva guía o promedio) y proyección (modelo de diferencia algebraica) de los modelos de crecimiento de Hossfeld IV (5 y 6), Bass (7 y 8), Schumacher (9 y 10) y Weibull (11 y 12), se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Estadísticas de ajuste y parámetros de los modelos ensayados para la predicción y proyección del crecimiento en altura dominante de *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo.

Modelo	SCE	CME	R ²	Parámetros estimados	Error estándar	Pr > t
(5)						
$HD_1 = \frac{b_0}{1 + e^{(b_1) e^{(-b_2 \ln E_1)}}$	100.8	1.229	0.934	$b_0=38.985$ $b_1=4.2347$	5.9323 0.1577	<.0001 <.0001
(6)						
$HD_2 = HD_1 \left[\frac{1 + e^{(b_1) e^{(-b_2 \ln E_2)}}}{1 + e^{(b_1) e^{(-b_2 \ln E_1)}}} \right]$	46.579	0.561	0.968	$b_2=1.3958$	0.1435	<.0001
(7)						
$HD_1 = \frac{b_0 (1 - \exp(-b_1 E_1))}{1 + b_2 \exp(-b_1 E_1)}$	102.4	1.2484	0.933	$b_0=46.2361$ $b_1=0.02606$	5.1969 0.00376	<.0001 <.0001
(8)						
$HD_2 = HD_1 \left[\frac{1 - e^{-b_2 E_2} / 1 + b_2 e^{-b_2 E_2}}{1 - e^{-b_2 E_1} / 1 + b_2 e^{-b_2 E_1}} \right]$	46.128	0.5558	0.968	$b_2=-0.0076$	0.00439	0.0857
(9)						
$HD_1 = b_0 \exp \left[-b_1 \left(\frac{1}{E_1} \right) \right]$	102.4	1.2410	0.933	$b_0=34.9985$	0.7227	<.0001
(10)						
$HD_2 = HD_1 \left[\frac{\exp(-b_1 / E_2)}{\exp(-b_1 / E_1)} \right]$	47.385	0.5675	0.967	$b_1=-12.234$	0.3442	<.0001
(11)						
$HD_1 = b_0 \left[1 - e^{-b_1 E_1 b_2} \right]$	102.4	1.2494	0.933	$b_0=34.5528$ $b_1=0.02499$	6.0214 0.0249	<.0001 <.0001
(12)						
$HD_2 = b_0 \left[1 - \left(1 - \frac{HD_1}{b_0} \right)^{\left(\frac{E_2}{E_1} \right)^{b_2}} \right]$	47.878	0.5768	0.967	$b_2=1.15502$	0.1004	<.0001

De la Tabla 2 se destaca el buen ajuste de los modelos ensayados, obteniéndose valores muy similares para los indicadores estadísticos; suma de cuadrados del error (SCE) y cuadrado medio del error (CME), así como valores altos del pseudo- R^2 y errores estándar reducidos. No obstante, el buen ajuste, es necesario corroborar las predicciones con los datos de campo, por lo que se gráfico el valor promedio esperado de la altura dominante (curva guía), para todos los modelos ensayados. En la Figura 3 se muestra tal situación:

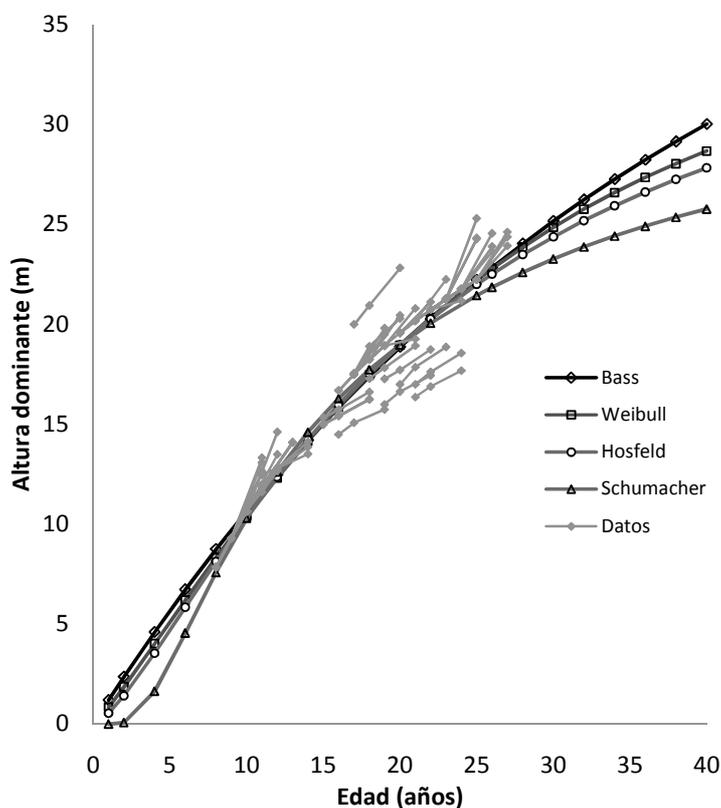


Figura 3. Curvas promedio de crecimiento en altura dominante para *Pinus patula* de Zacualtipán, Hidalgo, obtenidas con 4 modelos.

La Figura 3 resalta la capacidad predictiva de todos los modelos ensayados, ya que tienden a pasar por en medio de la nube de datos, lo que hace evidente su buen comportamiento para pronosticar el crecimiento en altura dominante, al menos para el rango evaluado. Sin embargo, el modelo de Hossfeld IV resultó ligeramente con un mejor ajuste, presentado el valor más alto del pseudo- R^2 para la ecuación de predicción y proyección, el valor más reducido de la SCE y del CME, y una alta significancia en los parámetros que lo componen, por lo que este modelo fue elegido para el desarrollo de las curvas anamórficas de índice de sitio que se muestran en la Figura 4.

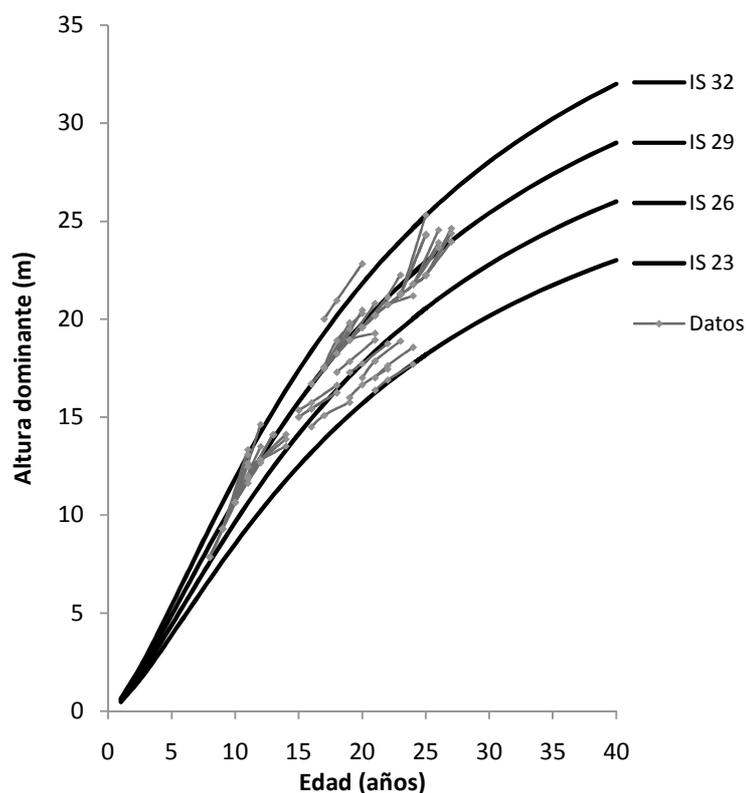


Figura 4. Curvas anamórficas de índice de sitio para *Pinus patula* de Zacualtipán, Hidalgo, a la edad base de 40 años.

En su construcción se uso una edad base (E_B) de 40 años, su expresión quedó de la siguiente forma (6):

$$HD_2 = HD_1 \left[\frac{1 + e^{(4.2347)(-1.3958 \ln 40)}}{1 + e^{(4.2347)(-1.3958 \ln E_1)}} \right]$$

A partir del modelo de proyección se obtuvo la ecuación que expresa el índice de sitio (IS) (13):

$$IS = HD \left[\frac{1 + e^{(4.2347)(-1.3958 \ln E)}}{1 + e^{(4.2347)(-1.3958 \ln E_B)}} \right]$$

La ecuación anterior permitirá calificar la calidad del sitio forestal de acuerdo a su potencial para el crecimiento en altura de los bosques con *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo, asignándole su correspondiente índice de sitio. Para ello bastará con estimar la edad y altura dominante promedio del rodal, valores que deberán sustituirse en la ecuación de IS .

Las curvas de IS obtenidas coinciden parcialmente con lo que reporta Brosovich (1998) para esta especie en la misma zona de estudio, el rango de calidades de sitio que sugiere este autor va de 16 a 32 m, sin embargo, considera una edad base de 50 años.

La obtención de las ecuaciones de altura dominante e índice de sitio permite continuar con el desarrollo del SCRM, ya que son de utilidad para explicar el

crecimiento en diámetro y área basal, y son esenciales para estimar el rendimiento maderable.

4.3. Modelos de crecimiento en diámetro y área basal

La Tabla 3 presenta los resultados obtenidos del ajuste realizado de manera simultánea para las ecuaciones de crecimiento en diámetro promedio del rodal.

Tabla 3. Estadísticas de ajuste y parámetros del modelo de crecimiento en diámetro promedio para los rodales de *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo.

Modelo	SCE	CME	R ²	Parámetros estimados	Error estándar	Pr > t
(14)	126.9	2.226	0.884	$b_0=2.64956$	0.0679	<.0001
				$b_1=-0.0048$	0.00043	<.0001
(15)	13.1055	0.2260	0.987	$b_2=0.02936$	0.00282	<.0001

Las ecuaciones de predicción y proyección propuestas muestran un excelente ajuste, tanto valores altos del pseudo-R², cuadrados medios del error (CME) reducidos, así como una alta significancia en cada uno de los parámetros (<.0001), cuyos errores estándar son bastante reducidos, indicadores que en conjunto hacen robustos y confiables los modelos de crecimiento en diámetro del rodal.

Las ecuaciones de predicción y proyección en diámetro promedio a nivel de rodal son esenciales en esta investigación para la estimación del área basal. En ese sentido, las funciones de crecimiento para esta variable en particular, fueron construidas considerando aparte de la edad, a la densidad (NA) y a una medida de la calidad del sitio, como lo es la altura dominante (HD), lo cual permitió reflejar de manera adecuada los niveles de productividad de los rodales de *Pinus patula*. Es decir en los sitios de mejor calidad el arbolado cuenta con mayores dimensiones, ocurriendo lo contrario en los sitios más pobres, como se muestra en las respectivas curvas de crecimiento en diámetro de la Figura 5. En su construcción se considero una densidad inicial de 1200 árboles ha^{-1} .

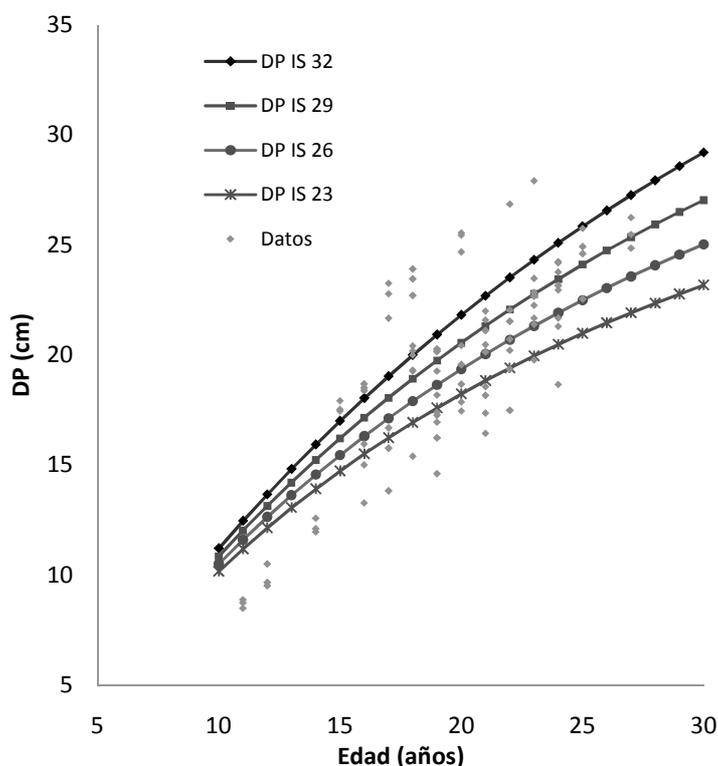


Figura 5. Curvas promedio de crecimiento en diámetro para diferentes índices de sitio en rodales de *Pinus patula*.

Los resultados del ajuste realizado para el modelo de predicción y proyección del área basal por hectárea, se presentan en la Tabla 4:

Tabla 4. Estadísticas de ajuste y parámetros del modelo de crecimiento en área basal para los rodales de *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo.

Modelo	SCE	CME	R ²	Parámetros estimados	Error estándar	Pr > t
(16)	149.9	2.652	0.924	$\alpha_0=-3.6675$	0.3309	<.0001
				$\alpha_1=0.024858$	0.00224	<.0001
(17)	18.84	0.327	0.988	$\alpha_2=-19.5104$	0.6656	<.0001
				$\alpha_3=0.743341$	0.0325	<.0001

El resumen del análisis de regresión (SUR) realizado simultáneamente en las ecuaciones de crecimiento propuestas para estimar en primer término el área basal actual (ecuación de predicción), y el área basal futura (ecuación de proyección), permite deducir que las expresiones generadas son confiables para conocer el comportamiento de esta característica dasométrica del rodal a través del tiempo. Se observa una alta significancia en los parámetros estimados, con errores estándar bastante reducidos, así como valores altos de los pseudo R² y valores bajos para los cuadrados medios del error.

De las variables que se involucran en los modelos compatibles de área basal propuestos, resalta el diámetro promedio del rodal (*DP*). Esta variable es la más sensible al efecto de la densidad, lo que repercute de manera importante en el

crecimiento del área basal. Por otra parte, la incorporación del número de árboles por hectárea (NA) como variable predictora da a los modelos la connotación de “densidad variable” propiedad ideal para cualquier tipo de simulación de regímenes silviculturales, etiquetados para distintas calidades de sitio mediante los índices de sitio (IS).

Para ilustrar el comportamiento del modelo promedio (16) de AB se contrastaron los datos con las predicciones en diferentes IS , considerando la misma densidad inicial ($1200 \text{ árboles ha}^{-1}$). Como es lógico, los sitios más productivos corresponden a los mejores índices de sitio (Figura 6).

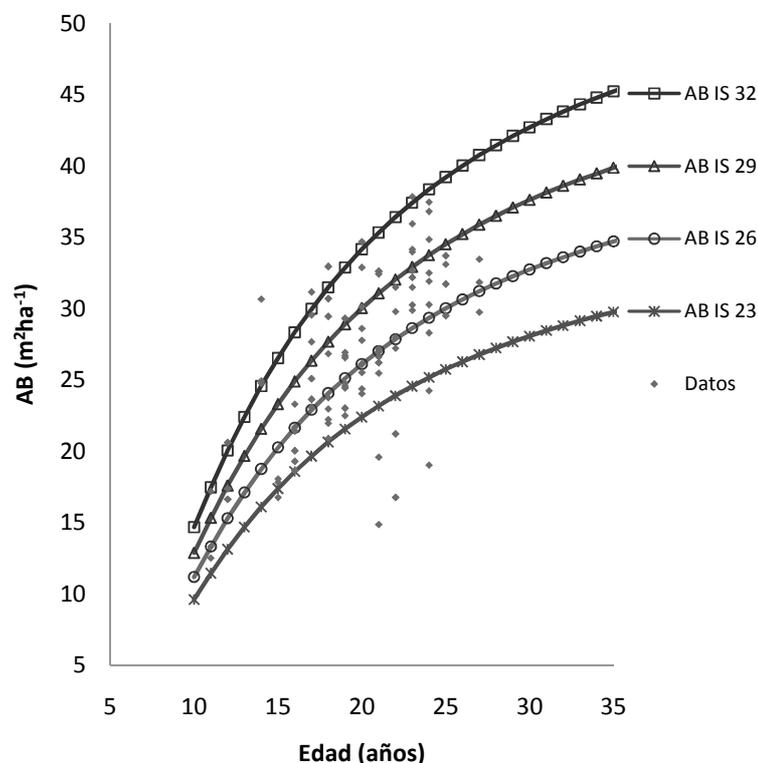


Figura 6. Curvas de crecimiento en área basal para diferentes índices de sitio en rodales de *Pinus patula*.

4.4. Modelo de mortalidad

La ecuación de proyección para estimar la disminución paulatina en el número de árboles por hectárea a través del tiempo mostró ser eficiente. Los resultados del ajuste realizado se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5. Estadísticas de ajuste del modelo de mortalidad para *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo.

Modelo	SCE	CME	R ²	Parámetro estimado	Error estándar	Pr > t
(18)						
$NA_2 = NA_1 e^{[\delta_1 \times (E_2 - E_1)]}$	376307	5085.2	0.9972	$\delta_1 = -0.03378$	0.00299	<.0001

El valor alto del R², y el valor bajo del error estándar para el parámetro estimado hace bastante confiable la ecuación de proyección ensayada. Esta función de mortalidad es esencial al igual que las ecuaciones desarrolladas anteriormente dentro del SCRM, por lo que una vez obtenida, al interrelacionarse con el resto de las ecuaciones hace posible la predicción del rendimiento maderable en el tiempo. Para examinar su comportamiento se graficaron cuatro curvas de mortalidad para cuatro densidades iniciales (Figura 7).

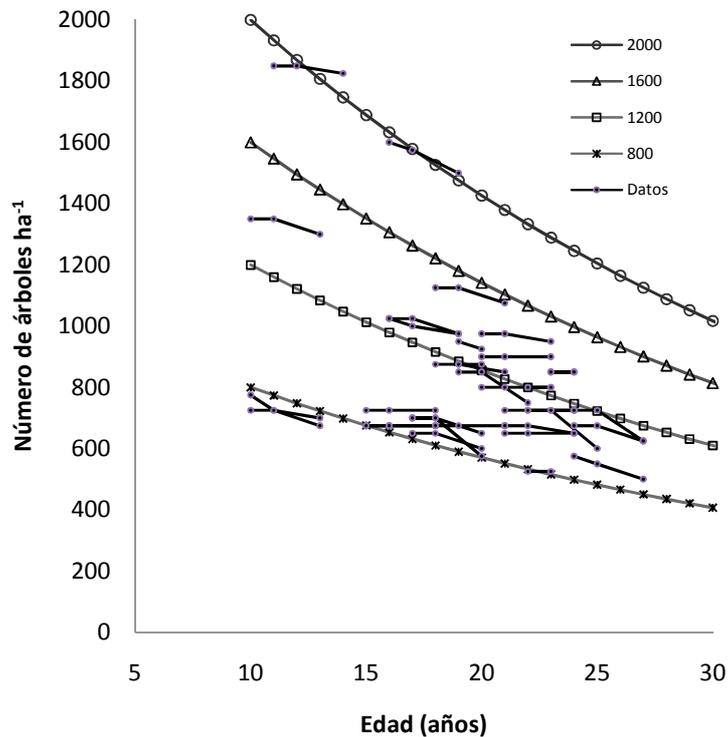


Figura 7. Mortalidad simulada para cuatro densidades iniciales en rodales de *Pinus patula*.

El comportamiento de la función de mortalidad se muestra razonable de acuerdo a los datos observados en campo, presentando una tasa de mortandad del 3.3% anual. Con esta ecuación, se estima el número de árboles sobrevivientes (NA_2) a partir del número actual de árboles (NA_1) y la edad actual del rodal (E_1), fijando un periodo de proyección (E_2). Lo que en consecuencia, hace posible la predicción explícita del rendimiento maderable.

Es importante destacar que para realizar pronósticos de rendimiento futuro, es necesario establecer algún valor asintótico mínimo ya que si se continua simulando la mortalidad, esta nos lleva a estimar cero árboles por ha cuando en

un bosque manejado esto solo es posible después de un evento catastrófico. Es decir, la densidad mínima razonable que se puede encontrar en los rodales, para cierta edad, a partir de la cual se acota la mortandad.

4.5. Modelos de crecimiento en volumen

En la Tabla 6 se muestran los indicadores estadísticos de bondad de ajuste y los parámetros estimados para los modelos de predicción y proyección del volumen, obtenidos con datos provenientes de sitios permanentes de muestreo, considerando el enfoque de totalidad del rodal.

Tabla 6. Estadísticas de ajuste y parámetros del modelo de crecimiento en volumen para los rodales de *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo.

Modelo	SCE	CME	R ²	Parámetros estimados	Error estándar	Pr > t
(19)	10873.7	190.8	0.9519	$\phi_0=1.392496$	0.1755	<.0001
(20)	1421.3	24.5055	0.9934	$\phi_1=-0.84225$	0.0339	<.0001
				$\phi_2=0.503301$	0.0490	<.0001
(21)	10219.6	179.3	0.9547	$\phi_0=2.108198$	0.1045	<.0001
(22)	995.8	17.1698	0.9954	$\phi_1=-1.47815$	0.0451	<.0001
				$\phi_2=0.447668$	0.0298	<.0001

Las ecuaciones fueron ajustadas simultáneamente, utilizando el mismo procedimiento que en las ecuaciones de altura dominante, diámetro promedio y área basal del SCRM, para asegurar la compatibilidad total.

Se proponen dos modelos de crecimiento en volumen, considerando en el primero de ellos directamente al *IS* entre las variables de respuesta, lo que hace sumamente práctico al modelo, y confiable de acuerdo a los indicadores estadísticos de bondad de ajuste. El otro considera en el grupo de variables dependientes a la *HD* en dos edades diferentes para realizar proyecciones, lo que resulta en esencia menos práctico pero con una mejor bondad de ajuste, como lo reflejan los indicadores estadísticos respectivos; en general valores más altos del pseudo- R^2 , sumas de cuadrados del error más bajas, así como valores del CME más reducidos, respecto al primer modelo propuesto.

Para ilustrar la capacidad predictiva de los modelos sobre el volumen se usaron las clases de *IS* definidas y una densidad inicial promedio de 1200 árboles por hectárea, a los 10 años de edad del rodal. La Figura 8 describe esta situación.

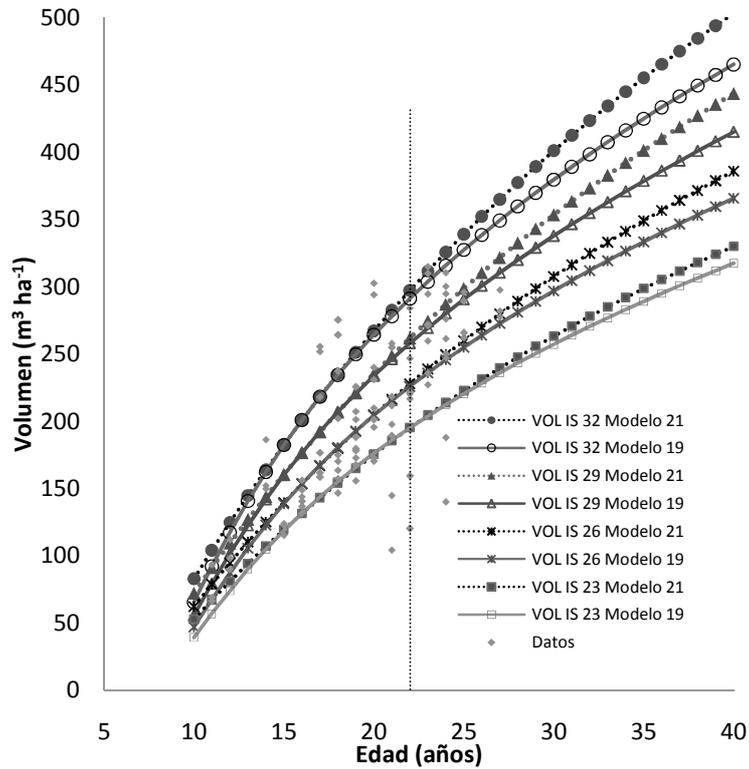


Figura 8. Curvas de crecimiento en volumen obtenidas con dos modelos para diferentes clases de sitio en rodales de *Pinus patula*.

Como se puede apreciar en las curvas de crecimiento, las predicciones de volumen a nivel de hectárea de los modelos 19 y 21 se comportan de la misma manera de los 10 a los 22 años, posterior a esta edad las predicciones del modelo 19 tienden a ser más conservadoras respecto al modelo 21, sin embargo, este último debido a su mejor ajuste puede ser usado con mayor confiabilidad sobre cualquier tipo de predicción sobre el particular, en otro caso hay situaciones en las que es mejor estimar menos de lo que realmente existe.

La utilidad de estos modelos es que permiten hacer estimaciones del rendimiento volumétrico por hectárea bajo el enfoque explícito o de totalidad del

rodal. Para obtener el rendimiento corriente del rodal se usa la ecuación de predicción (19 y 21), mientras que el rendimiento futuro es estimado con su correspondiente modelo de diferencia algebraica (modelo de proyección) (20 y 22). Utilizando como variables esenciales a la edad, el área basal y la calidad del sitio, variables que finalmente hacen posible la abstracción del fenómeno del rendimiento maderable.

4.6. Diagrama de densidad

En la elaboración del diagrama tradicional de Reineke se estimó la relación funcional entre el número de árboles por hectárea (NA) y el diámetro cuadrático (DQ). Los resultados del ajuste se presentan en la Tabla 7.

Tabla 7. Estadísticas de ajuste y parámetros del modelo de Reineke para los rodales de máxima densidad de *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo.

Modelo	SCE	CME	R ²	Parámetros estimados	Error estándar	Pr > t
(23)						
$NA = \delta_0 DQ^{-\delta_1}$	1.4607E8	879948	0.753	$\delta_0 = 187134.5$	36408.9	<.0001
				$\delta_1 = -1.77263$	0.0906	<.0001

Los resultados del análisis de varianza indican que el diámetro cuadrático de rodales de máxima densidad de *Pinus patula* contribuye de manera confiable y significativa en la estimación del número de árboles por hectárea.

Los datos de mortalidad de las parcelas permanentes utilizadas reflejan de manera muy notoria la línea del autoaclareo, situación que se aprecia en la Figura 9.

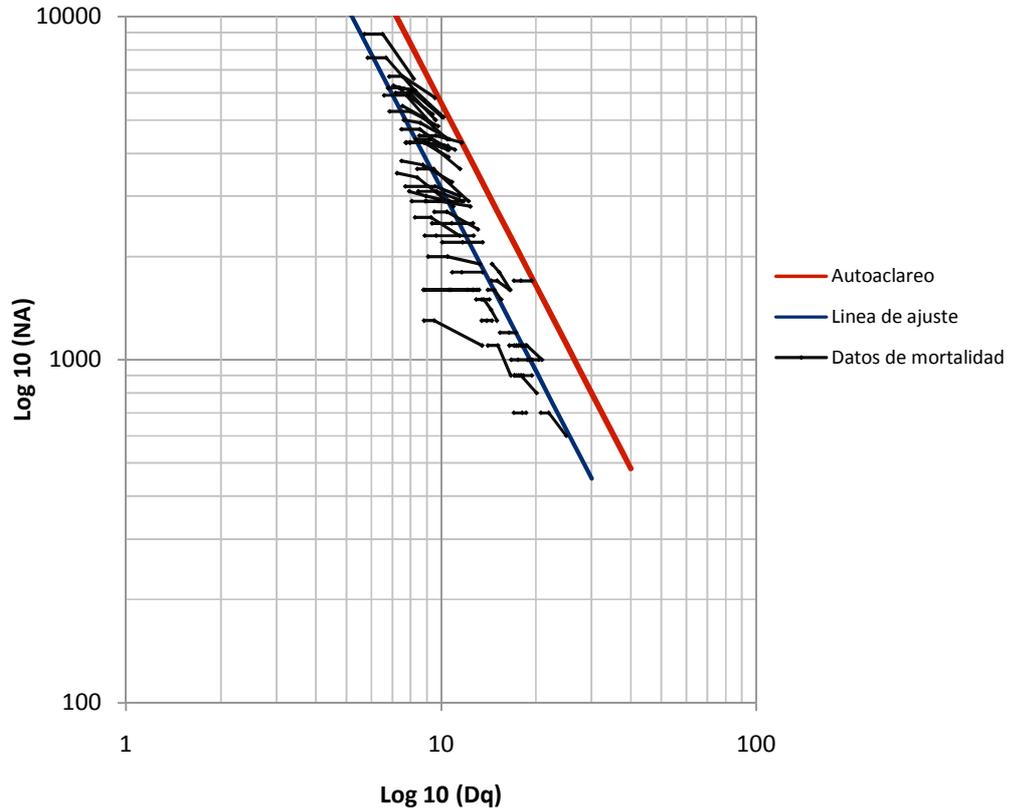


Figura 9. Datos de densidad para el modelo de Reineke observados en rodales de *Pinus patula*, basados en el número de árboles por hectárea (NA) y el diámetro cuadrático (DQ).

La pendiente de la línea de autoaclareo (mortalidad) obtenida con el modelo ensayado fue de -1.7726, cuyo intervalo de confianza al 95% tiene como límite inferior el valor de -1.9514 y el límite superior es de -1.5938, por lo que en lo sucesivo el valor de la pendiente se utiliza en los cálculos básicos para la construcción del diagrama de densidad.

La línea de máxima densidad del rodal (conocida también como de autoaclareo), representa la mayor cantidad de individuos que el rodal puede soportar de acuerdo a su diámetro cuadrático (DQ), ésta se obtuvo variando el valor del intercepto (δ_0) del modelo de Reineke (23), para hacer coincidir el número de árboles sugerido por el modelo con el Índice de Densidad del Rodal (IDR) máximo encontrado en los rodales, para un diámetro cuadrático de referencia de 12 cm. La ecuación es: $NA = 333000 \times (DQ)^{-1.77263}$. El valor de 12 cm, corresponde al promedio del DQ observado en las parcelas de máxima densidad. Para calcular los Índices de Densidad del Rodal (IDR) se utilizó la siguiente expresión:

$$IDR = NA \times \left(\frac{12}{DQ} \right)^{-1.77263}$$

El número de árboles tomado como el índice de densidad del rodal (IDR) de referencia, fue de 4068 ($IDR=100\%$), valor máximo de los IDR calculados en los rodales de máxima densidad, lo que representa el IDR máximo para el DQ de 12 cm, a partir de aquí se definieron distintos IDR como bandas de densidad y se estimó el número de árboles para cada una de ellas, de acuerdo a su diámetro cuadrático, con la fórmula siguiente:

$$NA = IDR \times \left(\frac{DQ}{12} \right)^{-1.77263}$$

Estas expresiones permitieron construir el diagrama para el control de la densidad, que se muestra en la Figura 10, utilizando para ello escalas logarítmicas.

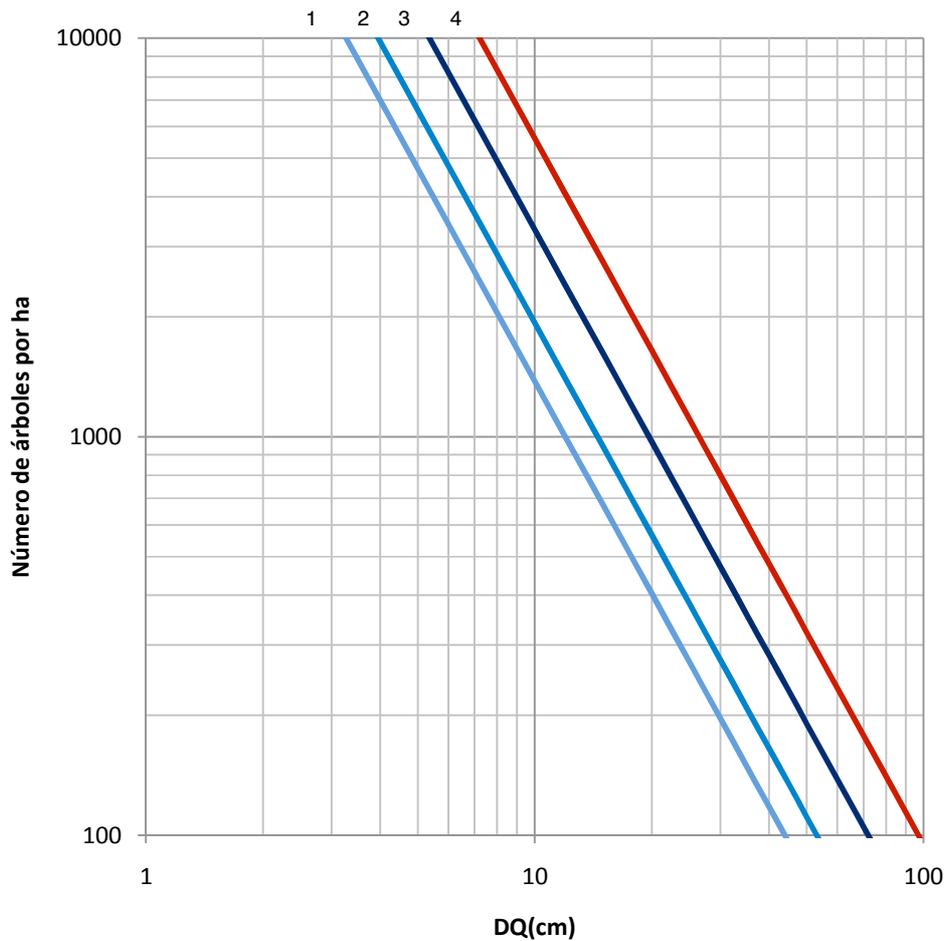


Figura 10. Guía para el control de la densidad basada en el *IDR* de Reineke para rodales de *Pinus patula*, en Zacualtipán, Hidalgo, representando las 4 zonas de Langsaeter.

Para interpretar la guía de densidad se muestran las relaciones de crecimiento-densidad en 4 zonas, conocidas como de Langsaeter. Arias (2004) describe las relaciones que permiten definir las zonas en las cuales un rodal debería

mantenerse para maximizar el crecimiento individual o para maximizar la producción de biomasa total, las zonas que pueden identificarse de acuerdo con este autor son:

Zona 1 (zona de sub-utilización del sitio: 25% del *IDR* máximo): corresponde a la zona de crecimiento libre, aquí el arbolado crece sin competencia es decir en forma aislada, por lo que es una zona de baja densidad. El crecimiento por árbol es máximo y el crecimiento por hectárea se incrementa conforme se aumenta el número de árboles por hectárea. El límite superior de esta zona debería coincidir con el momento del cierre de copas.

Zona 2 (zona de transición: 25-35% del *IDR* máximo): aquí el crecimiento del árbol empieza a disminuir a medida que incrementa la densidad. El crecimiento por hectárea sigue aumentando al incrementar la densidad. El manejo de rodales dentro de esta zona permite concentrar en los fustes la producción de madera.

Zona 3 (zona de máximo crecimiento por hectárea: 35-60% del *IDR* máximo): El crecimiento por árbol continúa disminuyendo conforme aumenta la densidad, mientras que el crecimiento por hectárea alcanza su máximo. El manejo de rodales dentro de esta zona permite maximizar la producción de madera y biomasa.

Zona 4 (zona de autoaclareo: 60-100% del *IDR*): El crecimiento por árbol y por hectárea disminuye a medida que se incrementa la competencia. Rodales dentro de esta zona están sometidos a una competencia intensa y hacia el límite superior de esta zona (línea de *IDR* máximo o autoaclareo) se espera la mortalidad inminente de árboles por efecto de la competencia.

4.7. Uso del sistema compatible

El SCRM permite la simulación de escenarios de manejo, esto es, representar en términos puramente numéricos la vida de un rodal a través de una tabla de rendimiento, la cual muestra el cambio en la magnitud de cada una de las variables dasométricas de interés a medida que cambia su edad. El SCRM propuesto representa múltiples tablas de rendimiento e innumerables combinaciones para el manejo de la densidad.

En la Tabla 8, se presenta la predicción del crecimiento y rendimiento maderable, para *Pinus patula* en los índices de sitio más comunes (26 y 29 m) del área de estudio. Al cambiar la densidad del rodal, la tabla de rendimiento muestra para cada calidad de sitio el crecimiento esperado en diámetro promedio, y en consecuencia la edad a la que se alcanza cierta dimensión de interés para la industria forestal, lo que podría denominarse “turno industrial”.

Tabla 8. Predicción del crecimiento y rendimiento maderable para los *IS* de 26 y 29 m considerando una densidad inicial a los 10 años de 1200 árboles ha⁻¹.

<i>E</i>	<i>NA</i>	<i>HD</i>		<i>DP</i>		<i>AB</i>		<i>VHA</i>		<i>ICA</i>		<i>IMA</i>	
		<i>IS</i> 29	<i>IS</i> 26										
10	1200	10.8	9.6	10.8	10.5	12.9	11.2	72.2	62.2	18.8	16.5	7.2	6.2
11	1160	11.8	10.6	12.0	11.6	15.3	13.3	91.1	78.7	18.9	16.5	8.3	7.2
12	1122	12.9	11.6	13.1	12.6	17.6	15.3	109.3	94.7	18.3	16.0	9.1	7.9
13	1084	13.9	12.5	14.2	13.6	19.7	17.1	127.0	110.2	17.7	15.4	9.8	8.5
14	1048	14.9	13.3	15.2	14.5	21.6	18.8	144.1	125.1	17.1	14.9	10.3	8.9
15	1014	15.8	14.1	16.2	15.4	23.3	20.3	160.6	139.5	16.5	14.4	10.7	9.3
16	980	16.6	14.9	17.1	16.3	24.9	21.6	176.5	153.4	15.9	13.9	11.0	9.6
17	947	17.5	15.7	18.0	17.1	26.4	22.9	191.9	166.8	15.4	13.4	11.3	9.8
18	916	18.3	16.4	18.9	17.9	27.7	24.1	206.8	179.8	14.9	13.0	11.5	10.0
19	885	19.0	17.1	19.7	18.6	28.9	25.1	221.2	192.4	14.4	12.6	11.6	10.1
20	856	19.8	17.7	20.5	19.3	30.0	26.1	235.2	204.6	14.0	12.2	11.8	10.2
21	828	20.5	18.3	21.3	20.0	31.1	27.0	248.7	216.3	13.5	11.8	11.8	10.3
22	800	21.1	18.9	22.1	20.7	32.0	27.9	261.8	227.7	13.1	11.4	11.9	10.4
23	774	21.8	19.5	22.8	21.3	32.9	28.6	274.5	238.8	12.7	11.0	11.9	10.4
24	748	22.3	20.0	23.4	21.9	33.7	29.3	286.8	249.5	12.3	10.7	11.9	10.4
25	723	22.9	20.5	24.1	22.5	34.5	30.0	298.7	259.8	11.9	10.4	11.9	10.4
26	699	23.5	21.0	24.7	23.0	35.2	30.6	310.3	269.9	11.6	10.1	11.9	10.4
27	676	24.0	21.5	25.3	23.6	35.9	31.2	321.6	279.7	11.2	9.8	11.9	10.4
28	653	24.5	21.9	25.9	24.1	36.5	31.8	332.5	289.2	10.9	9.5	11.9	10.3
29	632	25.0	22.4	26.5	24.6	37.1	32.3	343.1	298.4	10.6	9.2	11.8	10.3
30	611	25.4	22.8	27.0	25.0	37.6	32.7	353.4	307.4	10.3	9.0	11.8	10.2
31	590	25.8	23.2	27.6	25.5	38.1	33.2	363.5	316.2	10.1	8.7	11.7	10.2
32	571	26.3	23.5	28.1	25.9	38.6	33.6	373.3	324.7	9.8	8.5	11.7	10.1
33	552	26.7	23.9	28.5	26.3	39.1	34.0	382.8	333.0	9.5	8.3	11.6	10.1
34	533	27.0	24.2	29.0	26.7	39.5	34.4	392.1	341.1	9.3	8.1	11.5	10.0
35	516	27.4	24.6	29.4	27.1	39.9	34.7	401.2	349.0	9.1	7.9	11.5	10.0
36	499	27.7	24.9	29.9	27.5	40.2	35.0	410.1	356.7	8.9	7.7	11.4	9.9
37	482	28.1	25.2	30.3	27.8	40.6	35.3	418.8	364.2	8.7	7.5	11.3	9.8
38	466	28.4	25.5	30.7	28.2	40.9	35.6	427.2	371.5	8.5	7.4	11.2	9.8
39	451	28.7	25.7	31.1	28.5	41.2	35.9	435.5	378.7	8.3	7.2	11.2	9.7
40	436	29.0	26.0	31.5	28.8	41.5	36.2	443.6	385.8	8.1	7.0	11.1	9.6

E: edad del rodal; *NA*: número de árboles por hectárea; *HD*: altura dominante; *IS*: índice de sitio; *AB*: área basal por hectárea; *VHA*: volumen por hectárea; *ICA*: incremento corriente anual, e *IMA*: incremento medio anual.

En la Figura 11 se presenta la tendencia de los incrementos, derivados de la tabla de rendimiento para una misma densidad inicial ($1200 \text{ árboles ha}^{-1}$; que corresponde a la densidad más utilizada en plantaciones forestales).

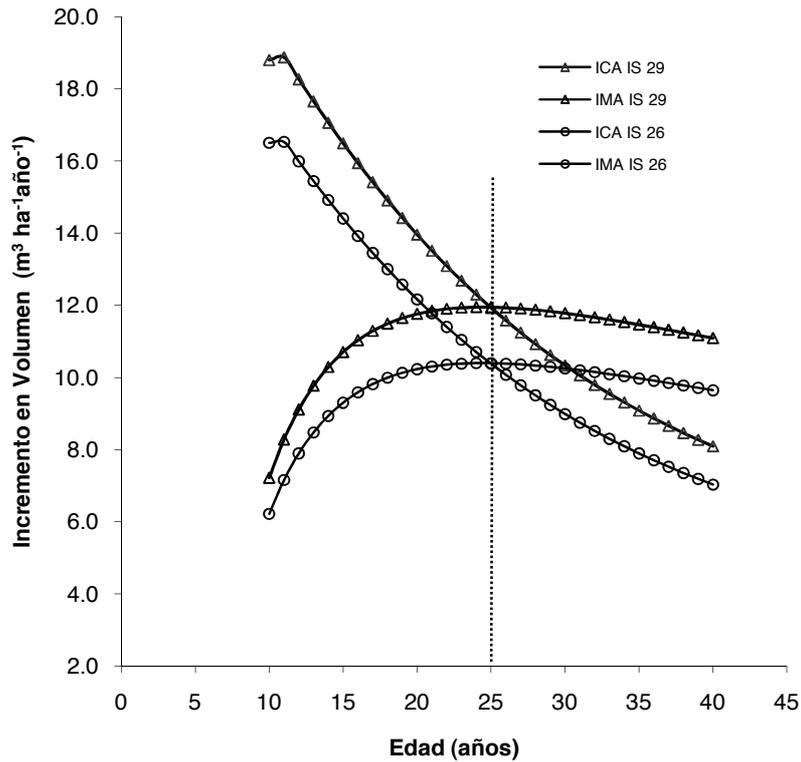


Figura 11. Niveles de incrementos (*ICA* e *IMA*) para dos calidades de sitio, en rodales de *Pinus patula*, de Zacualtipán, Hidalgo.

La calidad de sitio permite distinguir distintos niveles de incremento corriente anual (*ICA*) e incremento medio anual (*IMA*) en volumen, con lo que es posible definir la edad a la que ocurre el turno técnico, es decir, la edad óptima de cosecha del rodal si se desea maximizar el volumen total (la edad cuando $ICA=IMA$).

El comportamiento de los incrementos, indica que el turno técnico ocurre a los 25 años (al interceptarse el *ICA* con el *IMA*) para las calidades de sitio promedio de la zona. A esta edad se presenta el máximo incremento medio potencialmente posible para ambos escenarios. En la tabla de rendimiento también es posible determinar posibilidades de corta bajo distintos regímenes silviculturales, con el fin de optimizar el uso del recurso forestal.

5. CONCLUSIONES

Los datos provenientes de parcelas permanentes de investigación forestal, representan la contribución más importante para el desarrollo de sistemas de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM). Su utilización en este trabajo permitió obtener excelentes niveles de ajuste en las ecuaciones generadas. Así, el SCRM resulta adecuado para realizar estimaciones del crecimiento y rendimiento maderable en tiempo actual y futuro de los rodales de *Pinus patula* en la región de Zacualtipán, Hidalgo.

A través del modelo de Hossfeld IV, se estableció la ecuación de crecimiento en altura dominante (*HD*), con la que fue posible determinar los índices de sitio (*IS*) para *Pinus patula*, considerando una edad base de 40 años. Se distinguieron dos clases de sitio que corresponden a 29 m y 26 m, lo que sugiere que en los rodales prevalecen condiciones de crecimiento similares. No obstante, el valor mínimo de *IS* que se puede encontrar es de 23 m y el máximo de 32 m.

El *IDR* máximo fue de 4068 árboles por hectárea, para un *DQ* de referencia de 12 cm, lo que representa el punto a partir del cual se pueden comparar niveles de densidad que el manejador forestal puede manipular para ejercer control sobre la estructura del rodal.

Los niveles de productividad que presenta *P. patula* en la región de Zacualtipán, Hidalgo, permiten concluir sobre un tópico ampliamente discutido por forestales realizando el manejo operativo de los bosques de *Pinus patula*: Que los turnos originalmente propuestos para la especie, y utilizados actualmente, parecen ser demasiado largos y con intervenciones poco frecuentes. El SCRM sugiere un turno técnico promedio de 25 años, con lo cual se estaría acortando en 15 años la edad de rotación de 40 años, que proponen Aguilar y Razo (2003) de manera empírica en el programa de manejo forestal autorizado para el área de estudio.

Los resultados de este trabajo representan herramientas tecnológicas que los administradores forestales del área de estudio pueden usar para simular e identificar los mejores esquemas de manejo, para tomar decisiones sustentadas sobre una base sólida y con ello planificar el proceso de producción forestal tanto en el presente como en lo sucesivo.

6. LITERATURA CITADA

- Aguilar, A. J. A. y R. Razo Z. 2003. Programa de manejo forestal maderable persistente del ejido "La Mojonera" Municipio de Zacualtipán, Hidalgo. Servicios Profesionales Forestales. 35 p.
- Aguirre, S. C. A. 2007. Almacenamiento de Carbono en bosques manejados de *Pinus patula*: Estimación mediante percepción remota. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Montecillo, México. 98 p.
- Arias, A. D. 2004. Validación del Índice de Densidad del Rodal para el manejo de plantaciones forestales de *Tectona grandis* en el trópico. Kurú: Revista Forestal (Costa Rica) 1(1):1-7.
- Avery, T. E. and H. E. Burkhart. 1983. Forest measurements. McGraw-Hill, Nueva York. USA. 331 p.
- Brosovich, G. M. M. 1998. Determinación del rendimiento para *Pinus patula* Schl. et Cham., en la región de Zacualtipán, Hidalgo, México. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Montecillo, México. 95 p.
- Cano, C. J. 1988. El sistema de manejo regular en los bosques de México. Fundamentos de Silvicultura y su aplicación práctica. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 221 p.
- Carrillo, A. F.; Acosta, M. M., y Tenorio, G. G. 2004. Tabla de volumen para *Pinus patula* Schl. et Cham., en el Estado de Hidalgo. Folleto Técnico No. 2. INIFAP-SAGARPA. 16 p.
- Castelán, L. M. 2003. Evaluación de la regeneración natural de *Pinus patula* Schiede ex Schldl. & Cham. En el ejido "La Mojonera", Municipio de Zacualtipán, Estado de Hidalgo. Tesis profesional. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo. Mexico. 95 p.
- Cieszewski, C. J. and R. L. Bailey. 2000. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. For. Sci. 46: 116–126.
- Clutter, J. L.; J.C. Forston; L. V. Pienaar; G. H. Brister, and R.L. Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley & sons, Inc. New York. 333 p.

- Cruz, M. Z. 2007. Sistema de ecuaciones para estimación y partición de biomasa aérea en Atopixco, Zacualtipán, Hidalgo. México. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo. México. 39 p.
- Daniel, T. W.; J. A. Helms y F. S. Baker. 1982. Principios de Silvicultura. Traducción del inglés por Ramón Elizondo Mata. McGraw_Hill. México. pp. 231-250.
- Davis, L. S. y K. N. Johnson. 1987. Forest management. Third Edition. McGraw-Hill, New York. USA. 804 p.
- De la Fuente, E. A. 1998. Crecimiento y predicciones del rendimiento de rodales coetáneos de *Pinus rudis* Endl., de Pueblos Mancomunados, Ixtlán, Oaxaca. Tesis de Doctorado. Colegio de Postgraduados. Montecillo, México. 179 p.
- De los Santos, P. H. M; M. Montero M. y M. Kanninen. 2006. Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonica* (Gmel.) Excell en Costa Rica. *Agrociencia* 40: 521-532.
- Diéguez, A. U.; M. Barrio A.; F. Castedo D.; A. D. Ruíz G.; M. F. Álvarez T.; J. G. Álvarez G. y A. Rojo A. 2003. Dendrometría. Ediciones Mundi-Prensa. Madrid, España. 327 p.
- Diéguez, A. U.; F. Castedo D. y J. G. Álvarez G. 2005. Funciones de crecimiento en área basimétrica para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblaciones en Galicia. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 14(2): 253-266.
- Diéguez, A. U.; H. E. Burkhart and R. L. Amateis. 2006. Dynamic site model for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations in the United States. *For. Sci.* 52(3): 262-272.
- Fang, Z. and R. L. Bailey. 2001. Nonlinear mixed-effects modelling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *For. Sci.* 47: 287–300.
- Flores, R. L. J. 1983. Situación actual de los estudios de crecimiento en masas forestales en México. *In: Primera reunión sobre modelos de crecimiento de árboles y masas forestales.* SARH-SF-INIF. Publicación especial No. 44. pp: 5-8.
- Galán, L. R.; H. M. De los Santos P. y J. I. Valdez H. 2008. Crecimiento y rendimiento maderable de *Cedrela odorata* L. y *Tabebuia donnell-smithii* Rose en San José Chacalapa, Pochutla, Oaxaca. *Madera y Bosques* 14 (2): 65-82.

- García, C. X. 1998. Predicción del rendimiento de *Swietenia macrophylla* King (caoba) en plantaciones forestales. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Montecillo, México. 114 p.
- García, C. X.; H. Ramírez M.; C. Rodríguez F.; J. Jasso M. y C.A. Ortiz S. 1998. Índice de sitio para caoba (*Swietenia macrophylla* King) en Quintana Roo, México. *Ciencia Forestal* 23 (84):9-19.
- García, O. 1988. Growth modelling--a (re)view. *New Zealand of Forestry* 33(3): 14–17.
- García, O. 1994. The state-space approach in growth modelling. *Canadian Journal of Forest Research* 24: 1894–1903.
- García, O. 1995. Apuntes de Mensura Forestal I. Estática. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Chile. 65 p.
- Husch, B., CH. I. Miller, C. and. T. W. Beers. 1982. Forest mensuration. Third Edition. John Wiley & sons. USA. 402 p.
- Leuschner, W. A. 1990. Forest regulation, harvest scheduling and planning techniques. John Wiley & sons. New York. USA. 281 p.
- Magaña, T. O.S.; J. M. Torres R.; C. Rodríguez F.; H. Aguirre D. y A. M. Fierros G. 2008. Predicción de la producción y rendimiento de *Pinus rudis* Endl. en Aloapan, Oaxaca. *Madera y Bosques* 14(1): 5-19.
- Mendoza, B. M. A. 1983. Conceptos generales sobre modelaje matemático. *In* Primera reunión sobre modelos de crecimiento de árboles y masas forestales. SARH-SF-INIF. Publicación especial No. 44. pp. 35-45.
- Mendoza, B. M. A. 1993. Conceptos básicos de Manejo Forestal. UTEHA NORIEGA Editores. México. 161 p.
- Montero, M. M.; H. M. De los Santos P. y M. Kanninen. 2007. *Hyeronima alchorneoides*: ecología y silvicultura en Costa Rica. Serie técnica. Informe técnico/CATIE no. 354. Turrialba. Costa Rica. 50 p.
- Musalem, L. F. J. 1998. Principales sistemas de manejo forestal en México. Ciclo de conferencias “El sector forestal de México, Avances y Perspectivas. Dirección General Forestal, SEMARNAP. México, D.F. pp. 267-294.
- Rivero, B. D. y M. Zepeda, B. 1990. Principios básicos de Regulación Forestal. Serie de apoyo académico No 42. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. pp. 136-154.

- Smith, D. M. 1986. The practice of Silviculture. John Wiley & sons, Inc. New York, USA. 527 p.
- Torres, R. J. M. 2000. Sostenibilidad del volumen de cosecha calculado con el Método Mexicano de Ordenación de Montes. *Madera y Bosques* 6(2): 57-72.
- Torres, R. J. M. y O. S. T. Magaña. 2001. Evaluación de plantaciones forestales. Editorial. Limusa. México. 472 p.
- Vacchiano, G.; R. Motta.; J. N. Long and J. D. Shaw. 2008. A density management diagram for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.): A tool for assessing the forest's protective effect. *For. Ecol. Manage.* 255: 2542–2554.
- Valdez, L. J. R. y T. B. Lynch. 2000. Ecuaciones para estimar volumen comercial y total en rodales aclareados de pino patula en Puebla, México. *Agrociencia* 34: 747-758.
- Vanclay, J. K. 1994. Modelling forest growth and yield, applications to mixed tropical forests. CAB INTERNATIONAL. Denmark. 312 p.
- Zamudio, S. F. J. y D. Ayerde L. 1997. Modelos de crecimiento. *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 1: 79-87.
- Zeide, B. 1993. Analysis of growth equations. *For. Sci.* 39 (3):594-616.