



# COLEGIO DE POSTGRADUADOS

---

INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN EN  
CIENCIAS AGRÍCOLAS

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO EN CIENCIAS FORESTALES

**CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE EN  
PLANTACIONES DE *Pinus patula* EN ZACUALPAN,  
VERACRUZ**

LUISA PATRICIA URANGA VALENCIA

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OBTENER EL GRADO DE:

**DOCTORA EN CIENCIAS**

MONTECILLO, TEXCOCO, ESTADO DE MÉXICO

2014

La presente tesis titulada: “**CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE EN PLANTACIONES DE *Pinus patula* EN ZACUALPAN, VERACRUZ**” realizada por la alumna: **Uranga Valencia Luisa Patricia** bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

**DOCTORA EN CIENCIAS  
EN CIENCIAS FORESTALES**

**CONSEJO PARTICULAR**

CONSEJERO

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Héctor Manuel De los Santos Posadas**

ASESOR

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. José. René Valdez Lazalde**

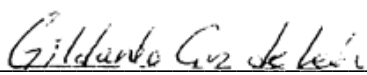
ASESOR

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Javier López Upton**

ASESOR

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Hermilio Navarro Garza**

ASESOR

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Gildardo Cruz de León**

Montecillo, Texcoco, estado de México, septiembre 2014.

El presente trabajo se llevó a cabo con financiamiento parcial del FIDEICOMISO de Administración e Inversión No. **167304**: Financiamiento a Proyectos de Investigación de Tesis para el Doctorado en Ciencias 2011, con el proyecto “Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz”.

# CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE EN PLANTACIONES DE *Pinus patula* EN ZACUALPAN, VERACRUZ

Luisa Patricia Uranga Valencia, Dra.

Colegio de Postgraduados, 2014

## Resumen

A pesar de que *Pinus patula* es el pino más plantado a nivel nacional aún no se cuenta con estudios sobre su rendimiento cuando se maneja como una plantación forestal comercial (PFC). En la zona de Zacualpan, Veracruz donde se localiza la Cooperativa Integradora Forestal de Zacualpan (CIFZA) se cuenta con 3,000 hectáreas plantadas de *P. patula*, sin embargo; carece de información dasométrica que permita estimar crecimiento para establecer un esquema de manejo óptimo de las plantaciones. Para solucionar esa necesidad en el 2011 se estableció una red de 50 sitios de remediación de 400 m<sup>2</sup>, en una crono-secuencia que fueron remedidos en el 2012, además de un análisis destructivo de 70 árboles. Con la información obtenida se determinó: 1) Que el factor de forma promedio de los modelos de cubicación en pie sugieren que las podas realizadas permiten tener forma más cilíndrica y que modelos de volumen comercial variable y ahusamiento con un solo punto de inflexión son más que adecuados para este tipo de masas, 2) El índice de sitio mediante una familia de curvas polimórficas I derivadas del modelo Hossfeld IV que permitió combinar exitosamente los datos obtenidos de análisis troncal con datos de parcelas de remediación para establecer un criterio de ajuste de validación cruzado; y finalmente 3) Un sistema de crecimiento (Explícito e Implícito) que nos permite simular el crecimiento y que además estima el turno técnico en volumen a los 20 años. Los rendimientos en volumen total con corteza estimados a la edad de 20 años son mucho mayores en Zacualpan (340 m<sup>3</sup>/ha) que los esperados en otros bosques repoblados con *Pinus patula* pero manejados como bosques naturales (302 m<sup>3</sup>/ha en Huayacocotla y 263 m<sup>3</sup>/ha en Zacualtipán). Los resultados sugieren que en *P. patula* se debe realizar labor silvícola intensiva durante los primeros 20 años

Palabras clave: Pino, efectos mixtos, Hossfeld IV, modelo segmentado, Weibull, rendimiento.

TIMBER GROWTH AND YIELD IN PLANTATIONS OF *Pinus patula* IN ZACUALPAN,  
VERACRUZ.

Luisa Patricia Uranga Valencia, Dra.

Colegio de Postgraduados, 2014.

**Abstract**

Despite being *Pinus patula* the most planted pine species at national level there are not yet studies on its yield when handled as a commercial forest plantation (PFC). In the region of Zacualpan, Veracruz the “Cooperativa Integradora Forestal de Zacualpan” (CIFZA) has 3,000 hectares planted with *P. patula*, however, it lacks of dasometric growth information for optimal plantation management. To work around that need in 2011 a network of 50 plots of 400 m<sup>2</sup> was established, in a chronosequence and remeasured in 2012 with a destructive analysis of 70 dominant trees. With the data collected it was found that: 1) The average form factor suggest that pruning allow to have more cylindrical shape and the use of segmented merchantable volume and taper models suggest that only one inflection point is needed to accurately describe stem form on this type of forest, 2) To determine site index a family of polymorphic curves derived I Hossfeld IV model enabled to successfully combine data from stem analysis data and remeasurement plots to establish a cross-validation fitting approach; and finally 3) A growth and yield system (Explicit and Implicit) was constructed, allowing to simulate the timber growth and estimating volume rotation at age 20. Total estimated yields for outside bark volume at age 20 are much higher in Zacualpan (340 m<sup>3</sup>) than expected in stands of *Pinus patula* managed as natural forest (302 m<sup>3</sup>/ha Huayacocotla and 263 m<sup>3</sup>/ha in Zacualtipán). The results suggest that intensive silvicultural work should be applied to *P. patula* stands in the first 20 years.

Key words: Pine, mixed effects, Hossfeld IV, segmented model, Weibull, yield.

## **Dedicatoria**

*Mis padres por su apoyo incondicional y alentarme a seguir con todas mis metas y poder lograr con ello cada uno de mis sueños.*

*Hermano por siempre estar al pendiente de una u otra manera, y saber que siempre nos tendremos para apoyarnos pase lo que pase.*

*Tía Leticia por siempre estar presente y pasar tantas anécdotas juntas durante mi estancia en esta ciudad.*

*Prima Marisol por todos los momentos compartidos, las aventuras y la evolución tanto personal como académica y laboral que ambas hemos vivido y hemos visto nuestro crecimiento.*

*Resto de mi familia en general por todos sus buenos deseos y ánimos, así como consentirme cuando iba de “visita”.*

*Abuelos Micaela<sup>1</sup> y Jacob, por siempre sentirse orgullosos de mí y a la fecha recordar sus sabias palabras y enseñarme la mejor frase de aliento “Adelante paso de vencedores”*

*Los viejos amigos, pocos pero valiosos: Andrea, Oscar, Eugenia, Columba, Edgar por siempre estar conmigo y por demostrar que a pesar de la distancia y rumbos distintos que tomaron nuestras vidas, la amistad siempre prevalece y se estar en constante comunicación.*

*Y no menos importante a una personita especial que llega a mi vida en un momento difícil, de estrés y que a pesar de mi humor siempre me consiente, hace reír y con hechos me demuestra que vale la pena luchar por lo que se quiere y que hay que reírse de la vida; ese eres tu mi JAAA.*

*¡Los quiero a cada uno de ustedes y son personas muy valiosas para mí!*

## **Agradecimiento**

Al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACyT) por el apoyo otorgado para la realización de los estudios de doctorado.

Al Colegio de Postgraduados, en especial al Postgrado de Ciencias Forestales por su gran calidad en la enseñanza y haberme dado la oportunidad de realizar esta etapa académica.

Se agradece a los miembros de la Cooperativa Integradora Forestal de Zacualpan, Veracruz (CIFZA), por haber hecho posible el llevar a cabo este estudio y por las atenciones prestadas durante estos años (2010-2013).

Al Dr. Héctor M. De Los Santos Posadas por ser una fuente de superación continua y por su forma tan apasionada de amar lo que uno estudia, por su paciencia y por haberme aceptado como su alumna, sin duda me hizo crecer como persona en muchos aspectos y a perder el miedo.

Al Dr. J. René Valdez Lazalde por su gran ética profesional y sus comentarios tan acertados en la elaboración de este documento.

Al Dr. Javier López Upton por sus buenos consejos, palabras de aliento y su humor que siempre hace reír.

Al Dr. Hermilio Navarro Garza por dar siempre su punto de vista y su accesibilidad para la revisión de este documento.

Un agradecimiento de manera muy especial al Dr. Gildardo Cruz de León ya que fue el que me motivo para seguir adelante con mis estudios y porque después de tantos años de conocernos ya lo considero más que un asesor un amigo.

Al Dr. Miguel Ángel López López por aceptar ser mi sinodal, por su gran calidad como ser humano, su sencillez, y por siempre saludar con una sonrisa en la cara.

A los nuevos amigos que hice durante mi estancia en el COLPOS; esperando conservarlos por muchos años: M.C. Alejandro Vásquez Ibáñez, Dr. Gerónimo Quiñonez Barraza, Ing. Jesús Aguilar Cerda, M.C. Disraelí Hernández Pérez, Lic. Edna Mireya Martínez Camacho y M.C. Yessica González Paredes.

A mis compañeros y colegas: Dr. Ahmed I. Cruz Leyva, Dr. Juan Carlos Tamarit Urias, Dr. Wenceslao Santiago García, Dr. Luis Ubaldo Castruita Esparza y M.C. Jorge Antonio Bustillos por todo lo compartido y aprendido de ustedes así como su apoyo.

Mención especial a mi amigo, colega y compañero por su apoyo durante el proceso de este trabajo despejando siempre mis dudas de manera incondicional, ser confidente y por cerca o lejos saber que siempre podré contar con el, Dr. Gerónimo Quiñonez Barraza. (¡Mil gracias por todo Gero!)

A todas las personas que contribuyeron en la toma de datos para esta investigación.

A mis demás profesores por haber contribuido en mi formación académica; así también agradezco al personal académico del Postgrado en Ciencias Forestales en especial a Maru, Bety y Lupita

¡GRACIAS!



## CONTENIDO

RESUMEN.....	I
ABSTRACT.....	II
DEDICATORIA .....	III
AGRADECIMIENTO.....	IV
CONTENIDO .....	VI
ÍNDICE DE CUADROS.....	VIII
ÍNDICE DE FIGURAS .....	X
CAPÍTULO I.....	1
1. INTRODUCCIÓN GENERAL .....	1
1.1. GENERALIDADES.....	1
1.2. CUBICACIÓN DE ÁRBOL INDIVIDUAL .....	2
1.3. ECUACIONES DE ÍNDICE DE SITIO .....	3
1.4. SISTEMA DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE (SCRM) .....	5
1.5. TÉCNICAS DE AJUSTE DE LAS ECUACIONES PARA UN SCRM.....	7
1.6. <i>PINUS PATULA</i> SCHIEDE EX SCHLTDL. ET CHAM . .....	8
1.7. OBJETIVOS .....	10
1.7.1.OBJETIVO GENERAL.....	10
1.7.2.OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	10
1.8. LITERATURA CITADA .....	10
CAPÍTULO II .....	14
2. VOLUMEN TOTAL Y AHUSAMIENTO PARA <i>PINUS PATULA</i> SCHIEDE EX SCHLTDL. ET. CHAM. EN TRES CONDICIONES DE BOSQUE .....	14
2.1. RESUMEN .....	14
2.2. ABSTRACT .....	15
2.3. INTRODUCCIÓN .....	16
2.4. MATERIALES Y MÉTODOS .....	17
2.4.1.ÁREA DE ESTUDIO .....	17
2.4.2.DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS .....	18
2.4.3.FACTOR DE FORMA DEL FUSTE POR TIPO DE BOSQUE .....	20
2.4.4.ECUACIONES DE AHUSAMIENTO-VOLUMEN .....	20
2.4.5.AJUATE DE LOS MODELOS.....	22
2.4.6.ANÁLISIS DE LOS TIPOS DENDROMÉTRICOS A PARTIR DEL MODELO DE FANG ET AL. (2000) .....	22
2.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	23
2.5.1.MEDIAS DE LOS FACTORES DE FORMA .....	23
2.5.2.AJUSTE POR TIPO DE BOSQUE CON EL MODELO SEGMENTADO.....	24
2.6. CONCLUSIONES .....	29
2.8. LITERATURA CITADA.....	30
CAPÍTULO III.....	33
3. ÍNDICE DE SITIO DE <i>PINUS PATULA</i> SCHIEDE EX SCHLTDL. ET CHAM. EN PLANTACIONES FORESTALES COMERCIALES.....	33
3.1. RESUMEN .....	33
3.2. ABSTRACT .....	34

3.3.	INTRODUCCIÓN .....	35
3.4.	MATERIALES Y MÉTODOS .....	36
3.4.1.	REGIÓN DE ESTUDIO .....	36
3.4.2.	BASE DE DATOS .....	37
3.4.3.	SELECCIÓN DE LA CURVA GUÍA Y FAMILIA DE ÍNDICE DE SITIO .....	38
3.5.	CRITERIO DE VALIDACIÓN .....	40
3.6.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	41
3.6.1.	AJUSTE DE CURVA GUÍA Y DIFERENCIA ALGEBRAICA .....	41
3.7.	MODELOS DE EFECTOS MIXTOS.....	45
3.8.	VALIDACIÓN DEL MODELO .....	51
3.9.	CONCLUSIONES .....	52
3.10.	LITERATURA CITADA.....	53
CAPÍTULO IV .....		56
4.	SISTEMA DE CRECIMIENTO PARA PLANTACIONES FORESTALES COMERCIALES DE <i>PINUS PATULA</i> SCHIEDE EX SCHLTDL. <i>ET</i> CHAM.....	56
4.1.	RESUMEN .....	56
4.2.	ABSTRACT .....	57
4.3.	INTRODUCCIÓN .....	58
4.4.	MATERIALES Y MÉTODOS.....	59
4.4.1.	ÁREA DE ESTUDIO .....	59
4.4.2.	DATOS DASOMÉTRICOS.....	59
4.4.3.	SCRM EXPLÍCITO COMO UN SISTEMA DE ECUACIONES .....	60
4.4.3.1.	ECUACIONES DE ÁREA BASAL .....	61
4.4.3.2.	SUPERFICIE RESIDUAL.....	62
4.4.3.3.	MODELO DE VOLUMEN .....	63
4.4.4.	SCRM IMPLÍCITO USANDO LA DISTRIBUCIÓN WEIBULL .....	64
4.4.5.	PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE DE LA DISTRIBUCIÓN WEIBULL .....	66
4.5.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	66
4.5.1.	SISTEMAS EXPLÍCITOS .....	66
4.5.2.	USOS DE LOS SISTEMAS EXPLÍCITOS.....	73
4.5.3.	SISTEMA DE PREDICCIÓN IMPLÍCITA BASADO EN LA FDP WEIBULL.....	75
4.5.4.	EVALUACIÓN DE SISTEMAS.....	78
4.6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	80
4.7.	LITERATURA CITADA.....	81
CAPÍTULO V .....		85
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES GENERALES .....	85
ANEXO I .....		87
6.	DISTRIBUCIÓN DIAMÉTRICA BASADA EN PERCENTILES .....	87
6.1.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	87
6.2.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	91

## Índice de cuadros

Cuadro 2. 1. Estadísticas descriptivas de los árboles de <i>Pinus patula</i> utilizados en el análisis de medias. ....	19
Cuadro 2. 2. Sistemas compatibles ahusamiento-volumen. ....	21
Cuadro 2. 3. Medias estadísticas para las tres regiones de muestreo para determinar diferencias en el factor de forma en <i>Pinus patula</i> . ....	23
Cuadro 2. 4. Parámetros de ajuste estadístico del modelo compatible volumen-ahusamiento de Fang <i>et al.</i> (2000) para los datos de las regiones; 1: Ixtlán, Oaxaca, 2: Zacualtipán, Hidalgo, 3: Zacualpan, Veracruz muestreadas de <i>Pinus patula</i> . ....	24
Cuadro 2. 5. Ajuste estadístico simultáneo compatible volumen-ahusamiento para el modelo Fang <i>et al.</i> (2000) con las bases Zacualtipán, Hgo. (Bosque Manejado), y Zacualpan, Ver. (Plantaciones Forestales Comerciales). Las cuales cuentan con tratamiento intensivo. ....	26
Cuadro 2. 6. Parámetros de ajuste estadísticos de volumen-ahusamiento para <i>Pinus patula</i> con el modelo de Fang <i>et al.</i> (2000) para un punto de inflexión, mediante variables alométricas, considerando las bases de Zacualtipán, Hgo. (Bosque Manejado), y Zacualpan, Ver. (Plantaciones Forestales Comerciales); diferenciando entre parámetros de volumen total y forma de los segmentos. ....	27
Cuadro 2. 7. Parámetros de ajuste estadístico correspondientes a las bases de Zacualtipán, Hgo. (Bosque Manejado), y Zacualpan, Ver. (Plantaciones Forestales Comerciales) simultáneas, con modelos que ajustan solo un punto de inflexión para <i>Pinus patula</i> . ....	28
Cuadro 3. 1. Parámetros de ajuste estadístico para altura dominante del modelo promedio Hossfeld IV con mínimos cuadrados ordinarios (MCO), para las bases: 1) sitios con remediación, 2) análisis troncal y 3) base combinada. ....	42
Cuadro 3. 2. Parámetros de ajuste estadístico para altura dominante del modelo polimórfico I derivado de Hossfeld IV, para las bases: 1) sitios con remediación, 2) análisis troncal y 3) base combinada. ....	42
Cuadro 3. 3. Ajuste del modelo polimórfico I Hossfeld IV para las bases 1) Remediación, 2) Análisis Troncal y 3) Base combinada; en software R bajo mínimos cuadrados no lineales por sus siglas en inglés (NLS). ....	46
Cuadro 3. 4. Ajuste del modelo polimórfico I Hossfeld IV para las bases 1) Remediación, 2) Análisis Troncal y 3) Base combinada; en software R bajo el estimador máximo verosímil (ML). ....	46
Cuadro 3. 5. Criterios de bondad de ajuste del modelo de DA de Hossfeld IV para mínimos cuadrados ordinarios (NLS) y máxima verosimilitud (ML) en las bases 1) remediciones, 2) análisis troncal y 3) combinada. ....	47
Cuadro 3. 6. Estadísticos de la variable medida (altura) en la muestra de árboles trabajado bajo MEM para el modelo DA de Hossfeld IV. ....	50
Cuadro 3. 7. Sesgo promedio para las proyecciones y retracciones de las familias de índice de sitio de Hossfeld IV polimórfico I de la base sitios de remediación contra la base de análisis troncal. ....	51
Cuadro 4. 1. Estructura del modelo Hossfeld IV para altura dominante. ....	60
Cuadro 4. 2. Estadísticas de bondad de ajuste y parámetros estimados del SCRM explícito con el modelo AB donde su asíntota depende de manera directa del índice de sitio, ajustados de manera simultánea con regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés). ....	67
Cuadro 4.2. 1. Valores estimados de los parámetros para los modelos del SCRM explícito, ajustados de manera simultánea con regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés). ....	67
Cuadro 4. 3. Estadísticas de bondad de ajuste y parámetros estimados del SCRM explícito con el modelo AB donde su asíntota depende de la altura dominante, ajustados de manera simultánea con regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés). ....	68
Cuadro 4.3. 1. Valores estimados de los parámetros para los modelos del SCRM explícito con el modelo de sitio ajustados de manera simultánea con regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés). ....	68
Cuadro 4. 4. Tabla de rendimiento probable para Plantaciones de <i>Pinus patula</i> en Zacualpan, Veracruz en 4 índices de sitio (10, 15, 20 y 25 m, edad base 15 años) generadas a partir del SCRM basado en el modelo de AB dependiente de la altura dominante a la edad base de 15 años. ....	73
Cuadro 4. 5. Parcelas rechazadas por su falta de ajuste a la fdp Weibull considerando diferentes niveles de significancia. ....	75
Cuadro 4. 6. Criterios de ajuste y parámetros estimados de las ecuaciones que predicen los percentiles de la fdp de Weibull en las plantaciones de <i>Pinus patula</i> en Zacualpan, Ver. ....	76

Cuadro A. 1. Estadísticas de ajuste y parámetros estimados de las ecuaciones que conforman el sistema de predicción implícita basada en percentiles.....	88
--	----

## Índice de figuras

Figura 2. 1. Ubicación del área de estudio en el estado de Durango. Observación de ahusamiento total en tres regiones de 239 árboles de <i>Pinus patula</i> y sus pares de altura-diámetro (líneas grises), en contraste con los datos obtenidos que cubre cada región (líneas negras). (a) Ixtlán, 98 árboles; (b) Zacualtipán, 78 árboles; y (c) Zacualpan, 70 árboles. ....	19
Figura 3. 1. Datos de pares de altura dominante y edad (líneas negras sitios remediados), series de crecimiento de análisis troncales (líneas grises) y de base combinada (triángulos). ....	38
Figura 3. 2. Familias de curvas polimórficas para curva guía: (a) para base 1 (remediación), (b) para base 2 (análisis troncal) y (c) base 3 (combinada). Curvas de IS generadas mediante DA son: (a1) para base 1, (b1) para base 2 y (c1) para la base 3. ....	44
Figura 3. 3. Familias de curvas polimórficas ajustados mediante MCO para: (a) la base de sitios con remediación, (b) base de análisis troncal y (c) la base combinada. Curvas de IS generadas mediante MEM para (a1) base 1, (b1) para la base 2, y (c1) para la base 3. ....	48
Figura 3. 4. Residuales frente a predichos y contra edad del modelo DA de Hossfeld IV estimado mediante MEM, para las bases de 1) sitios con remediación, 2) análisis troncal y 3) la base combinada. ....	50
Figura 4. 1. Curvas de crecimiento en volumen para el modelo de pendiente de la altura dominante (líneas continuas) y para el modelo dependiente del IS (líneas punteadas) para los índices de sitios 15, 20 y 25 a una edad base de 15 años en rodales de <i>Pinus patula</i> . ....	69
Figura 4. 2. Incremento medio anual (IMA) en volumen para determinar el turno técnico (IMA máximo) en volumen para los diferentes IS (15, 20 y 25) para el modelo dependiente del IS, a una edad base de 15 años en rodales de <i>Pinus patula</i> . ....	70
Figura 4. 3. Incremento medio anual (IMA) en volumen para determinar el turno técnico en volumen (IMA máximo) para los diferentes IS (15, 20 y 25) para el modelo dependiente de la altura dominante, a una edad base de 15 años en rodales de <i>Pinus patula</i> . ....	71
Figura 4. 4. Curvas de crecimiento en área basal para IS (10, 15, 20, 25) para el modelo (a) dependiente del IS y (b) modelo dependiente de la altura dominante, a una edad base de 15 años en rodales de <i>Pinus patula</i> . ....	72
Figura 4. 5. Curvas de crecimiento en volumen para IS (10, 15, 20, 25) para el modelo (a) dependiente del IS y (b) modelo dependiente de la altura dominante, a una edad base de 15 años en rodales de <i>Pinus patula</i> . ....	72
Figura 4. 6. Proporción de árboles por hectárea por categoría diamétrica basada en dfp Weibull para las edades 3, 7, 12, 17, 22, 25 y 25 años, para el índice de sitio promedio (19 m), edad de referencia de 15 años y una edad inicial de 1,100 árboles. ....	77
Figura 4. 7. Curvas de rendimiento volumétrico para el modelo explícito (líneas punteadas) y para el modelo implícito (líneas continuas) para los IS (15, 20, y 25) para <i>Pinus patula</i> en Zacualpan, Veracruz, a una edad base de 15 años. ....	78
Figura 4. 8. Rendimiento en volumen maderable para las categorías establecidas basados en la fdp Weibull para un índice de sitio promedio (19 m) a una edad base de 15 años con una densidad inicial de 1,100 árboles. ....	79
Figura 4. 9. Rendimiento en volumen maderable para las categorías establecidas basados en la fdp Weibull en un índice de sitio promedio (19 m) a una edad base de 15 años con una densidad inicial de 800 árboles. ....	80
Figura A. 1. Proporción de árboles por hectárea por categoría diamétrica basada en la distribución de percentiles vía el método de Bordes para las edades 3, 5, 8, 15, 20 y 25 años. ....	89
Figura A. 2. Rendimiento volumétrico por categoría diamétrica basado en la estimación de percentiles de Bordes. ....	90
Figura A.3. Rendimiento en volumen maderable para las categorías establecidas basados en el método solo de percentiles para un índice de sitio promedio (19 m) a una edad base de 15 años con una densidad inicial de 1,100 árboles. ....	91

# CAPÍTULO I

## 1. INTRODUCCIÓN GENERAL

### 1.1. Generalidades

La región de Zacualpan, Veracruz ubicada dentro de la zona de bosque mesófilo y clima templado, no fue la excepción al problema del cambio de uso de suelo para agricultura y ganadería, lo que provocó pérdida de fertilidad de los suelos, contaminación ambiental, incendios forestales, escasa diversificación productiva y reducción en sus mantos acuíferos. Esto motivó a un grupo de habitantes de la región preocupados por elevar su calidad de vida para conformar la Cooperativa Integradora Forestal de Zacualpan (CIFZA) (inicialmente Agroproductores Forestales de Zacualpan), que en pocos años han logrado revertir el crecimiento de la frontera ganadera y convertir la zona en una región que se incorpora a la actividad forestal. Al momento de este estudio la CIFZA cuenta con 3,000 ha plantadas de *Pinus patula* logrando con ello recuperar zonas degradadas y generar empleos principalmente por producción de planta y trabajo en las actividades de plantación y su manejo (CONAFOR 2012).

Si bien la superficie plantada se incrementa cada año, a la fecha no se tienen estudios que evalúen el potencial de crecimiento en toda la región de manera detallada y con fines de manejo maderable. Un primer estudio elaborado por Romo (2010) sugiere que el potencial de crecimiento de la región es muy promisorio, pues estima rendimientos promedios de 314.3 m<sup>3</sup>/ha a la edad de 20 años en un estudio donde se montaron 72 parcelas en una crono-secuencia de las plantaciones en Zacualpan. A partir de dichos resultados personal de la CIFZA y del Postgrado en Ciencias Forestales del Colegio de Postgraduados deciden establecer en un estudio enfocado a evaluar el crecimiento de las masas de plantadas de *Pinus patula* a partir de construir los elementos básicos de un sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM).

Un SCRM es un conjunto de expresiones matemáticas que combinan metodologías estadísticas con elementos de geometría y de teoría del crecimiento a fin de poder simular el crecimiento de las masas forestales en el tiempo y poder reproducir escenarios que representen al manejo de las densidades (Leuschner, 1990; Torres y Magaña, 2001; Pretzsch, 2009). Los elementos básicos de un SCRM generalmente incluyen: 1) Un sistema de cubicación de árboles individuales en pie con fines de inventarios, 2) Un sistema de evaluación de la calidad de estación, 3) Modelos que evalúan

el cambio en la densidad y 4) Una combinación de los tres elementos previos para calcular el volumen total por ha y como éste cambia con el tiempo (García, 1988; García 1994; Vanclay, 1994; Davis *et al.*, 2001).

En plantaciones forestales los SCRM son particularmente importantes para establecer la rentabilidad. Al ser proyectos multianuales es necesario tener certeza sobre su rentabilidad para aumentar la superficie forestal, la producción y la productividad forestal, reduciendo el déficit de productos forestales principalmente los celulósicos y el papel; manteniendo el apoyo al desarrollo de este tipo de proyectos, proporcionando subsidios y otros incentivos fiscales; proporcionando beneficios económicos, sociales y ambientales (CONAFOR, 2003)

## **1.2. Cubicación de árbol individual**

Una ecuación típica para estimar el volumen en pie de un árbol usa dos dimensiones básicas: el diámetro normal y la altura. La altura puede ser total o parcial (correspondiente a la parte comercial del fuste), aunque también se puede recurrir a una medida indirecta como puede ser el factor de forma. Estas ecuaciones pueden elaborarse para una sola especie, para un grupo de especies o incluso para una o varias localidades; ya que para especies de alto valor maderable resulta de mayor utilidad e importancia conocer además su correspondiente distribución de productos según su uso industrial y comercial al que se destinen y así poder efectuar una mejor valoración de las PFC o área de interés.

Si bien el volumen total es de interés para el manejador forestal, muchas veces se requiere de mayor detalle sobre todo en el que se refiere al perfil del fuste. Para dicho propósito se recurre a modelos o funciones de ahusamiento que describen con precisión el perfil del diámetro del fuste y con ello determinan la distribución de productos comerciales (Clutter, 1980). Entre los diferentes tipos de funciones de ahusamiento que se han desarrollado destacan, por sus proceso de construcción y precisión, los modelos segmentados que toman en cuenta los diferentes tipos dendrómetros que puede tomar un árbol.

Al igual que en caso de las ecuaciones de volumen total, idealmente las ecuaciones de ahusamiento deben ser específicas para una especie o grupo de ellas que comparten un hábito de

crecimiento similar. Incluso la región geográfica y las prácticas de manejo (podas) pueden afectar el hábito de crecimiento de árboles de la misma especie, por lo que también deben considerarse diferencias de un lugar a otro (Clutter *et al.*, 1983; Morris y Forslund, 1992; Torres *et al.*, 1993). Las funciones de ahusamiento pueden integrarse en forma analítica para generar una ecuación que estime el volumen comercial, conformando así un sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial/volumen total ajustado de manera simultánea con regresión. Un sistema de cubicación donde el modelo de ahusamiento es compatible con su correspondiente ecuación de volumen comercial garantiza la capacidad predictiva y veracidad en las estimaciones (Torres y Magaña 2001; Diéguez-Aranda *et al.*, 2003; West, 2003).

### 1.3. Ecuaciones de índice de sitio

La calidad de estación define en gran parte la productividad de los terrenos forestales, es decir la cosecha máxima que el bosque o PFC puede producir en un tiempo determinado, y en donde juegan un papel importante los factores bióticos y abióticos que influyen en el crecimiento del arbolado. Por la dificultad que entraña integrar todos estos factores generalmente la calidad de estación se define a partir del concepto de índice de sitio. Este ha sido de manera tradicional el criterio a través del cual se ha clasificado al suelo forestal; partiendo de la noción que los sitios más fértiles para una especie podría producir a una cierta edad, árboles de mayores dimensiones que los sitios menos fértiles (Mendoza, 1993).

En la segunda mitad del siglo XX y a la fecha los índices de sitio se han convertido en el método más popular y práctico para la evaluación de la productividad forestal potencial. El método consiste en evaluar la altura que lograrían los árboles dominantes o codominantes y sanos a una edad predeterminada, frecuentemente referenciada como edad base o edad índice (Torres y Magaña, 2001). Tal evaluación tiene tres supuestos importantes: a) la existencia de un modelo que representa fielmente la relación altura-edad; b) el comportamiento de la relación altura-edad para sitios de diferentes productividad sigue la trayectoria definida por la familia de curvas generadas bajo el mismo modelo y c) esta relación es relevantemente e independiente de la densidad de la masa forestal por lo que es posible distinguir producción potencial de productividad potencial (Torres y Magaña, 2001).



Una familia de curvas de índice de sitio representa un grupo de patrones de desarrollo en altura dominante con un símbolo cualitativo o numérico asociado a cada curva, para propósitos de referencia de calidades de sitio diferentes (Clutter *et al.*, 1983). Dependiendo de la naturaleza de las curvas de índice de sitio, éstas se han clasificado en dos grandes grupos: anamórficas y polimórficas.

Las curvas anamórficas se caracterizan porque la altura guarda la misma proporción a diferentes edades, haciendo que las curvas aparenten tener la misma forma. Mientras que las curvas polimórficas pueden ser de dos tipos: con intersecciones o sin intersecciones. En ambos casos la proporción que guarda la altura es diferente entre curvas, haciendo que las curvas aparenten diferente forma en cualquiera de sus dos variantes (Torres y Magaña, 2001).

En años recientes se han propuesto otro tipo de curvas conocidas como GADA (de diferencia algebraica generalizada, por sus siglas en inglés), cuya hipótesis de crecimiento implica variación simultánea tanto en las tasas de crecimiento como en las potencialidades máximas del sitio, dando origen al concepto de polimorfismo asintótico (Cieszewsky y Bailey, 2000).

La producción y planeación forestal pueden mejorarse a través de una adecuada identificación de la calidad de sitio vía IS, por lo que es necesario realizar una adecuada modelación del crecimiento de la altura dominante a una edad de referencia. Con pares de datos de edad y altura dominante en un determinado sitio de interés puede derivarse su correspondiente curva y la plantación puede clasificarse en zonas de productividad equivalentes, siendo así posible seleccionar aquellos sitios con mejor aptitud productiva. Varios autores han discutido ventajas y desventajas en el uso de las diferentes curvas de IS; sin embargo, a la fecha nadie puede argumentar sobre la superioridad real en alguna de ellas, dado que su uso es prácticamente dependiente de la especie. En numerosos artículos se han destacado que algunas ventajas para un tipo de curva se convierten en desventaja de los otros tipos y viceversa. A pesar de la polémica generada y en publicaciones recientes (Santiago-García, 2013) para *Pinus patula*, se ha dado mayor énfasis al desarrollo de funciones de índice de sitio polimórficas, ya que se ha descubierto que tales tendencias se aproximan más al desarrollo real del crecimiento en altura (Newnham, 1988; Stansfield *et al.*, 1991).

Generar un modelo de altura dominante y la correspondiente familia de curvas de IS es fundamental ya que forman parte integral de un sistema de crecimiento y rendimiento maderable

(SCRM); es decir, la correcta selección del modelo de altura dominante es la base para predecir o proyectar el volumen a una determinada edad de interés. Los componentes del sistema generalmente representados por el área basal, superviviencia y volumen maderable, están correlacionados con la altura dominante y las proyecciones son afectadas por su patrón de crecimiento (Torres y Magaña, 2001; Hall y Bailey, 2001).

#### **1.4. Sistema de Crecimiento y Rendimiento Maderable (SCRM)**

El estudio del crecimiento y de la producción maderable ya sea en árboles o rodales forestales es fundamental para la planificación y administración forestal. Los sistemas de crecimiento y rendimiento son un conjunto de herramientas cuantitativas esenciales de las cuales los forestales hacen uso para este proceso. Estas herramientas son útiles para realizar un buen manejo forestal y con base en ellas tomar las mejores decisiones silvícolas.

Con un inventario adecuado, los modelos de crecimiento proporcionan una manera fiable para determinar el rendimiento sostenible de madera, y examinar los impactos del manejo forestal y la cosecha de los bosques.

Un modelo de crecimiento y rendimiento forestal es una síntesis de datos de los inventarios dinámicos que indican el crecimiento y el cambio en el bosque. Estos datos pueden obtenerse a partir de parcelas permanentes. Es decir, los modelos representan abstracciones de la dinámica naturaleza de los bosques, basados en relaciones funcionales entre la magnitud del crecimiento y los factores o variables que explican ese crecimiento. Estos modelos generalmente se refieren a un sistema de ecuaciones que permiten predecir el crecimiento y rendimiento de un rodal bajo una amplia variedad de condiciones (Vanclay, 1994). Las principales actividades que deben considerarse en el proceso para la construcción de estos modelos son: a) establecer el propósito de estudio, que generalmente es la administración del bosque; b) la construcción del modelo: esta fase contempla la toma de datos, el análisis preliminar de la información y la formulación del propio modelo; y c) la validación del modelo (Mendoza, 1983).

Existen diferentes modelos de predicción para la planificación del manejo forestal; es decir, se clasifican según el nivel de detalle que proporcionan; clasificándose en general tres categorías: (Vanclay, 1994).

a) Los modelos de rodal completo o de masa se caracterizan porque la solución de la ecuación o ecuaciones que integran el sistema proporciona la estimación del volumen por unidad de área. En estos modelos la unidad básica del modelaje la constituye el rodal y no proporcionan información sobre la distribución del volumen por clases de tamaño. Estos modelos describen el estado del rodal con parámetros de la población tales como la edad, índice de sitio, número de árboles, área basal y volumen por hectárea para predecir el rendimiento actual o futuro del bosque. En la mayoría de las situaciones este tipo de modelo probablemente sea el más adecuado para la planificación del manejo de rodales coetáneos y plantaciones forestales.

b) En los modelos de distribuciones por clases de tamaños, la unidad básica es la clase diamétrica, la cual se modela estimando el número de árboles y volumen por unidad de superficie para cada categoría. El número de árboles en cada clase se estima mediante el uso de una función matemática que proporcione la frecuencia relativa, y el rendimiento total se obtiene sumando los volúmenes correspondientes a cada una de ellas. Estos modelos proporcionan información relacionada con la estructura del rodal y son considerados como un término medio entre los modelos de totalidad del rodal y los de árboles individuales. Su mayor uso se da para modelar rodales incoetáneos o con mezcla de especies.

c) Los modelos de árboles individuales constituyen enfoques más detallados que utilizan al árbol individual como unidad básica del modelado. Estos modelos proporcionan información detallada de la estructura y dinámica del rodal, incluyendo la distribución del volumen por clases de tamaño. La mayoría de estos modelos incluyen un índice de competencia para cada árbol; dependiendo de la forma en que dicho índice se calcula, estos modelos pueden ser clasificados en dos tipos:

1) Los dependientes de la distancia, si el cálculo de dicho índice está basado en una medida de la distancia de cada árbol con respecto a los demás dentro de la zona de competencia. Estos modelos pueden ser útiles como herramientas de investigación para estudiar prácticas que afectan las relaciones espaciales en formas que las variables a nivel de rodal no pueden describir

satisfactoriamente; por ejemplo, aclareos por hileras u otros diseños sistemáticos, manejo de rodales con mezcla de especies, o podas selectivas intensas. Pueden también dar ideas sobre la dinámica de rodales que podrían contribuir al desarrollo de mejores modelos de rodal.

2) Los independientes de la distancia, si el índice de competencia está basado únicamente en las características del árbol, sin considerar la competencia con los árboles vecinos. Es común incluir en esta categoría modelos donde el estado es una distribución de tamaños (generalmente una distribución diamétrica) especificada por una tabla de rodal (histograma) o listas de tamaños, aunque puede discutirse que éstas son descripciones a nivel de rodal. Es probable que se necesiten modelos de árboles individuales en las situaciones más complejas: rodales incoetáneos y/o con varias especies, o plantaciones en hileras u otros diseños en agroforestería.

Para elegir el mejor u óptimo modelo a utilizar dependerá de las circunstancias del área de estudio, el nivel de detalle al que se pretenda analizar, la finalidad de los resultados a los que se pretenda llegar, así como la cantidad y calidad de los datos de inventario necesarios para hacer proyecciones.

### **1.5. Técnicas de ajuste de las ecuaciones para un SCRM**

La técnica de ajuste tradicional de las ecuaciones para generar un SCRM es la regresión mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Sin embargo, existen otras más convenientes como la regresión aparentemente no correlacionada (SUR) que al usarla en ajustes simultáneos logra una mayor ganancia en la estimación de parámetros. Lo anterior debido a que los componentes del error se correlacionan para el sistema de ecuaciones garantizando una compatibilidad completa entre los modelos del sistema, dando lugar a que los parámetros comunes en las ecuaciones tomen valores idénticos, al mismo tiempo que se minimizan los cuadrados de los residuos (Galán *et al.*, 2008). Cuando en el ajuste se usa la técnica de máxima verosimilitud se compensa la posibilidad de pérdidas en grados de libertad y se logra una convergencia más rápida y estable (De los Santos *et al.*, 2006). Respecto a los modelos de efectos mixtos (MEM) no lineales, éste se ha convertido en una exigencia y método común para analizar datos de naturaleza longitudinal en donde se tienen mediciones repetidas sobre la misma unidad experimental a lo largo del tiempo y en donde la estructura de las observaciones es irregular y desbalanceada (Bahadur, 2006), tal es el caso de la

investigación de crecimiento y rendimiento en PFC mediante parcelas permanentes de remediación. Con esta técnica se logra controlar la variación específica a nivel de parcela o árbol, mejorar la estimación de los parámetros y con ello realizar predicciones más precisas y confiables en las estimaciones.

### **1.6. *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham.**

*Pinus patula* es conocido como pino patula, ocote, pino llorón, pino triste, pino colorado, pino xalocote, pino macho, ocote liso u ocote colorado en los estados de México, Puebla, Veracruz e Hidalgo. Es un árbol de 30 a 35 m de altura y de 50 a 90 cm de diámetro normal. Su copa es abierta y redondeada, tronco recto y libre de ramas hasta una altura de 20 m, con una raíz profunda y poco extendida. Es de rápido crecimiento, pueden lograr rendimientos de 20 m<sup>3</sup>/ha/año y el crecimiento se detiene sensiblemente entre los 30 y 35 años de edad (CONAFOR, 2001).

Sus hojas: perennifolia. El renuevo de hojas ocurre en dos períodos, en febrero brotan las hojas del primer internudo (maduran en marzo), en mayo comienza la aparición de nuevas hojas en el segundo internudo (maduran en junio), al tiempo que caen las formadas al inicio del año. Las flores: se presentan de enero a abril. La polinización es anemófila, en marzo el polen queda en libertad. Los frutos: son conos serótinicos. La maduración de los frutos se presenta hasta el final del año siguiente. El ciclo fenológico desde el inicio de la floración hasta la madurez de la semilla es aproximadamente de 24 meses. El período de fructificación se presenta cada cuatro o cinco años, “año semillero”; sin embargo, en condiciones climáticas favorables se puede presentar producción anual.

Esta especie es asociada con bosque de pino y bosque de pino-encino. Su distribución oscila en un intervalo latitudinal que varía desde los 24° latitud N hasta los 17°N y 97° a 99° longitud W.

Se distribuye naturalmente sobre las formaciones montañosas de la Sierra Madre Oriental, Eje Neovolcánico y la Sierra Madre de Oaxaca, en los estados de Nuevo León, Tamaulipas, Hidalgo, Puebla, Veracruz, Oaxaca, Querétaro, Distrito Federal, Tlaxcala. En los estados de Hidalgo, Puebla y Veracruz se encuentran las poblaciones más grandes y con los mejores desarrollos. Existen plantaciones en Puebla, México, Michoacán y Distrito Federal.

Esta especie se localiza en altitudes que van de 1500 hasta los 3100 m. La profundidad del suelo va de moderada a muy profunda; en sitios con pendiente pronunciada, ésta es superior a un metro; de textura arenosa a arcillosa; por lo general sin pedregosidad o muy escasa. De suelos bien drenados con humedad aparente, de color café con variantes hasta amarillo y rojo, sobre todo en los horizontes profundos; con escasas gravas; con un pH de 3.8 a 6.6; los valores más ácidos se encuentran en los horizontes superficiales (CONAFOR, 2001)

La temperatura de los sitios para esta especie oscila entre -14°C a los 40°C; con precipitaciones entre los 600 a los 2500 mm. Se desarrolla principalmente en zonas templadas con exposiciones norte y aquellas que reciben una gran cantidad de niebla durante el año, es posible encontrarla en lugares donde llegan los vientos húmedos del Golfo de México, aunque también pueden crecer en donde no exista humedad relativa alta. Crece en terrenos de topografía plana y lomeríos con pendientes moderadas y hasta de 45°. Se menciona que la regeneración natural de *P. patula* se presenta frecuentemente al pie de arbustos de *Baccharis conferta*, supuestamente debido a la protección mecánica que reciben las plántulas contra el pastoreo.

Esta madera es de buena calidad, se suele utilizar para construcciones que requieran resistencia, para postes, durmientes, pilotes, armaduras y vigas. Se emplea para la elaboración de cajas de empaque y para acabados interiores y exteriores. También es muy apreciada en la fabricación de papel debido a la longitud de sus fibras (CONAFOR, 2001).

Hasta el 2008, se estimaba que las PFC de clima templado ocupan 17,000 ha. a nivel nacional, mientras que las de clima tropical 83,000 ha. del total de la superficie (100,000 ha). Dentro de las especies del clima templado se encuentra el género *Pinus*; sin embargo, los géneros más plantados en lo que se refiere a especies maderables son *Eucalyptus*, *Pinus* y *Cedrela odorata* cubriendo una superficie mayor 55,748 ha. de la total plantada. De dicha superficie, las diversas especies de *Pinus* utilizadas en PFC cubren un total de 13,566 ha.

Las PFC de pinos en México son muy jóvenes alcanzando su máximo en 2006 y 2007 con superficies cubiertas con plantaciones comerciales de 2,996 y 2,991 ha, respectivamente. Esto debido a que durante los primeros cuatro años de operación del PRODEPLAN (1997-2000) hubo poco interés por establecer PFC con especies del género; sin embargo, a partir del 2001 fue

incrementando la superficie de coníferas, en particular de este género hasta llegar a casi 3 mil hectáreas anualmente durante los últimos años.

A partir de 2012 un gran número de terrenos veracruzanos dedicados a las plantaciones forestales entraron en etapa de producción, por lo que a partir de ese año, se contará con materia para crear celulosa, maderas tropicales de alto valor comercial y madera sólida destinada a la industria del aserrío, tableros, y sus productos derivados, como muebles, elementos para la construcción y manufacturas de madera (CONAFOR, 2011).

## **1.7. Objetivos**

### **1.7.1. Objetivo general**

Diseñar un Sistema de Crecimiento y Rendimiento Maderable (SCRM) en plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* tomando como base sitios de re-mediciones y datos de análisis troncal en la región de Zacualpan, Veracruz.

### **1.7.2. Objetivos específicos**

- ✓ Generar modelos de volumen total y comercial a nivel local y determinar el efecto de la silvicultura en las PFC sobre el árbol.
- ✓ Determinar el nivel de productividad de los rodales a través de modelos de índice de sitio (IS).
- ✓ Construir un sistema de crecimiento y rendimiento maderable explícito e implícito.

## **1.8. Literatura citada**

Bahadur, B. C. 2006. Mixed-effects modeling of shortleaf pine (*Pinus echinata* Mil.) growth data. Thesis for Doctor of Philosophy. Oklahoma State University. USA. 168 p.

Cieszewski, C. J. and R. L. Bailey. 2000. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. For. Sci. 46: 116–126.

- Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volumen equations. *For. Sci.* 26: 117-120.
- Clutter, J. L.; J.C. Forston; L. V. Pienaar; G. H. Brister and R.L. Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley & Sons, Inc. New York. 333 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2001. SIRE-Paquetes tecnológicos. *Pinus patula* Schl. et Cham.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2003. Programa de Desarrollo de Plantaciones Forestales Comerciales a 15 años de su creación. Zapopan, Jalisco. México 198 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2011. Situación Actual y Perspectivas de las Plantaciones Forestales Comerciales en México. Postgrado Forestal. México
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2012. Premio Nacional al Mérito Forestal 2007-2011. 2° ed. Coordinación General de Educación y Desarrollo Tecnológico. Gerencia de Divulgación de la Cultura Forestal.
- Davis, L. S., K. N. Johnson, P. S. Bettinger and T. E. Howard. 2001. Forest Management. 4th ed. McGraw-Hill series in Forest Resources. 804 p.
- De los Santos-Posadas H. M., M. Montero-Mata y M. Kannien. 2006. Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel) Excell en Costa Rica. *Agrociencia* 40: 521-532.
- Diéguez-Aranda, U., M. Barrio-Anta, F. Castedo-Dorado, M. D. Ruíz-González, M. F. Álvarez-Taboada, J. G. Álvarez-González; y A. Rojo-Alboreca. 2003. Dendrometría. Multi-Prensa. Madrid, España. 327 p.
- Galán L.,R., H. M. De los Santos P. y J. I. Valdez H. 2008. Crecimiento y rendimiento maderable de *Cedrela odorata* L. y *Tabebuia donnell-smithii* Rose en San José Chacalapa, Pochutla, Oaxaca. *Madera y Bosques* 14: 65-82.
- García, O. 1988. Growth modelling-a (re)view. *N. Z. J. For Sci.* 33 (3): 14-17.
- García, O. 1994. The state-space approach in growth modeling. *Can. J. For. Res.* 24: 1894-1903.



- Hall, D. B. and R. L. Bailey 2001. Modeling and prediction of forest growth variables based on multilevel nonlinear mixed. *For. Sci.* 47: 311-321.
- Leuschner, W. A. 1990. *Forest Regulation, Harvest Scheduling and Planning Techniques*. John Wiley & Sons. New York. USA. 281 p.
- Mendoza B. M. A. 1993. *Conceptos Básicos de Manejo Forestal*. UTEHA NORIEGA Editores. México. 161 p.
- Morris D., M. y R. R. Forslund. 1992. The relative importance of competition, microsite, and climate in controlling the stem taper and profile shape in jack pine. *Can. J. For. Res* 22: 1999-2003.
- Newnham, R. M. 1988. A modification of the Ek-Payandeh nonlinear regression model for site index curves. *Can. J. For. Res* 18: 115-120.
- Pretzsch, H. 2009. *Forestry Dynamics, Growth and Yield: Form*. UTEHA NORIEGA Editores. México. 161 p.
- Romo G., D. 2010. *Organización territorial y reconversión forestal experiencia de la Asociación de Agroproductores Forestales de Zacualpan, Veracruz, México*. Tesis de Maestría. Postgrado Socioeconomía, Estadística e Informática Desarrollo Rural. Colegio de Postgraduados. Montecillo Texcoco edo. de México. 90 p.
- Santiago-García, W. 2013. *Simulador de crecimiento para el manejo de rodales coetáneos de *Pinus patula**. Tesis de Doctorado. Postgrado Forestal. Colegio de Postgraduados Montecillo, Texcoco edo, de México. 121p.
- Stansfield, W. F., J. P. McTagle y R. Lacapa. 1991. Dominant height and site index equations for ponderosa pine in east central Arizona. *Can. J. For. Res* 21: 606-611.
- Torres R., J. M. 1993. *Evaluación de la densidad de sitios, Estudio de Modelos de manejo forestal para el Estado de México: Parte I Modelos de Crecimiento y Rendimiento*, Protectora de Bosques del Estado de México. pp 20-29.
- Torres R., J. M. y O. S. Magaña T. 2001. *Evaluación de Plantaciones Forestales*. NORIEGA LIMUSA, México, 472 p.

Vanclay, J. K. 1994. Modelling forest growth and yield, applications to mixed tropical forests. CAB INTERNATIONAL. Denmark. 312 p.

West, P. W. 2003. Tree and Forest Measurement. Springer Berlin Heidelberg New York 168 p.

## CAPÍTULO II

### 2. VOLUMEN TOTAL Y AHUSAMIENTO PARA *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. EN TRES CONDICIONES DE BOSQUE.

#### 2.1. Resumen

La Cooperativa Integradora Forestal de Zaulpan, Veracruz (CIFZA) carece de información silvícola y dasométrica para la planificación de sus plantaciones a largo plazo. Una de las aplicaciones estadísticas más utilizadas por forestales para la toma de decisiones en el manejo forestal es la estimación en pie del volumen total y comercial por medio de ecuaciones de volumen y ahusamiento. Por lo tanto, el objetivo de este estudio fue ajustar ecuaciones para estimar el volumen total y comercial de árboles individuales en pie para la zona de estudio; la cual tiene 3,000 ha plantaciones de *Pinus patula*. En noviembre de 2012 se recolectaron datos de ahusamiento-volumen correspondientes a árboles creciendo en tres condiciones diferentes de manejo silvícola. Los datos obtenidos se ajustaron al modelo de Fang, el cual estima el ahusamiento, el volumen y permite analizar los tipos dendrométricos. Los resultados del análisis indican un factor de forma de los árboles diferente para cada condición de bosque analizada: 0.50 para árboles creciendo en un sistema de plantación, 0.46 para árboles creciendo en bosque natural bajo manejo intensivo y 0.44 para árboles de bosque natural creciendo en condiciones de manejo extensivo. Se puede concluir que la forma del árbol varía según la silvicultura aplicada y se sugiere que árboles relativamente pequeños (menos de 25 cm) y jóvenes creciendo en plantaciones con poda, concentran una mayor cantidad de volumen en el fuste y se debería considerar modelos con un solo punto de inflexión.

Palabras clave: Factor de forma, modelo segmentado, régimen silvícola, *Pinus patula*.

## **TOTAL VOLUME AND TAPER EQUATIONS FOR *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. IN THREE CONDITIONS OF FOREST.**

### **2.2. Abstract**

The Cooperativa Integradora Forestal de Zacualpan, Veracruz (CIFZA) lacks silvicultural and dasometric information for long-term forest planning. One of the most used statistical applications in forest decision making process is the estimation of total and merchantable standing volume and taper using equations. The objective of this study was to estimate the total and merchantable volume equations for an area that comprises 3000 ha of *Pinus patula* plantations. In November 2012 taper-volume data corresponding to trees growing under three different conditions of silvicultural management in Mexico were collected. The data were fitted to the segmented Fang's model, which estimates the taper and volume while allows to analyze dendrometric types. The results of the analysis indicate tree form factor differences for each forest condition analyzed were: 0.50 for trees growing in a plantation system, 0.46 for trees growing in intensively managed natural forest and 0.44 for trees growing in natural forest under extensive management regime conditions. It can be concluded that the stem shape of the tree varies with applied forestry and suggests that relatively small trees (less than 25 cm) and young growing plantations with pruning concentrate a greater amount of volume in the stem and should consider single inflection point models.

Key words: taper, merchantable volume, segmented model, compatible system, *Pinus.patula*

### 2.3. Introducción

La silvicultura tiene entre sus propósitos principales controlar el establecimiento, el crecimiento y la salud de un bosque para lograr objetivos predefinidos (Larsen, 1995). Una aplicación correcta puede incluso mejorar la calidad de los bienes y servicios producidos por los bosques (Finegan *et al.*, 1999) ya que está relacionada con la productividad de los terrenos forestales, la cual se define en gran parte por la calidad del sitio estimada mediante la máxima cosecha de madera que el bosque produce en un tiempo determinado (Aguirre, 1996; Daniel *et al.*, 1982). Dentro de un microclima específico, la calidad de estación refleja la productividad de un sitio forestal, entendido como la integración de todos los factores bióticos y abióticos que influyen en el crecimiento del arbolado en ese sitio en particular o tipo de bosque. La capacidad productiva del bosque puede ser el resultado de las características del suelo y del clima (West, 2003).

Particularmente, la manipulación silvícola de una masa forestal puede modificar de manera proporcional la forma de los árboles (factor de forma del fuste), modificando con ello la cantidad y la calidad de los productos maderables comercialmente. Las prácticas silvícolas tienen un efecto en la calidad de madera y su volumen. Así, Harold y Hocker (1984) reportan que la especie, las condiciones de densidad del rodal y los tratamientos silvícolas tienen relación directa con la proporción de copa viva y, por lo tanto, con la forma del fuste. Los árboles de especies que presenten poda natural (autopoda) temprana o que son podados a edad temprana tenderán a ser más cilíndricos, ya que al caer las ramas muertas se estimula el crecimiento radial; es decir, árboles que crecen bajo espesura tienen fustes más cilíndricos que aquellos que viven aislados, lo que es una característica favorable y contribuye a producir mayor volumen aprovechable por árbol. Harold y Hocker (1984) agregan que la aplicación de aclareos, dejando espaciamientos homogéneos, favorece el crecimiento simétrico y equilibrado de las copas de los árboles remanentes, lo que, en combinación con la aplicación de podas, repercute en forma positiva para producir árboles más cilíndricos. De ahí la importancia de aplicar actividades silvícolas apropiadas, prestando atención a los aspectos ya mencionados: la densidad, las podas, y los aclareos, para obtener árboles de mayor calidad y con mayor volumen. El abastecimiento maderable para la industria en México, tanto de especies tropicales como de coníferas, no es seguro y la calidad de los productos ha provocado que la industria incremente sus importaciones en años recientes (FAO, 2005). Una manera de contrarrestar lo anterior es mediante la aplicación

de tratamientos silvícolas que ayuden a producir un arbolado de calidad y de mayor volumen, ya sea en bosques naturales, o en plantaciones forestales comerciales. Por tanto, el objetivo de este estudio fue analizar cómo influyen diferentes regímenes silvícolas en el factor de forma del árbol, aspecto directamente relacionado con la cantidad de volumen y calidad de madera. El análisis contrasta el arbolado creciendo en tres regiones de México (Ixtlán de Juárez, estado de Oaxaca; Zacualtipán, estado de Hidalgo; Zacualpan, estado de Veracruz).

## 2.4. Materiales y métodos

Se ajustaron funciones de volumen y ahusamiento (Fang *et al.*, 2000). Este tipo de ecuaciones son una opción de cuantificación confiable para estimar a bajo costo la cantidad, calidad y tipo de productos a obtener antes, durante y después de la industrialización de los productos maderables (Kurinobu *et al.* 2007).

### 2.4.1. Área de estudio

Los datos de volumen-ahusamiento se obtuvieron en árboles de *Pinus patula* en las siguientes regiones: 1) Bosque natural con manejo extensivo en Ixtlán de Juárez, estado de Oaxaca, localizado a 17° 18' 16" y 17° 34' 00" N, y 96° 31' 38" y 96° 20' 00" O, con una superficie de 19,180 ha (Castellanos-Bolaños *et al.*, 2008), con árboles de alturas de 10 hasta 37 m; 2) sistema de árboles padres en el Ejido Atopixco, con una superficie de 1,171 ha, ubicado dentro del municipio de Zacualtipán, estado de Hidalgo, entre 20° 37' 26" N y 98° 37' 48" O, y 20° 35' 20" N y 98° 35' 23" O (Cruz *et al.*, 2010), con alturas de 10 hasta 31 m; 3) en Zacualpan, estado de Veracruz, ubicado a 20° 25' 59" N y 98° 21' 0" O, con una superficie de 3,000 ha plantadas, y donde la única actividad silvícola son las podas desde los 2 años hasta los 3 m de altura pero no se realizan aclareos, y las alturas fueron desde 2.8 m hasta 21 m en los árboles de referencia (de 20 años de edad); sin embargo, las edades de estas plantaciones son pequeñas, fluctuando entre 4 y 12 años.

#### 2.4.2. Descripción de los datos

Se tomó una muestra total de 239 árboles obtenidos de la siguiente manera: 98 en Ixtlán, Oax. (Base 1), 78 de Zacualtipán, Hgo. (Base 2, considerados datos de referencia), y 70 árboles de Zacualpan, Ver. (Base 3), los cuales se seleccionaron de manera aleatoria, para representar todas la calidades de estación de las áreas de estudio, así como también la distribución de los árboles, en términos de clases de diámetro y altura (Figura 2.1). Se realizó análisis troncal, con la medición de las siguientes variables: diámetro normal con corteza ( $D_n$ , en cm), altura total ( $H$ , en m), diámetro por sección ( $d_i$ , en cm), altura por sección ( $H_m$ , en cm), además del grosor de la corteza correspondiente (en cm). Las mediciones de cada sección se hicieron a partir del tocón y a cada metro. Para el cálculo de la cubicación se usó el método de trozas traslapadas que permite obtener volúmenes totales y parciales más precisos sin considerar el volumen del tocón (Bailey, 1995; Cruz *et al.*, 2008).

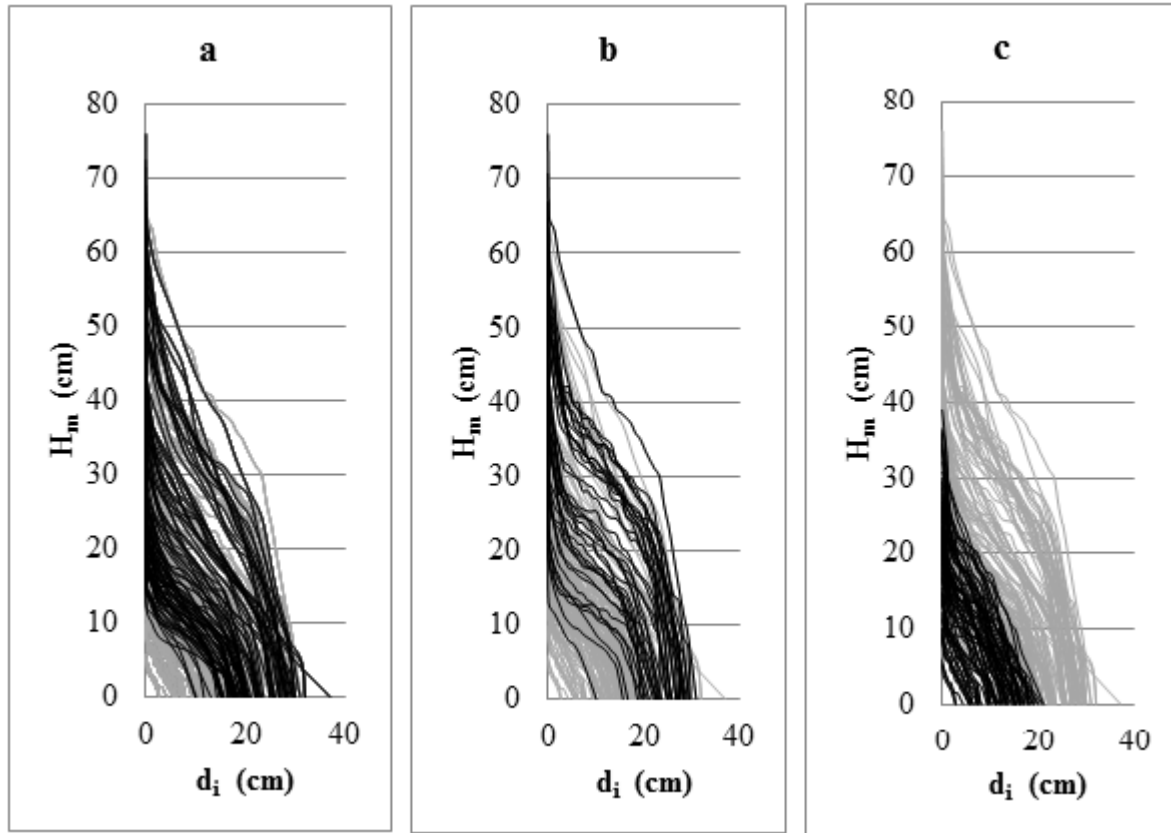


Figura 2. 1. Observación de ahusamiento total en tres regiones de 239 árboles de *Pinus patula* y sus pares de altura-diámetro (líneas grises), en contraste con los datos obtenidos que cubre cada región (líneas negras). (a) Ixtlán, 98 árboles; (b) Zacualtipán, 78 árboles; y (c) Zacualpan, 70 árboles.

Los datos de las tres bases generaron 3834 pares de valores de diámetro ( $d_i$ ) y altura sobre el fuste ( $H_m$ ) distribuidos a lo largo del tronco. El Cuadro 2.1 muestra un resumen de las estadísticas descriptivas de los árboles utilizados en el análisis.

Cuadro 2. 1. Estadísticas descriptivas de los árboles de *Pinus patula* utilizados en el análisis de medias.

Variable	Obs.	Media	Desviación estándar	Error estándar	Mínimo	Máximo
Dn	239	22.6	12.2	0.7862722	2.4	63.2
$d_i$	3834	16.2	12.1	0.195957	0	76
H	239	18.8	6.3	0.4077935	2.7	37.1
$H_m$	3834	9.1	7.2	0.115805	0	37.1

Obs.: Observaciones. Dn: Diámetro normal.  $d_i$ : Diámetro por sección. H: Altura total  $H_m$ : Altura por sección



### **2.4.3. Factor de forma del fuste por tipo de bosque**

El factor de forma del fuste promedio es fácilmente obtenible si se divide el volumen cubicado de ese fuste entre el valor de volumen correspondiente a un cilindro de diámetro normal ( $D_n$ ) y altura total ( $H$ ) similares a las del fuste promedio (árbol). Se realizó un análisis de varianza que consideró al árbol como una unidad experimental y a las condiciones de manejo como los tratamientos, para obtener una partición de medias que demuestre si el factor de forma del fuste difiere entre tipos de bosque.

### **2.4.4. Ecuaciones de ahusamiento-volumen**

Después de probar varios sistemas compatibles de ahusamiento y volumen de tipo segmentado, se optó por utilizar tres sistemas, considerando la ventaja del modelo de Fang *et al.* (2000) que permite analizar los tipos dendrómetros, y la teoría de Zhang *et al.* (2002), mencionando que rodales intensamente cultivados solo es necesario estimar un punto de inflexión (Cuadro 2.2).

Cuadro 2. 2.Sistemas compatibles ahusamiento-volumen.

Función de ahusamiento	Función de volumen comercial
<p>Fang <i>et al.</i> (2000)</p> $d_i = c_1 \sqrt{H^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} a_1^{I_1+I_2} a_2^{I_2}}$ <p>donde <math>\begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; \\ \text{de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; \\ \text{de lo contrario } 0 \end{cases}</math></p> $\beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$ $(1-p_1)^{\frac{(\beta_2-\beta_1)k}{\beta_1\beta_2}}$ $a_2 = (1-p_2)^{\frac{(\beta_3-\beta_2)k}{\beta_2\beta_3}}$	$r_0 = (1-h_b/H)^{\frac{k}{\beta_1}} \quad r_1 = (1-p_2)^{\frac{k}{\beta_1}}$ $r_2 = (1-p_2)^{\frac{k}{\beta_2}}$ $c_1 = \sqrt{\frac{\alpha_0 Dn \alpha_1 H^{\alpha_2 \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1(r_0-r_1) + \beta_2(r_1-a_1 r_2) + \beta_3 a_1 r_2}}$ $V_a = c_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[ \beta_1 r_0 + (I_1 + I_2) \times (\beta_2 - \beta_1) r_1 + I_2 (\beta_3 - \beta_2) a_1 r_2 - \beta (1-q)^{\frac{k}{\beta}} a_1^{I_1+I_2} a_2^{I_2} \right]$
<p>Zhang <i>et al.</i> (2002)</p> $d_i = Dn \left( \frac{H}{H-1.30} \right)^{\frac{k-\beta_1}{2\beta_1}} \left( A^{I_1} \left( 1 - p \right)^{\frac{k-\beta_1(1-I_1) \cdot \beta_2 I_1}{\beta_1^{(1-I_1)} \cdot \beta_2^{I_1}}} \right)^{\frac{1}{2}}$ $A = (1-p)^k \frac{\beta_2-\beta_1}{\beta_1\beta_2}$ <p>donde <math>p = H_m/H</math></p>	$V = \vartheta Dn^2 \times \left( \frac{H}{H-1.30} \right)^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} \left\{ \beta_1 (1-p_0)^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} \left[ 1 - \left( \frac{1-p}{1-p_0} \right)^{\frac{k}{\beta_1}} \right]^{1-\theta} \left[ 1 - \left( \frac{1-p'}{1-p_0} \right)^{\frac{k}{\beta_1}} \right]^{\theta} + A \theta \beta_2 (1-p')^{\frac{k}{\beta_2}} \left[ 1 - \left( \frac{1-p}{1-p'} \right)^{\frac{k}{\beta_2}} \right] \right\}$
<p>Parresol <i>et al.</i> (1987)</p> $d_i = Dn \sqrt{x^2(\beta_1+\beta_2 x) + (x-p_1)^2 [\beta_3+\beta_4(x+)]}$ <p>donde <math>I_1 = 1</math> si <math>z \geq p_1</math>; de lo contrario 0</p>	$V = k Dn^2 H \left\{ \left[ \left( \frac{\beta_2+\beta_4 I_1}{4(x^4-z_b^4)} \right) + \left( \frac{\beta_1+\beta_3 I_1}{3(x^3-z_b^3)} \right) + \left( \frac{2\beta_1(p_1 I_1)+(2p_1\beta_4)}{2(x^2-z_b^2)} \right) + ((p_1^2 I_1 \beta_3) + (2P_1 - \beta_4)(x-z_b)) \right] \right\}$

$Dn$ : diámetro a la altura de 1.3 m;  $d_i$ : diámetro superior (cm) a la altura  $H_m$  (m) desde el nivel del tocón;  $H$ : altura total de los árboles (m);  $h_b$ : altura al tocón (m);  $V$ : volumen total del árbol con corteza en (m<sup>3</sup>);  $V_a$ : volumen comercial variable en (m<sup>3</sup>);  $k$ :  $\pi/40000$ ;  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\delta$ ,  $p_i$ ,  $p_2, \vartheta$ : coeficientes a determinar mediante el ajuste;  $q$ :  $H_m/H$ ;  $x = (H-H_m)/H$ ;  $z$ :  $h_b/H$ ;  $z_b$ :  $(H-h_b)/H$ ;  $p$ :  $H_m/H$ ,  $p'$ : altura al punto de inflexión.

#### 2.4.5. Ajuste de los modelos

El ajuste de los sistemas compatibles de ecuaciones ahusamiento-volumen se realizó con la técnica de máxima verosimilitud con información completa (FIML), siendo adecuada para un ajuste simultáneo (SAS Institute, 2004). Para la regresión, el procedimiento asume que el error es independiente y que se distribuye de manera normal con varianza y media igual a cero (Gujarati, 2004). Para evitar inconvenientes en la estimación de los parámetros, especialmente cuando  $H_m = H$ , es decir, cuando  $d_i = 0$ , se fijó un valor de  $H_m$  igual a 0.00001 m en este punto, junto con una variable indicadora en la punta del fuste ( $H_m$  máxima) para evitar que se evaluara en cero las derivadas parciales de los parámetros que contiene el logaritmo de cero y que produce datos perdidos y problemas de convergencia; este enfoque lo usaron Fang *et al.* (2000) y les permitió usar todos los datos.

Las estimaciones de los modelos ajustados se compararon mediante un análisis numérico y un análisis gráfico de los residuales; en el caso numérico se utilizaron tres estadísticos comunes en biometría (Castedo y Álvarez, 2000; Diéguez-Aranda *et al.*, 2003; Corral *et al.*, 2007): el coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{\text{adj}}$ ), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el coeficiente de variación (CV). El análisis gráfico consistió en comparar los residuales contra los valores predichos de la variable dependiente, a fin de detectar cualquier tendencia inusual de los datos, y con base en ello determinar si los ajustes a los datos fueron adecuados.

#### 2.4.6. Análisis de los tipos dendrométricos a partir del modelo de Fang *et al.* (2000)

El sistema de cubicación de Fang *et al.* (2000) permite analizar los diferentes tipos dendrométricos representados en cada segmento del fuste a partir del siguiente criterio geométrico. Partiendo de un cuerpo geométrico con una base circular, cuyo valor está dado por  $d_i$ , en cm, y cuya altura está definida por  $h$ , en m, es posible describir su volumen con la siguiente estructura genérica:

$$V = k \times \frac{\pi}{40000} \times d^2 \times h$$

En este caso, el valor de  $k$  define el tipo de cuerpo que se está describiendo. Cuando  $k = 1/2$ , se tiene un paraboloides, cuando  $k = 1/3$  es un cono y cuando  $k = 1/4$  se tiene un neiloide. De esta forma, en los parámetros  $\beta_i$  del modelo de Fang *et al.* (2000), la aproximación al valor de  $k$  es

fácilmente obtenible, ya que en cada segmento  $\beta_i = k_i \times \frac{\pi}{40000}$  y en consecuencia,  $k_i\beta_i = \beta_i \times \frac{40000}{\pi}$ . Estos valores son siempre volúmenes en transición hacia alguna de las formas descriptivas y se espera que valores de  $k$  mayores a 0.4 tiendan a describir el volumen de la sección más como un paraboloides que como un cono. De igual manera, valores de  $k$  mayores de 0.5 indican un estado de transición de paraboloides a cilindro. Este análisis se aplica también a modelos derivados del modelo de la variable combinada para estimación de volumen total.

## 2.5. Resultados y Discusión

### 2.5.1. Medias de los factores de forma

Se realizó una prueba de Tukey para observar, de manera general, las medias del factor de forma del fuste para los árboles de cada región (Ixtlán, Oax., Zacualtipan, Hgo. y Zacualpan, Ver.) y probar, mediante una prueba estadística, si existen diferencias entre ellas, relacionándolas también con el factor de forma y volumen que estos valores representan (Cuadro 2.3).

Cuadro 2. 3. Medias estadísticas para las tres regiones de muestreo para determinar diferencias en el factor de forma en *Pinus patula*.

Región	Media	N
Zacualpan, Veracruz	0.506 a	70
Zacualtipan, Hidalgo	0.461 b	78
Ixtlán, Oaxaca	0.447 b	91

Medias con distinta letra en una hilera son estadísticamente diferentes (Tukey,  $p \leq 0.05$ ).

La forma descriptiva de los cuerpos geométricos correspondiente a los árboles de las regiones de Oaxaca e Hidalgo son similares, con una forma de paraboloides (Cuadro 2.3); mientras que en la región de Veracruz los fustes tienen forma de paraboloides tendiendo a cilíndrica, según la clasificación del factor de forma ( $k$ ). Esto, en parte, podría deberse al hecho que los árboles en esta

región son más jóvenes y han sido sometidos a podas frecuentes, haciendo que en la punta del fuste contenga mayor volumen.

### 2.5.2. Ajuste por tipo de bosque con el modelo segmentado

Se presentan los resultados obtenidos para el modelo de Fang *et al.* (2000), ajustado para cada una de las bases. Dicho ajuste se realizó bajo estimación simultánea, a partir de máxima verosimilitud con información completa (FIML), técnica que optimiza la predicción de los parámetros de ahusamiento y volumen y minimiza los errores de manera conjunta (Cuadro 2.4).

Cuadro 2. 4. Parámetros de ajuste estadístico del modelo compatible volumen-ahusamiento de Fang *et al.* (2000) para los datos de las regiones; 1: Ixtlán, Oaxaca, 2: Zacualtipán, Hidalgo, 3: Zacualpan, Veracruz muestreadas de *Pinus patula*.

Región	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr >  t	Estadísticos del ajuste		
						RMSE	R <sup>2</sup> adj	Ecu.
1	$\alpha_0$	0.00004	$2.51 \times 10^{-6}$	15.98	<0.0001			
	$\alpha_1$	1.6395	0.00750	218.66	<0.0001			
	$\alpha_2$	1.3280	0.01790	74.15	<0.0001			
	$\beta_1$	$1.04 \times 10^{-6}$	$3.84 \times 10^{-8}$	27.14	<0.0001	0.1128	0.9700	V <sub>a</sub>
	$\beta_2$	0.00002	$7.58 \times 10^{-7}$	25.44	<0.0001	2.2508	0.9745	d <sub>i</sub>
	$\beta_3$	0.00004	$3.29 \times 10^{-7}$	106.22	<0.0001			
	p <sub>1</sub>	0.00624	0.00030	20.98	<0.0001			
2	p <sub>2</sub>	0.19157	0.01210	15.89	<0.0001			
	$\alpha_0$	0.00003	$1.71 \times 10^{-6}$	18.40	<0.0001			
	$\alpha_1$	1.69821	0.01140	149.57	<0.0001			
	$\alpha_2$	1.351234	0.02560	52.75	<0.0001			
	$\beta_1$	$1.36 \times 10^{-6}$	$3.40 \times 10^{-8}$	39.90	<0.0001	0.0926	0.9810	V <sub>a</sub>
	$\beta_2$	0.00004	$1.70 \times 10^{-7}$	219.87	<0.0001	2.0325	0.9712	d <sub>i</sub>
	$\beta_3$	0.00005	0.00001	3.51	0.0005			
p <sub>1</sub>	0.01368	0.00032	42.76	<0.0001				
3	p <sub>2</sub>	0.96525	0.05260	18.37	<0.0001			
	$\alpha_0$	0.00008	$4.36 \times 10^{-6}$	18.06	<0.0001			

	$\alpha_1$	1.79968	0.02000	90.15	<0.0001			
	$\alpha_2$	0.93061	0.02160	43.17	<0.0001			
3	$\beta_1$	0.00002	$8.66 \times 10^{-7}$	17.21	<0.0001	0.0261	0.9609	$V_a$
	$\beta_2$	0.00003	$1.99 \times 10^{-7}$	143.61	<0.0001	1.4744	0.9618	$d_i$
	$\beta_3$	0.00005	0.00002	2.92	0.0036			
	$p_1$	0.08413	0.00906	9.28	<0.0001			
	$p_2$	0.92824	0.02670	34.79	<0.0001			

$R^2_{adj}$ : coeficiente de determinación ajustado;  $REMC$ : raíz del error medio cuadrático.  $V_a$ : volumen comercial.  $d_i$ : ahusamiento.

Los puntos de inflexión ( $p_1$  y  $p_2$ ) ocurren a diferentes alturas del fuste en las tres regiones (Cuadro 2.4). Para el bosque natural bajo manejo extensivo (BN), el primer punto de inflexión se presenta casi al ras del tocón o en la base del árbol, ocurriendo a 0.06 % de la altura total del fuste. El segundo punto de inflexión ocurre a 19.15 % de la altura total de tronco. En bosque manejado (BM) los puntos de inflexión ocurren a 1.36 % y a 96.52 % de la altura del tronco, respectivamente. Por último, en plantaciones forestales comerciales (PFC) el primer punto de inflexión ocurre a 8.41 %, y el segundo a 92.82 % de la altura total del fuste. Dicho de otra manera, los árboles del BN tienen una forma geométrica muy cercana al neiloide en 19 % de su altura total ( $k_2 = 0.242$ ), el resto del fuste tiende a un paraboloides ( $k_3 = 0.446$ ). En cambio, en el factor de forma de la sección media del fuste en el BM ( $k_2 = 0.471$ ) sugiere una figura geométrica muy cercana a un paraboloides perfecto. Los árboles de las PFC analizadas presentaron una factor de forma  $k_2 = 0.369$ , lo cual sugiere una forma de fuste parecida a un cono. En los casos de las puntas para BM y PFC, ambas tienden a ser cilíndricas, aunque representan una porción muy pequeña del fuste. Evidentemente, los árboles de BM tienden a ser más cilíndricos debido a que tienen un mejor manejo de la densidad y una silvicultura más intensa. Los datos recolectados en las PFC son de edades relativamente pequeñas y, a pesar de tener un factor de forma total mayor, como sugieren los resultados previos, la forma de la sección media indica que en realidad son bastante cónicos. La forma final de los fustes de estos árboles todavía no se ha manifestado. Por lo tanto, es necesario ampliar la muestra considerando árboles de edades mayores (cuando estén disponibles), a fin de aproximar de mejor manera el potencial de las PFC.

Para realizar comparaciones estadísticas se decidió comparar solo las bases de datos del BM y de la PFC, debido a la similitud de sus factores de forma y a que ambas condiciones cuentan con un

régimen silvícola explícito. Ambas bases se ajustaron de manera simultánea con el modelo de Fang *et al.* (2000) a fin de detectar si las diferencias entre los parámetros del modelo son estadísticamente diferentes entre regiones. Se partió de un ajuste general que sugiere que para ambas bases solo existe un punto de inflexión que debería considerarse (Cuadro 2.5).

Cuadro 2. 5. Ajuste estadístico simultaneo compatible volumen-ahusamiento para el modelo Fang *et al.* (2000) con las base Zacualtipán, Hgo. (Bosque Manejado), y Zacualpan, Ver. (Plantaciones Forestales Comerciales). Las cuales cuentan con tratamiento intensivo.

Modelo	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr >  t	Estadísticos del ajuste		
						RMSE	R <sup>2</sup> adj	Ecu.
Fang <i>et al.</i> (2000)	$\alpha_0$	0.00003	1.04x10 <sup>-6</sup>	31.54	<0.0001			
	$\alpha_1$	1.67321	0.00685	244.39	<0.0001			
	$\alpha_2$	1.36724	0.01510	90.46	<0.0001	0.0769	0.9814	v <sub>a</sub>
	$\beta_1$	5.64E-07	1.18x10 <sup>-7</sup>	4.78	<0.0001	11.77		Resid.v <sub>a</sub>
	$\beta_2$	0.00002	3.59x10 <sup>-7</sup>	42.46	<0.0001	1.5023	0.9817	d <sub>i</sub>
	$\beta_3$	0.00004	1.55x10 <sup>-7</sup>	242.74	<0.0001			
	p <sub>1</sub>	0.00283	0.00061	4.66	<0.0001			
	p <sub>2</sub>	0.11946	0.00358	33.35	<0.0001			

REMC: raíz del error medio cuadrático. R<sup>2</sup>adj: coeficiente de determinación. Ecu: ecuación. V<sub>a</sub>: volumen comercial. Resid. V<sub>a</sub>: regresión primer orden para el volumen comercial. d<sub>i</sub>: ahusamiento.

Es interesante notar que cuando se combinan ambas bases, la sección de fuste por arriba del p<sub>2</sub>, (la punta) se asemeja a un paraboloides (k<sub>2</sub> = 0.4838). Considerando que para rodales intensamente cultivados es suficiente asumir un punto único de inflexión para modelar el ahusamiento (Zhang *et al.*, 2002), se adaptó el modelo de Fang *et al.* (2000) para detectar un punto único de inflexión y en consecuencia solo dos segmentos en el fuste. Para ello se definió el modelo siguiente:

$$d_i = \left( H^{\frac{k-\beta_2}{\beta_2}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} a_1^{I_1} \right)^{1/2} \quad a_1 = (1-p_1)^{\frac{(\beta_2-\beta_1)k}{\beta_1\beta_2}} \quad \beta = \beta_1^{1-I_1} \beta_2^{I_1}$$

$$r_0 = (1-hb/H)^{\frac{k}{\beta_2}} \quad r_1 = (1-p_1)^{\frac{k}{\beta_1}}$$

donde I<sub>1</sub> = 1 si p<sub>1</sub> ≤ q ≤ 1; de lo contrario 0

$$c_1 = \left( \frac{\alpha_0 D n^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1 (r_0 - r_1) + \beta_2 \alpha_1 r_1} \right)^{1/2}$$

$$V_a = c_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[ \beta_1 r_0 + I_1 \times (\beta_2 - \beta_1) r_1 - \beta (1 - q)^{\frac{k}{\beta}} a_1^{I_1} \right]$$

Rescribiendo los parámetros  $\alpha_i$  y  $\beta_i$ , para diferenciar entre regiones, se tiene:

$$\alpha_i = \alpha_i + \alpha_z T \qquad \beta_i = \beta_i + \beta_z T$$

Donde T es una variable indicadora igual a 1 para la base PFC, 0 de otra forma, las demás variables ya han sido definidas.

El ajuste del modelo de Fang *et al.* (2000) con un solo punto de inflexión se presenta en el Cuadro 2.6. Solo se presentan los parámetros que fueron estadísticamente diferentes de cero.

Cuadro 2. 6. Parámetros de ajuste estadísticos de volumen-ahusamiento para *Pinus patula* con el modelo de Fang *et al.* (2000) para un punto de inflexión, mediante variables alométricas, considerando las bases de Zacualtipán, Hgo. (Bosque Manejado), y Zacualpan, Ver. (Plantaciones Forestales Comerciales); diferenciando entre parámetros de volumen total y forma de los segmentos.

Modelo	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr >  t	Estadísticos del ajuste		
						RMSE	R <sup>2</sup> adj	Ecu
	$\alpha_{02}$	0.00002	7.89x10 <sup>-7</sup>	25.63	<0.0001			
	$\alpha_{03}$	0.00003	5.28x10 <sup>-6</sup>	5.03	<0.0001			
	$\alpha_{12}$	1.67389	0.0077	217.4	<0.0001			
Fang <i>et al.</i> (2000)	$\alpha_{22}$	1.35911	0.0175	77.49	<0.0001	0.076	0.9817	v <sub>a</sub>
	$\alpha_{23}$	-0.20457	0.0402	-5.08	<0.0001	1.838	0.9726	d <sub>i</sub>
	$\beta_{12}$	7.87E-06	1.11x10 <sup>-7</sup>	70.65	<0.0001			
	$\beta_{13}$	5.76E-06	5.53x10 <sup>-7</sup>	10.42	<0.0001			
	$\beta_{22}$	0.00004	1.51x10 <sup>-7</sup>	259.9	<0.0001			
	$\beta_{23}$	-0.00001	3.52x10 <sup>-7</sup>	31.38	<0.0001			
	p <sub>12</sub>	0.08489	0.00148	57.48	<0.0001			

REMC: raíz del error cuadrático. R<sup>2</sup>adj: coeficiente de determinación ajustado. Ecu: ecuación.

A partir de modelos que explícitamente usan un solo punto de inflexión, como el modelo de Zhang *et al.* (2002) (Cuadro 2.7) es posible ver que el punto de inflexión ocurre casi a la misma altura (8.48%, vs. 11.98 %). Usando el modelo de Parresol *et al.* (1987) no se logró ajustar de manera adecuada a los datos, y no se consiguió el ajuste simultaneo para ambos modelos de ahusamiento-volumen.



Cuadro 2. 7. Parámetros de ajuste estadístico correspondientes a las bases de Zacualtipán, Hgo. (Bosque Manejado), y Zacualpan, Ver. (Plantaciones Comerciales Forestales) simultaneas, con modelos que ajustan solo un punto de inflexión para *Pinus patula*.

Modelo	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor T	Aprox Pr >  t	Estadísticos del ajuste		
						RMSE	R <sup>2</sup> adj	Ecu
Zhang <i>et al.</i> (2002)	b <sub>1</sub>	0.06631	0.00064	103.31	<0.0001			
	b <sub>2</sub>	0.18591	0.00109	170.30	<0.0001	2.388	0.9539	d <sub>i</sub>
	p	0.11990	0.00232	51.70	<0.0001			
Parresol <i>et al.</i> (1987)	b <sub>1</sub>	3.26561	0.05520	59.18	<0.0001			
	b <sub>2</sub>	-3.07906	0.08890	-34.65	<0.0001			
	b <sub>3</sub>	-161.890	33.1686	-4.88	<0.0001	2.556	0.9472	d <sub>i</sub>
	b <sub>4</sub>	72.5070	12.7655	5.68	<0.0001			
	P <sub>1</sub>	0.74425	411359	0	1			

REMC: raíz del error medio cuadrático. R<sup>2</sup>adj: coeficiente de determinación. Ecu: Ecuación; d<sub>i</sub>: ahusamiento.

Una manera para mejorar la interpretación de las propiedades estadísticas del modelo es corrigiendo por autocorrelación y heterocedasticidad (Pompa *et al.*, 2009). En este trabajo se decidió no realizar tales correcciones ya que se ha encontrado que el ajuste de los parámetros con presencia de autocorrelación de manera práctica no difiere grandemente respecto a la predicción del ahusamiento y el volumen comercial. Diéguez *et al.* (2006) corrigen este problema usando, en los errores, una estructura autoregresiva de segundo orden, encontrando que los valores absolutos de los parámetros no difieren de manera notable al ajuste sin corrección por autocorrelación. A pesar de lo anterior, se intentó corregir el modelo de Fang *et al.* (2000) en un segundo orden, pero se perdió ajuste. Por otro lado, el modelo de Zhang *et al.* (2002) también perdió ajuste al intentar corregir la autocorrelación y solo se corrigió la heterocedasticidad, sin mayor relevancia en los valores del ajuste.

Con base en los resultados discutidos, el sistema segmentado de Fang *et al.* (2000) tiene una importante ventaja comparativa con respecto al segundo sistema. Es consistente en la estimación de volumen comercial y ahusamiento a lo largo del fuste de cada árbol, además de presentar alta significancia en los valores estimados y es un modelo más flexible comparado con el de Zhang *et*

*al.* (2002). Aunque Fang *et al.*(2000) y Zhang *et al.* (2002) modelos ajustaron bien a los datos, ajusto mejor el Fang *et al.* (2000) primero, debido a que los datos de las PFC son de pequeña edades y, por lo tanto, no muestran del todo su potencial de crecimiento; además de que permite analizar los tipos dendrométricos. Lo anterior sugiere que para llegar a resultados más concluyentes es necesario actualizar la base de datos obtenida incluyendo árboles de mayor edad y talla.

## 2.6. Conclusiones

Ambos modelos se ajustan de manera altamente significativa; en promedio, a 10 % de la altura total del árbol ocurre el punto de inflexión. Al ser el de Fang *et al.* (2000) un modelo más flexible, con el que se puede analizar uno o dos puntos de inflexión, además de los tipos dendrométricos se comprueba la hipótesis de Zhang *et al.* (2002), quienes mencionan que para rodales manejados intensamente bastará estimar solo un punto de inflexión. Como se comprobó con el modelo de Fang *et al.* (2000), el primer punto de inflexión es casi imperceptible ya que se da prácticamente al nivel del tocón. El modelo de Parresol *et al.* (1987) no ajusto significativamente, por lo que se descartó de análisis posteriores.

La ubicación del punto de inflexión sobre el fuste es importante, ya que refleja la silvicultura que se aplica a la masa forestal y cómo ésta afecta el factor de forma de los troncos, así como el volumen, la calidad y el tipo de productos a obtener. De ahí la necesidad de este tipos de estudios, para ver las deficiencias que aún existen en nuestros bosques e ir corrigiéndolas.

Se espera que las plantaciones en Zacualpan, Veracruz, lleguen a tener rendimientos maderables semejantes que en Zacualtipán, Hgo, si se ponen en práctica los tratamientos silvícolas correspondientes (los cuales ya fueron mencionados), llevando a cabo un buen manejo silvícola. Esto basado en los puntos de inflexión los cuales en promedio son muy parecidos.

Es necesario hacer anualmente en la zona de Zacualpan, Ver. el monitoreo de los sitios permanentes para tener una precisión más confiable y cuántica del crecimiento del arbolado y así poder alimentar la base de datos, la cual hasta el momento contiene datos de árboles de edades relativamente pequeños comparados con los de Zacualtipán, Hgo., con ello, se tendría mayor certeza de lo que aquí se concluyó acerca del volumen, ahusamiento y la forma del arbolado,

considerando que entre mejor manejen las plantaciones en esa zona, estos, los pobladores de la región que se dediquen a sus plantaciones se verán favorecidos.

Es necesario con los datos hasta el momento obtenidos, realizar estudios posteriores sobre clasificación de tierra y un Sistema de Crecimiento y Rendimiento Maderable (SCRM), para tener un panorama del potencial maderable de la región.

## 2.7. Literatura Citada

- Aguirre C., O. A. 1996. Manejo Forestal. Universidad Autónoma de Nuevo León. Facultad de Ciencias Forestales. Linares, Nuevo León, México. pp:15-28.
- Bailey, R. L. 1995. Upper-stem volumes from stem-analysis data: An overlapping bolts method. *Can. J. For. Res.* 25: 170-173.
- Castedo, F. y G. Álvarez J. 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don, en Galicia basado, en una función de perfil del tronco. *Invest. Agrar.: Recur. For.* 9: 253- 268.
- Castellanos-Bolaños, J. F., E. J. Treviño G., O. A. Aguirre C., J. Jiménez P., M. Musalem S. , y R. López A. 2008. Estructura de bosques de pino patula bajo manejo en Ixtlán de Juárez, Oaxaca, México. *Madera y Bosques* 14: 51-63.
- Corral R., J. J., M. Barrio A., A. O. Aguirre C. and U. Diéguez A. 2007. Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volume for major pine species in El Salto, Durango (México). *Forestry* 80: 29-40.
- Cruz C., F., H. M. De los Santos P. y J. R. Valdez L. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42: 473-485.
- Cruz L., I. A., J. R. Valdez L., G. Ángeles P. y H. M. de los Santos P. 2010. Modelación espacial de área basal y volumen de madera en bosques manejados de *Pinus patula* y *P. teocote* en el ejido Atopixco, Hidalgo. *Madera y Bosques* 16: 75-97.
- Daniel, T. W., J. A. Hellms, y F. S. Baker. 1982. Principios de Silvicultura. R. Elizondo M. (trad). McGraw-Hill. México. 420 p.

- Diéguez A., U., F. Castedo D., J. G. Álvarez G., y A. Rojo. 2006. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Can. J. For. Res.* 36: 1190-1205.
- Diéguez A., U., M. Barrio A., F. Castedo D. y M. Balboa M. 2003. Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Invest. Agrar.: Recur. For. For.* 12: 131-139.
- Fang, Z., B. E. Bordes, and R. L. Bailey. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46: 1-12.
- FAO (Food and Agricultural Organization). 2005. Situación de los bosques del mundo. Base de datos en CD. Roma Italia.
- Finegan, B., M. Camacho y N. Zamora. 1999. Diameter increment patterns among 106 tree species in a logged and silviculturally-treated Costa Rica rain forest. *For. Ecol. Manage.* 121: 159-176.
- Gujarati, N. D. 2004. *Econometría*. 4a. ed. McGraw-Hill Interamericana. México. 972 p.
- Harold, D. y J. Hocker. 1984. *Introducción a la Biología Forestal*. F. A. Bellomo L. (trad). México, D. F. 446 p.
- Kurinobu, S., P. Daryono, N. Mohanmad. and K. Matsune. 2007. A stem taper equation compatible to volume equation for *Paraserianthes falcataria* in Pare, East Java, Indonesia: its implications for the plantation management. *J. For. Res.* 12: 473–478.
- Larsen, J.B. 1995. Ecological stability of forests and sustainable silviculture. *For. Ecol. Manage.* 73: 57-96.
- Parresol, B. R., J. E. Hotvedt, and Q. V. Cao. 1987. A volume and taper prediction system for bald cypress. *Can. J. For. Res.* 17: 250–259.
- Pompa G., M., J. J. Corral R., M. A. Díaz V. y M. Martínez S. 2009. Función de ahusamiento y volumen compatible para *Pinus arizonica* Engelm. en el suroeste de Chihuahua. *Rev. Cien. For. Méx.* 34: 119-136.
- SAS Institute Inc. 2004. *SAS/STAR® 9.0 User's Guide*. SAS Institute Inc. NC.
- West P., W. 2003. *Tree and forest measurement*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Germany. 176 p.

Zhang, Y., B. E. Bordes and R. L. Bailey. 2002. Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing loblolly pine. *For.Sci.* 48: 595-607.

## CAPÍTULO III

### 3. ÍNDICE DE SITIO DE *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. EN PLANTACIONES FORESTALES COMERCIALES

#### 3.1. Resumen

*Pinus patula* es la especie nativa de clima templado más utilizada en plantaciones forestales comerciales (PFC) en México en la última década. A pesar de su importancia se carece de estudios que evalúen su capacidad productiva como PFC. Con datos medidos en PFC establecidas en Zacualpan, Veracruz con *Pinus patula*, se generaron tres bases de datos distintas para evaluar el crecimiento en altura dominante: 1). Una base de datos con 50 parcelas permanentes establecidas en el 2011 y remedidas en el 2012, 2) otra contiene datos de análisis troncal de árboles individuales y 3) Una combinación de las dos anteriores. El tener tres bases de datos de una misma variable, medidas con dos metodologías diferentes, permitió elaborar una estrategia de selección de familias de índice de sitio (IS) y realizar una validación cruzada de los modelos generados. Con los datos de análisis troncales (series de crecimiento completas) se validaron las proyecciones de las familias de IS obtenidas con los sitios de remediación (crono-secuencia con series incompletas) a partir del modelo más promisorio obtenido y viceversa, esto a fin de identificar el patrón general que mejor describe el crecimiento en altura dominante y el tipo de familia de IS. Para la selección de familias se utilizaron dos técnicas de ajuste (Mínimos cuadrados ordinarios y modelos de efectos mixtos) y dos tipos de curvas: (Curvas promedio y Modelos de valor medio esperado-familia polimórfica). Los resultados de la validación cruzada entre bases sugieren que aunque los sitios de remediciones representan una crono-secuencia incompleta, fueron más eficientes que los análisis troncales para describir el patrón de crecimiento en altura dominante en ambas bases (sitios y árboles) y que los modelos de valor medio esperado son la estructura matemática más adecuadas tanto para describir el promedio como la familia del índice de sitio.

Palabras clave: Índice de Sitio, Productividad, Modelos de efectos mixtos, *Pinus patula*, Hosffeld IV.

## **SITE INDEX FOR *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. IN COMMERCIAL FOREST PLANTATIONS**

### **3.2. Abstract**

*Pinus patula* is the native temperate species most commonly used in commercial forest plantations (PFC) in Mexico in the last decade. Despite its importance there are no studies assessing its full potential as PFC. With data from *Pinus patula* PFCs in Zacualpan, Veracruz, three different data bases to assess the dominant height growth data were generated: 1) A database from 50 permanent plots established in 2011 and re-measured in 2012, 2) Stem analyses database from 70 dominant trees and 3) a combined database combination of the two sources. All databases have the same variable measured with two different methodologies, allowing a strategy for selecting site index families (SI) based on total fit and cross-validation criteria. The data from stem analysis (complete growth series) and the families obtained with measurement sites (chronosequence with incomplete series) were fitted independently and the validated from the most promising model obtained. This in order to identify the overall pattern that best describes the growth in height and dominant. For SI selection two fitting techniques (ordinary least squares and mixed effects models) and two types of curves were used: (guide curve and expected mean value polymorphic family). The cross-validation among databases suggest that although remeasurement represent an incomplete chronosequence, the data were more efficient than the stem analysis to describe the pattern of dominant height growth in both bases (plots and trees) and expected mean value are the most suitable to describe both the average and family IS mathematical structure.

Key Word: Site index, Productivity, Mixed effects models, *Pinus patula*, Hosffeld IV.

### 3.3. Introducción

*Pinus patula* es la especie nativa de clima templado más utilizada en plantaciones forestales comerciales (PFC) en México en la última década. A pesar de su relevancia no existen análisis que refieran su desempeño productivo como PFC. La evaluación de la capacidad productiva (calidad de estación) de un terreno forestal es fundamental para la planificación del aprovechamiento de los recursos forestales ya que con frecuencia la capacidad productiva de un sitio se asocia al volumen de madera que la especie forestal es capaz de generar a lo largo de su ciclo productivo, y puede determinar el manejo silvícola de un rodal. La manera más común de calificar la calidad de estación de un rodal es a través de una expresión matemática denominada genéricamente Índice de Sitio (IS). Ésta estima la altura que lograrían los árboles dominantes o codominantes sanos a una edad determinada. La evaluación de la calidad de estación requiere de un modelo que represente no solo la relación edad-altura, sino el comportamiento de la relación altura-edad lo que permite calificar los sitios de productividad equivalente mediante los patrones de crecimiento de una familia de curvas obtenidas a partir de datos de edad y altura dominante (Cieszewski y Bailey, 2000; Torres y Magaña, 2001; Torres, 2001).

Típicamente las curvas de IS se ajustan a modelos de regresión lineal y no lineal que asumen normalidad, igualdad de varianzas e independencia de los errores (Gujarati, 2004). Tales supuestos pueden ser violados cuando se analizan datos derivados de mediciones repetidas del mismo elemento o individuo. Los modelos de efectos mixtos (MEM) permiten representar apropiadamente la estructura de varianzas-covarianzas asociadas con datos de medidas repetidas pero han sido poco utilizados en el área forestal a pesar que permiten inferencias más precisas (Gregoire *et al.*, 1995; Carrero *et al.*, 2008).

La validación de los modelos ajustados con fines dasométricos (entendida ésta como la evaluación de la capacidad de predicción de los modelos fuera del contexto de los datos usados para el ajuste) es primordial para su aceptación y uso práctico. Sin embargo, su ejecución requiere de datos adicionales (mayor costo), lo que ha propiciado la búsqueda de estrategias eficientes para ese fin. Al respecto, en una revisión de métodos de validación, Kozak y Kozak (2003) concluyeron que para evitar la pérdida de datos durante el ajuste por efecto de las validaciones parciales, se debe



usar la mayor cantidad de datos disponibles y evaluar de manera cuidadosa tanto el ajuste como las propiedades de los parámetros y el comportamiento de los modelos.

En este trabajo se utilizan tres bases de datos que evalúan la misma variable (altura dominante de árboles de *Pinus patula*), pero que se obtuvieron por métodos diferentes: sitios de dimensiones fijas con una remediación, series completas de crecimiento obtenidas a partir de análisis troncal y una combinación de los datos de remediciones y los datos de análisis troncal. Lo anterior implica que las bases no pueden considerarse “compatibles”, sin embargo, retomando las conclusiones de Kozak y Kozak (2003), se propone combinarlas bajo la premisa que todos los datos provienen de fuentes compatibles.

Este trabajo tiene dos propósitos: 1) ajustar y seleccionar los modelos que mejor describan las curvas de índice de sitio para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. en Zacualpan, Veracruz, 2) proponer una estrategia de ajuste y validación cruzada para casos que cuentan con datos provenientes de una crono-secuencia incompleta (sitios de remediación donde solo se han observado dos puntos en el tiempo pero con un amplio rango de edades y calidades de estación), datos de una serie completa pero con un rango de edades estrecho (análisis troncales) y datos combinados de remediciones y de análisis troncal.

### **3.4. Materiales y métodos**

#### **3.4.1. Región de estudio**

La información utilizada para este estudio proviene de plantaciones forestales comerciales ubicadas en el municipio de Zacualpan, Veracruz, entre los paralelos 20° 24' y 20° 37' de latitud norte y los meridianos 98° 13' y 98° 27' de longitud oeste. Los datos dasométricos fueron recabados en una gradiente altitudinal que va desde los 1500 hasta los 2700 m. El clima es templado-húmedo con una temperatura media anual de 18 °C. La precipitación media anual es de 1900 mm y el tipo de suelo predominante es feozem (SEFIPLAN, 2013).

### 3.4.2. Base de datos

Se obtuvieron datos para la conformación de tres bases distintas, la primera de ellas registra datos medidos en sitios de remediación, la segunda contiene datos obtenidos a través del método destructivo de análisis troncal por árbol individual y la tercera consiste en una combinación de las dos bases de datos anteriores.

Base 1 (Cronosecuencia series incompletas). Debido a la falta de información en cuanto a la productividad y ritmo de crecimiento de las PFC en Zacualpan, Veracruz, se estableció una red de sitios de monitoreo para la región. Los datos se obtuvieron en una red de 50 sitios de remediación establecida bajo un sistema de muestreo estratificado por años de plantación. El registro dasométrico se realizó en parcelas rectangulares de 400 m<sup>2</sup>, cada sitio está conformado por un número de tres a cinco parcelas de edad diferente, oscilando entre 3 y 11 años. Como excepción, se cuenta con tres parcelas de edad 20 establecidas como reforestaciones en 1991. En cada parcela se midió el diámetro normal (a 1.30 m) de todos los árboles y la altura total (H) de los cinco árboles dominantes o codominantes. La totalidad de las parcelas fueron remedidas en 2012, obteniendo una base de 2528 árboles en total.

Base 2 (Análisis troncales, series completas). Los datos fueron obtenidos de 70 árboles seleccionados de manera aleatoria en las vecindades de los sitios de remediación, procurando representar todas las calidades de estación presentes en el área de estudio y las diferentes categorías de diámetro y altura. Se realizó un análisis troncal para cada árbol, registrando las siguientes variables: diámetro normal con corteza ( $D_n$ , en cm), altura total ( $H$ , en m), diámetro por sección ( $d_i$ , en cm), altura por sección ( $H_m$ , en cm), además del grosor de la corteza correspondiente (en cm). Las mediciones de cada sección se hicieron a partir del tocón y a cada metro.

Base 3 (Combinada). Resultó de la combinación de los datos de las cronosecuencias de series incompletas (base 1) y la base de las series completas (base 2) obteniendo una base final con 641 datos pares de edad-altura dominante (Figura 3.1).

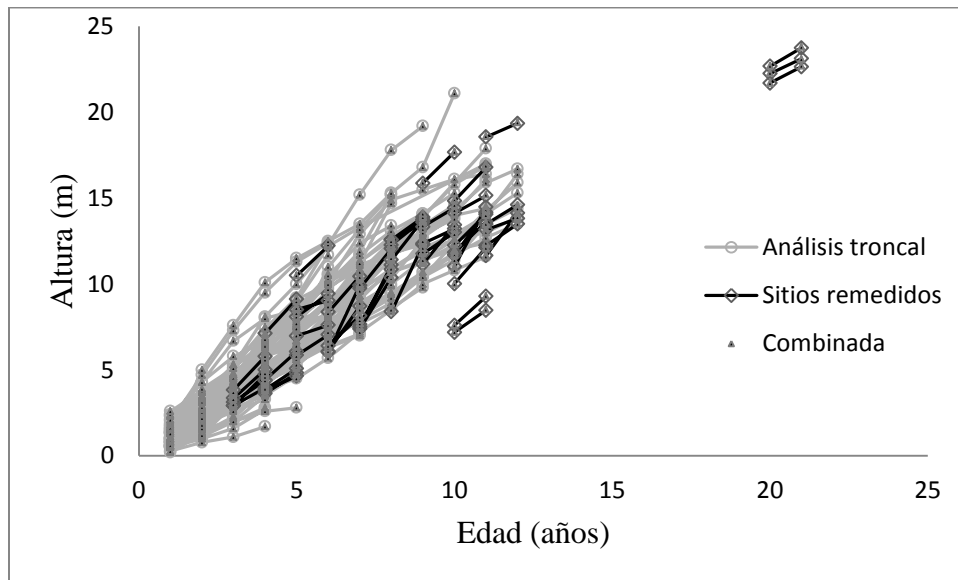


Figura 3. 1. Datos de pares de altura dominante y edad (líneas negras sitios remedidos), series de crecimiento de análisis troncales (líneas grises) y de base combinada (triángulos).

### 3.4.3. Selección de la curva guía y familia de índice de sitio

Se probaron varios modelos para estimar la altura dominante promedio de los árboles en función de la edad mediante mínimos cuadrados ordinarios no lineales. Para seleccionar el mejor modelo se consideró el valor del coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ) y la raíz del error medio cuadrático (REMC). Siendo  $R^2_{adj}$  una corrección o ajuste del coeficiente de determinación por el tamaño de la muestra, como por el número de parámetros del modelo es preferible a la  $R^2$  cuando se debe de elegir una medida del ajuste total de un modelo.

El modelo que mejor se ajustó a los datos fue el modelo de Hossfeld IV (Cieszewski, 2002), teniendo la siguiente expresión:

$$A = \alpha_0 / [1 + \exp(\alpha_1) \times E^{-\alpha_2}] \dots \dots \dots (1)$$

donde:  $A$  es la altura dominante en metros,  $E$  es la edad en años y  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$  es el vector de parámetros a estimar. El modelo con dicha estructura matemática se puede transformar en un modelo de IS el cual representa una igual matemática de forma  $A_p = g(E_l, E_p, A_l; p)$  donde  $A_p$  es la altura dominante a la edad  $E_p$ , a partir de la condición inicial de altura dominante  $A_l$  a una edad  $E_l$ ;  $p$  es el vector de parámetros; y  $g(.)$  es la función que caracteriza a la familias de IS. Cualquier estructura de este tipo representa una hipótesis específica sobre el patrón de crecimiento en altura

dominante y refleja la productividad total del sitio forestal. El modelo permite no sólo estimar el crecimiento en altura dominante sino también caracterizar el sitio con su correspondiente IS cuando  $A_p=IS$  y  $E_p= E_b$ , donde  $E_b$  es la edad de referencia. Para obtener un modelo de la forma anterior se parte de un modelo promedio de forma  $A= f(E; p)$  donde  $A$  es la altura promedio a la edad  $E$  caracterizada por la función de crecimiento promedio  $f(.)$  y el vector de parámetros  $p$ . A partir de dicha modelo promedio se puede obtener un modelo de diferencia algebraica (DA).

Posteriormente se generó una estructura de datos no traslapados para ajustar las diferentes familias del modelo Hossfeld IV generadas mediante el método de diferencia algebraica (DA). La familia polimórfica I derivada a partir de  $\alpha_1$  resultó mejor evaluada; su estructura es:

$$A_2 = \alpha_0 / \left\{ 1 + \left[ \left( \frac{\alpha_0}{A_1} - 1 \right) \times \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^{\alpha_2} \right] \right\} \dots\dots\dots (2)$$

donde:  $A_1$  es la altura dominante inicial (m) a la edad  $E_1$  (años),  $A_2$  es la altura dominante a la edad  $E_2$  y  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_2)$  es el vector de parámetros globales a estimar mediante MCO.

Esta familia de curvas de IS es atractiva ya que puede adoptar muchas formas, pudiendo asemejar familias anamórficas o familias de diferencia algebraica generalizada, donde se tienen tasas de crecimiento variable y múltiples asíntotas, pero con una estructura más sencilla.

Utilizando como variables de control a las parcelas (Base 1) y a los árboles (Base 2) es posible ajustar esta misma familia polimórfica como un modelo de efectos mixtos (MEM), lo que permite aislar el efecto de la unidad experimental (Árbol o Parcela) y generar un modelo que puede usarse tanto para estimar el IS como el ajuste promedio. La estructura para un MEM usando la ecuación 2 es:

$$A_{ij} = \frac{\alpha_0}{\left\{ 1 + \left[ \left( \frac{\alpha_0}{A_0 + b_i} - 1 \right) \times \left( \frac{E_{ij}}{E_p} \right)^{\alpha_2} \right] \right\}} + e_{ij} \dots\dots\dots (3)$$

$$e_{ij} \sim N(0, \sigma^2), b_i \sim N(0, \varphi)$$

donde:  $A_{ij}$  es la altura dominante a la i-ésima unidad experimental (árbol/parcela) a la i-ésima edad  $E_{ij}$  (años),  $A_0$  es la altura dominante de referencia estimada como un parámetro a la edad de referencia  $E_p$ ;  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_2)$  es el vector de parámetros globales a estimar y  $\sigma^2$  y  $\varphi$  son los parámetros aleatorios que definen al modelo siendo el último la variabilidad de los parámetros

específicos (heterogeneidad de las unidades experimentales) que caracterizan el ajuste del modelo (Jerez-Rico *et al.*, 2011).

Cuando al modelo 3 se le omite el efecto aleatorio debido a la unidad experimental, este modelo se ajusta entonces como un modelo de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) pero bajo una estructura de modelo de valor medio esperado (Ratkowskvi, 1990) equivalente a usar una curva guía (modelo 1) pero que deberá ser mucho más estable en el ajuste. El desempeño de los modelos ajustados mediante MCO y MEM se evaluó utilizando el software R (Development Core Team, 2008).

Las pruebas de bondad de ajuste usadas en el caso de los MEM fueron el logaritmo de verosimilitud (logLik), el criterio de información de Akaike (AIC), el criterio bayesiano de información (BIC) y la razón de verosimilitud. Tanto AIC como BIC permiten compensar las diferencias en los grados de libertad sugeridas de la especificación de modelos con diferente estructura (De los Santos-Posadas *et al.*, 2006); a menor valor de estos criterios mejor es el ajuste.

Posteriormente se efectuó una validación cruzada de los modelos con los resultados obtenidos por la mejor técnica de ajuste (MCO o MEM) para identificar el patrón general que mejor describe el crecimiento en altura dominante bajo la estructura polimórfica de Hossfeld.

### 3.5. Criterio de Validación

El modelo Hossfeld IV, en su familia de curvas polimórfico I, fue validado mediante una modificación al procedimiento descrito por Gómez-Tejero *et al.* (2009). En términos generales el proceso consiste en ajustar el modelo a través de MCO y seleccionar la familia de curvas de IS que mejor describa el crecimiento de la especie a través de un esquema de validación cruzada, lo cual permite evaluar la capacidad del modelo para predecir la altura dominante mediante el uso de datos de sitios de remediación procedentes de las parcelas tomados en el 2012 (50 pares de datos), los obtenidos por árbol individual por análisis troncal (472 pares de datos), y los obtenidos combinando los anteriores (641 datos). Se calcularon dos indicadores de predictibilidad de los modelos, el sesgo promedio y el factor de ajuste de la siguiente manera:

El sesgo medio ( $B_{PROM}$ ):

$$B_{PROM} = \frac{\sum_{j=1}^K [A_j(E_R) - \hat{A}_j(A_0, E_0, E_R)]^2}{K - p}$$

donde:  $A_j(E_R)$  es la altura dominante medida en el  $j$ -ésimo sitio a la edad de remedición  $E_R$ ;  $\hat{A}_j(A_0, E_0, E_R)$  es la altura proyectada/retraída en el  $j$ -ésimo sitio tomado como referencia a la primera medición definida por  $A_0$  y  $E_0$ ;  $K$  es el número total de parcelas con remediciones,  $p$  es el número total de parámetros estimados estadísticamente en el modelo.

El factor de ajuste ( $FA$ ) se define como:

$$FA = 1 - \frac{\sum_{j=1}^K [A_j(E_R) - \hat{A}_j(A_0, E_0, E_R)]^2}{\sum_{j=1}^K [A_j(E_R) - \bar{A}_j(E_R)]^2}$$

donde:  $\bar{A}_j(E_R)$  es la media de las alturas dominantes a la edad de remedición  $E_R$ . Las demás variables ya fueron definidas.

Para ambos criterios se realizaron predicciones (la estimación de la altura futura con base en las condiciones iniciales) y retracciones (la estimación de la altura previa basada en la medición más reciente).

### 3.6. Resultados y Discusión

#### 3.6.1. Ajuste de curva guía y diferencia algebraica

El ajuste de los datos al modelo promedio Hossfeld IV es apropiado (Cuadro 3.1); es aún mejor para la estructura de DA (Cuadro 2), teniendo resultados atractivos. Por ejemplo, la asíntota ( $\alpha_0$ ) en el ajuste mediante MCO del modelo promedio es mayor en los sitios de remedición (47.7 m, Cuadro 3.1), pero al ajustar los pares de datos de DA estos resultados se invierten (Cuadro 3.2) y los análisis troncales sugieren un mayor techo (asíntota) de 51 m.

Cuadro 3. 1. Parámetros de ajuste estadístico para altura dominante del modelo promedio Hossfeld IV con mínimos cuadrados ordinarios (MCO), para las bases: 1) sitios con remediación, 2) análisis troncal y 3) base combinada

Modelo	Base	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox. Pr >  t	Estadísticos de ajuste	
							RMSE	R <sup>2</sup> adj
Hossfeld IV MCO	1	$\alpha_0$	47.70362	16.568	2.88	0.0049		
		$\alpha_1$	3.801712	0.1723	22.07	<.0001	1.986	0.836
		$\alpha_2$	1.220745	0.1803	6.77	<.0001		
	2	$\alpha_0$	30.8037	4.6867	6.57	<.0001		
		$\alpha_1$	3.450095	0.0943	36.6	<.0001	1.518	0.8797
		$\alpha_2$	1.404042	0.0878	16	<.0001		
	3	$\alpha_0$	36.67808	3.9291	9.34	<.0001		
		$\alpha_1$	3.531422	0.0719	49.09	<.0001	1.615	0.8822
		$\alpha_2$	1.301303	0.0577	22.57	<.0001		

RMSE: raíz del error medio cuadrático; R<sup>2</sup>adj: coeficiente de determinación ajustado

Cuadro 3. 2. Parámetros de ajuste estadístico para altura dominante del modelo polimórfico I derivado de Hossfeld IV, para las bases: 1) sitios con remediación, 2) análisis troncal y 3) base combinada.

Modelo	Base	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox. Pr >  t	Estadísticos de ajuste	
							RMSE	R <sup>2</sup> adj
Hossfeld IV DA Polimórfico I	1	$\alpha_0$	36.02241	11.1	3.25	0.0021		
		$\alpha_2$	-1.82068	0.2568	-7.09	<.0001	0.962	0.9596
	2	$\alpha_0$	51.0277	8.2088	6.22	<.0001		
		$\alpha_2$	-1.17404	0.0371	-31.7	<.0001	0.678	0.9725
	3	$\alpha_0$	55.73654	9.7633	5.71	<.0001		
		$\alpha_2$	-1.1826	0.0381	31.06	<.0001	0.7238	0.9722

RMSE: raíz del error medio cuadrático; R<sup>2</sup>adj: coeficiente de determinación ajustado

Para la base combinada (base 3) en el modelo promedio el comportamiento de la asíntota parece reflejar un compromiso entre el valor más optimista (47.7 m) y el más conservador (30.8 m) y de manera similar esto se da para el resto de los parámetros. Sin embargo, para en el modelo polimórfico derivado de Hossfeld IV mediante DA la combinación de datos hace que el ajuste produzca el valor más alto estimado para la asíntota, en este caso de 55.7 m pero con una curvatura más ligera entre curvas de IS (Figura 3.2, c-1) que asemejan a familias anamórficas.

No obstante habría que mencionar que la base de análisis troncales hubiera requerido al menos tres árboles analizados de esta forma en la edad 20 a fin de hacer una conclusión más objetiva, siendo que estos datos en el extremo permiten asegurar mejor el ajuste.



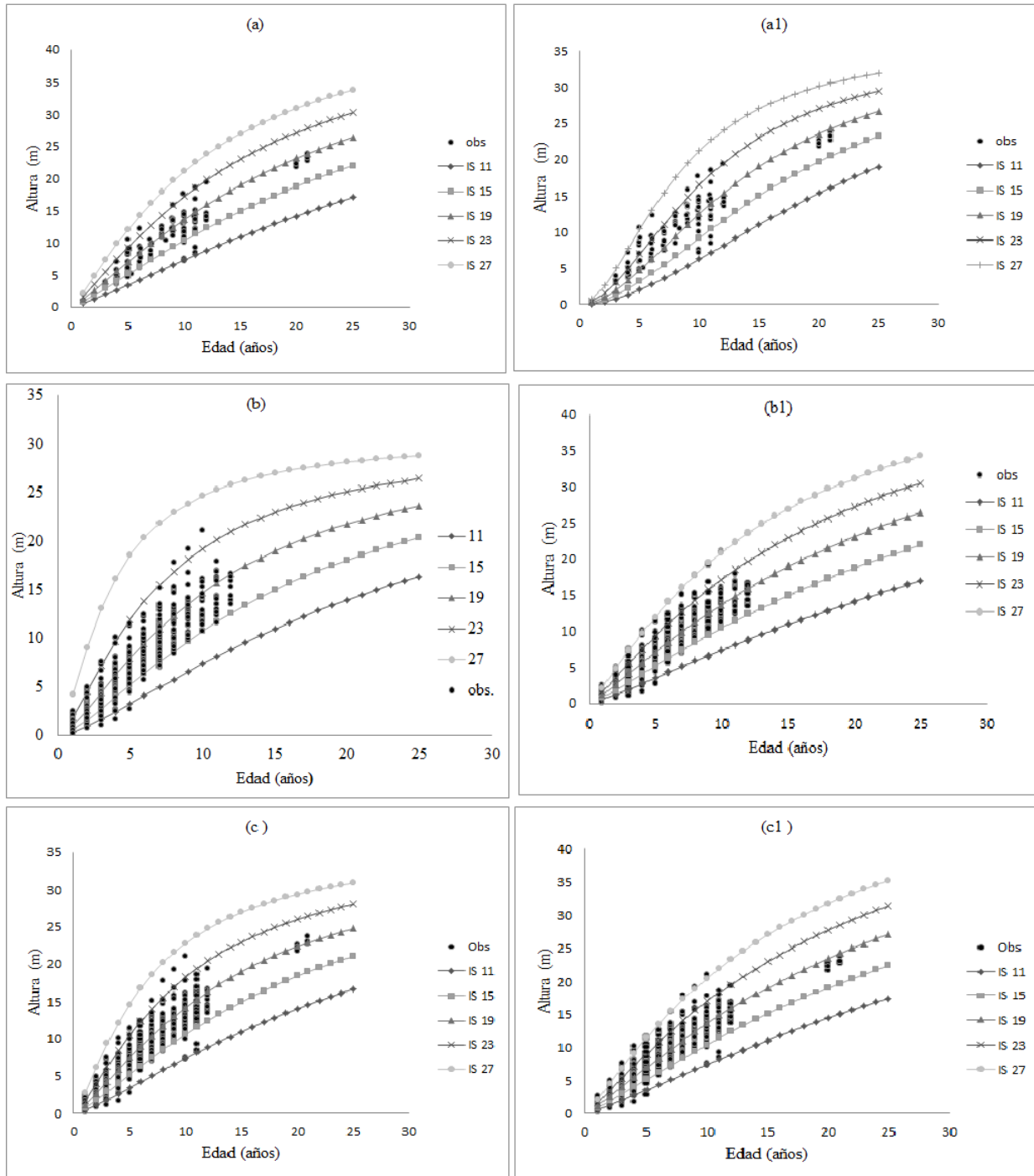


Figura 3. 2. Familias de curvas polimórficas para curva guía: (a) para base 1 (remedición), (b) para base 2 (análisis troncal) y (c) base 3 (combinada). Curvas de IS generadas mediante DA son: (a1) para base 1, (b1) para base 2 y (c1) para la base 3.

Considerando un IS promedio (IS 19), la altura que podrían alcanzar los árboles a la edad de 10 años es alrededor de los 13 m (Figura 3.2 elaborada considerando una edad base de 15 años), lo que significa que los árboles estarían creciendo a un IMA de 1.3 m/año; mientras que en IS más pobres para la misma edad (10 años) los árboles estarían creciendo menos de 1 m por año. En sitios ricos los árboles alcanzarían alturas de entre 17 y 19 m a los 10 años.

### 3.7. Modelos de Efectos Mixtos

Para poder realizar comparaciones estadísticamente validas mediante una prueba de razón de verosimilitud es necesario que los modelos tengan la misma estructura de efectos fijos. Para lograr tal estandarización se decidió ajustar el modelo (3) bajo MCO (sin parámetros aleatorios que controlen el efecto de la unidad experimental).

Como se puede apreciar en los Cuadros 3.3 y 3.4, el valor estimado de la altura dominante de referencia es 18 m, lo que corresponde a la altura estimada a una edad base de 15 años. En el caso de los parámetros  $\alpha_0$  y  $\alpha_2$ , los resultados de los parámetros estimados y sus errores estándar son iguales a los estadísticos obtenidos en el ajuste de la curva guía mediante MCO (Cuadro 3.1). Este resultado es bastante interesante pues ambas estructuras son matemáticamente diferentes pero arrojan resultados congruentes en los parámetros que son relevantes para el tipo de familias propuesto.

Cuadro 3. 3. Ajuste del modelo polimórfico I Hossfeld IV para las bases 1) Remedición, 2) Análisis Troncal y 3) Base combinada; en software R bajo mínimos cuadrados no lineales por sus siglas en inglés (NLS).

Base	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox. Pr >  t	RSE	GL
1	A <sub>0</sub>	18.0564	0.4031	44.79	<2e-16 ***	1.986	97
	α <sub>2</sub>	1.2207	0.1803	6.769	9.91e-10 ***		
	α <sub>0</sub>	47.7035	16.5681	2.879	0.00491 **		
2	A <sub>0</sub>	18.0874	0.5684	31.81	<2e-16 ***	1.518	538
	α <sub>2</sub>	1.4043	0.0877	15.99	<2e-16 ***		
	α <sub>0</sub>	30.7991	4.6833	6.57	1.14E-10***		
3	A <sub>0</sub>	18.2708	0.2759	66.21	<2e-16 ***	1.616	638
	α <sub>2</sub>	1.3013	0.0576	22.57	<2e-16 ***		
	α <sub>0</sub>	36.6757	3.9284	9.33	<2e-16 ***		

RSE residuo estándar del error, GL los grados de libertad

Cuadro 3. 4. Ajuste del modelo polimórfico I Hossfeld IV para las bases 1) Remedición, 2) Análisis Troncal y 3) Base combinada; en software R bajo el estimador máxima verosimilitud (ML) .

Base	Parámetro	Estimación	Error estándar	DF	Valor t	Aprox. Pr >  t	Efectos Aleatorios φ	RSE
1	A <sub>0</sub>	18.7786	0.4440	48	42.285	<2e-16	1.808	0.6645
	α <sub>2</sub>	2.2677	0.1879	48	12.0628	<2e-16		
	α <sub>0</sub>	24.2106	1.1492	48	21.0663	<2e-16		
2	A <sub>0</sub>	18.5138	0.3972	469	46.5997	<2e-16	2.5042	0.6716
	α <sub>2</sub>	1.3828	0.0344	469	40.1447	<2e-16		
	α <sub>0</sub>	34.8656	2.3562	469	14.7972	<2e-16		
3	A <sub>0</sub>	17.9821	0.2817	519	63.8312	<2e-16	2.2399	0.6841
	α <sub>2</sub>	1.4378	0.0329	519	43.6172	<2e-16		
	α <sub>0</sub>	31.6567	1.6477	519	19.2124	<2e-16		

φ. es la desviación estándar de efecto aleatorio y RSE residuo estándar del error.

En el ajuste bajo MEM (Cuadro 3.4) se aprecia que se gana eficiencia, comparado con los errores estándar de los parámetros globales ( $\alpha_0$  y  $\alpha_2$ ) que son menores que bajo el enfoque de MCO, para las tres bases.

La prueba de razón de verosimilitudes para las tres bases de datos sugiere que la inclusión del parámetro aleatorio mejora estadísticamente el ajuste del modelo (Cuadro 3.5).

Cuadro 3. 5. Criterios de bondad de ajuste del modelo de DA de Hossfeld IV para mínimos cuadrados ordinarios (NLS) y máxima verosimilitud (ML) en la bases 1) remediciones, 2) análisis troncal y 3) combinada

BASE	Modelo	AIC	BIC	logLik	Razón de Verosimilitudes Valor de P
1	ML	367.989	381.015	-178.99	<.0001
	NLS	425.9717	436.392	-208.98	
2	ML	1358.085	1379.55	-674.04	<.0001
	NLS	1992.001	2009.18	-992	
3	ML	1715.78	1738.095	-852.8901	<.0001
	NLS	2439.065	2456.917	-1215.53	

(AIC) Criterio de información de Akaike, (BIC) criterio bayesiano de información de Schwartz, (logLik) logaritmo de verosimilitud.

Las curvas de IS de sitio ajustadas mediante MEM y MCO y generadas con los parámetros de los cuadros 3.3 y 3.4, tienen la ventaja de ganar al menos 1 m más de altura comparado con las familias de curvas de la Figura 3.2 para el mismo IS promedio (IS 19), alcanzando los árboles a la edad de 10 años una altura por arriba de los 14 m (Figura 3.3 elaborada considerando una edad base de 15 años), lo que significa que los árboles estarían creciendo a una IMA de 1.4 m/año; mientras que en IS más pobres para la misma edad (10 años) los árboles estarían creciendo 1 m por año. En sitios ricos los árboles alcanzarían alturas de entre 20 y 22 m a los 10 años; por lo tanto la ventaja de generar las familias de curvas bajo MCO o MEM con un efecto aleatorio es que se gana eficiencia y precisión en los cálculos, comparados con un modelo promedio de curva guía y DA; lo cual es una ventaja para los dueños de las PFC; sin embargo, la aplicación de estas técnicas de

ajuste requiere de mayor experiencia en programación y un mejor entendimiento de la técnica por ser más sofisticada (Figura 3.3).

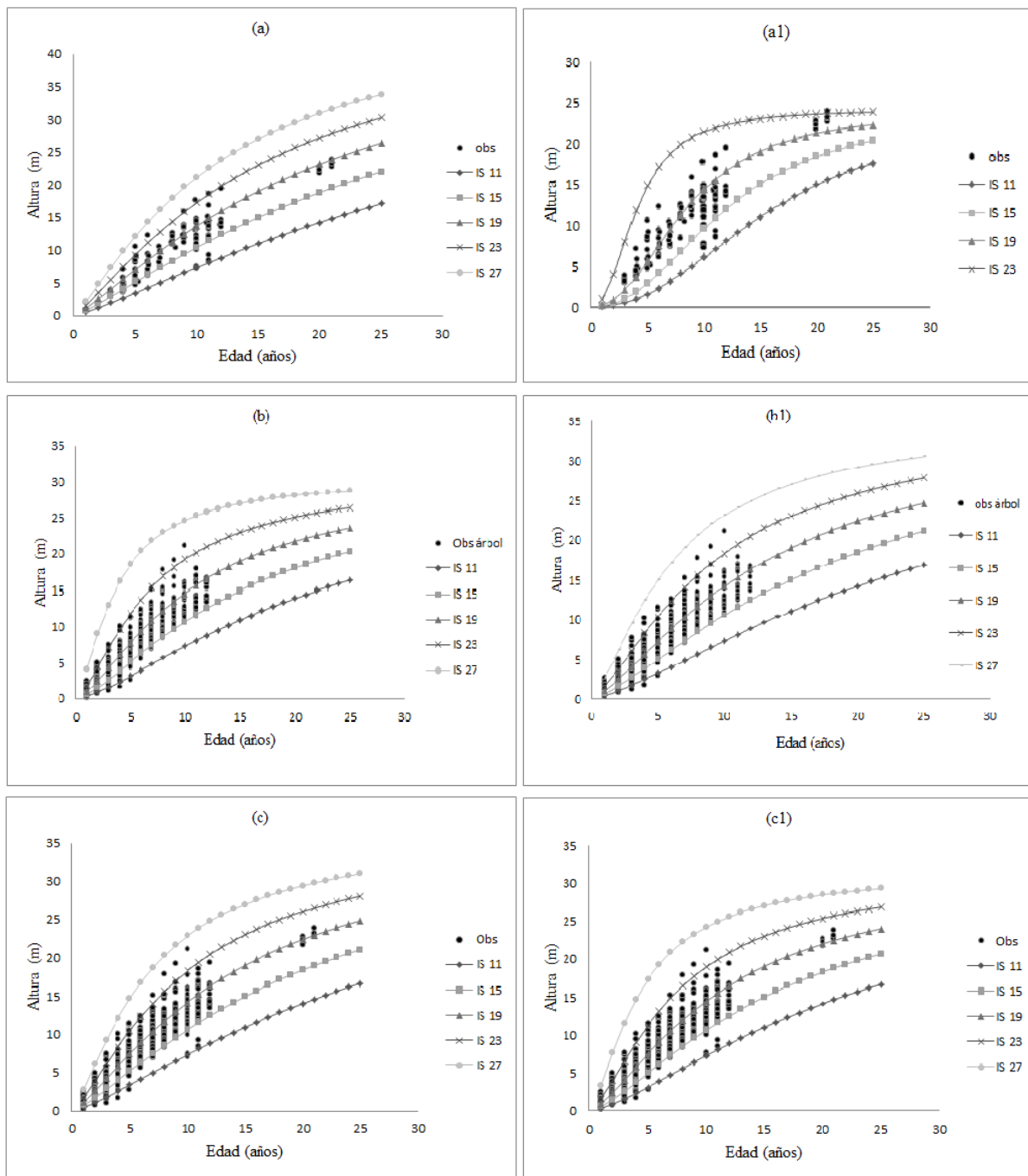


Figura 3. 3.Familias de curvas polimórficas ajustados mediante MCO para: (a) la base de sitios con remediación, (b) base de análisis troncal y (c) la base combinada. Curvas de IS generadas mediante MEM para (a1) base 1, (b1) para la base 2, y (c1) para la base 3.

El usar curvas polimórficas implica que los rodales más productivos tienen turnos técnicos en altura dominantes más cortos que los menos productivos, por lo tanto requieren de una mayor frecuencia de las intervenciones silvícolas a fin de maximizar el potencial del sitio. Para hacer comparativos los resultados de este trabajo con los de otros previamente reportados en la especie usamos en esta parte resultados obtenidos a partir del ajuste de curvas guía en la base 1 (sitios de remediación).

Mientras que para Zacualtipán, Hidalgo, Santiago-García (2013), usando sitios de remediación en una crono-secuencia en rodales repoblados naturalmente, reportan un turno técnico en altura dominante de 13 años en Zacualpan, se estima que el turno técnico en altura dominante sucede a los 8 años. Monroy-Rivera *et al.* (1997) también evaluaron el crecimiento en altura en base a datos de análisis troncales en Huayacocotla, Veracruz y reportaron un turno técnico de 15 años. Para la base de Zacualpan (base 2, curva guía) el turno técnico se estima a los 11 años. Valdría la pena señalar que estos turnos acelerados del crecimiento en altura permiten advertir que también el turno técnico en volumen sucederá a edades más tempranas.

Para los IS definidos en las gráficas previas es interesante ver que el IS de 27 tiene un turno técnico en alturas dominante de 4 años (base 1, curva guía) o de 2 años (base 2, curva guía). El IS más pobre (11 m) sugiere en ambas bases un turno técnico a la edad de 12 años.

La ganancia por ajustar los modelos bajo el enfoque de MEM puede apreciarse al observar el comportamiento de los residuales estandarizados contra los predichos (Cuadro 3.6, Figura 3.4), principalmente los que corresponden a la base de parcelas remedidas (base 1), en donde además de tener una distribución que tiende a ser aleatoria alrededor de cero, la escala de dispersión es menor comparativamente y la inclusión del efecto aleatorio ayuda a contrarrestar la heterocedasticidad en la estructura de las bases; aunque hay una ligera falta de ajuste en la base 2. Es en este sentido que Fang y Bailey (2001) indican que mediante el enfoque de MEM es posible mejorar las características de los parámetros al compensar por el efecto de variables tomadas en una misma unidad experimental, agregan la correlación contemporánea y ayudan a reducir considerablemente el error estándar de los parámetros del modelos. En la base 3 se mantiene un promedio de los errores estándar ajustados para la base 1 y 2.

Cuadro 3. 6. Estadísticos de la variable medida (altura) en la muestra de árboles trabajado bajo MEM para el modelo DA de Hossfeld IV.

Base	Min	Q1	Med	Q3	Max
1	-1.859058	-0.4265	-0.070753	0.534	1.627
2	-3.121103	-0.5150	-0.006744	0.5102	3.842
3	-3.034671	-0.4656	-0.011814	0.4923	3.924

(1) corresponde a la base de remediciones, (2) a la de análisis troncal, y (3) base combinada

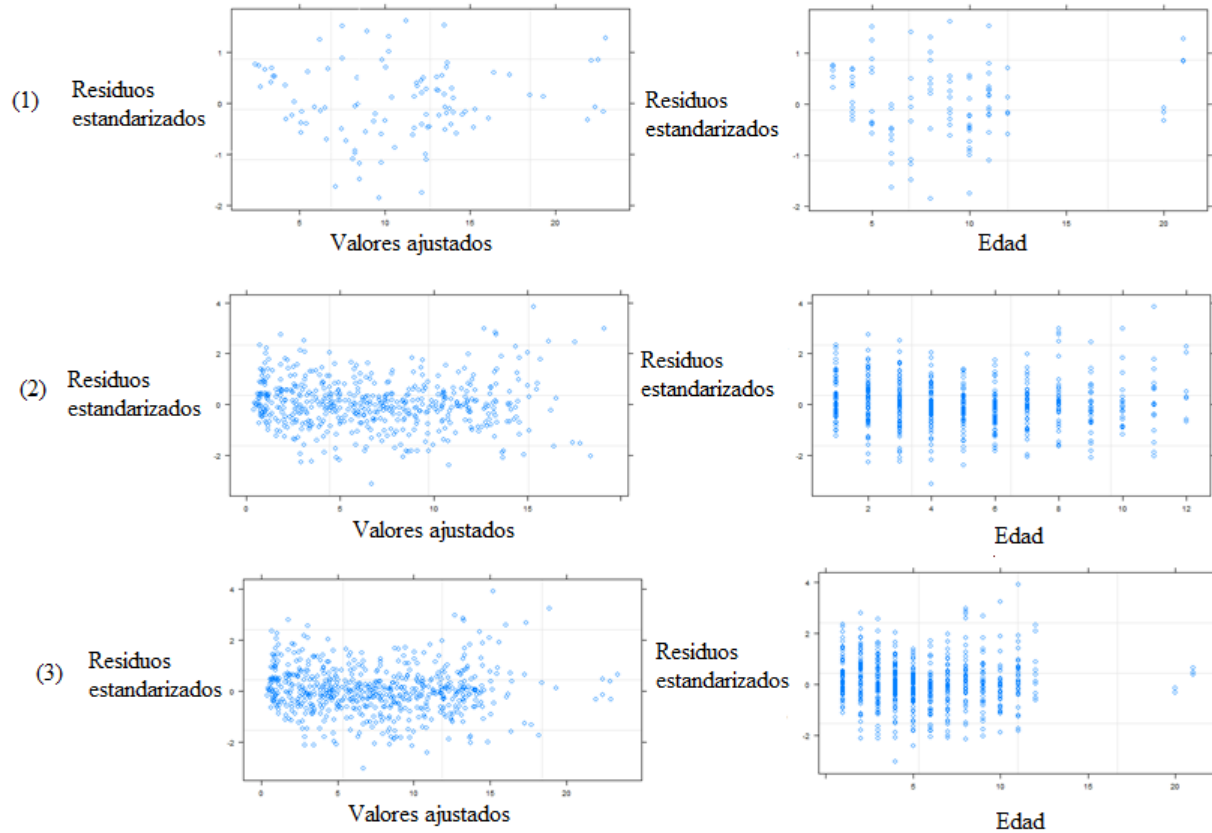


Figura 3. 4. Residuales frente a predichos y contra edad del modelo DA de Hossfeld IV estimado mediante MEM, para las bases de 1) sitios con remediación, 2) análisis troncal y 3) la base combinada.

Los residuos correspondientes a la base de sitios con remediciones presentaron los valores más cercanos a cero, siendo esta base la que mejor se ajustó al modelo de DA de Hossfeld IV mediante el enfoque MEM, siendo los más adecuados para la creación de las curvas de índice de sitio y productividad para la zona de Zacualpan, Veracruz.

### 3.8. Validación del modelo

Si bien los procedimientos utilizados sugieren que se ha logrado un ajuste exitoso de los datos al modelo, se realizó una validación cruzada entre las bases para evaluar su capacidad predictiva de conformidad con el modelo-técnica de ajuste utilizado. Para ello se utilizaron los estadísticos sesgo promedio ( $B_{PROM}$ ) y el factor de ajuste (FA) calificando los modelos de forma ascendente y otorgando la calificación más baja a la mejor técnica de ajuste en la base de proyecciones y retracciones (Cuadro 3.7).

Cuadro 3. 7. Sesgo promedio para las proyecciones y retracciones de las familias de índice de sitio de Hossfeld IV polimórfico I de la base sitios de remediación contra la base de análisis troncal

Esquema de validación	BA/BV	Curva Guía/MCO		DA/MCO		VEM/MCO		VEM/MEM		MEJOR
		$B_{PROM}$	FA	$B_{PROM}$	FA	$B_{PROM}$	FA	$B_{PROM}$	FA	
Proyección	SR/AT	1.1844	0.9493	1.1931	0.9490	1.1825	0.9494	1.1312	0.952	
	Calif.	<b>3</b>	3	<b>4</b>	4	<b>2</b>	2	<b>1</b>	1	VME/MEM
Retracción	AT/SR	3.1864	0.9725	3.28	0.9717	3.1857	0.9725	13.19	0.88	
	Calif.	<b>2</b>	1	<b>3</b>	2	<b>1</b>	1	<b>4</b>	3	VME/MCO
Retracción	SR/AT	1.0459	0.9576	0.9894	0.9599	1.044	0.9577	0.9716	0.961	
	Calif.	<b>4</b>	3	<b>2</b>	2	<b>3</b>	4	<b>1</b>	1	VME/MEM
Retracción	AT/SR	1.8356	0.9834	2.1021	0.9809	1.8355	0.9834	4.3708	0.961	
	Calif.	<b>2</b>	1	<b>3</b>	2	<b>1</b>	1	<b>4</b>	3	VME/MCO

$B_{PROM}$  sesgo promedio, FA es el factor de ajuste, BA base ajustada, BV base de validación, Calif. es la calificación por base y por técnica de ajuste, SR: sitios de remediación, AT análisis troncal, VEM validación efectos mixtos.



La validación permitió establecer un criterio cuantitativo sobre qué modelo/técnica de ajuste es la más adecuada a implementar cuando se tienen datos distintos (sitios de remediación y de análisis troncal) de la misma especie.

El procedimiento para poder evaluar la mejor opción modelo/técnica de ajuste por base fue la siguiente: usando la base de sitios de remediación las cuatro combinaciones: 1) Curva guía/MCO, 2) DA/MCO, 3) VEM/MCO y 4) VEM/MEM (Cuadro 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 base 1) pero con los datos de la base de análisis troncal se obtuvo el  $B_{PROM}$  y FA, evaluándose las proyecciones y retracciones. De igual manera, en la base de análisis troncal se utilizaron las cuatro combinaciones modelo/técnica de ajuste, pero con los datos de remediación se obtuvo el  $B_{PROM}$  y FA, evaluado para las proyecciones y retracciones.

La mejor combinación modelo/técnica usada en la base 1 (sitios de remediación) y que arroja los mejores resultados en las predicciones de los valores de altura para los análisis troncales fue la de VEM/MEM tanto para retracciones como para proyecciones. En este caso el segundo mejor calificado para las proyecciones fue la combinación VEM/MCO pero para las retracciones fue DA/MCO.

En el caso inverso la mejor combinación modelo/técnica usada en la base 2 (análisis troncal) y que arroja los mejores resultados en las predicciones de los valores de altura para los sitios de remediación fue la de VEM/MCO tanto para retracciones como para proyecciones; seguida muy de cerca por Curva guía/MCO también para retracciones como para proyecciones.

Las implicaciones prácticas del trabajo es que siempre que se cuente con una crono-secuencia amplia es mucho más práctico y fácil medir diámetros y alturas de árboles dominantes o codominantes; es decir, establecer sitios de remediación que trocear los árboles para predecir la productividad de los sitios (análisis troncal); ya que es menos costoso al requerir menos mano de obra y menor tiempo. Esta es una alternativa, sobre todo cuando no se tiene certeza de la edad de los rodales o no se tiene una crono-secuencia bien definida.

### **3.9. Conclusiones**

Con base en los resultados se establece que el mejor enfoque para recabar los datos en campo con propósitos de ajuste de ecuaciones matemáticas para estimar la altura dominante de los árboles en

las plantaciones de *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz es a través de parcelas permanentes de remediación distribuidas en una crono-secuencia. Su obtención en campo resulta más sencilla de realizar que obtener información mediante el método de análisis troncal.

La base de datos que mejor describe el patrón de crecimiento en altura dominante y el tipo de familias de IS es la base con remediciones en su familia de curvas polimórficas I (DA) ajustada vía MEM. Mientras que para la validación cruzada resultó eficiente estimar el crecimiento en altura de los árboles de sitios de remediación con datos de análisis troncal bajo MEM.

El modelo Hossfeld IV en su familia de curvas polimórficas I, es el más promisorio ya que se ajustó significativamente a los datos obtenidos para ambos tipos de datos (sitios con parcelas remediadas y los obtenidos de análisis troncal e incluso los de la base combinada) tanto con el enfoque de MCO como el de MEM, sin embargo, se considera un mejor ajuste el logrado mediante MEM ya que se contrarresta el efecto de autocorrelación debido a observaciones tomadas en una misma unidad experimental y se logra una mejor descripción del patrón de crecimiento.

### 3.10. Literatura Citada

- Carrero, O., M. Jerez, R. Macchiavelli, G. Orlandoni y J. Stock. 2008. Ajuste de curvas de índice de sitio mediante modelos mixtos para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Venezuela. *Interciencia* 33 (4): 265-272.
- Cieszewski, C. J. 2002 Comparing fixed-and variable-base-age site equations having single versus multiple asymptotes. *For. Sci.* 48: 7-23.
- Cieszewski, C. J. and R. L. Bailey. 2000. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *For. Sci.* 46: 116-126.
- De los Santos-Posadas, H. M., M. Montero-Mata y M. Kanninen 2006. Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excel en Costa Rica. *Agrociencia* 40: 521-532.
- Fang, Z. and L. Bailey. 2001. Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *For. Sci.* 47 (3): 287-300.

- Gómez-Tejero J., H. M. De los Santos P., A. M. Fierros G. y J. R. Valdez L. 2009. Modelos de crecimiento en altura dominante para *Eucalyptus grandis*; Hill ex Maiden y *E. urophylla* S. T. Blake en Oaxaca, México. Rev. Fitotec. Mex. 32 (2): 161-169.
- Gregoire, T. G., O. Schabenberger, and J. Barrett. 1995. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. Can. J. For. Res. 25: 137-156.
- Gujarati, N. D. 2004. Econometría. 4a. ed. McGraw-Hill Interamericana. México. 972 p.
- Jerez-Rico, M., A. Y. Moret-Barillas, O. E. Carrero-Gámez, R. E. Macchiavelli y A.M. Quevedo-Rojas. 2011. Curvas de índice de sitio basadas en modelos mixtos para plantaciones de Teca (*Tectona grandis* L.F.) en los llanos de Venezuela. Agrociencia 45: 135-145.
- Kozak, A. and R. Kozak. 2003. Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? Can. J. For. Res. 33:976-987.
- Monroy-Rivera, C. R., O. A. Aguirre-Calderón, J. Jiménez- Pérez y E. J. Treviño-Garza. 1997. Evaluación de crecimiento y productividad de *Pinus patula* Schl. et Cham., en la región de Huayacocotla, Veracruz, México. Tesis Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma de Nuevo León. Linares, Nuevo León. 120p.
- R. Development Core Team. 2008. A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.
- Ratkowsky, D. A. 1990. Handbook of Nonlinear Regression Models. Statistics, textbooks and Monographs. Volume. 107. M. Dekker, New York. 241 p.
- Santiago-García, W., H. M. De los Santos-Posadas, G. Ángeles-Pérez, J. R. Valdez-Lazalde y D. H. Del Valle-Paniagua y J. J. Corral-Rivas 2013. Simulador de crecimiento para el manejo de rodales coetáneos de *Pinus patula*. Rev. Fitotec. Mex. 36 (2): 163-172.
- Secretaria de Finanzas y Planeación de estado de Veracruz (SEFIPLAN) 2013. Sistema de información municipal. Cuadernillos municipales, 2013. Cita de internet: <http://www.veracruz.gob.mx/finanzas/files/2013/04/Zacualpan.pdf>.
- Torres R., J. M. 2001. Curvas de índice de sitio de forma y escala variables en investigación forestal. Agrociencia 35:87-98.

Torres R., J. M. y O. S. Magaña T. 2001. Evaluación de Plantaciones Forestales. 1er. ed. Limusa. México, D. F. 472 p.

## CAPÍTULO IV

### 4. SISTEMA DE CRECIMIENTO PARA PLANTACIONES FORESTALES COMERCIALES DE *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham.

#### 4.1. Resumen

La Cooperativa Integradora Forestal de Zacualpan, Veracruz (CIFZA) ha establecido 3,000 ha con *Pinus patula* durante los últimos 14 años, y sin embargo, no cuenta con estudios que permitan estimar productividad o predecir el crecimiento maderable para programar la cosecha y evaluar financieramente las plantaciones. Considerando lo anterior, se desarrolló un sistema de crecimiento y rendimiento maderable explícito completado con un sistema con base en distribuciones diamétricas. En su construcción se utilizó información dasométrica derivada de 2 remediciones en 50 parcelas permanentes de muestreo de 400 m<sup>2</sup>; en una crono-secuencia de edades que van de manera compacta de los tres a los 11 años pero que tienen parcelas aisladas de hasta 21 años. El sistema utiliza un ajuste simultáneo de los componentes vía regresión aparentemente no relacionada y dos modelos para la estimación de área basal por ha. El ajuste del sistema explícito sugiere que el turno técnico en volumen se alcanza a los 20 años en los sitios promedio. El sistema implícito se desarrolló tomando como base la distribución *Weibull* de tres parámetros y sugiere que a los 15 años la distribución diamétricas más probable concentra el 45% del volumen de árboles mayores de 25 cm. Comparando estos resultados con los obtenidos en rodales puros repoblados naturalmente con *P. patula* en Zacualtipán, Hidalgo donde el turno técnico se da también a los 20 años en el sitio promedio se tiene un rendimiento de 250 m<sup>3</sup>/ha contra 420 m<sup>3</sup>/ha estimado en las plantaciones a la edad de 20 años.

Evidentemente en plantaciones forestales comerciales se requiere de prácticas silvícolas intensivas y bien programadas a fin de maximizar el potencial de crecimiento durante los primeros 20 años.

Palabras clave: *Pinus patula*, Hossfeld IV, Schumacher, Weibull, percentiles, volumen.

## **GROWHT SYSTEM FOR COMMERTIAL PLANTATIONS FORESTAL *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham.**

### **4.2. Abstract**

Integrative Cooperative Forest Zacualpan, Veracruz (CIFZA) has established 3,000 ha of plantations of *Pinus patula* during the last 14 years, and however, there are no studies to estimate or predict the timber productivity and growth for a harvest scheduling program and to financially evaluate the plantations. Considering the above, an explicit growth and yield system completed with an implicit distribution approach was developed. In their construction dasometric information obtained from 50 permanent sample plots of 400 m<sup>2</sup>; with one re-measurement sampled in a chronosequence of compact ages ranging from three to 11 years, but with isolated reference plots up to 21 years old. The system used a simultaneous fitting strategy based on seemingly unrelated regression and two models to estimate the basal area per hectare. The explicit system fit suggests that volume rotation age is reached at 20 years in the average site index (19 m at base age 15). The implicit system development based on the three parameter Weibull distribution suggests that at age 15 the diametric distribution is more likely concentrates 45% of volume of trees bigger than 25 cm. Comparing these results with those obtained in naturally regenerated pure stands with *P. patula* in Zacualtipán, Hidalgo where volume rotation is also 20 years but the yield at the equivalent site index is 263 m<sup>3</sup>/ha vs. 340 m<sup>3</sup>/ha estimated on Zacualpan. Evidently commercial forest plantation requires intensive and well planned silvicultural practices to maximize growth potential during the first 20 years.

Key words: *Pinus patula*, Hossfeld IV, Schumacher, Weibull, percent, volume

### 4.3. Introducción

Lograr un manejo forestal óptimo en plantaciones forestales comerciales (PFC), requiere de estimaciones confiables del rendimiento e incremento en volumen de madera para establecer adecuadamente un plan de operación en el mediano y largo plazo. Para esto, es necesario que los silvicultores cuenten con las herramientas cuantitativas adecuadas que les permitan simular y predecir los efectos del manejo a realizar. Lo anterior se lleva a cabo mediante la modelación del rendimiento e incremento con ecuaciones matemáticas que representan los componentes del rodal (Davis *et al.*, 2001; Velázquez *et al.*, 2009; Santiago-García *et al.*, 2013).

El volumen es la variable de mayor interés para los forestales debido a la importancia económica que representa a nivel de rodal. Esta variable puede estimarse en función de otras como la edad, altura dominante, área basal y el número de árboles; que agregadas como funciones matemáticas interrelacionadas conforman un sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM), que describe cuantitativamente el crecimiento forestal a través del tiempo. Los SCRM se recomiendan para el manejo de las PFC debido a que representan un compromiso entre generalidad de aplicación y precisión estadística, además son de utilidad práctica debido a que son relativamente sencillos de implementar. Cada ecuación en dicho sistema describe una relación entre un conjunto de variables, bajo el supuesto de que todas las relaciones ocurren simultáneamente. La forma de estimar el volumen como un grupo de variables interrelacionadas es más plausible, ya que en las variables involucradas se trabaja con modelos dinámicos de crecimiento que permiten realizar simulaciones ante diferentes escenarios de manejo silvícola y evaluar su efecto en términos de crecimiento e incremento. (Maldonado y Návar, 2002; Galán *et al.*, 2008; Magaña *et al.*, 2008). Existen dos tipos de SCRM a nivel de rodal que son ampliamente utilizados, los explícitos e implícitos. Los primeros predicen la condición actual de las variables como el área basal, volumen total, número de individuos entre otras además de proyectar a tiempo futuro condiciones del rodal. Los modelos de distribuciones diamétricas o de predicción implícita, permiten además de calcular el rendimiento total obtener un mayor detalle de la distribución diamétrica de la masa y en consecuencia de la distribución de productos maderables en función del tamaño y frecuencia de los árboles.

Otra ventaja de generar un SCRM es que puede proveer información para actualizar inventarios forestales cuando se carece de remediciones en la red de sitios o no se evaluó en algún año por diversas razones. Esto debido, a que la calidad y el tiempo entre remediciones permiten estimar un

nuevo inventario a partir de uno previo, o a partir de una actualización se puede estimar el nuevo tamaño de muestra en caso que se requiera un nuevo inventario operativo.

En este estudio se evalúan ambos enfoques para un SCRM (explícito e implícito) para las plantaciones de la Cooperativa Integradora Forestal de Zacualpan, Veracruz (CIFZA) pues al momento del estudio ambos enfoques permiten modelar de mejor manera las características dasométricas de las plantaciones. A la fecha la CIFZA cuenta con 3,000 ha plantadas de *Pinus patula*, pero carece de información silvícola para realizar planificación a largo plazo.

#### **4.4. Materiales y Métodos**

##### **4.4.1. Área de estudio**

El estudio se desarrolló en plantaciones de *Pinus patula* establecidas por la CIFZA, en el municipio de Zacualpan, ubicado en la Huasteca baja del estado Veracruz, México entre los paralelos 20° 24' y 20° 37' de latitud Norte y 98° 13' y 98° 27' de longitud Oeste. La información dasométrica fue recabada dentro de sitios experimentales establecidos en una gradiente altitudinal que va desde los 1500 hasta los 2700 m. El clima es templado-húmedo, con temperatura media anual de 18 °C y la precipitación media anual es de 1900 mm. El área de estudio tiene una superficie de 263 km<sup>2</sup>. El tipo de suelo es feozem (SEFIPLAN, 2013). La región se caracteriza por pérdida de agua en los afluentes acuíferos, ocasionada por una deforestación y el cambio de uso de suelo.

##### **4.4.2. Datos dasométricos**

En abril de 2011 se estableció una red de 50 sitios de remediación bajo un muestreo sistemático estratificado por edad para pino patula. El registro dasométrico se hizo en parcelas de forma rectangular, cubriendo una superficie de 400 m<sup>2</sup>; cada uno de los sitios conformado de tres a cinco parcelas por edad, oscilando éstas, entre los 3 y 21 años. En cada parcela se midió el diámetro normal (a 1.30 m) de todos los árboles y la altura total (H) de los cinco árboles dominantes o codominantes. Al considerar los datos en un contexto de crono-secuencia se pueden ajustar modelos de crecimiento para la altura dominante Con el fin de añadir más datos y hacer más



robustos los modelos en 2012 se hizo la primer re-medición de todos los sitios. De esta forma se cuenta con un par de observaciones por parcela y esto permite usar estos datos para llevar a cabo un proceso de ajuste-validación como propone Gómez-Tejero *et al.* (2009) o utilizar la totalidad de los datos para un ajuste que implique modelos de predicción y proyección ajustados de manera simultánea (Galán *et al.*, 2008).

#### 4.4.3. SCRM Explícito como un sistema de ecuaciones

Las ecuaciones de predicción y de proyección son los dos tipos de funciones que conforman un SCRM para las variables de estado, como la altura total (H, m), área basal (AB, m<sup>2</sup>), diámetro promedio (Dn, cm) y volumen (V, m<sup>3</sup>). El ajuste de las ecuaciones para estimar altura dominante (H) e índice de sitio (IS, se refiere a la altura dominante del rodal a una edad de referencia) es generalmente el primer paso para crear un SCRM, ya que a partir de estas ecuaciones se deduce la fertilidad o calidad de estación del bosque o rodal (Clutter *et al.*, 1983; Diéguez *et al.*, 2005). En un estudio previo sobre la determinación de familias de índice de sitio para la región, Uranga-Valencia *et al.* 2014, validó entre una gran gama de modelos que existen en la literatura las proyecciones de familia de IS siendo el modelo más promisorio el de Hossfeld IV en su familia de curvas polimórficas derivadas a partir del parámetro  $\alpha_1$  de la ecuación promedio (Cuadro 4.1) seguido del modelo anamórfico.

Cuadro 4. 1. Estructura del modelo Hossfeld IV para altura dominante

Modelo promedio	$H = \alpha_0 / (1 + e^{\alpha_1} \times E^{-\alpha_2})$
Anamórfico	$H_2 = H_1 \times \left[ \frac{1 + e^{\alpha_1} \times E_2^{-\alpha_2}}{1 + e^{\alpha_1} \times E_1^{-\alpha_2}} \right]$
Polimórfico I	$H_2 = \alpha_0 / \left[ 1 + \left( \frac{\alpha_0}{H_1} - 1 \right) \times \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^{\alpha_2} \right]$

$H$ =es la altura dominante promedio del sitio;  $H_1$ =Altura dominante en metros a la  $E_1$  en años (condiciones iniciales);  $H_2$ =Altura dominante a proyectar en metros a la edad  $E_2$  de proyección en años;  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  = son los parámetros a estimar.

Teniendo en cuenta que el patrón de crecimiento en altura dominante afectará a todo el sistema y que la estructura polimórfica propuesta es muy flexible y puede tomar formas variadas, se decide que el sistema de predicción-proyección utilizara esta estructura que además permite estimar el IS en cualquiera de los modelos del SCRM.

#### 4.4.3.1. Ecuaciones de área basal

Siendo el área basal una variable altamente correlacionada con el volumen y la edad, además de ser un elemento sensible a los cambios en densidad, todo SCRM explícito requiere de un modelo que proyecte adecuadamente los cambios en el área basal. Las ecuaciones propuestas para este estudio se basaron en modificaciones del modelo básico de rendimiento de Schumacher (1939) y Clutter (1963) pues permite flexibilidad para incluir variables dentro del modelo y son ampliamente conocidas. El segundo paso fue obtener un modelo compatible que permitiera hacer una distinción entre los modelos de predicción para el estado actual ( $E_1$ ) y los modelos de proyección para el estado futuro del rodal ( $E_2$ ).

Los modelos mejor evaluados como modelos de predicción fueron:

$$AB = e^{\beta_0} \times IS^{\beta_1} \times \exp\left(-\frac{\beta_2}{E} + \frac{\beta_3}{E} \times N\right)$$

y

$$AB = \beta_0 \times H^{\beta_1} \times \exp\left(-\frac{\beta_2}{E} + \frac{\beta_3}{E} \times N\right)$$

donde  $AB$ = Área basal en  $m^2\text{-ha}^{-1}$ ;  $E$ = Edad en años;  $N$ = Número de árboles vivos por ha;  $IS$  es el índice de sitio en m a la edad base de 15 años;  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  y  $\beta_3$  = Parámetros a estimar; las demás variables ya fueron definidas

En ambas ecuaciones su asíntota depende del índice de sitio pero mientras que en la primera este se expresa de manera directa, en la segunda éste se representa por la altura dominante observada.

En este caso ambos modelos se utilizan para derivar un sistema compatible de predicción y proyección a partir de generalizar el modelo de la forma  $AB_2 = f(AB_1, E_1, E_2, \beta^{(-1)})$  donde la expresión obtenida se construye a partir del parámetro  $\beta_0$  y dos estados iniciales del modelo promedio.

Es fácil ver que usando los pasos propuestos por Clutter *et al.* (1983) vía diferencia algebraica que los modelos de proyección del área basal serian respectivamente:

$$AB_2 = AB_1 \times \exp\left(-\beta_2 \times \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right) + \beta_3 \times \left(\frac{N_2}{E_2} - \frac{N_1}{E_1}\right)\right)$$

y

$$AB_2 = AB_1 \times \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{\beta_1} \times \exp\left(-\beta_2 \times \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right) + \beta_3 \times \left(\frac{N_2}{E_2} - \frac{N_1}{E_1}\right)\right)$$

donde:  $AB_1$ =Área basal inicial en  $m^2$  a la edad inicial;  $AB_2$ =Área basal en  $m^2 ha^{-1}$  a la edad de proyección  $E_2$ ;  $E_1$ = Edad inicial en años;  $E_2$ = Edad de proyección en años;  $N_1$ =Número total de árboles vivos por ha a la edad inicial;  $N_2$ =Número total de árboles vivos por ha a la edad de proyección  $E_2$ ; las demás variables ya fueron definidas

#### 4.4.3.2. Superficie Residual

Este elemento debe ser parte del SCRM ya que el sistema de predicción-proyección del AB requiere como uno de sus insumos la densidad en términos de número de árboles. Después de probar varias funciones y de analizar los patrones de dispersión de datos se opta por un modelo sencillo basado en la estructura de decrecimiento natural que es de la forma:

$$N = \delta_0 \times \exp(-\delta_1 \times E)$$

Donde  $\delta_0$  y  $\delta_1$  = Parámetros a estimar; las demás variables ya fueron definidas.

El sistema de proyección derivado a partir de  $\delta_0$  supone que la tasa de mortalidad permanece constante independientemente de la densidad base de la cual parten los rodales. De esta forma se tiene un modelo de proyección de la supervivencia residual de la forma:

$$N_2 = N_1 \times \exp(-\delta_1 \times (E_2 - E_1))$$

#### 4.4.3.3. Modelo de volumen

Al igual que para los modelos de área basal se decide utilizar una estructura tipo Schumacher de la forma:

$$V = \gamma_0 \times AB^{\gamma_1} \times H^{\gamma_2} \times \exp\left(-\frac{\gamma_3}{E}\right)$$

donde:  $V$ =Volumen en  $m^3$  a la edad  $E$ ;  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$  y  $\gamma_3$  = Parámetros a estimar; las demás variables ya fueron definidas

Al igual que el modelo de área basal es posible obtener el modelo de proyección a partir del parámetro  $\gamma_0$  y usando diferencia algebraica queda el modelo de proyección de la forma:

$$V_2 = V_1 \times \left(\frac{AB_2}{AB_1}\right)^{\gamma_1} \times \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{\gamma_2} \times \exp\left(-\gamma_3 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right)\right)$$

donde:  $V_1$ =Volumen en  $m^3$  a la edad inicial  $E_1$ ;  $V_2$ =Volumen en  $m^3$  a la edad de proyección  $E_2$ ; las demás variables ya fueron definidas.

Los parámetros estimados de las ecuaciones se pueden obtener ajustando de manera independiente cada ecuación o haciendo que los parámetros sean estimados de manera simultánea tanto para el modelo de proyección como para el de predicción. Este último enfoque permite que ambas ecuaciones compartan parámetros y es un enfoque adecuado para cada elemento del SCRM. En este caso el SCRM fue ajustado de manera simultánea a través de regresión aparentemente no relacionada (SUR, por sus siglas en inglés), con el paquete SAS (SAS Institute Inc., 2002) usando el procedimiento MODEL y una estructura de diferencia algebraica (Bordes *et al.*, 1987). La técnica de estimación de parámetros SUR produce estimadores consistentes y eficientes, en presencia de correlaciones contemporáneas en un sistema de ecuaciones (Galán *et al.*, 2008 Tamarit, 2013).

#### 4.4.4. SCRM Implícito usando la distribución Weibull

La predicción implícita del rendimiento actual y su proyección se realizó implementando la metodología sugerida por Clutter *et al.* (1983), la cual ha sido probada con resultados promisorios en otros estudios, entre los que destacan en *Pinus rudis* Endl., *P. caribaea* var. *hondurensis* Barr y Golf., *P. duranguensis* Martinez, *P. cooperi* Blanco, *P. engelmannii* Carr., *P. arizonica* Engl., *P. patula* y *Eucalyptus urophylla* (De la fuente *et al.*, 1998, Montero y Fierros, 2000; Maldonado y Navar, 2002; Magaña *et al.*, 2008; Santiago-García *et al.*, 2013, y Roldán-Cortes, 2013); este método considera un enfoque de las distribuciones diamétricas basadas en la función de densidad de probabilidad (fdp) Weibull de tres parámetros, cuya función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \left\{ \frac{c}{a} \left( \frac{x-a}{b} \right)^{c-a} \times e \left[ -\left( \frac{x-a}{b} \right)^c \right] \right\}, (a \leq x \leq \alpha) \quad 0, \text{ de otra forma}$$

donde  $a$  es el parámetro de localización,  $b$  de escala y  $c$  de forma. Los parámetros  $b$  y  $c$  son positivos; mientras que el parámetro  $a$ , puede tomar valores negativos, positivos o cero, pero se limita a ser positivo para representar una distribución de diámetros y está relacionando al valor mínimo de la variable.

Una expresión analítica cerrada de la función de distribución acumulada está dada por:  $f(x) = 1 - e \left[ -\left( \frac{x-a}{b} \right)^c \right]$ . Esta relación puede establecerse de la siguiente forma: si una población tiene una distribución Weibull, la proporción de la misma con valores superiores a  $I$  (diámetro menor de una clase) y menores que  $S$  (diámetro superior a una clase) está dada por la expresión:  $P(I < x < S) = e \left[ -\left( \frac{I-a}{b} \right)^c \right] - e \left[ -\left( \frac{S-a}{b} \right)^c \right]$ . Esto se refiere a la probabilidad de que  $x$  este ente  $I$  y  $S$  cuando la función de distribución acumulativa es la Weibull. Cuando los parámetros de la distribución Weibull ya han sido estimados, se puede obtener la proporción de árboles por clase de diámetro, mediante la aplicación de la expresión anterior. Para el estudio se consideraron categorías de 5 cm.

Como parte esencial de la predicción del rendimiento maderable con distribuciones diamétricas, es necesario hacer una estimación del número de árboles sobrevivientes por hectárea (N) a través del tiempo. Esta variable es parte del SCRM explícito desarrollado previamente y es dinámica en el tiempo y monotónicamente decreciente.

Para generar estimaciones de distribuciones diamétricas, se estimaron los tres percentiles centrados en el diámetro cuadrático. Los percentiles 65, 95 y 0 resultaron eficientes. Así, las ecuaciones de

predicción de percentiles tomaron la siguiente forma:  $p65 = \alpha_1 \times Dq^{\beta_1}$ ;  $p95 = \alpha_2 \times p65^{\beta_2}$ ;  $p0 = \alpha_3 \times p65^{\beta_3}$ ; donde  $p65$ ,  $p95$  y  $p0$  son los percentiles 65, 95 y 0 de la distribución diamétrica;  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  son los parámetros a estimar y  $Dq$  es el diámetro cuadrático. Los parámetros de las ecuaciones que predicen los percentiles 65, 95 y 0 se ajustaron utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios. El diámetro cuadrático ( $Dq$ , cm) corresponde al diámetro del árbol de área basal media, por lo que:  $Dq = \sqrt{\frac{40000}{\pi} \times \frac{AB}{N}}$ . De esta forma los componentes del sistema implícito son compatibles con el sistema explícito previamente desarrollado.

El volumen del fuste total para cada árbol se calculó mediante la siguiente ecuación tipo Schumacher y Hall (1933):  $V = 0.000114 \times D^{1.718158} \times H^{0.939592}$  generada para la zona donde  $D$  es el diámetro normal (a 1.30 m) y  $H$  es la altura total del árbol en m. La altura fue obtenida con una curva altura-diámetro ajustada para tal fin  $A=1.32+0.5823 \times D$ .

Los percentiles se utilizan para la recuperación de parámetros de una distribución Weibull bajo el criterio de Piennar *et al.*, (1996), dichos parámetros fueron estimados por el método de momentos; obteniendo el parámetro de localización  $a$ , con la siguiente expresión:

$$\hat{a} = \begin{cases} \text{si } p0 \geq 2.5 \text{ entonces } \hat{a} = p0 - 2.5 \\ \text{De otra forma} \\ \hat{a} = \frac{p0}{2.5} \end{cases}$$

Una vez conocido el parámetro  $a$  es posible determinar el parámetro de forma; es decir  $c$ , de la siguiente manera:

$$\hat{c} = \frac{\ln[-\ln(1 - 0.95)/-\ln(1 - 0.65)]}{\ln[(p95 - \hat{a})/(p65 - \hat{a})]}$$

Y por último, se calcula el parámetro de escala  $b$ , ya que requiere los valores de  $a$  y  $c$ ; estimándose como:

$$\hat{b} = -\hat{a} \times (\Gamma_1/\Gamma_2) + [(\hat{a}/\Gamma_2)^2 \times (\Gamma_1^2 - \Gamma_2) + (Dq^2/\Gamma_2)]^{0.5}$$

donde:  $\ln(.)$  es el logaritmo natural;  $\Gamma_1 = \Gamma\left(1 + \frac{1}{\hat{c}}\right)$ ;  $\Gamma_2 = \Gamma\left(1 + \frac{2}{\hat{c}}\right)$ ;  $\Gamma(.)$  es la función Gamma; las demás variables ya fueron definidas.

Si bien este no es el único método de generar un SCRM implícito ha demostrado ser más que adecuado para plantaciones coetáneas. Adicional a Weibull se probó el método libre de

distribución para caracterizar estructuras diamétricas siguiendo la metodología de Bordes *et al.*, (1987). Aunque se tuvieron buenos ajustes para este sistema con base en 13 percentiles, el método no se ilustra más a detalle debido a la dificultad de su implementación como herramienta de predicción de rendimientos (Ver Anexo 1).

#### **4.4.5. Prueba de bondad de ajuste de la distribución Weibull**

Para conocer la bondad de ajuste de la fdp Weibull a las estructuras diamétricas de rodales de *P. patula*, se utilizó la prueba de Kolmogorov-Smirnov (*KS*). Esta prueba permite detectar la máxima diferencia entre la distribución (real) y la estimada (teórica), lo que implica que dicha prueba solo es válida si los parámetros de la fdp Weibull son conocidos para cada distribución diamétrica (Torres-Rojo *et al.*, 1992). En la prueba de *KS* se utilizaron distintos niveles de significancia ( $\alpha=0.05$ , 0.10 y 0.20) para contrastar el número de pruebas de parcelas no ajustadas a la fdp Weibull de acuerdo a cada criterio

### **4.5. Resultados y Discusión**

#### **4.5.1. Sistemas Explícitos**

En el cuadro 4.2, 4.2.1 y 4.3, 4.3.1 se presentan parámetros estimados y de bondad de ajuste para cada uno de los sistemas explícitos ajustados de manera simultánea con regresión aparentemente no correlacionada.

Cuadro 4. 2. Estadísticas de bondad de ajuste y parámetros estimados del SCRM explícito con el modelo AB donde su asíntota depende de manera directa del índice de sitio, ajustados de manera simultánea con regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés).

Ecuación	GL Modelo	GL Error	SCE	CME	Raíz CME	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> ajustada
$H_1$	1.667	48.33	205.9	4.2607	2.0642	0.8254	0.8230
$H_2$	0.667	49.33	51.7662	1.0493	1.0244	0.9538	0.9542
$AB_1$	3.667	46.33	976.3	21.0713	4.5904	0.8440	0.8350
$AB_2$	1	49	224.2	4.5759	2.1391	0.9655	0.9655
$V_1$	2.5	47.5	2727.3	57.4172	7.5774	0.9933	0.9931
$V_2$	1.5	48.5	372.6	7.6832	2.7719	0.9992	0.9992
$N_1$	1.5	48.5	7520582	155064	393.8	0.0956	0.0862
$N_2$	0.5	49.5	27047.4	546.4	23.3755	0.9967	0.9968

GL modelo= son los grados de libertad del modelo, GL Error= son los grados de libertad de error, SCE=suma de cuadrados del error, CME=cuadrado medio del error, Raíz CME= raíz del cuadrado medio del error. R<sup>2</sup>= coeficiente de determinación del modelo. R<sup>2</sup> ajustada= raíz del coeficiente de determinación del modelo. Modelo usado ( $AB = e^{\beta_0} \times IS^{\beta_1} \times \exp(-\frac{\beta_2}{E} + \frac{\beta_3}{E} \times N)$ ;  $H$  (altura, m),  $AB$  (área basal, m<sup>2</sup>ha<sup>-1</sup>),  $V$  (volumen, m<sup>3</sup>ha<sup>-1</sup>) y  $N$  (número de árboles vivos por ha<sup>-1</sup>)

Cuadro 4.2. 1. Valores estimados de los parámetros para los modelos del SCRM explícito, ajustados de manera simultánea con regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés).

Parámetro	Estimado	Error Estándar		
		aproximado	Valor de t	Pr > t
$\alpha_0$	38.83269	7.9659	4.87	<.0001
$\alpha_1$	3.891822	0.1846	21.08	<.0001
$\alpha_2$	1.393951	0.1616	8.62	<.0001
$\beta_0$	3.729841	0.1332	28.01	<.0001
$\beta_1$	0.160817	0.0374	4.3	<.0001
$\beta_2$	11.2047	0.9625	11.64	<.0001
$\beta_3$	0.001826	0.00048	3.81	0.0004
$\gamma_0$	2.924537	0.2023	14.46	<.0001
$\gamma_1$	1.059495	0.0168	63.17	<.0001
$\gamma_2$	0.303308	0.0141	21.57	<.0001
$\gamma_3$	1.598566	0.1957	8.17	<.0001
$\delta_0$	1395.942	58.763	23.76	<.0001
$\delta_1$	0.017673	0.00237	7.44	<.0001

Parámetros:  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  = altura dominante,  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  = área basal,  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  = volumen y  $\delta_0, \delta_1$  = número de árboles vivos. Modelo de sitio ( $AB = e^{\beta_0} \times IS^{\beta_1} \times \exp(-\frac{\beta_2}{E} + \frac{\beta_3}{E} \times N)$  donde:  $H$  (altura, m),  $AB$  (área basal, m<sup>2</sup>ha<sup>-1</sup>),  $V$  (volumen, m<sup>3</sup>ha<sup>-1</sup>) y  $N$  (número de árboles vivos por ha<sup>-1</sup>)



Cuadro 4. 3. Estadísticas de bondad de ajuste y parámetros estimados del SCRM explícito con el modelo AB donde su asíntota depende de la altura dominante, ajustados de manera simultánea con regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés).

Ecuación	GL Modelo	GL Error	SCE	CME	Raíz CME	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> ajustada
$H_1$	2	48	203.2	4.2324	2.0573	0.8277	0.8241
$H_2$	1	49	53.1789	1.0853	1.0418	0.9526	0.9526
$AB_1$	2.5	47.5	876.7	18.4571	4.2962	0.8599	0.8554
$AB_2$	1.5	48.5	172.8	3.5633	1.8877	0.9734	0.9731
$V_1$	2.5	47.5	2722	57.3061	7.5701	0.9933	0.9931
$V_2$	1.5	48.5	388.8	8.0163	2.8313	0.9992	0.9992
$N_1$	1.5	48.5	7577541	156238	395.3	0.0887	0.0793
$N_2$	0.5	49.5	22347	451.5	21.2475	0.9973	0.9973

GL modelo= son los grados de libertad del modelo, GL Error= son los grados de libertad de error, SCE=suma de cuadrados del error, CME=cuadrado medio del error, Raíz CME= raíz del cuadrado medio del error. R<sup>2</sup>= coeficiente de determinación del modelo. R<sup>2</sup> ajustada= raíz del coeficiente de determinación del modelo. Modelo usado ( $AB = \beta_0 \times H^{\beta_1} \times \exp(-\frac{\beta_2}{E} + \frac{\beta_3}{E} \times N)$ ); H (altura, m), AB (área basal, m<sup>2</sup>ha<sup>-1</sup>), V (volumen, m<sup>3</sup>ha<sup>-1</sup>) y N (número de árboles vivos por ha<sup>-1</sup>)

Cuadro 4.3. 1. Valores estimados de los parámetros para los modelos del SCRM explícito con el modelo de sitio ajustados de manera simultánea con regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés).

Parámetro	Estimado	Error Estándar		
		aproximado	Valor de t	Pr > t
$\alpha_0$	53.44928	18.5025	2.89	0.0058
$\alpha_1$	4.030624	0.1831	22.01	<.0001
$\alpha_2$	1.249088	0.1743	7.16	<.0001
$\beta_0$	11.91806	2.9105	4.09	0.0002
$\beta_1$	0.542648	0.0672	8.07	<.0001
$\beta_2$	8.73661	1.1241	7.77	<.0001
$\beta_3$	0.001431	0.000475	3.01	0.0041
$\gamma_0$	2.883195	0.2134	13.51	<.0001
$\gamma_1$	1.049402	0.0157	66.85	<.0001
$\gamma_2$	0.319339	0.0158	20.27	<.0001
$\gamma_3$	1.52947	0.2177	7.02	<.0001
$\delta_0$	1377.027	58.9994	23.34	<.0001
$\delta_1$	0.016051	0.00251	6.41	<.0001

Parámetros:  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  = altura dominante,  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  = área basal,  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  = volumen y  $\delta_0, \delta_1$  = número de árboles vivos. Modelo usado ( $AB = \beta_0 \times H^{\beta_1} \times \exp(-\frac{\beta_2}{E} + \frac{\beta_3}{E} \times N)$ ); H (altura, m), AB (área basal, m<sup>2</sup>ha<sup>-1</sup>), V (volumen, m<sup>3</sup>ha<sup>-1</sup>) y N (número de árboles vivos por ha<sup>-1</sup>)

Los resultados sugieren que ambos sistemas son estadísticamente robustos y adecuados para estimar el rendimiento y con ambos se puede construir tablas de rendimiento y densidad variable. No obstante, durante la construcción de las tablas de rendimiento partiendo de una densidad inicial de 1,100 árboles/ha, se pudo establecer que el sistema que utiliza el modelo del AB dependiente de IS en lugar de la altura dominante tiende a ser mucho más conservador a medida que aumenta la edad para las diferentes calidades de estación sobre todo a medida que mejora el IS (Figura 4.1).

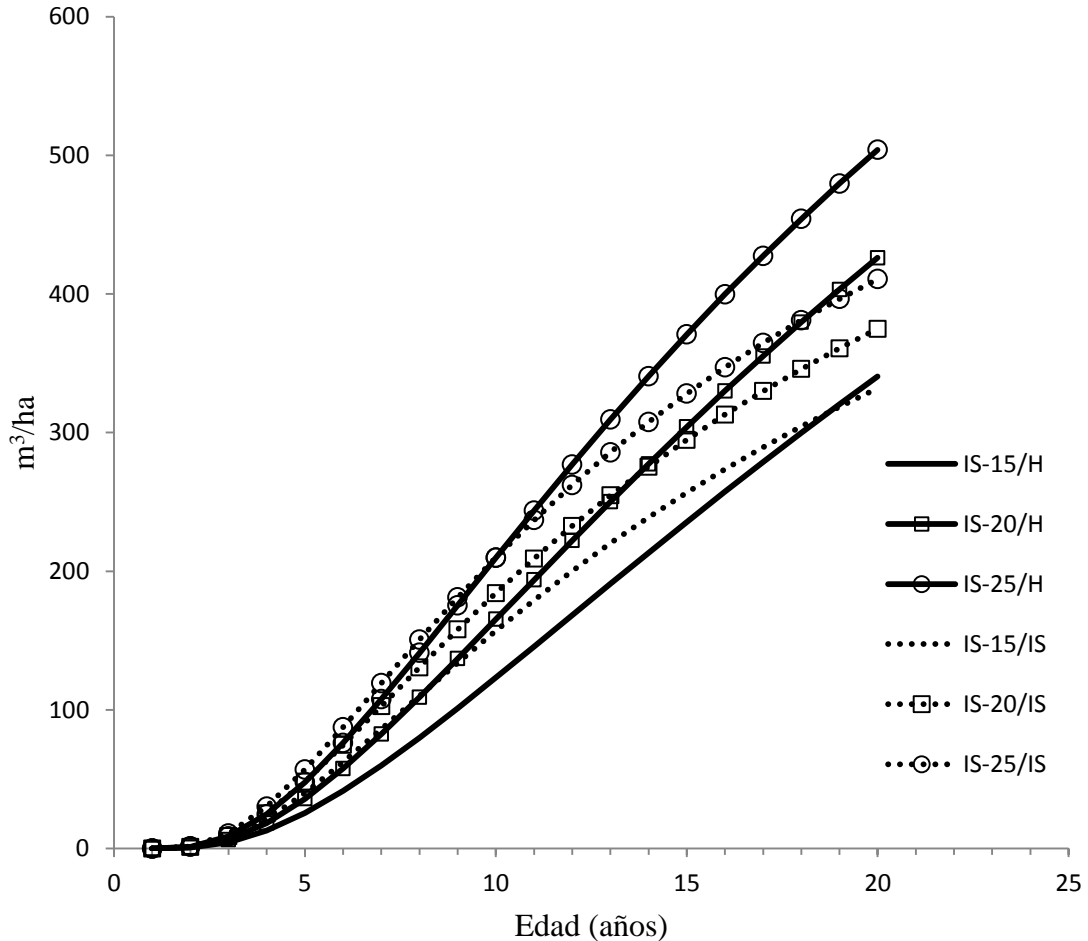


Figura 4. 1. Curvas de crecimiento en volumen para el modelo de pendiente de la altura dominante (líneas continuas) y para el modelo dependiente del IS (líneas punteadas) para los índices de sitios 15, 20 y 25 a una edad base de 15 años en rodales de *Pinus patula*.

Otra implicación es en la estimación del turno técnico. En el sistema que usa el IS de manera directa el promedio del turno técnico en volumen para los diferentes IS rondan los 15 años (Figura 4.2); en el otro caso este es en promedio a los 22 años. El uso de las curvas polimórficas implica que cada IS tiene su propio turno técnico pues se asume que las tasas relativas de crecimiento de la

altura varían con la calidad de estación en ambos sistemas (Figura 4.3). Inicialmente se pensó que la edad base usada durante el ajuste influía en estos resultados, siendo que el sistema de manera simultánea con el sistema de IS dentro del modelo de AB. Un grupo de pruebas con diferentes edades base de 20, 25 y 30 apenas afectaron el turno técnico del sistema (máximo 2 años de diferencia), tal y como se hubiera esperado siendo que los modelos de IS son invariantes de la edad base.

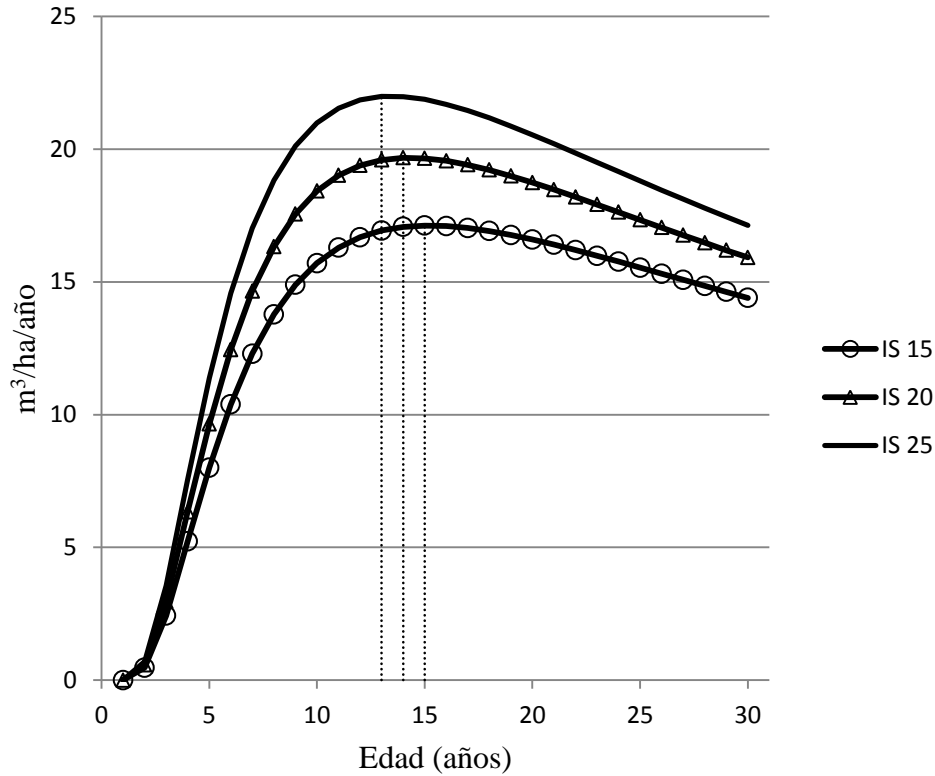


Figura 4. 2. Incremento Medio Anual (IMA) en volumen para determinar el turno técnico (IMA máximo) en volumen para los diferentes IS (15, 20 y 25) para el modelo dependiente del IS, a una edad base de 15 años en rodales de *Pinus patula*.

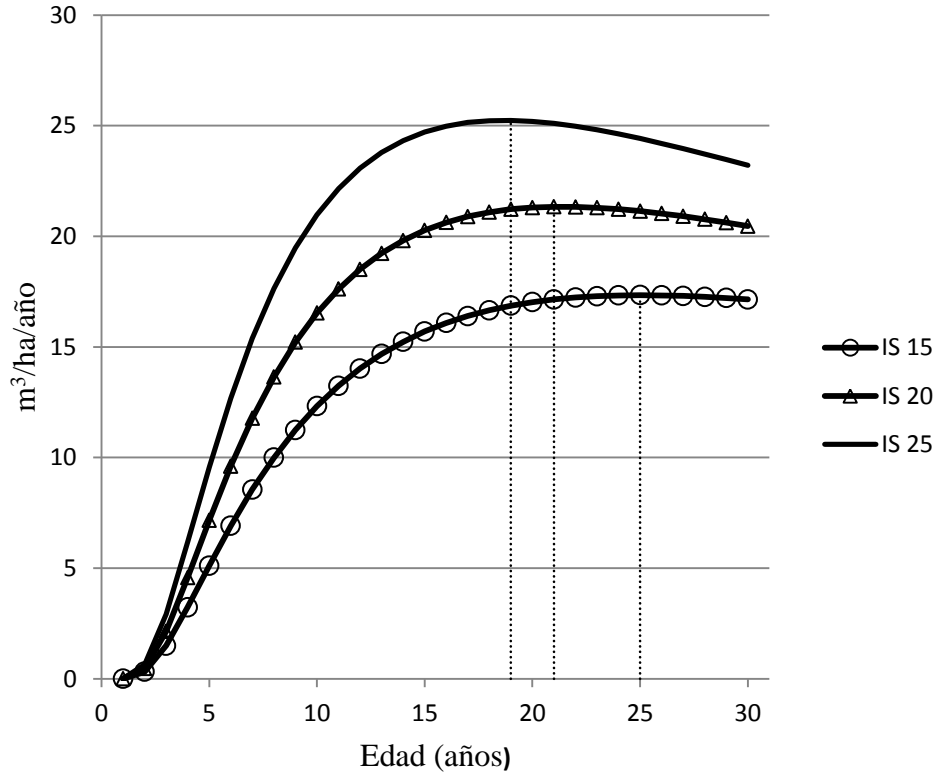


Figura 4. 3. Incremento Medio Anual (IMA) en volumen para determinar el turno técnico en volumen (IMA máximo) para los diferentes IS (15, 20 y 25) para el modelo dependiente de la altura dominante, a una edad base de 15 años en rodales de *Pinus patula*.

Revisando los patrones de las variables utilizadas en el sistema contra la variable proyectada se puede apreciar que cuando se usa el IS de manera directa en los modelos de AB este reproduce un patrón más compacto que cuando se usa directamente la altura dominante (Figura 4.4) y además con asíntotas menores.

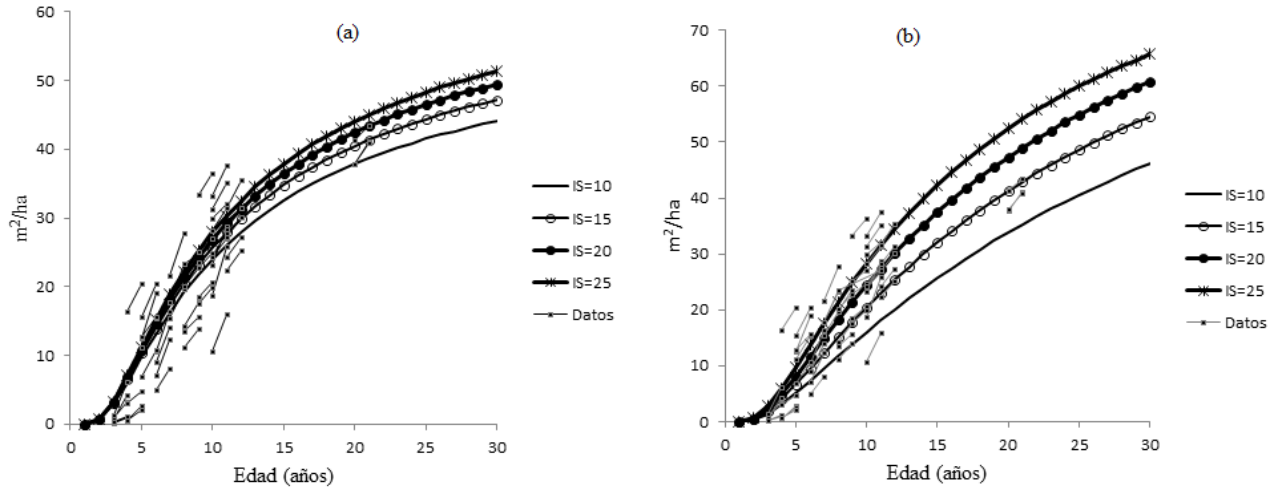


Figura 4. 4. Curvas de crecimiento en área basal para IS (10, 15, 20, 25) para el modelo (a) dependiente del IS y (b) modelo dependiente de la altura dominante, a una edad base de 15 años en rodales de *Pinus patula*.

Para el volumen se logra una mejor cobertura de los datos, sobre todo los más extremos, en la estimación del volumen cuando se usa el modelo de AB que depende directamente de la altura dominante (Figura 4.5)

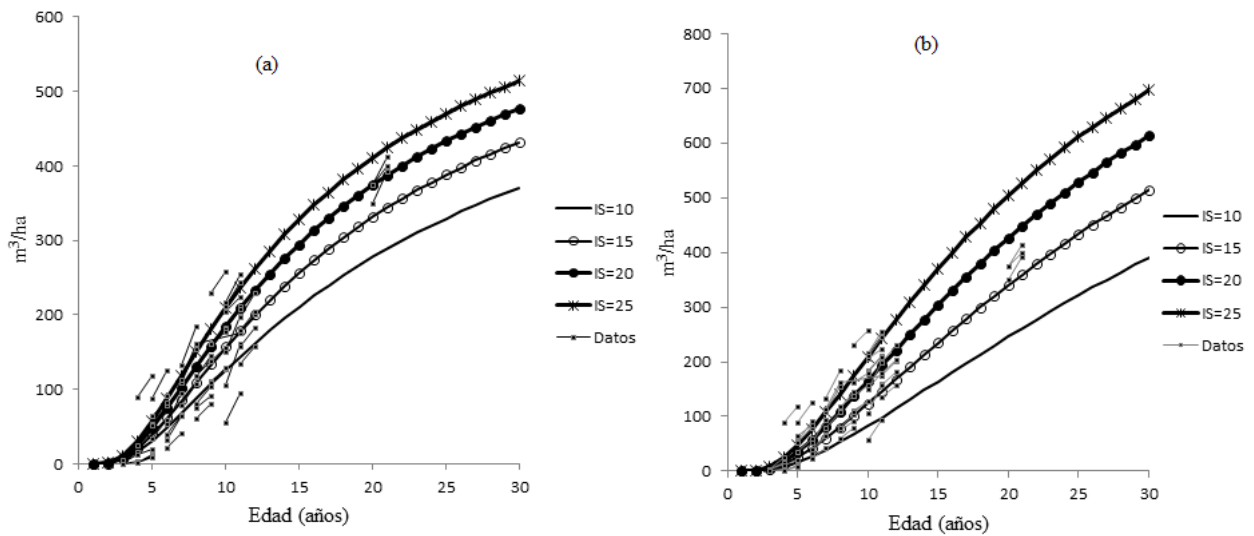


Figura 4. 5. Curvas de crecimiento en volumen para IS (10, 15, 20, 25) para el modelo (a) dependiente del IS y (b) modelo dependiente de la altura dominante, a una edad base de 15 años en rodales de *Pinus patula*.

En este caso y en ausencia de datos que nos permitan validar los resultados sobre todo en el efecto de la densidad es preferible usar el modelo de AB que utiliza la altura dominante pues tiende a producir resultados que cubren de mejor manera el rango de los datos y las condiciones de variabilidad. Una nueva remediación permitirá refutar o confirmar estas tendencias.

#### 4.5.2. Usos de los sistemas explícitos

Las ecuaciones que conforman el SCRM sirven para simular la vida de una plantación mediante las tablas de rendimiento las cuales muestran el cambio de las variables dasométricas de interés con el transcurrir del tiempo. En el cuadro 4.4 se muestra la tabla de rendimiento generada para las plantaciones de *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz. La densidad base usada al momento de la plantación son de 1,100 árboles por ha.

Cuadro 4. 4. Tabla de rendimiento probable para Plantaciones de *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz en 4 índices de sitio (10, 15, 20 y 25 m, edad base 15 años) generadas a partir del SCRM basado en el modelo de AB dependiente de la altura dominante a la edad base de 15 años.

Edad (años)	Altura Dominante (m)				N/ha	Área Basal m <sup>2</sup> /ha				Volumen m <sup>3</sup> /ha			
	10	15	20	25		10	15	20	25	10	15	20	25
1	0.4	0.7	1.1	1.5	1082	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0	0	0
2	1.0	1.6	2.5	3.5	1065	0.3	0.4	0.5	0.7	0	1	1	1
3	1.6	2.7	4.0	5.6	1048	1.4	1.8	2.3	2.8	3	4	6	9
4	2.3	3.7	5.5	7.7	1032	3.1	4.0	5.0	6.0	8	13	18	25
5	2.9	4.8	7.0	9.7	1015	5.1	6.6	8.2	9.7	17	26	36	48
6	3.6	5.9	8.5	11.7	999	7.3	9.4	11.5	13.7	27	42	58	76
7	4.4	7.0	10.0	13.5	983	9.5	12.3	14.9	17.6	39	60	82	108
8	5.1	8.1	11.5	15.3	967	11.7	15.1	18.2	21.3	53	80	109	141
9	5.8	9.1	12.8	16.9	952	13.9	17.8	21.4	24.9	68	101	137	175
10	6.5	10.2	14.2	18.5	937	16.1	20.5	24.5	28.3	83	123	165	210
11	7.2	11.2	15.4	20.0	922	18.1	23.0	27.4	31.5	99	146	194	244

12	7.9	12.2	16.7	21.3	907	20.1	25.4	30.1	34.5	115	168	222	277
13	8.6	13.1	17.8	22.6	893	22.1	27.7	32.7	37.3	131	191	250	309
14	9.3	14.1	18.9	23.9	879	23.9	30.0	35.2	39.9	148	213	277	341
15	10.0	15.0	20.0	25.0	865	25.7	32.1	37.5	42.3	164	235	304	371
16	10.7	15.9	21.0	26.1	851	27.5	34.1	39.7	44.6	181	257	330	400
17	11.3	16.7	22.0	27.1	837	29.2	36.0	41.8	46.8	197	279	355	427
18	12.0	17.6	22.9	28.0	824	30.8	37.9	43.7	48.8	213	300	380	454
19	12.6	18.4	23.8	28.9	811	32.3	39.6	45.6	50.7	229	320	403	480
20	13.3	19.2	24.7	29.8	798	33.8	41.3	47.4	52.5	245	340	426	504
21	13.9	19.9	25.5	30.6	785	35.3	42.9	49.0	54.2	261	360	448	527
22	14.5	20.6	26.2	31.3	773	36.7	44.4	50.6	55.7	276	379	469	549
23	15.1	21.4	27.0	32.1	760	38.0	45.9	52.1	57.2	292	398	490	571
24	15.6	22.0	27.7	32.7	748	39.3	47.3	53.6	58.7	307	416	509	591
25	16.2	22.7	28.4	33.4	736	40.5	48.7	54.9	60.0	321	433	528	611
26	16.8	23.3	29.0	34.0	725	41.8	50.0	56.2	61.3	336	451	547	629
27	17.3	24.0	29.7	34.6	713	42.9	51.2	57.5	62.5	350	467	565	647
28	17.9	24.6	30.2	35.1	702	44.1	52.4	58.6	63.6	364	483	582	664
29	18.4	25.2	30.8	35.6	691	45.2	53.5	59.8	64.7	378	499	598	680
30	18.9	25.7	31.4	36.1	680	46.2	54.6	60.9	65.7	391	514	614	696

El comportamiento de los incrementos medios indica que el turno técnico ocurre en promedio a los 22 años en esta zona. Este resultado concuerda con el turno que propone Santiago- García *et al.* (2013); en donde en su estudio para la zona de Zacualtipán, Hidalgo con la misma especie, el turno técnico es de 25 años y este se podría reducir si se sometieran los rodales a tratamientos silvícolas más intensivos como la repoblación artificial y si aplicaran prácticas de control de vegetación competidora y de manejo de densidad. No obstante, el rendimiento proyectado en Zacualpan es mucho mayor a edades similares. Para los rodales naturales Santiago-García *et al.* (2013), reportan un rendimiento promedio a la edad 20 de 220 m<sup>3</sup>/ha y 275 m<sup>3</sup>/ha a la edad de 25. En Zacualpan

los rendimientos más conservadores son a la edad 20 de 366m<sup>3</sup>/ha y de 425 m<sup>3</sup>/ha a la edad 25 (sistema con modelo de área basal compacto). Para el sistema ilustrado en el cuadro 4.4 se puede observar que a los 20 años el rendimiento estimado es de 426 m<sup>3</sup>/ha y a los 25 años se estima en 528 m<sup>3</sup>/ha (409 y 510 m<sup>3</sup>/ha respectivamente para el IS=19 m).

#### 4.5.3. Sistema de predicción implícita basado en la fdp Weibull

En el cuadro 4.5, se presentan los resultados obtenidos de las prueba KS bajo diferentes niveles de significancia. Dicha prueba permitió conocer la bondad de ajuste de la fdp Weibull a las estructuras diamétricas de los rodales de *Pinus patula* estimados.

Cuadro 4. 5. Parcelas rechazadas por su falta de ajuste a la fdp Weibull considerando diferentes niveles de significancia

$\alpha$	Numero de distribuciones rechazadas	Proporción <sup>†</sup> (%)
0.05	6	6
0.10	9	9
0.20	12	12

<sup>†</sup> Proporción calculada a partir de 100 distribuciones diamétricas.

En la prueba normalmente se emplea un nivel de significancia de 0.05 ( $\alpha =0.05$ ), aunque autores como Álvarez y Ruiz (1998), Pece *et al.* (2000), García *et al.* (2002) y Gorgoso *et al.* (2007) utilizaron un nivel del  $\alpha=0.20$ , dando con ello un mayor nivel de exigencia al contraste. Al respecto Pece *et al.* (2000) mencionan que este nivel reduce las desviaciones mínimas permitidas para el no rechazo de la concordancia. Considerando el criterio más exigente ( $\alpha=0.20$ ), la fdp Weibull se ajustó exitosamente en casi el 90% de los casos a la distribución diamétrica observada.

Los parámetros estimados así como los criterios estadísticos de evaluación del ajuste de las ecuaciones que predicen los percentiles de distribución diamétrica de las plantaciones de *Pinus patula* se muestran en el Cuadro 4.6.



Cuadro 4. 6. Criterios de ajuste y parámetros estimados de las ecuaciones que predicen los percentiles de la fdp de Weibull en las plantaciones de *Pinus patula* en Zacualpan, Ver.

Modelo	Parámetro	Estimación	Error Estándar	Valor t	Aprox. Pr >  t	Estadísticos de ajuste	
						RMSE	R <sup>2</sup> adj
p65	$\alpha_1$	0.995684	0.0165	60.23	<.0001		
	$\beta_1$	1.028714	0.00563	182.63	<.0001	0.3732	0.9975
p95	$\alpha_2$	1.542097	0.0791	19.5	<.0001	1.5269	0.9732
	$\beta_2$	0.942295	0.0170	55.3	<.0001		
p0	$\alpha_3$	0.07054	0.0165	4.27	<.0001	1.8640	0.8065
	$\beta_3$	1.553461	0.073	21.28	<.0001		

*RMSE*: raíz del error medio cuadrático; *R<sup>2</sup>adj*: coeficiente de determinación ajustado

Los percentiles 65 y 95 se estimaron eficientemente (Cuadro 4. 6), debido a que dichos parámetros son dependientes del diámetro cuadrático del rodal, por lo que al proyectar dicha variable en el tiempo se conoce el valor de estos parámetros a una edad de interés; dichos percentiles fueron útiles para la determinación del parámetro *c*. Existen varios trabajos donde se ajustan diferentes pares de percentiles, sin embargo; concuerdan en el empleo de un percentil superior o igual a 90%; entre estos estudios se puede mencionar el de Roldan-Cortés, (2013) (ajustando los percentiles 63 y 95); Santiago-García *et al.* (2013) (quienes ajustaron los percentiles 50 y 90); García *et al.*, 2002 (ajustaron los parámetros 17 y 97); y Pienaar *et al.*, 1996 (consideraron los percentiles 24 y 93).

Una vez conocidas las variables anteriores para el sitio promedio (IS 19) a una edad base o de referencia de 15 años, la densidad inicial es de 1,100 árboles por hectárea y Dq calculado de

manera indirecta, se estimaron los parámetros de la fdp Weibull y se obtuvo la proporción de árboles por categoría (Figura 4.6).

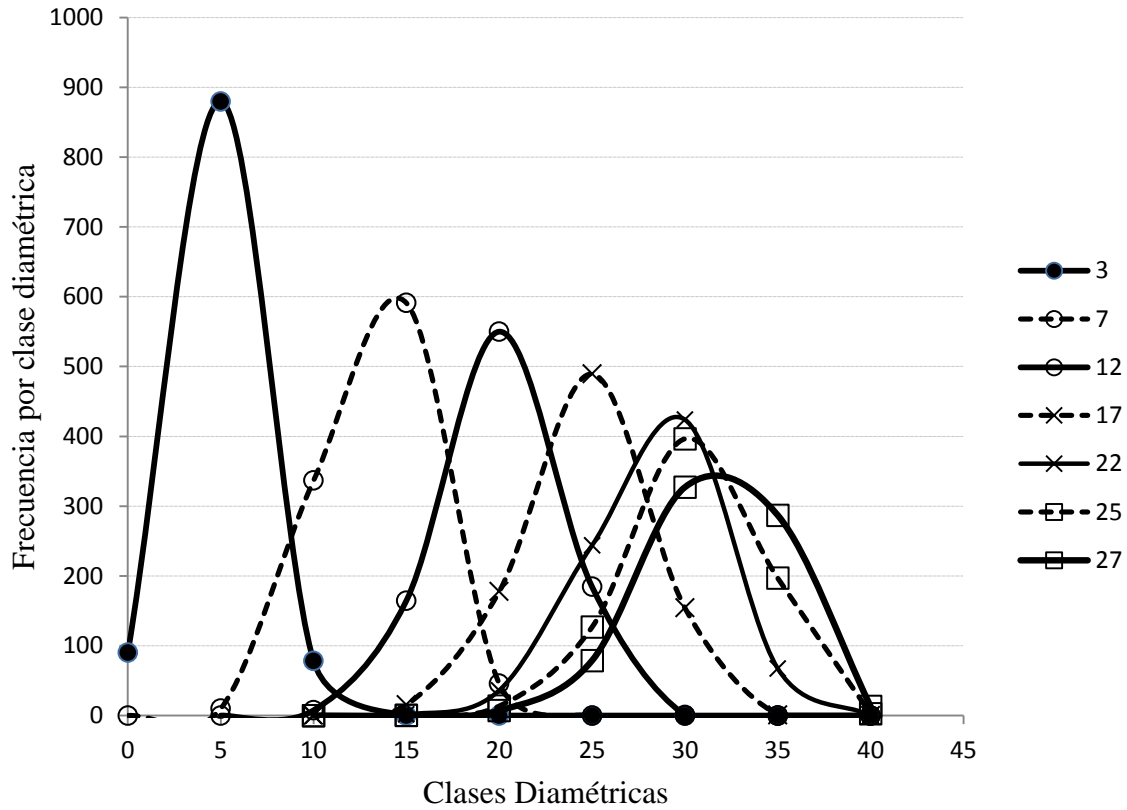


Figura 4. 6. Proporción de árboles por hectárea por categoría diamétrica basada en dfp Weibull para las edades 3, 7, 12, 17, 22, 25 y 25 años, para el índice de sitio promedio (19 m), edad de referencia de 15 años y una edad inicial de 1,100 árboles.

En la figura 4.7 se muestra el rendimiento volumétrico por categoría diamétricas y volumen total del sistema implícito, comparado con el volumen estimado para el sistema explícito.

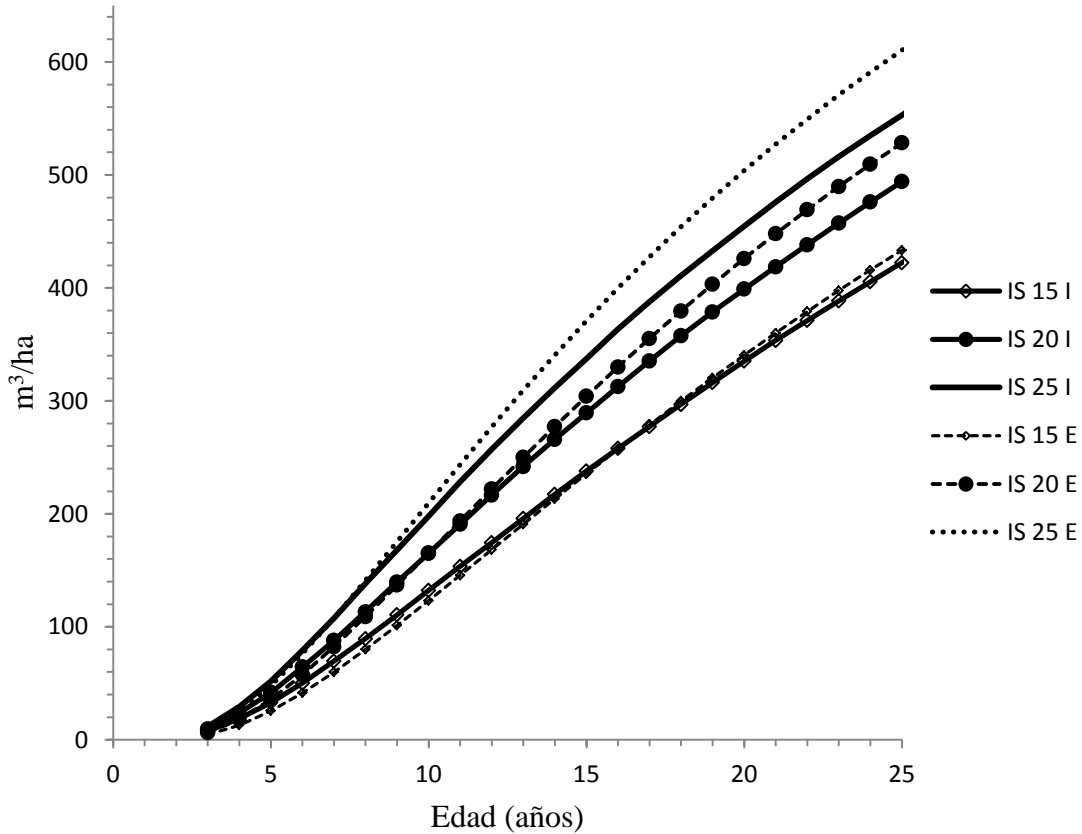


Figura 4. 7. Curvas de rendimiento volumétrico para el modelo explícito (líneas punteadas) y para el modelo implícito (líneas continuas) para los IS (15, 20, y 25) para *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz, a una edad base de 15 años.

El volumen estimado dependiendo del IS tiende a ser mucho más optimista cuando se estima mediante el sistema explícito, pero estas diferencias se hacen notables en los índices de sitio fértiles mientras que los rendimientos son prácticamente equivalentes en los IS promedio e infértiles (Figura 4.7).

#### 4.5.4. Evaluación de sistemas

Los sistemas implícitos están diseñados para estimar de manera dinámica el cambio en la distribución de productos con la edad al combinar tanto los diámetros mínimos de corta por producto con las especificaciones de las puntas no comerciales. En este caso para ilustrar la flexibilidad del sistema se propone dividir el volumen del IS medio, densidad inicial de 1,100

árboles y tres categorías de clases diamétricas: Árboles de categoría 15 cm y menores, árboles de categorías 20 a 30 cm y árboles de categoría 30 cm y mayores (Figura 4.8).

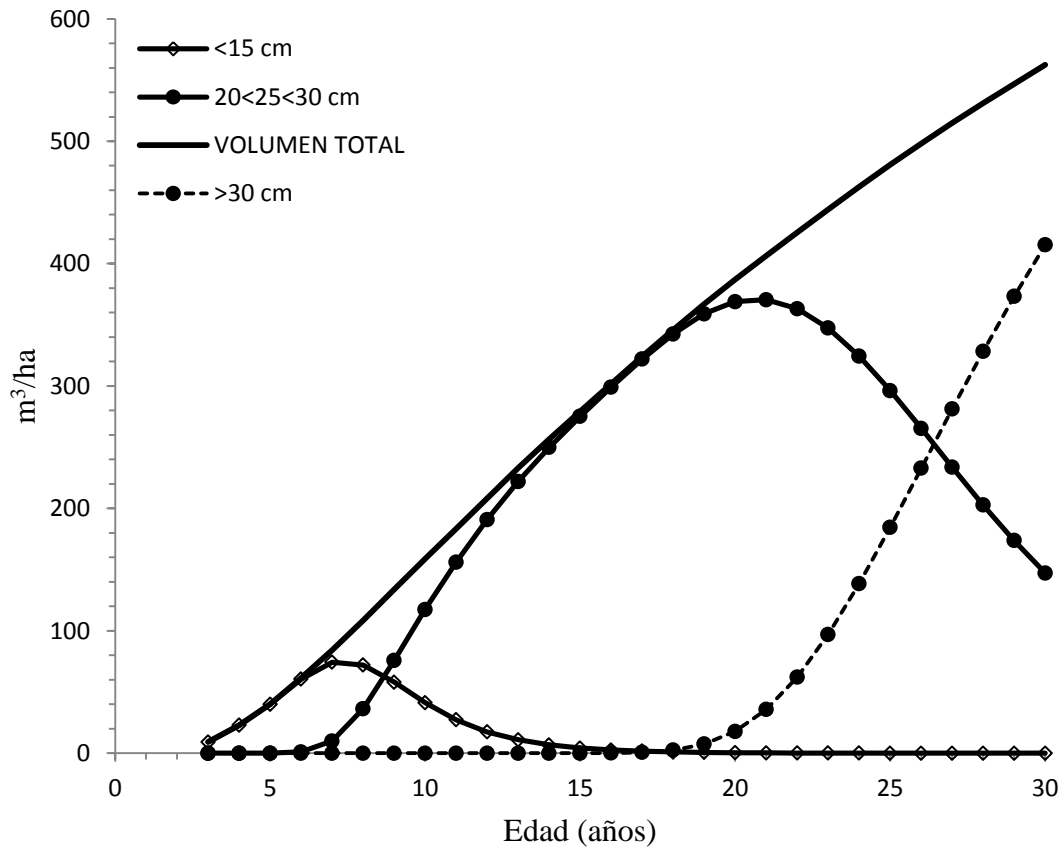


Figura 4. 8. Rendimiento en volumen maderable para las categorías establecidas basados en la fdp Weibull para un índice de sitio promedio (19 m) a una edad base de 15 años con una densidad inicial de 1,100 árboles.

Es interesante notar que los cambios en el volumen se dan de manera acelerada antes de los 15 años. Después de los 15 y hasta casi los 20 años la totalidad del volumen se distribuye entre árboles de categorías 20 a 30 cm (17.5 a 32.5 cm). Es después de los 20 años que la mayoría del volumen empieza a concentrarse en los arboles de categoría 30 cm y mayores.

Una forma de reclutar una mayor cantidad de volumen en categorías diamétricas mayores (pensando sobre todo en la producción de material de aserrío) es disminuyendo la densidad inicial. En este caso se propone una densidad inicial de 800 árboles. Al simular el rendimiento total en las categorías definidas (Figura 4.9) se aprecia que el volumen proveniente de árboles mayores de categoría 30 empieza a aparecer a los 15 años. El rendimiento total en volumen para árboles

mayores de categoría 30 cm se ve beneficiado de esta menor densidad sin impactar notablemente el rendimiento total.

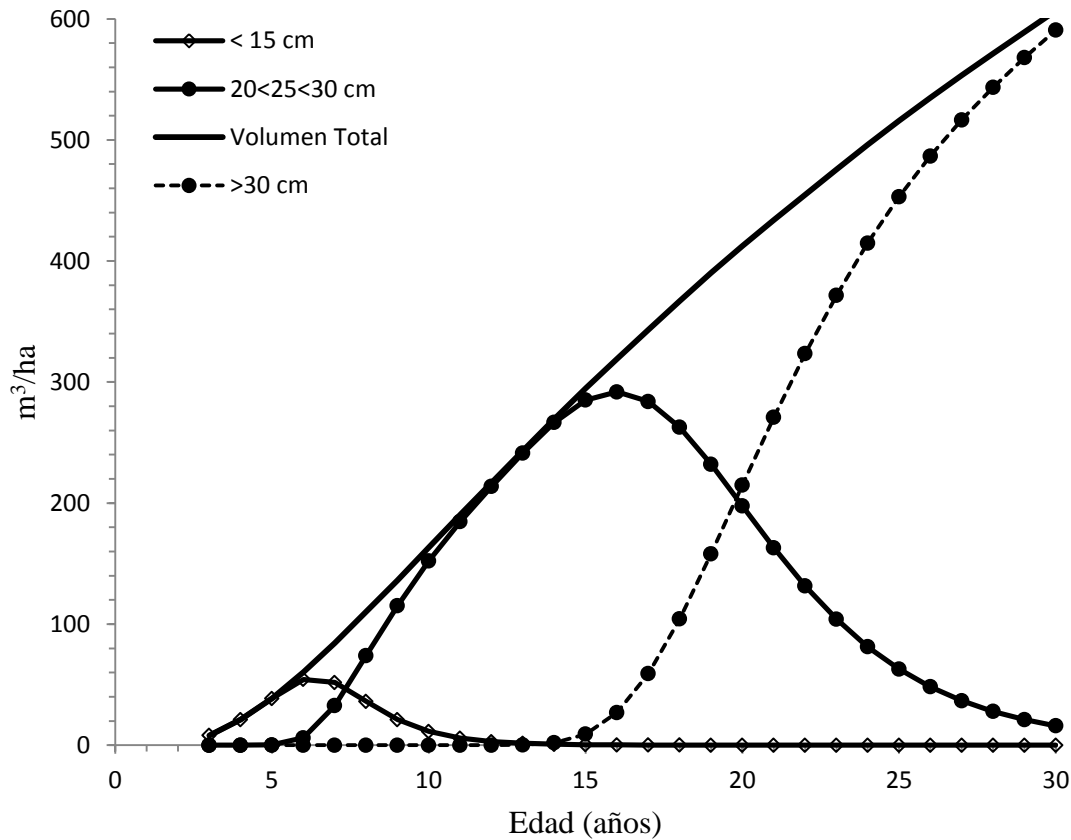


Figura 4. 9. Rendimiento en volumen maderable para las categorías establecidas basados en la fdp Weibull en un índice de sitio promedio (19 m) a una edad base de 15 años con una densidad inicial de 800 árboles.

#### 4.6. Conclusiones y recomendaciones

El sistema de ecuaciones de crecimiento y rendimiento explícito construido permite simular un amplio grupo de escenarios en rodales plantados de *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz. El sistema sugiere un turno técnico en volumen cercano a la edad de 20 años, lo que implica que todo trabajo de cultivo debe realizarse antes de esta edad para lograr que la masa responda adecuadamente al tratamiento. El sistema también permite simular escenarios donde cambios en la densidad inicial de árboles plantados deberían mejorar la distribución de árboles de mayor tamaño. El sistema sugiere que las PFC producen rendimientos mayores que en bosques regenerados de manera natural.

Si bien la red de sitios en la crono-secuencia muestreada permitió construir un SCRM estadísticamente robusto es recomendable hacer más remediciones a esta red a fin de mejorar algunos elementos y construir (guías de densidad) que permitan validar estos resultados y completar el SCRM.

Respecto a los sistemas implícitos, ambos modelos presentados permitieron obtener buenas predicciones del rendimiento maderable por categoría diamétrica a nivel de superficie. Sin embargo, el sistema basado en la función de densidad de probabilidad (fdp) Weibull es más sencillo de implementar, aunque en general ambos producen estimaciones totales equivalentes (Figura A.2, Anexo 1). El poder representar la estructura diamétrica a medida que cambia su edad debe permitir una mejor planificación en el manejo de los rodales de *Pinus patula* en la región de Zacualpan.

El SCRM permite modelar el crecimiento con las prácticas silvícolas actualmente en uso. A medida que estas mejoren, estos resultados servirán como referencia de la silvicultura usada. Incorporar semilla de calidad genética superior, así como mejores prácticas de preparación del terreno, y labores silvícolas intensivas, sin duda cambiara el rendimiento que el SCRM describe, pero aun así los resultados obtenidos sugieren que el potencial de la zona para la producción maderable vía PFC es muy promisorio y requeriría para su éxito como actividad económicamente rentable de una correcta planificación basada en herramientas como la construida en este estudio.

#### 4.7. Literatura Citada

- Álvarez G., J. G. y A. D. Ruíz G. 1998. Análisis y modelación de las estructuras diamétricas de *Pinus pinaster* Ait. en Galicia. Invest. Agr.: Sist. Recur. For. 7: 123-137.
- Borders, B. E., R.A. Souter, R. L. Bailey, and K. D. Ware. 1987. Percentile-based distributions characterize forest stand tables. For. Sci. 33: 570-576.
- Clutter, J. L. 1963. Compatible growth and yield models for loblolly pine. For. Sci. 9: 354-371.
- Clutter, J. L., J. C. Forston., L. V. Pienaar., G. H. Brister and R. L. Bailey. 1983. Timber Management: A Quantitative Approach. John Wiley & Sons, Inc. New York. 333 p.
- Davis, L. S., K. N. Johnson. P. S. Bettinge and T. E. Howard. 2001. Forest Management. 4<sup>th</sup> ed. McGraw-Hill Series in Forest Resources. New York 804 p.

- De la Fuente E., A., A Velásquez M., J. M. Torres R., H. Ramírez M., C. Rodríguez F. y A. Trinidad S. 1998. Predicción del crecimiento y rendimiento de *Pinus rudis* Endl., en Pueblos Mancomunados, Ixtlán, Oaxaca. Rev. Cien. For. en Méx. 23: 3-8.
- Diéguez A., U., F. Castedo D. y J. G. Álvarez G. 2005. Funciones de crecimiento en área basimétrica para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblaciones en Galicia. Invest. Agr. Sist. Recur. For. 14: 253-266.
- Galán L., R., H. M. De los Santos P. y J. I. Valdez H. 2008. Crecimiento y rendimiento maderable de *Cedrela odorata* L. y *Tabebuia donnell-smithii* Rose en San José Chacalapa, Pochutla, Oaxaca. Madera y Bosques 14: 65-82.
- García G., C., N. Cañadas, y G. Montero G. 2002. Modelización de la distribución diamétrica de las masas de *Pinus pinea* L. de Valladolid (España) mediante la función Weibull. Invest. Agr. Sist. Recur For. 11 (2): 263-282.
- Gómez-Tejedo, J., H. M. De los Santos-Posadas, A. M. Fierros-González, y J. R. Valdez-Lazalde. 2009. Modelos de crecimiento en altura dominante para *Eucalyptus grandles* Hill ex Maiden y *E. urophylla* S. T. Blake en Oaxaca, México. Rev. Fitotec. Mex.. 32 (2): 161-169.
- Gorgoso, J. J., J. G. Álvarez G., A. Rojo and J. A. Granadas-Arias. 2007. Modelling diameter distributions of *Betula alba* L. stands in northwest Spain with the two parameter Weibull function. Invest. Agr. Sist. Recur. For. 16 (2): 113-123.
- Magaña T., O. S., J. M. Torres R., C. Rodríguez F., H. Aguirre D. y A. M. Fierros G. 2008. Predicción de la producción y rendimiento de *Pinus rudis* Endl. en Aloapan. Oaxaca. Madera y Bosques 14: 5-19.
- Maldonado D., A. y J. Návar Ch. 2002. Ajuste y predicción de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de plantaciones de pino de Durango, México. Madera y Bosques 8: 61-72.
- Montero M., M., y A. M. Fierros G. 2000. Predicción del crecimiento de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* Barr y Golf. en "La Sabana", Oaxaca, México. Comunicación Técnica. Rev. For. Centroam.32: 20-25.

- Pece, M. G., C. G. de Benítez, y M. J. de Galíndez. 2000. Uso de las funciones Weibull para modelar distribuciones diamétricas en una plantación de *Melina azedarach*. Rev. Forest. Venez. 44(2): 49-52.
- Piennar, L.V., B. D. Shiver and J.W. Rheney. 1996. Yield prediction for mechanically site-prepared slash pine plantations in The Southeastern Coastal Plain. PMRC Technical Report 1996-3. Daniel B. Warnell School of Forest Resources. The University of Georgia.
- Roldán-Cortés, M. A. 2013. Inventario forestal y crecimiento maderable de *Eucalyptus urophylla* en la empresa Forestaciones Operativas de México. Tesis Doctoral. Postgrado Forestal. Colegio de Postgraduados Montecillo. Texcoco, edo. de México. 115 p.
- Santiago-García, W., H. M. De los Santos-Posadas, G. Ángeles-Pérez, J. R. Valdez-Lazalde y G. Ramírez-Valverde. 2013. Sistema compatible de crecimiento y rendimiento para rodales coetáneos de *Pinus patula*. Rev. Fitotec. Mex. 36 (2): 163-172.
- SAS Institute Inc. 2002. SAS/STAR® 9.0 User's Guide. SAS Institute Inc. NC.
- Schumacher, F. X. and F. S. Hall. 1933. Logarithmic expression of timber tree volume. J, Agric. Res. 47: 719-734.
- Schumacher, F. X. 1939. A new growth curve and its application to timber-yield studies. J. For. 37: 819-820.
- Secretaria de Finanzas y Planeación de estado de Veracruz (SEFIPLAN) 2013. Sistema de información municipal. Cuadernillos municipales, 2013. Cita de internet: <http://www.veracruz.gob.mx/finanzas/files/2013/04/Zacualpan.pdf>.
- Tamarit U, J. C. 2013. Cubicación, crecimiento y rendimiento maderable e inventario operativo para *Tectona grandis* en el sureste de México. Tesis doctoral. Postgrado Forestal. Colegio de Postgraduados Texcoco, edo. de México. 96 p.
- Torres-Rojo, J. M., M. Acosta M., y O. S. Magaña T. 1992. Métodos para estimar los parámetros de la función Weibull y su potencial para ser predichos a través de atributos del rodal. Agrociencia Serie Rec. Nat. Renovables 2: 57-76.
- Uranga-Valencia, L. P., H. M. De los Santos P., J. R. Valdez L., J. López U., H. Navarro G., y G. Cruz de León. 20014. Crecimiento y Rendimiento Maderable en plantaciones de *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz. In press.



Velázquez M., A., A. M. Fierros G., A. Aldrete., A. Gómez G., H. M. De los Santos P., M. González G., J. López U., T. Llanderal O. y S. Fernández C. 2009. Situación actual y perspectivas de las plantaciones forestales comerciales en México. Comisión Nacional Forestal-Colegio de Postgraduados. Texcoco México 429p.

## CAPÍTULO V

### 5. Conclusiones y Recomendaciones generales

Los resultados obtenidos en el desglose de los capítulos que componen esta tesis son una herramienta fundamental para la CIFZA y también para los actores forestales en su sentido amplio ya que es el primer trabajo que se realiza en PFC para la especie de *Pinus patula* en un clima de bosque templado.

Los resultados muestran la forma del arbolado y el rendimiento que se espera de dichas plantaciones siempre y cuando se lleven a cabo las recomendaciones sugeridas.

En el capítulo II, queda comprobado que las prácticas silvícolas son muy importantes y que hay que invertir económicamente en ellas, ya que serán el reflejo a futuro de una mejor calidad de madera así como el volumen producido por cada árbol. Hasta el momento en la zona de Zacualpan, Ver., solo se aplican las podas y la forma de los árboles aún no se expresan del todo debido a que son árboles pequeños y la forma del fuste es cónica, sin embargo se espera que si se realizan los tratamientos silvícolas adecuados y en tiempo oportuno, lleguen a tener forma de paraboloide tendiendo a un cilindro; como es el caso de Zacualtipán, Hgo., donde se aplica el método de árboles padres.

Referente al rendimiento maderable para estas PFC, en los capítulos III y IV, se definió y validó el modelo Hossfeld IV en su familia de curvas polimórficas I, es el que mejor ajustó a los datos de esta zona para generar el SCRM explícito e implícito.

Se puede concluir que la productividad en Zacualpan, Ver. es mayor que la reportada en estudios hechos en Zacualtipán, Hgo. y Huayacocotla, Ver. ya que con el sistema desarrollado en este trabajo se considera una edad base de 15 años y un índice de sitio promedio de 19 m, obteniendo un volumen de  $291.7 \text{ m}^3/\text{ha}^{-1}$  alcanzado el turno técnico a la edad de 20 años.

Si se deseará comparar la productividad de Zacualpan con la reportada para Zacualtipán y Huayacocotla a la misma edad base (20 años) y considerando el índice de sitio promedio de 15 años, en Zacualpan obtendríamos una productividad de  $340 \text{ m}^3/\text{ha}$ , sin embargo, Santiago-García *et al.* (2013) en su trabajo no reportan el volumen para este IS esa edad base con el mismo

modelo polimórfico de Hossfeld IV, por lo que se optó por compararlo con el que sí reporta para el mismo modelo pero en su familia de curvas anamórfica, en el que reporta un volumen 263 m<sup>3</sup>/ha, por lo que la productividad sería mayor por 77 m<sup>3</sup>/ha. Mientras que la productividad reportada para Huayacocotla es de 302 m<sup>3</sup>/ha y en Zacualpan sería de 340 m<sup>3</sup>/ha, donde hay una diferencia de 38 m<sup>3</sup>/ha.

Realmente no hay mucha diferencia con los datos que se estiman para los datos de Huayacocotla comparados con los de Zacualpan, sin embargo, no hay que olvidar que no es el mismo modelo el que se consideró para la predicción del índice de sitio; pero sí lo es para el caso de Zacualtipán y consideran el mismo turno a los 20 años.

Por lo anterior mencionado es factible decir que existe una mejor calidad de sitio en la región de Zacualpan que en Zacualtipán y Huayacocotla, y que si se realizan los tratamientos silvícolas adecuadamente (como es la selección de semillas, preparación y limpieza de terreno, técnica de plantación, control de densidad y malezas, podas y aclareos) podrían alcanzar los rendimientos aquí mencionados, información que es vital para los dueños de las plantaciones y que deben tomar en cuenta para cualquier toma de decisión a futuro, ya que el SCRM generado realiza estimaciones confiables de crecimiento y rendimiento corriente y futuro determinando una edad base de cosecha, así como la producción anual, periódica o total durante el periodo de rotación. Pudiendo ser la base para la realización de análisis financieros.

## ANEXO I

### 6. Distribución diamétrica basada en percentiles

El método libre para caracterizar estructuras diamétricas fue ensayado siguiendo la metodología de (Bordes *et al.*, 1987). El sistema de crecimiento implícito basado en percentiles de forma

$$P_n = f(\text{atributos de rodal})$$

donde  $P_n$  es el n-ésimo percentil de la distribución.

Sin embargo, para ajustar el sistema, este se formuló a partir de un percentil guía  $P_{g+i} = f(P_g, \text{atributos del rodal})$ , donde  $P_g$  es el percentil guía en el sistema,  $P_{g+i}$  son otros percentiles del sistema relacionados a  $P_g$ , cuando existe un  $j$  percentiles menores que  $P_g$  y  $K$  percentiles mayores que  $P_g$ .

Bajo esta metodología el número de percentiles depende de la amplitud de las distribuciones a modelar. En este caso el percentil 65 fue el que se definió como percentil guía; y a partir de éste se generó una ecuación por percentil definido, considerando al percentil cien como el diámetro máximo de los datos bajo estudio y al percentil cero como el diámetro mínimo; quedando el sistema como sigue:

1		10	$p40 = p50 + \alpha_9 \times Dq$
2	$p65 = \alpha_0 + \alpha_1 \times Dq + \alpha_2 \times (1/E)$	11	$p30 = p40 + \alpha_{10} \times Dq$
3	$p75 = p65 + \alpha_3 \times Dq$	12	$p20 = p30 + \alpha_{11} \times Dq$
4	$p85 = p75 + \alpha_4 \times Dq$	13	$p10 = p20 + \alpha_{12} \times Dq$
5	$p90 = p85 + \alpha_5 \times Dq$	14	$p5 = p10 + \alpha_{13} \times Dq$
6	$p95 = p90 + \alpha_6 \times Dq$	15	$p0 = p5 + \alpha_{14} \times Dq$
7	$p100 = p95 + \alpha_7 \times Dq$		
8	$p50 = p65 + \alpha_8 \times Dq$		
9			

donde:  $P_n$  es el percentil n-ésimo del rodal ;  $\alpha_i$  son los parámetros a estimar, las demás variables ya fueron definidas.

Después de obtener el grupo de percentiles que conforman el sistema, se retomaron las clases diamétricas para distribuir los árboles uniformemente en los percentiles seleccionados, dicha distribución se hizo con base en la expresión:

$$N_k = \left\{ \frac{P_i - ID_k}{P_i - P_{i-1}} \times (t_i - t_{i-1}) + (t_j - t_i) + (t_{j+1} - t_j) \times \frac{SD_k - P_j}{P_{j+1} - P_j} \right\} \times N$$

donde:  $P_{i-1} < ID_k < P_i$ ;  $P_j < SD_k < P_{j+1}$ , por lo tanto  $N_k$  es el número de árboles por hectárea en la k-ésima clase de categoría diamétrica;  $ID_k$  es el límite inferior de la k-ésima categoría diamétrica;  $SD_k$  es el límite superior de la k-ésima categoría diamétrica;  $P_i$ ,  $P_{i-1}$  y  $P_j$ ,  $P_{j+1}$  son los percentiles adyacentes en el sistema, bajo la siguiente consideración ( $P_i > P_{i-1}$  y  $P_j < P_{j+1}$ );  $t_i$ ,  $t_{i-1}$ ,  $t_j$ ,  $t_{j+1}$  es la proporción de los árboles por clase de categoría diamétrica de los percentiles;  $N$  es la densidad del rodal en número de árboles por hectárea.

Para completar el sistema se utilizaron las mismas ecuaciones implementadas en el sistema implícito basado en el fdp Weibull.

## 6.1. Resultados y Discusión

En la obtención del sistema implícito basado en percentiles, el percentil 65, de la distribución diamétrica del rodal fue el que mejor se ajustó al diámetro cuadrático ( $D_q$ ), debido a que dicho parámetro es dependientes del diámetro cuadrático del rodal, por lo que al proyectar dicha variable en el tiempo se conoce el valor de este parámetro a una edad de interés; por ello fue utilizado como percentil guía a partir del cual se generó el sistema de predicción de percentiles. Los criterios de bondad de ajuste y los parámetros estimados de las ecuaciones que integran el sistema, se presentan en el Cuadro A.1.

Cuadro A. 1. Estadísticas de ajuste y parámetros estimados de las ecuaciones que conforman el sistema de predicción implícita basada en percentiles.

Modelo	Parámetro	Estimación	Error Estándar	Valor de t	Aprox. Pr >  t	Estadísticos de ajuste	
						RMSE	R2adj
	a0	-0.77934	0.1038	-7.51	<.0001		
$p_{65}$	a1	1.113467	0.00449	247.86	<.0001	0.3742	0.9975
	a2	2.239272	0.3774	5.93	<.0001		
$p_{75}$	a3	0.06773	0.00343	19.76	<.0001	0.5166	0.9956
$p_{85}$	a4	0.08213	0.00371	22.15	<.0001	0.5589	0.9954
$p_{90}$	a5	0.06645	0.00441	15.08	<.0001	0.6643	0.9941
$p_{95}$	a6	0.106924	0.00623	17.17	<.0001	0.9388	0.9899
$p_{100}$	a7	0.110516	0.0105	10.56	<.0001	1.5779	0.9731
$p_{50}$	a8	-0.12011	0.00535	-22.45	<.0001	0.8065	0.9846
$p_{40}$	a9	-0.06791	0.00261	-26.01	<.0001	0.3934	0.9959
$p_{30}$	a10	-0.06929	0.00459	-15.1	<.0001	0.6919	0.9854
$p_{20}$	a11	-0.08529	0.00434	-19.66	<.0001	0.6541	0.9846
$p_{10}$	a12	-0.12888	0.00697	-18.5	<.0001	1.0501	0.9482
$p_5$	a13	-0.085	0.00666	-12.77	<.0001	1.0032	0.9474
$p_0$	a14	-11299	0.0103	-11.02	<.0001	1.5451	0.8671

RMSE: raíz del error medio cuadrático;  $R^2_{adj}$ : coeficiente de determinación ajustado

El sistema de predicción de percentiles posee un ajuste adecuado y alta significancia en cada una de las ecuaciones que lo conforman, situación que permite explicar del 86.7 al 99.7 % de la variación total en la distribución diamétrica. Bordes *et al.* (1987) con datos provenientes de *Pinus ellioti* también emplearon en sus sistema el percentil 65 como curva guía; así como Roldán-Cortes, (2013) para *Eucalyptus urophylla*, la diferencia en este caso es que radica en que éste se integró por 13 ecuaciones para los 13 percentiles seleccionados para modelar las distribuciones diamétricas y el número de árboles incluidos en cada una. Santiago-García *et al.*, (2013) utilizaron el percentil 50 como el guía y su sistema estuvo integrado por 8 ecuaciones de los percentiles adyacentes. La proporción de árboles calculada por este método para cada categoría diamétrica puede observarse en la Figura A.1.

Una vez calculados los percentiles y aplicando las mismas ecuaciones del SCRM implícito del fdp Weibull para el índice de sitio promedio (IS 19) a una edad de referencia de 15 años y una edad inicial de 1,100 árboles por hectárea y el Dq calculado de manera directa, se obtuvo la proporción de árboles por clases diamétricas (Figura A.1).

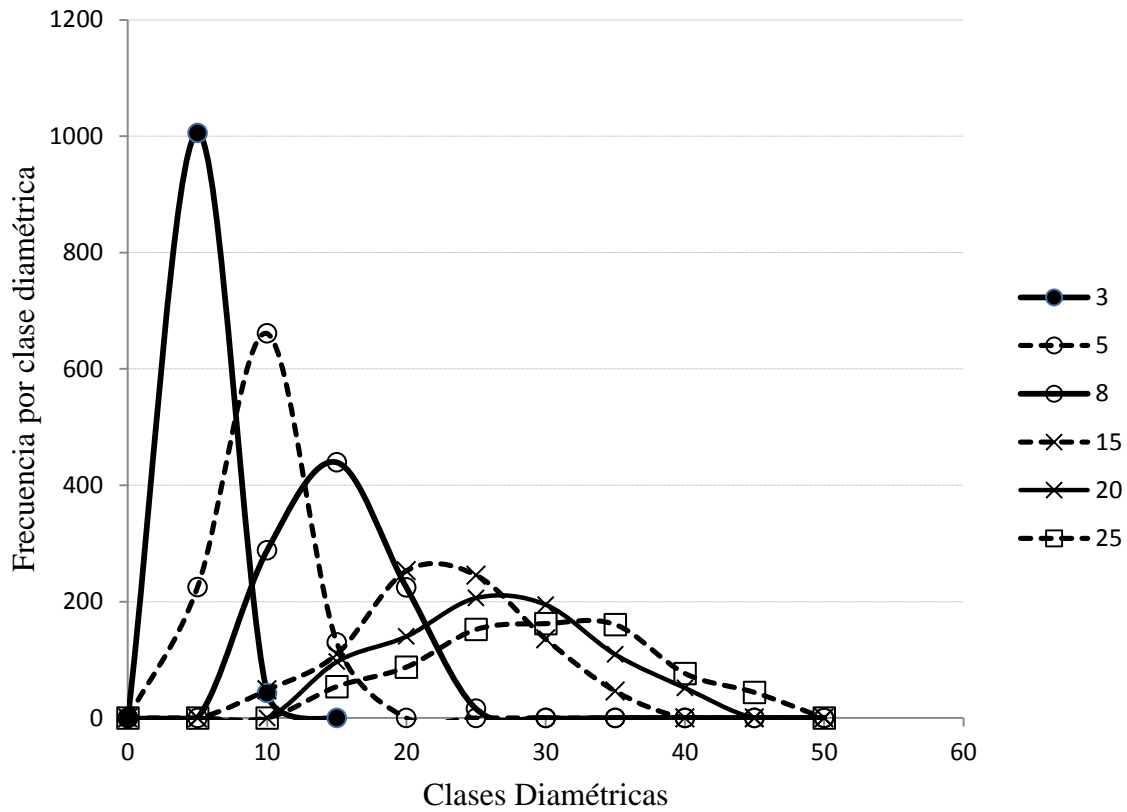


Figura A. 1. Proporción de árboles por hectárea por categoría diamétrica basada en la distribución de percentiles vía el método de Bordes para las edades 3, 5, 8, 15, 20 y 25 años.

Se muestra el rendimiento volumétrico total para el índice de sitio promedio (IS 19) a una edad base de 15 años (Figura A.2) comparado con el volumen estimado para el sistema explícito.

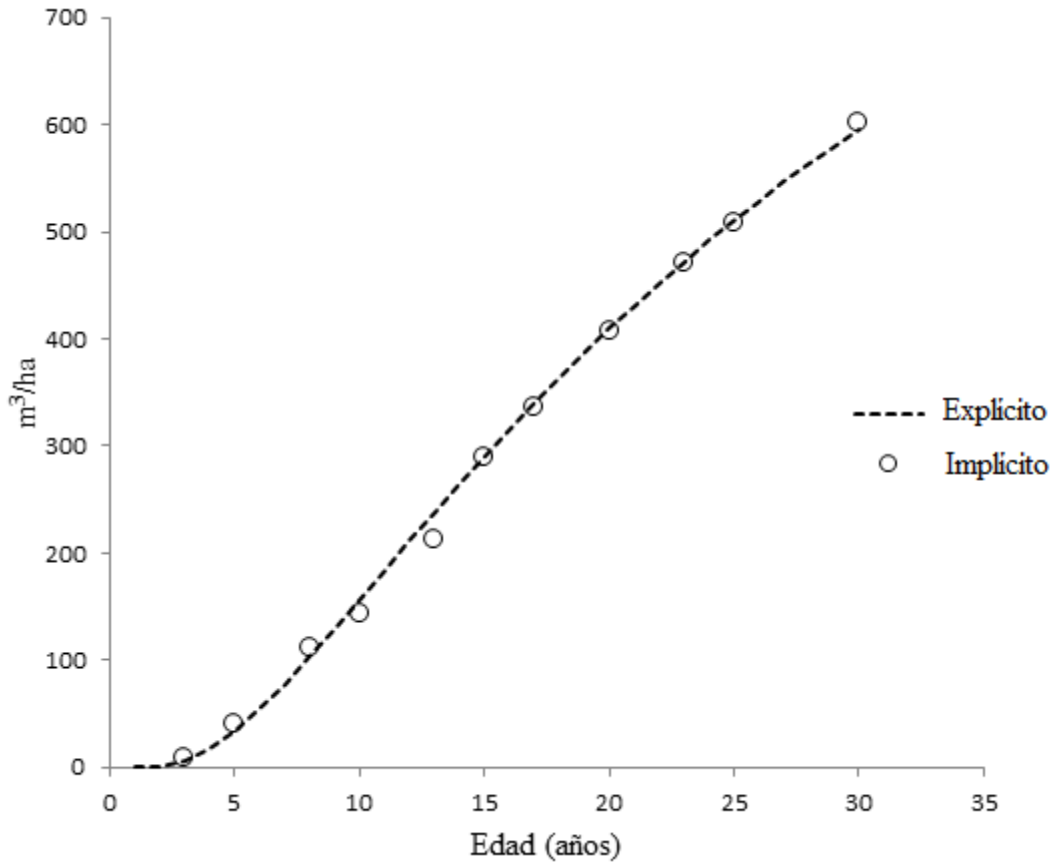


Figura A. 2. Rendimiento volumétrico por categoría diamétrica basado en la estimación de percentiles de Bordes.

En este caso no se ilustra el volumen estimado para el sistema explícito en diferentes IS pero puede apreciarse que en el promedio la estimación es muy similar al rendimiento explícito. Al simular el rendimiento total en las categorías definidas (Figura A.3) se aprecia que el volumen proveniente de árboles mayores categorías de categoría 30 empieza a aparecer antes de los 15 años.



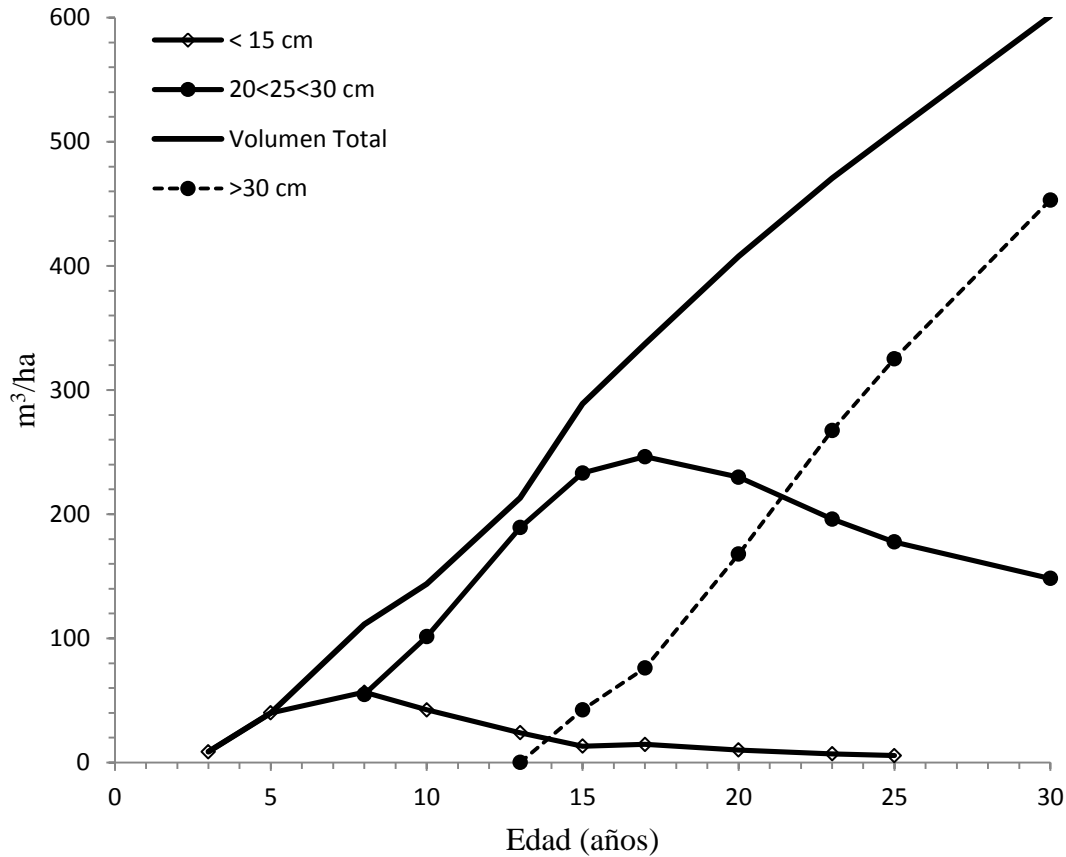


Figura A.3. Rendimiento en volumen maderable para las categorías establecidas basados en el método solo de percentiles para un índice de sitio promedio (19 m) a una edad base de 15 años con una densidad inicial de 1,100 árboles.

## 6.2. Conclusiones y Recomendaciones

A pesar de ser computacionalmente complejo de implementar el sistema de percentiles arroja resultados adecuados, también para describir la estructura del rodal y el rendimiento total. El hecho de no estar ligado a una fdp permite que las distribuciones diamétricas sean “irregulares” lo que en muchos casos permite proyectar estructuras en diámetro que son mucho más realistas que las producidas bajo una fdp u otra forma cerrada.