



COLEGIO DE POSTGRADUADOS
INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO DE HIDROCIENCIAS

**ANÁLISIS DE LA SOBRE-EXPLOTACIÓN
DEL ACUÍFERO DE TEXCOCO**

Bernardo Samuel Escobar Villagran

T E S I S

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL

PARA OBTENER EL GRADO DE:

DOCTOR EN CIENCIAS


MONTECILLO, TEXCOCO, ESTADO DE MÉXICO.


2010

La presente tesis titulada: Análisis de la Sobre-explotación del Acuífero Texcoco
realizada por el alumno: Bernardo Samuel Escobar Villagran
bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada
como requisito parcial para obtener el grado de:


DOCTOR EN CIENCIAS
HIDROCIENCIAS

CONSEJO PARTICULAR

CONSEJERO: 
Dr. Oscar L. Palacios Vélez

ASESOR: 
Dr. Mario R. Martínez Menez

ASESOR: 
Dr. José Luis Oropeza Mota

ASESOR: 
Dr. Enrique Mejía Saenz

ASESOR: 
Dr. Sergio Pérez Elizalde

AGRADECIMIENTOS

AL CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA (CONACYT)

*Por el financiamiento otorgado, que gracias a
ello fue posible culminar estos estudios, para
obtener el Doctorado en Ciencias.*

AL DR. OSCAR L. PALACIOS VELEZ

*Por el tiempo que dedicó al dirigir esta tesis.
Gracias por su paciencia, orientación y
dirección de este trabajo.*

AL DR. MARIO MARTÍNEZ MENEZ

*Por sus valiosas observaciones a este trabajo
y por sus valiosos consejos para mi formación
profesional.*

AL DR. ENRIQUE MEJÍA SAENZ

Por su apoyo incondicional.

AL DR. JOSÉ LUIS OROPEZA MOTA

*Por su contribución en la elaboración del
presente trabajo.*

AL DR. SERGIO PÉREZ ELIZALDE

*Por su apoyo honesto y sus valiosas
sugerencias.*

CONTENIDO

| | |
|--|-----|
| ÍNDICE DE CUADROS | I |
| ÍNDICE DE FIGURAS | II |
| ÍNDICE DE ANEXOS | III |
| RESUMEN | IV |
| ABSTRACT | VI |
| I. INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| II. OBJETIVOS E HIPÓTESIS..... | 8 |
| III. REVISIÓN DE LITERATURA | 10 |
| 5.1. POLÍTICA NACIONAL SOBRE EL MANEJO DEL AGUA..... | 10 |
| 5.2. DIVERGENCIAS ENTRE DOS ESTUDIOS REALIZADOS POR LA CONAGUA EN EL ACUÍFERO TEXCOCO | 13 |
| 5.3. CONCEPTOS FUNDAMENTALES: NIVEL FREÁTICO, NIVEL PIEZOMÉTRICO Y CLASIFICACIÓN DE LOS ACUÍFEROS | 20 |
| 5.4. PROPIEDADES O PARÁMETROS HIDROLÓGICOS FUNDAMENTALES DE LOS ACUÍFEROS Y ECUACIONES DEL MOVIMIENTO DE AGUA EN UN MEDIO POROSOS TOTALMENTE SATURADO | 23 |
| 5.5. MÉTODOS DE INTERPRETACIÓN DE PRUEBAS DE BOMBEO..... | 53 |
| 5.6. TIPOS DE MODELOS DE FLUJO DE AGUA SUBTERRÁNEA | 66 |
| V. MATERIALES Y MÉTODOS | 76 |
| 6.1. CARACTERIZACIÓN FÍSICA DEL ENTORNO SUPERFICIAL DE LA UNIDAD HIDROGEOLÓGICA | 76 |
| 6.1.1. Ubicación..... | 76 |
| 6.1.2. Fisiografía..... | 78 |
| 6.1.3. Clima..... | 79 |
| 6.1.4. Hidrografía..... | 86 |
| 6.2. CARACTERIZACIÓN DEMOGRÁFICA Y USOS DEL AGUA EN EL TERRITORIO DE ESTUDIO | 90 |
| 6.3. METODOLOGÍA PARA EVALUACIÓN DE LA SOBREEXPLOTACIÓN DEL ACUÍFERO TEXCOCO..... | 92 |
| 6.3.1. Método del balance hidrológico | 93 |
| 6.3.2. Evaluación de la sobreexplotación de un acuífero o cambio de almacenamiento (ΔV) determinando el coeficiente de almacenamiento (S) y la variación de la carga hidráulica (Δh), mediante pruebas de bombeo | 101 |
| VI. RESULTADOS Y DICUSIÓN | 103 |
| 7.1. EVALUACIÓN DE LA SOBREEXPLOTACIÓN DEL ACUÍFERO TEXCOCO (MÉTODO DEL BALANCE HIDROLÓGICO: $E - S = \Delta V$)..... | 103 |
| 7.1.1. Área de balance | 103 |
| 7.1.2. Entradas (E) de agua al acuífero..... | 104 |
| 7.1.3. Salidas (S) de agua del acuífero..... | 107 |
| 7.2. EVALUACIÓN DE LA SOBREEXPLOTACIÓN DE UN ACUÍFERO O CAMBIO DE ALMACENAMIENTO (ΔV) DETERMINANDO EL COEFICIENTE DE ALMACENAMIENTO (S) Y LA VARIACIÓN DE LA CARGA HIDRÁULICA (ΔH), MEDIANTE PRUEBAS DE BOMBEO | 111 |
| VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 114 |

| | |
|---------------------------------|------------|
| 8.1. CONCLUSIONES | 114 |
| 8.2. RECOMENDACIONES..... | 115 |
| VIII. BIBLIOGRAFÍA | 116 |

ÍNDICE DE CUADROS

| | |
|---|-----|
| Cuadro 1.1. Disponibilidad de agua en diferentes países del mundo (2007) | 1 |
| Cuadro 1.2. Usos consultivos, según origen del tipo de fuente de extracción, 2007 | 3 |
| Cuadro 1.3. Comparación de la sobreexplotación del acuífero Texcoco, calculada por el método del balance hidrológico, en diferentes años..... | 5 |
| Cuadro 5.1. Municipios que conforman el acuífero Texcoco de acuerdo a ambos estudios | 15 |
| Cuadro 5.2. Volúmenes de extracción por municipio y delegación en el acuífero Texcoco, estudio 2002 (con datos del censo de 1990)..... | 15 |
| Cuadro 5.3. Aprovechamientos censados en 1990 y 2006 reportados en estudio 2006..... | 16 |
| Cuadro 5.4. Volúmenes totales estimados de extracción de agua subterránea en los censos realizados en los años 2006 y 1990 reportados en estudio 2006..... | 16 |
| Cuadro 5.5. Volúmenes brutos estimados de extracción de agua subterránea en pozos y norias de los censos realizados en los años 1990 y 2006..... | 17 |
| Cuadro 5.6. Valores del Balance de agua subterránea en ambos estudios..... | 17 |
| Cuadro 5.7. Pago de derechos de agua por m ³ , de conformidad con la clasificación de las Zonas de Disponibilidad de Aguas (Fuentes Superficiales o del Subsuelo)..... | 20 |
| Cuadro 5.8. Valores de la función de pozo para acuífero confinado y penetración total (Walton 1970)..... | 58 |
| Cuadro 5.9. Valores de la función W (u, r/c), para acuífero semiconfinado y penetración total..... | 63 |
| Cuadro 6.1. Tamaños de las 9 cuencas superficiales que comprende el área de estudio..... | 87 |
| Cuadro 6.2. Población de los municipios que comprende el acuífero Texcoco, proyecciones al 2030 | 91 |
| Cuadro 6.3. Extracciones de agua subterránea por municipio y tipo de uso..... | 91 |
| Cuadro 7.1. Valores de entradas verticales (EV) al acuífero Texcoco..... | 104 |
| Cuadro 7.2 Volúmenes de entradas de agua subterránea por flujo horizontal | 106 |
| Cuadro 7.3. Volúmenes de extracción de agua subterránea..... | 108 |
| Cuadro 7.4. Extracciones de aguas subterráneas por municipio, tipo de uso y número de aprovechamientos | 108 |
| Cuadro 7.5. Volúmenes de salidas de agua subterránea por flujo horizontal..... | 109 |
| Cuadro 7.6. Balance de Agua subterránea en el Acuífero Texcoco | 109 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|------------|
| Figura 1.1. Variación de la población y la disponibilidad anual de agua per cápita en México..... | 2 |
| Figura 1.2. Acuíferos sobreexplotados en México..... | 4 |
| Figura 1.3. Comparación de extracción recarga de algunos acuíferos de la región XIII Valle de México publicados en el DOF 2003 y 2009..... | 5 |
| Figura 5.1. Nivel freático en un acuífero..... | 21 |
| Figura 5.2. Nivel piezométrico en un acuífero..... | 21 |
| Figura 5.3. Tipos de acuíferos..... | 23 |
| Figura 5.4. Diagrama esquemático de una partícula de suelo mostrando sus tres fases principales aire, agua y suelo..... | 24 |
| Figura 5.5. Esquema de estudio de la Ley de Darcy..... | 29 |
| Figura 5.6. Conjunto de tubos..... | 29 |
| Figura 5.7. Conjunto de tubos y medio poroso..... | 30 |
| Figura 5.8. Definición de velocidades en coordenadas cilíndricas..... | 32 |
| Figura 5.9. Definición de velocidades en coordenadas esféricas..... | 33 |
| Figura 5.10. Rango de validez de la ley de Darcy. Relación entre f_0 y Re | 35 |
| Figura 5.11. Permeámetro de carga constante..... | 37 |
| Figura 5.12. Permeámetro de carga variable..... | 37 |
| Figura 5.13. Ecuación de continuidad de un elemento diferencial tridimensional..... | 39 |
| Figura 5.14. Ecuación de continuidad de un elemento diferencial bidimensional..... | 44 |
| Figura 5.15. Línea de corriente..... | 49 |
| Figura 5.16. Ortogonalidad entre las líneas de corriente y equipotenciales..... | 52 |
| Figura 5.17. Esquema de flujo en un acuífero confinado y penetración total..... | 55 |
| Figura 5.18. Función de pozo (Walton, 1970)..... | 57 |
| Figura 5.19. Acuífero semiconfinado y penetración total..... | 61 |
| Figura 5.20. Gráfica de la función $W(u, r/c)$ | 63 |
| Figura 5.21. Discretización de un acuífero..... | 69 |
| Figura 6.1. Localización del acuífero Texcoco..... | 77 |
| Figura 6.2. Colindancias del acuífero Texcoco con otros acuíferos..... | 78 |
| Figura 6.3. Provincias fisiográficas..... | 79 |
| Figura 6.4. Climas de la zona de estudio..... | 80 |
| Figura 6.5. Precipitación mensual..... | 81 |
| Figura 6.6. Precipitación promedio anual..... | 81 |
| Figura 6.7. Isoyetas medias anuales de precipitación..... | 82 |
| Figura 6.8. Distribuciones probabilísticas de la precipitación..... | 83 |
| Figura 6.11. Isotermas de temperatura..... | 84 |
| Figura 6.12. Isolíneas de evapotranspiración..... | 86 |
| Figura 6.13. Distribución de cuencas en el área de estudio..... | 87 |
| Figura 6.14. Rango de valores del coeficiente de escurrimiento (C_e), acuífero Texcoco..... | 88 |
| Figura 6.15. Geología en el área del acuífero Texcoco..... | 89 |
| Figura 6.16. Esquema de Red de Flujo..... | 98 |
| Figura 7.1. Área de balance de aguas subterránea..... | 103 |
| Figura 7.2. Pozos pilotos del acuífero Texcoco..... | 105 |
| Figura 7.3. Líneas equipotenciales..... | 105 |
| Figura 7.5. Valores de Extracción y Recarga de cuatro acuíferos de la Región XIII Valle de México..... (DOF 2009)..... | 110 110 |
| Figura 7.6. Valores de Extracción y Recarga de cuatro acuíferos de la Región XIII Valle de México..... (DOF 2003)..... | 111 111 |
| Figura 7.7. Abatimiento del nivel estático en cuatro pozos de observación del acuífero Texcoco..... | 112 |

ÍNDICE DE ANEXOS

| | |
|---|-----|
| Anexo 1. Criterios generales propuestos por la Gerencia de Aguas Subterráneas para la delimitación de los acuíferos y sus zonas de recargas, para fines de aplicación a nivel nacional, 1999. | 119 |
| Anexo 2. Vértices de la poligonal del Acuífero de Texcoco, Estado de México. | 123 |
| Anexo 3. Desarrollo matemático para obtener las ecuaciones de Laplace y Boussinesq en coordenadas polares, así como, algunos ejemplos de flujo unidimensional “casi horizontal”, régimen permanente (I. Flujo de Dupuit-Forcheimer, II. Flujo de D-F cuando se tiene además recarga de infiltración uniforme y constante y III. Exactitud de la fórmula de Dupuit) | 124 |
| Anexo 4. Solución de la fórmula de Theis | 134 |
| Anexo 5. Desarrollo del algoritmo de Thomas (Óscar L. Palacios Vélez. Octubre de 2001) | 137 |
| Anexo 6. Estaciones climáticas ubicadas dentro del área y sus alrededores del acuífero Texcoco. | 141 |
| Anexo 7. Pruebas para verificar la calidad de los datos de precipitación | 142 |
| Anexo 8. Pruebas de bondad de ajuste de la Precipitación. | 142 |
| Anexo 9. Las líneas equipotenciales se determinaron como la diferencia de la altitud del brocal original y la profundidad del nivel estático en el año 2009. | 142 |
| Anexo 10. Pruebas de bombeo en dos pozos ubicados en el Colegio de Postgraduados y en la Universidad Autónoma Chapingo. (Se anexa archivo adjunto). | 143 |

RESUMEN

ANÁLISIS DE LA SOBRE-EXPLOTACIÓN DEL ACUÍFERO TEXCOCO

Bernardo Samuel Escobar Villagran, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2010

El acuífero Texcoco es el principal recurso de agua de 12 municipios en la parte oriente del Valle de México, con una población de cerca de un millón y medio de habitantes. El desarrollo económico de esta región depende fuertemente de la posibilidad de alcanzar un manejo sustentable del acuífero, el cual está sobre-explotado actualmente, a pesar de que el grado de sobre-explotación es desconocido. Ya que el conocimiento de un valor creíble de la sobre-explotación es completamente indispensable para poder elaborar e implementar un plan de manejo sustentable del acuífero, el objetivo de este trabajo fue analizar las fuentes de incertidumbre y errores en la estimación de la sobre-explotación. Para este propósito se aplicaron dos métodos: a) el método del balance hidrológico, que consiste en medir o calcular las diferentes entradas y salidas de agua del área acuífera, y b) el método basado en el monitoreo de la carga hidráulica y el conocimiento del almacenamiento específico (en acuíferos confinados) o rendimiento específico (en acuíferos no confinados), determinado por pruebas de bombeo. Como resultado de la aplicación de estos métodos se obtuvo una sobre-explotación de $62 \text{ hm}^3/\text{año}$ por el método del balance hidrológico, mientras que el uso del segundo método dio un valor de $67.6 \text{ hm}^3/\text{año}$. Ambos valores resultaron muy similares por una mera coincidencia, ya que hay error en el cálculo de la evapotranspiración real que debería ser sustraída del volumen de precipitación para poder calcular la recarga vertical; el escurrimiento superficial que entra y sale de la parte acuífera no es medido en los sitios requeridos; las características hidrogeológicas del acuífero no son medidas in situ, pero son tomadas de los acuíferos cercanos; no hay suficientes medidas representativas que pudieran permitir la correcta estimación del gradiente y de los flujos de entrada y salida de agua subterránea. Aún el volumen de agua extraída por bombeo de pozos es determinada insuficientemente, debido a que hay un número desconocido de pozos clandestinos y la información correspondiente al registro de pozos es incompleta y no está actualizada.

Palabras clave: plan de manejo sustentable de un acuífero, cálculo de la sobre-explotación, características del acuífero, errores en el balance hidrológico.

ABSTRACT

The Texcoco aquifer is the main source of water for 12 municipalities in the oriental part of the Mexican Valley, with a population of over one and a half million inhabitants. The socio-economic development of this zone strongly depends on the possibility to attain a sustainable management of the aquifer, which at present time is heavily over-exploited, although the real degree of over-exploitation is unknown. And since the knowledge of a credible value of the over-exploitation is completely indispensable in order to elaborate and implement a sustainable management plan of the aquifer, the aim of this work was to analyze the sources of uncertainties and errors in the estimation of the over-exploitation. For this purpose two methods were applied: a) the hydrologic balance method, consisting of measuring or calculating the different water inputs to and outputs from the aquifer area, and b) the method based on the monitoring of the hydraulic head drawdown and the knowledge of the specific storage (in confined aquifers) or specific yield (in unconfined aquifers), determined by aquifer tests. As a result of the application of these methods an over-exploitation of $62 \text{ hm}^3/\text{year}$ was obtained by the water balance method, while the use of the second method yielded a value of $67.6 \text{ hm}^3/\text{year}$. Both values resulted very similar by a mere coincidence, since there are errors in the calculation of the real evapotranspiration that should be subtracted from the precipitation volume in order to calculate the vertical recharge; surface runoff toward and from the aquifer area are not measured in the needed sites; the hydrogeological aquifer characteristics are not measured in situ, but are taken from neighboring aquifers; there are not enough hydraulic head measurements that would allow to correctly estimate the gradient and the groundwater inflows and outflows. Even the volume of water extracted by the pumping wells is poorly determined, since there is an unknown number of clandestine wells and the information corresponding to the registered wells is incomplete and not updated.

Keywords: aquifer sustainable management plan, over-exploitation calculation, aquifer characteristics, errors in the hydrologic balance.

I. INTRODUCCIÓN

México, al igual que muchos otros países del mundo, enfrenta problemas relativos a la disponibilidad de agua y contaminación de corrientes y acuíferos, que se agravan por los patrones de consumo actuales en los diversos usos, los cuales generan grandes pérdidas. De seguir así, se incrementarán las zonas de escasez y las fuentes de abastecimiento tendrán serias restricciones para poder atender a las nuevas generaciones de usuarios¹.

Un parámetro de referencia en el contexto internacional en relación con el agua es la disponibilidad per cápita. El Cuadro 1.1 presenta datos de disponibilidad de agua por habitante y por año para diversos países, tanto de nuestro continente como de otros países (Estadísticas del Agua, CONAGUA, 2008):

Cuadro 1.1. Disponibilidad de agua en diferentes países del mundo (2007)

| Número de orden mundial | País | Precipitación anual (mm) | Disponibilidad (miles de millones de m ³) | Disponibilidad por habitante por año (m ³) |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|---|--|
| 1 | Groenlandia | 350 | 603 | 10'595,305 |
| 2 | Guayana Francesa | 2,895 | 134 | 680,203 |
| 3 | Islandia | 1,940 | 170 | 574,588 |
| 4 | Guyana | 2,387 | 241 | 320,667 |
| 5 | Congo | 1,646 | 910 | 281,618 |
| 6 | Surinam | 2,331 | 122 | 250,501 |
| 7 | Papúa Nueva Guinea | 3,142 | 801 | 146,651 |
| 8 | Gabón | 1,831 | 164 | 126,154 |
| 9 | Canadá | 537 | 2,902 | 93,549 |
| 10 | Islas Salomón | 3,028 | 45 | 90,298 |
| 11 | Noruega | 1,414 | 382 | 81,967 |
| 12 | Liberia | 2,391 | 232 | 80,573 |
| 13 | Nueva Zelanda | 1,732 | 327 | 78,146 |
| 14 | Perú | 1,738 | 1,913 | 69,446 |
| 15 | Bolivia | 1,146 | 623 | 67,472 |
| 16 | Paraguay | 1,130 | 336 | 65,076 |
| 17 | Belize | 1,705 | 19 | 61,566 |
| 18 | Chile | 1,522 | 922 | 57,291 |
| 19 | Laos | 1,834 | 334 | 56,836 |
| 20 | Colombia | 2,612 | 2,132 | 46,302 |
| 25 | Brasil | 1,782 | 8,233 | 44,081 |
| 62 | Estados Unidos de América | 715 | 3,051 | 10,293 |
| 89 | México | 760 | 458 | 4,312 |
| 101 | Francia | 867 | 204 | 3,320 |

¹ El Agua en México: retos y avances, SEMARNAP- Comisión Nacional del Agua, Octubre 2000.

Se observa que los 25 países más ricos en cuanto a recursos hídricos, cuentan con una disponibilidad por habitante y por año superior a los 40,000 metros cúbicos. Entre estos países se cuenta a Canadá, Perú, Chile, Colombia y Brasil. Estados Unidos, que ocupa el lugar 62 entre los países con mejor disponibilidad de agua, con poco más de 10,000 metros cúbicos por habitante.

Nuestro país, en la posición 89, solo cuenta con poco más 4,300 metros cúbicos. Un país desarrollado, como Francia, cuenta con menos recursos per cápita que nosotros. Sin embargo se ubica en latitudes más septentrionales, donde la evapotranspiración es menor, por lo que tiene menor grado de escasez que nosotros.

Hay que aclarar que la disponibilidad de agua por habitante disminuye conforme aumenta la población del país. Esta variación se muestra en la Figura 1.1:

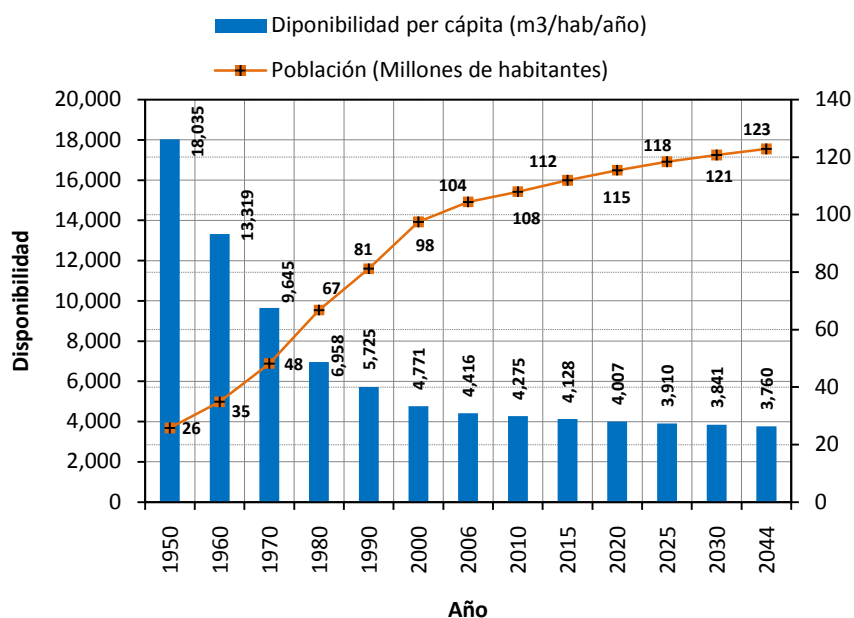


Figura 1.1. Variación de la población y la disponibilidad anual de agua per cápita en México

En lo que se refiere a los usos del agua, el volumen concesionado en 2007, era de 78,900 millones de metros cúbicos. De este volumen, el 77% corresponde al uso agrícola, 14% al público, 9% a las industrias y 5% a las termoeléctricas; que obtienen agua de ríos y acuíferos. La situación del agua respecto a su uso en la agricultura en México, es semejante en países en vías de desarrollo, situación que no prevalece en países desarrollados como Francia y Estados Unidos

de América en donde el uso del agua en la agricultura es del 10% y 41% de una extracción total de 39,960 hm³ y 479,290 hm³ respectivamente y en donde el empleo del agua es eficiente en la mayoría de los usos y el mayor consumo se destina al sector industrial, principalmente en las centrales termoeléctricas con 74% y 46% respectivamente².

Actualmente en el país, se extraen del subsuelo cerca de 28,900 hm³/año, de los cuales el 69.55 % se destina al uso agrícola y un 23.88% al público-urbano (Cuadro 1.2). En los últimos 40 años la reserva estratégica de agua subterránea ha perdido por sobreexplotación, del orden de 60,000 hm³ y se sigue mermando a un ritmo de 5,400 hm³/año.

Cuadro 1.2. Usos consultivos, según origen del tipo de fuente de extracción, 2007

| USOS CONSUNTIVOS, SEGÚN TIPO DE FUENTE DE EXTRACCIÓN, 2007 (Miles de millones de metros cúbicos, km ³) | | | |
|--|-------------|-------------|---------------|
| USO | SUPERFICIAL | SUBTERRÁNEO | VOLUMEN TOTAL |
| Agrícola ^a | 40.5 | 20.1 | 60.6 |
| Abastecimiento Público ^b | 4.2 | 6.9 | 11.1 |
| Industria Autoabastecida ^c (sin termoeléctricas) | 1.7 | 1.4 | 3.1 |
| Termoeléctricas | 3.6 | 0.5 | 4.1 |
| Total | 50.0 | 28.9 | 78.9 |

Nota: 1 km³ = 1,000 hm³ = mil millones de m³
 Los datos corresponden a volúmenes concesionados al 31 de diciembre de 2007.
^a Incluye los rubros agrícola, pecuario, acuicultura, múltiples y otros de la clasificación del Repda, además de los volúmenes de agua que se encuentran pendientes de inscripción (2.05 km³)
^b Incluye los rubros público urbano y doméstico de la clasificación del Repda.
^c Incluye los rubros industrial, agroindustrial, servicios y comercio de la clasificación del Repda.

Fuente: Estadísticas del Agua en México, Edición 2007. CONAGUA.

En México, se han delimitado 653 acuíferos (conforme a lo publicado en el DOF del 5 de diciembre de 2001; los criterios para delimitar los acuíferos en México propuestos por la Gerencia de Aguas Subterráneas de la Comisión Nacional del Agua, 1999, se presentan en el Anexo 1) distribuidos en 13 Regiones Hidrológico-Administrativas. El problema de la sobreexplotación de los acuíferos del país es cada vez más grave; en 1975 eran 32 los acuíferos sobreexplotados, número que se elevó a 36 en 1981, a 80 en 1985, 97 en 2001, 102 en 2003. El bombeo intensivo de agua subterránea ha dado lugar a su sobreexplotación en forma exponencial (Figura 1.2); en el año 2006, 104 acuíferos se encontraban sobreexplotados y de ellos se extraía

² Programa Nacional Hídrico 2007-2012. CONAGUA – SEMARNAT. Versión Final: 06 de Agosto del año 2007. Información Obtenida de las Estadísticas del Agua en México, Edición 2007. Comisión Nacional del Agua.

el 60 % del agua subterránea que se empleaba en el país³; sin embargo al año 2007, el número de acuíferos sobreexplotados se redujo 101.

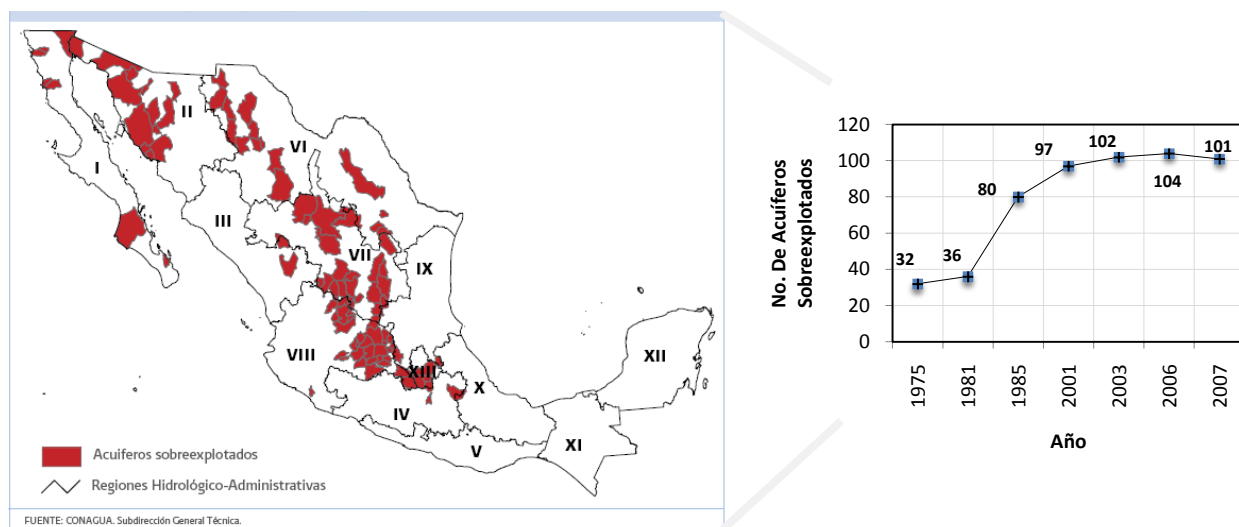


Figura 1.2. Acuíferos sobreexplotados en México

La Región administrativa XIII Valle de México, que alberga cerca de 22 millones de habitantes, la más poblada del país, se ubica en la cuenca alta del Río Pánuco y para fines de planeación está formada por cuatro subregiones hidrológicas: Valle de México, Río Tula, Norte de Veracruz y Alto Balsas. En la región se identifican 14 acuíferos: 5 en Valle de México, 7 en el Río Tula, uno en el Norte de Veracruz y uno en el Alto Balsas. En esta región, existe una problemática con relación al manejo de los recursos hidráulicos, ya que sus fuentes superficiales se encuentran prácticamente agotadas en su totalidad, lo que representa un claro ejemplo de la vulnerabilidad del equilibrio ecológico ante el desordenado crecimiento y la incesante demanda. La condición de sobreexplotación de los acuíferos (4 acuíferos sobreexplotados de los 14 acuíferos, específicamente en la Subregión Valle de México donde se encuentran ubicados estos cuatro acuíferos y dentro de ellos el acuífero Texcoco) se presenta en forma global, con una extracción total que excede en un 130 % la magnitud de la recarga; cifra que en diferentes estudios ha variado de entre ochocientos a novecientos por ciento, lo que subraya la importancia del problema en cuanto a su cuantificación.

³ Programa Nacional Hídrico 2007-2012. CONAGUA – SEMARNAT. Versión Final: 06 de Agosto del año 2007. Información Obtenida de las Estadísticas del Agua en México, Edición 2007. Comisión Nacional del Agua.

El problema referente a la gran incertidumbre en las estimaciones de la sobreexplotación (recarga menos extracción) de los acuíferos mencionados, se puede observar con más detalle para el caso particular del acuífero Texcoco (Cuadro 1.3, Figura 1.3), según datos publicados en el Diario Oficial de la Federación en los años 2003 y 2009.

Cuadro 1.3. Comparación de la sobreexplotación del acuífero Texcoco, calculada por el método del balance hidrológico, en diferentes años

| Fuente y año de información | Recarga (hm ³ /año) | Extracción (hm ³ /año) | Sobre-explotación (hm ³ /año) | Relación Extracción/Recarga |
|-----------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|--|-----------------------------|
| DOF*, 2003 | 48.6 | 465.4 | -416.8 | 9.58 |
| DOF*, 2009 | 161.0 | 184.2 | -23.2 | 1.14 |

*) Diario Oficial de la Federación

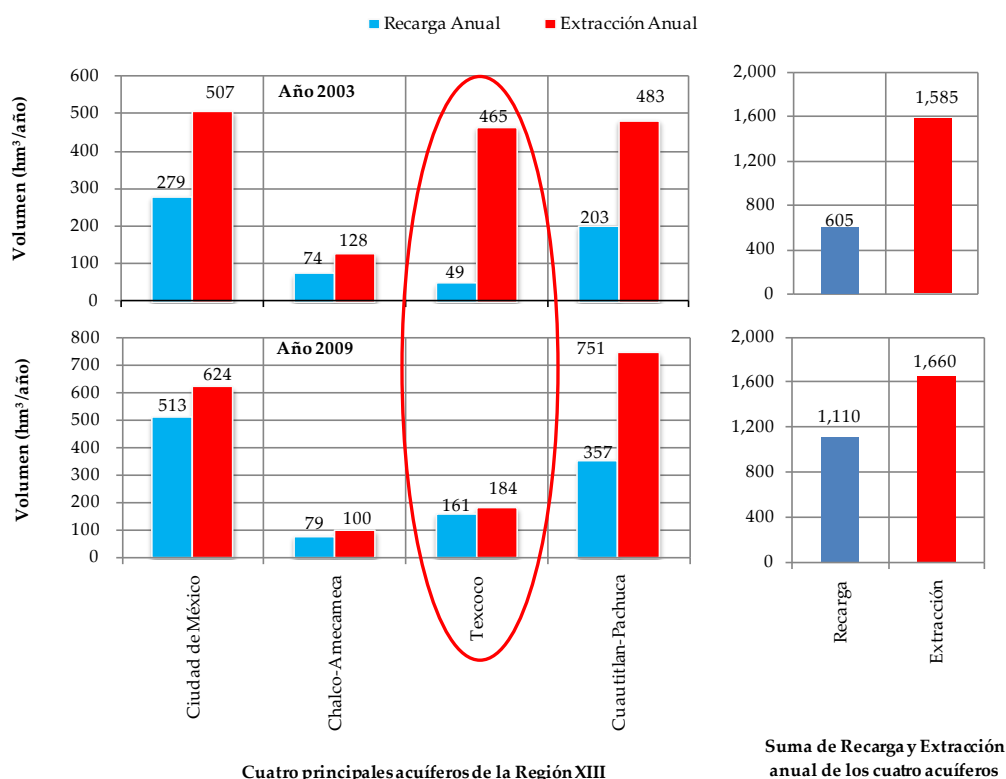


Figura 1.3. Comparación de extracción recarga de algunos acuíferos de la región XIII Valle de México publicados en el DOF 2003 y 2009

En este sentido, este acuífero, de acuerdo con información recabada por la CONAGUA, es el más sobre-explotado de los 14 acuíferos del Valle de México, en donde la extracción de agua subterránea superaba a la recarga en más de 9 veces (2003); sin embargo, en un estudio posterior llevado a cabo en 2007 (publicado en el DOF en 2009) aunque no cubría exactamente la misma área, pues en ese lapso se modificaron las fronteras del acuífero, la extracción superó a la recarga en menos de 15%. Esta diferencia solo muestra la gran incertidumbre que se tiene al tratar de cuantificar algunos componentes del balance hídrico, como la recarga de infiltración, o incluso las mismas extracciones, por la cantidad desconocida de pozos de bombeo clandestinos.

En la Figura 1.3 se muestran los mismos datos, pero comparándolos con los datos de recargas y extracciones en los otros 3 acuíferos importantes del Valle de México, donde puede apreciarse de manera gráfica las enormes diferencias reportadas, principalmente para el acuífero Texcoco. La enorme disminución en el volumen de extracción no se debe a que haya mejorado sustancialmente la eficiencia en el manejo del agua, sino tan solo a que en el año de 2003 el área del acuífero incluía el municipio de Ecatepec y la Delegación de Iztapalapa (con más de dos millones de habitantes) y que en los límites actuales del acuífero ya no los incluye. Por otro lado, el aumento en la recarga no se debe a que se hubieran implementado importantes programas de recarga de acuíferos, sino solamente a “un cambio en el procedimiento de cálculo”.

El conocimiento del grado de sobreexplotación es fundamental para elaborar un plan de manejo. El objetivo central de un plan de manejo de un acuífero es que su utilización sea *sustentable*; es decir, que pueda usarse tanto hoy, por la generación presente, como mañana, por las generaciones futuras. Un manejo sustentable requiere que se cumplan dos condiciones:

- a) Que las extracciones anuales medias no rebasen la recarga anual media y
- b) Que no se deteriore la calidad del agua del acuífero por contaminantes diversos, como sales solubles o sustancias tóxicas.

Es importante considerar que, dadas las muy bajas velocidades del agua cuando se mueve a través del suelo (del orden de tan solo algunos metros por año), la recarga que se infiltra hoy a un acuífero, no será necesariamente el agua que se extraiga mañana del mismo acuífero, sino quizá muchos años después. Es decir, existe un retraso en el proceso de sustituir el agua extraída por el agua infiltrada.

La segunda condición es menos severa que la primera, aunque si no se observa el uso del agua requerirá del tratamiento de las aguas contaminadas, para restituirles la calidad requerida según su uso, ya sea doméstico, en agricultura o en industria.

Dada la ambigüedad en la valoración de los componentes del balance hídrico para determinar la sobre-explotación en el acuífero Texcoco el objetivo del presente trabajo fue analizar las estimaciones existentes sobre el grado de sobre-explotación del acuífero, con miras a obtener un diagnóstico más confiable de dicha sobre-explotación, la cual es totalmente indispensable para elaborar un plan de manejo sustentable del acuífero.

La cuantificación del grado de sobre-explotación se determinó mediante dos métodos; por un lado, analizando las componentes que integran la ecuación del balance hídrico, que corresponde a la aplicación del principio de la conservación de la masa o ecuación de continuidad (Sokolov y Chapman, 1981), y por otro lado, se determinó como la suma o integración del producto del abatimiento por el coeficiente de almacenamiento y por el área de la parte del acuífero proporcionando el volumen de la sobre-explotación, también denominado “minado” del acuífero:

II. OBJETIVOS E HIPÓTESIS

OBJETIVOS

Objetivo general

Analizar las estimaciones existentes sobre el grado de sobre-explotación del acuífero Texcoco, la cual es indispensable para elaborar un plan de manejo sustentable del acuífero.

Objetivos particulares

- ✓ Analizar el inventario de los pozos de bombeo y sus extracciones por usos en los últimos años,
- ✓ Analizar y complementar (mediante mediciones adicionales) la información existente sobre la evolución de los niveles piezométricos, como principal parámetro de la Sobre-explotación del acuífero,
- ✓ Identificar y analizar las fuentes de errores en el balance hidrológico con base en el cual se estima la sobre-explotación,
- ✓ Determinar por dos métodos distintos la sobreexplotación en el acuífero.

HIPÓTESIS

- La sobre-explotación de un acuífero se puede estimar con base en el análisis de las componentes del balance hidrológico.
- También es posible hacer esta estimación analizando los abatimientos del nivel piezométrico y conociendo el coeficiente de almacenamiento.

III. REVISIÓN DE LITERATURA

Este apartado es el marco teórico conceptual cuyo objetivo es recopilar y analizar información existente relacionada con el tema de estudio. Se referirá por una parte a la percepción del manejo integrado y sustentable del agua en cuencas y acuíferos desde la perspectiva de política nacional, además, se abordaran aspectos relacionados con las divergencias entre estudios realizados por la Comisión Nacional del Agua y otras instancias oficiales, que tienen que ver con la cuantificación de las variables para estimar la sobreexplotación del acuífero Texcoco.

Por otra parte, se definirán algunos conceptos fundamentales, se hará una clasificación de los tipos de acuíferos, se definirán los parámetros o propiedades importantes de los acuíferos (porosidad, coeficiente de almacenamiento, conductividad hidráulica y permeabilidad) y se plantearán las ecuaciones fundamentales del movimiento del agua en el suelo (potencial del agua en el suelo, ley de continuidad, ecuaciones del campo, ecuación de Boussinesq, función de corriente y potencial de velocidades y curvas equipotenciales y líneas de corriente); se describirán, los métodos para interpretar pruebas de bombeo y los tipos de modelos de simulación de flujo de agua subterránea que permitan valorar sus ventajas y desventajas para así identificar alternativas aplicables a las condiciones de la región en estudio.

5.1. Política Nacional Sobre el Manejo del Agua

El Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012 (2007), en uno de sus cinco ejes (eje 4) de política pública, establece la sustentabilidad ambiental, que se refiere a la administración eficiente y racional de los recursos naturales. En este eje, se describe el diagnóstico en uno de sus apartados referido al agua: que es importante atender aspectos de protección de las aguas superficiales y de los mantos acuíferos, ya que su disponibilidad por habitante se está reduciendo debido a factores demográficos y climáticos. Es imprescindible que los municipios desarrollen políticas que fomenten el uso racional y la reutilización del agua para lograr un equilibrio entre la disponibilidad y la demanda, además de reducir el deterioro de los cuerpos receptores. Uno de los objetivos y estrategias establecidos es el objetivo dos, que determina que es necesario fortalecer el papel del Registro Público de Derechos de Agua (REPDA) como instrumento dinámico de toma de decisiones en materia de concesiones para el uso, aprovechamiento y

explotación de recursos hídricos. Para ello, es indispensable depurar el padrón de usuarios agrícolas considerando a éstos como los principales usuarios del agua. Por otro lado una de las estrategias para el logro de este objetivo dos, es promover el manejo integral y sustentable del agua desde una perspectiva de cuencas. Para ello, será necesario considerar el proceso completo del manejo del agua, desde su extracción hasta su descarga, incluyendo los usos doméstico, industrial y agrícola. Aquí se deberán establecer las condiciones de extracción máxima del recurso, de manera que las vedas oficiales logren el equilibrio hídrico. Adicionalmente, se reforzarán los programas enfocados a cuantificar los volúmenes de agua asignada a riego agrícola para facilitar la gestión integral del recurso y aumentar la eficiencia en la utilización del agua en la agricultura, ya que se trata del principal uso del recurso y su eficiencia promedio es de únicamente 46% (en las ciudades oscila entre 30 y 50 %, debido a fugas en las redes de distribución).

El programa Nacional Hídrico 2007-2012 (2008), en su apartado investigación, desarrollo tecnológico y formación de recursos humanos en el Sector Hidráulico, presenta como estrategias para cada objetivo, las líneas en materia de investigación y desarrollo tecnológico, calificadas de alta relevancia para cada uno de estos; al respecto en el objetivo tres (promover el manejo integrado y sustentable del agua en cuencas y acuíferos) se enuncian líneas de investigación, algunas de ellas son:

- ⊕ Elaboración de balances y estudios de disponibilidad hídrica superficial y subterránea.
- ⊕ Desarrollo de sistemas de información de base geográfica en cuencas y acuíferos.
- ⊕ Desarrollo de técnicas de estabilización de acuíferos.
- ⊕ Desarrollo de modelos de simulación y optimización para establecer políticas óptimas de asignación de agua.
- ⊕ Diseño de un Registro Público de Derechos del Agua que proporcione información confiable sobre las condiciones en tiempo real, de los aprovechamientos. Esta línea de investigación no pertenece al objetivo tres, pertenece al objetivo ocho, pero es importante desde el punto de vista del contexto nacional en el cual se percibe que esta información es difícil de obtener con precisión.

La Ley de Aguas Nacionales y su Reglamento (2009), infiere que entre las atribuciones de la Comisión Nacional del Agua están la de administrar y custodiar las aguas nacionales, así como

los bienes públicos inherentes que se vinculan a éstas, de conformidad con las disposiciones jurídicas aplicables, además de vigilar el cumplimiento de esta Ley y su Reglamento y proveer lo necesario para la preservación del recurso en cuanto a su calidad y cantidad para lograr su uso integral sustentable. Realizar estudios de disponibilidad en la cuenca hidrológica, subcuencas o acuíferos delimitados o que se delimiten, estudios técnicos o sobre los usos de las aguas nacionales, monitoreo, prospección, evaluación, simulación y manejo de las mismas, así como proyectos de recarga artificial, transferencia de tecnología y demás acciones tendientes a incrementar la disponibilidad de aguas subterráneas.

Algunas definiciones que se desprenden de esta Ley son:

“Acuífero”: Cualquier formación geológica o conjunto de formaciones geológicas hidráulicamente conectados entre si, por las que circulan o se almacenan aguas del subsuelo que pueden ser extraídas para su explotación, uso o aprovechamiento y cuyos límites laterales y verticales se definen convencionalmente para fines de evaluación, manejo y administración de las aguas nacionales del subsuelo;

“Cuenca Hidrológica”: Es la unidad del territorio, diferenciada de otras unidades, normalmente delimitada por un parte aguas o divisoria de las aguas - aquella línea poligonal formada por los puntos de mayor elevación en dicha unidad -, en donde ocurre el agua en distintas formas, y ésta se almacena o fluye hasta un punto de salida que puede ser el mar u otro cuerpo receptor interior, a través de una red hidrográfica de cauces que convergen en uno principal, o bien el territorio en donde las aguas forman una unidad autónoma o diferenciada de otras, aún sin que desemboquen en el mar. En dicho espacio delimitado por una diversidad topográfica, coexisten los recursos agua, suelo, flora, fauna, otros recursos naturales relacionados con estos y el medio ambiente. La cuenca hidrológica conjuntamente con los acuíferos, constituye la unidad de gestión de los recursos hídricos. La cuenca hidrológica está a su vez integrada por subcuencas y éstas últimas están integradas por microcuencas;

“Desarrollo sustentable”: en materia de recursos hídricos, es el proceso evaluable mediante criterios e indicadores de carácter hídrico, económico, social y ambiental, que tiende a mejorar la calidad de vida y la productividad de las personas, que se fundamenta en las medidas necesarias para la preservación del equilibrio hidrológico, el aprovechamiento y protección de los recursos

hídricos, de manera que no se comprometa la satisfacción de las necesidades de agua de las generaciones futuras;

“Disponibilidad media anual de aguas del subsuelo”: en una unidad hidrogeológica - entendida ésta como el conjunto de estratos geológicos hidráulicamente conectados entre sí, cuyos límites laterales y verticales se definen convencionalmente para fines de evaluación, manejo y administración de las aguas nacionales subterráneas -, es el volumen medio anual de agua subterránea que puede ser extraído de esa unidad hidrogeológica para diversos usos, adicional a la extracción ya concesionada y a la descarga natural comprometida, sin poner en peligro el equilibrio de los ecosistemas;

“Servicios Ambientales”: Los beneficios de interés social que se generan o se derivan de las cuencas hidrológicas y sus componentes, tales como regulación climática, conservación de los ciclos hidrológicos, control de la erosión, control de inundaciones, recarga de acuíferos, mantenimiento de escurrimientos en calidad y cantidad, formación de suelo, captura de carbono, purificación de cuerpos de agua, así como conservación y protección de la biodiversidad; para la aplicación de este concepto en esta Ley se consideran primordialmente los recursos hídricos y su vínculo con los forestales;

“Zona de veda”: aquellas áreas específicas de las regiones hidrológicas, cuencas hidrológicas o acuíferos, en las cuales no se autorizan aprovechamientos de agua adicionales a los establecidos legalmente y éstos se controlan mediante reglamentos específicos, en virtud del deterioro del agua en cantidad o calidad, por la afectación a la sustentabilidad hidrológica, o por el daño a cuerpos de agua superficiales o subterráneos.

De lo anterior, se concluye que se considera factible desde el punto de vista técnico la instrumentación de acciones en materia de investigación, desarrollo, preservación y administración para llevar a cabo la explotación uso y aprovechamiento de las aguas subterráneas, bajo un régimen de sustentabilidad en beneficio de los usuarios.

5.2. Divergencias entre dos estudios realizados por la CONAGUA en el acuífero Texcoco

En años recientes la CONAGUA ha contratado la realización de dos estudios del acuífero de Texcoco, cuya revisión resulta particularmente interesante en el presente trabajo, ya que por un

lado constituyen el antecedente del mismo, pero por otro lado muestran grandes diferencias que ameritan un análisis comparativo. Este análisis comparativo se realiza con fines de poder observar las diferencias en cuanto a precisión en la cuantificación de las variables que integran principalmente el balance de agua subterránea. Fundamentalmente estas variables son la Recarga, Extracciones, Niveles piezométricos y Minado.

El primer estudio se llevó a cabo en el año 2002, bajo el título de “Determinación de la Disponibilidad de Agua en el Acuífero Texcoco, Estado de México” (que para fines prácticos del análisis denominaremos brevemente “estudio 2002”) y el otro en el año 2006 denominado “Estudio de Modelación para Determinar el Comportamiento de los Acuíferos Texcoco y Chalco – Amecameca” (al que se hará referencia como “estudio 2006”). En ambos estudios existen discordancias en cuanto a temas similares se refieren, como a continuación se analizan:

Es importante mencionar por principio, que la superficie en ambos estudios es diferente, ya que para el estudio 2002, los vértices de la poligonal del acuífero Texcoco, aún cuando todavía no se publicaban en el Diario Oficial de la Federación (DOF) del 31 de enero de 2003 (Acuerdo por el que se dan a conocer los límites de 188 acuíferos de los Estados Unidos Mexicanos, los resultados de los estudios realizados para determinar su disponibilidad media anual y sus planos de localización), ya se habían utilizado para delimitar el área del acuífero (921.31 km²). Para el estudio 2006 no se utilizaron los vértices publicados en 2003, ya que CONAGUA contempló nuevos vértices para el acuífero Texcoco que aún no se publicaban en el año 2006 en el DOF; estos nuevos vértices (se publicaron en el DOF el 28 de Agosto de 2009, ver Anexo 2) proporcionaron una superficie del acuífero de 938 km², aún cuando en este estudio se menciona que los límites se tomaron utilizando los publicados en 2003. Aunque la diferencia en la superficie considerada puede parecer pequeña, las diferencias en los volúmenes extraídos son considerables, ya que, como se muestra en el Cuadro 5.1, en el estudio de 2002 la Delegación de Iztapalapa del Distrito Federal y el municipio de Ecatepec se consideraron parte del acuífero, mientras que en el estudio de 2006 ya no se integraron estas zonas y además se agregó la mitad del municipio de Ixtapaluca. Esta diferencia en el número de municipios es importante desde el punto de vista del número de aprovechamientos (pozos, manantiales y norias) existentes registrados por municipio; ya que los volúmenes de extracción, valores de recarga y el minado del acuífero dependen de estos aprovechamientos, como se verá a continuación.

Cuadro 5.1. Municipios que conforman el acuífero Texcoco de acuerdo a ambos estudios

| Municipios (Estudio 2002) | Municipios (Estudio 2006) |
|---------------------------------|------------------------------|
| 1. Delegación Iztapalapa | |
| 2. Atenco | 1. Atenco |
| 3. Chiautla | 2. Chiautla |
| 4. Chicoloapan | 3. Chicoloapan |
| 5. Chiconcuac | 4. Chiconcuac |
| 6. Chimalhuacán | 5. Chimalhuacán |
| 7. Ecatepec | |
| 8. La paz | 6. La Paz |
| 9. Nezahualcoyotl | 7. Nezahualcoyotl |
| 10. Papalotla | 8. Papalotla |
| 11. Tepetlaoxtoc | 9. Tepetlaoxtoc |
| 12. Texcoco | 10. Texcoco |
| 13. Tezoyuca | 11. Tezoyuca |
| | 12. 1/2 Ixtapaluca |

En cuanto a los volúmenes de extracciones y número de aprovechamientos de agua subterránea en 2002, los datos reportados corresponden al censo realizado en 1990, con un total de aprovechamientos de 1,393, como se anota en el Cuadro 5.2.

Cuadro 5.2. Volúmenes de extracción por municipio y delegación en el acuífero Texcoco, estudio 2002 (con datos del censo de 1990)

| Municipio | Agrícola | Doméstico | Industrial | Público Urbano | Pecuario | Recreativo | Comercial o Servicios | Total |
|-----------------|-------------------|------------------|-------------------|--------------------|------------------|---------------|-----------------------|--------------------|
| IZTAPALAPA | | | 533,392 | 80,565,970 | | | 30,067 | 81,129,429 |
| ATENCO | 6,904,527 | | | 1,704,657 | | | | 8,609,184 |
| CHIAUTLA | 1,572,282 | 27,979 | 105,196 | 2,133,854 | | | | 3,839,311 |
| CHICOLOAPAN | 2,534,647 | 83,864 | 37,525 | 2,329,406 | 102,657 | | 164,394 | 5,252,493 |
| CHICONCUAC | 114,343 | 524,045 | | 1,742,837 | | | | 2,381,225 |
| CHIAMLHUACÁN | 2,211,676 | | 66,427 | 16,407,689 | 118,913 | | 296,058 | 19,100,763 |
| ECATEPEC | 66,402 | 486,797 | 28,799,181 | 199,320,583 | 115,654 | | 1,709,241 | 230,497,858 |
| LA PAZ | 17,625 | 2,777 | 3,551,313 | 31,235,627 | | | 5,256 | 34,812,598 |
| NETZAHUALCOYOTL | | | | 26,638,775 | | | | 26,638,775 |
| PAPALOTLA | 786,252 | | | 126,144 | | | | 912,396 |
| TEPETLAOXTOC | 1,009,789 | 346,721 | 141,350 | 1,190,484 | 16,323 | | | 2,704,667 |
| TEXCOCO | 28,381,807 | 445,581 | 4,607,712 | 13,523,503 | 910,704 | 64,800 | 1,544,895 | 49,479,002 |
| Total | 43,599,350 | 1,917,764 | 37,842,096 | 376,919,529 | 1,264,251 | 64,800 | 3,749,911 | 465,357,701 |

En el estudio 2006 los datos de aprovechamiento y extracciones corresponden al censo realizado en ese mismo año, además, se realiza una estimación de estos datos para 1990 considerando los mismos municipios del 2006 como se muestra en el Cuadro 5.3.

Cuadro 5.3. Aprovechamientos censados en 1990 y 2006 reportados en estudio 2006

| Municipios | Agrícola | | Público Urbano | | Industrial | | Pecuario | | Doméstico | | Múltiples y Servicios | | Total | |
|----------------|------------|------------|----------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------------------|-----------|------------|------------|
| | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 |
| Atenco | 25 | 21 | 7 | 9 | | 1 | | | | | | | 32 | 31 |
| Chiautla | 19 | 20 | 10 | 13 | 5 | | | 3 | 3 | | | 1 | 37 | 37 |
| Chicoloapan | 18 | 10 | 6 | 16 | 6 | 2 | 10 | 5 | 5 | | 2 | 4 | 47 | 37 |
| Chiconcuac | 6 | 7 | 6 | 6 | | | | | | | | | 12 | 13 |
| Chimalhuacan | 18 | 2 | 8 | 17 | 3 | | 3 | 2 | | | 5 | | 37 | 21 |
| Ixtapaluca | 34 | 2 | 18 | 2 | 19 | | | | 1 | | 4 | | 76 | 4 |
| Nezahualcoyotl | | | | 1 | | | | | | | | | 0 | 1 |
| Papalotla | 11 | 3 | 1 | 2 | | | 1 | | | | | 2 | 13 | 7 |
| La Paz | 1 | | 13 | 12 | 21 | 8 | | | 3 | | 1 | 2 | 39 | 22 |
| Tepetlaoxtoc | 28 | 29 | 8 | 16 | 3 | | 3 | 4 | 8 | | | 15 | 50 | 64 |
| Texcoco | 203 | 160 | 49 | 98 | 149 | 13 | | 16 | 13 | | 12 | 25 | 426 | 312 |
| Tezoyuca | | 2 | | 1 | | | | | | | | | 0 | 3 |
| Total | 363 | 256 | 126 | 193 | 206 | 24 | 17 | 30 | 33 | 0 | 24 | 49 | 769 | 552 |

En el censo realizado en 1990, en aquella ocasión el número de aprovechamientos censados fueron 1,393 en total (769 pozos y el resto entre manantiales y norias), los 769 eran pozos activos e inactivos y de estos solamente 38 eran inactivos y 731 activos. En el 2006 los aprovechamientos censados fueron de 1,022 en total, de los cuales 470 eran inactivos y 552 activos. La diferencia más notable es que los aprovechamientos para uso agrícola fueron menores en casi 90 y los domésticos no existen. En cuanto a las extracciones (Cuadro 5.4), comparando los valores de extracción total estimados en el año 1990 con los valores en el censo del 2006 este se incrementó de 141.30 hm³ a 183.03 hm³ respectivamente.

Cuadro 5.4. Volúmenes totales estimados de extracción de agua subterránea en los censos realizados en los años 2006 y 1990 reportados en estudio 2006

| Municipios | Agrícola | | Público Urbano | | Industrial | | Pecuario | | Doméstico | | Múltiples y Servicios | | Total | |
|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|-------------------|------------------|----------------|----------------|----------------|------|-----------------------|------------------|--------------------|--------------------|
| | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 | 1990 | 2006 |
| Atenco | 6,904,527 | 3,167,872 | 1,704,657 | 2,992,672 | | 39,420 | | | | | | | 8,609,184 | 6,199,964 |
| Chiautla | 1,572,282 | 2,349,826 | 2,133,854 | 2,516,474 | 105,196 | | | 12,168 | 27,979 | | | 94,608 | 3,839,311 | 4,973,076 |
| Chicoloapan | 2,534,647 | 1,315,634 | 2,329,406 | 17,690,592 | 37,525 | 6,371 | 102,657 | 35,936 | 83,864 | | 164,394 | 30,411 | 5,252,493 | 19,078,944 |
| Chiconcuac | 638,388 | 1,757,568 | 1,742,837 | 1,714,365 | | | | | | | | | 2,381,225 | 3,471,933 |
| Chimalhuacan | 2,211,676 | 449,640 | 16,407,689 | 34,116,288 | 66,427 | | 118,913 | 30,599 | | | 296,058 | | 19,100,763 | 34,596,527 |
| Ixtapaluca | 11,913,704 | 368,040 | 11,738,164 | 722,554 | 2,769,393 | | | | 1,080 | | 785,785 | | 27,208,126 | 1,090,594 |
| Nezahualcoyotl | | | | 2,207,520 | | | | | | | | | 0 | 2,207,520 |
| Papalotla | 786,252 | 447,178 | 126,144 | 634,662 | | | 1,971 | | | | | 41,731 | 914,367 | 1,123,571 |
| La Paz | 17,625 | | 31,235,627 | 25,690,635 | 3,551,313 | 2,752,759 | | | 2,777 | | 5,256 | 6,362 | 34,812,598 | 28,449,756 |
| Tepetlaoxtoc | 1,009,783 | 3,037,218 | 1,190,484 | 1,611,524 | 141,350 | | 16,323 | 26,646 | 346,721 | | 47,782 | | 2,704,661 | 4,723,170 |
| Texcoco | 28,641,597 | 35,323,918 | 13,523,503 | 38,392,011 | 5,864,580 | 864,677 | | 672,331 | 445,581 | | 1,609,695 | 1,373,930 | 50,084,956 | 76,626,867 |
| Tezoyuca | | 354,120 | | 131,400 | | | | | | | | | 0 | 485,520 |
| Subtotal | 56,230,481 | 48,571,014 | 82,132,365 | 128,420,697 | 12,535,784 | 3,663,227 | 239,864 | 777,680 | 908,002 | | 2,861,188 | 1,594,824 | 154,907,684 | 183,027,442 |
| 1/2 Ixtapaluca | 5,956,852 | | 5,869,082 | | 1,384,697 | | | | 540 | | 392,893 | | 13,604,064 | |
| Total | 50,273,629 | 48,571,014 | 76,263,283 | 128,420,697 | 11,151,087 | 3,663,227 | 239,864 | 777,680 | 907,462 | | 2,468,295 | 1,594,824 | 141,303,620 | 183,027,442 |

Sin embargo comparando los valores de extracción bruta en el año 2006 con los valores estimados en el censo del año 1990 en lo que respecta solamente a pozos y norias (Cuadro 5.5) se observa un incremento del año 1990 a 2006 de 24.17%, es decir, 41.72 hm³.

Cuadro 5.5. Volúmenes brutos estimados de extracción de agua subterránea en pozos y norias de los censos realizados en los años 1990 y 2006

| Usos | 1990 | | 2006 | |
|----------------------|--------------------|-------------|--------------------|-------------|
| | Pozos | Manantiales | Pozos | Manantiales |
| Agrícola | 43,008,681 | 7,264,948 | 41,306,066 | 7,264,948 |
| Público-urbano | 73,162,349 | 3,100,934 | 125,319,762 | 3,100,934 |
| Industrial | 11,151,088 | | 3,663,227 | |
| Pecuario | 239,864 | | 777,680 | |
| Doméstico | 907,462 | | 0 | |
| Múltiple y servicios | 2,401,345 | 66,951 | 1,527,873 | 66,951 |
| | 130,870,788 | 10,432,833 | 172,594,608 | 10,432,833 |
| TOTAL | 141,303,621 | | 183,027,441 | |

Por otro parte en lo que respecta a las estimaciones de los valores de las variables que integran la ecuación de balance de agua subterránea en ambos estudios, se presentan en el Cuadro 5.6.

Cuadro 5.6. Valores del Balance de agua subterránea en ambos estudios

| Ecuación de Balance de Agua Subterránea: Entradas -Salidas = Cambio de Almacenamiento o Minado | | | |
|--|-----------------|----------------|----------------|
| Variables | Estudio 2002 | Estudio 2006 | |
| | | 1990 | 2006 |
| Entradas | | | |
| Recarga Natural o Vertical (hm ³ /año) | 0.000 | 25.40 | 25.40 |
| Recarga Inducida (hm ³ /año) | 0.000 | 35.90 | 50.70 |
| Recarga por Flujo Horizontal Subterráneo (hm ³ /año) | 48.629 | 23.70 | 23.70 |
| Subtotal | 48.629 | 85.000 | 99.800 |
| Salidas | | | |
| Descargas Naturales (hm ³ /año) | 0.000 | 10.40 | 10.40 |
| Bombeo (hm ³ /año) | 466.047 | 130.90 | 172.60 |
| Flujo Subterráneo (hm ³ /año) | 1.223 | 8.90 | 8.90 |
| Subtotal | 467.270 | 150.200 | 191.900 |
| Cambio de Almacenamiento o Minado | -418.641 | -65.200 | -92.100 |

Como puede observarse en el cuadro anterior, en el estudio de 2002 se estimó que las extracciones eran 9.6 veces mayores que la recarga; mientras que en el estudio de 2006 las extracciones resultaron de tan solo 1.92 veces la recarga. La razón de esta diferencia tan enorme se debe a que en el estudio de 2002 se consideró a Ecatepec (con extracciones de 230'497,858 m³/año) y a Iztapalapa (con extracciones de 81'129,429 m³/año) como parte del acuífero de Texcoco, lo que ya no sucedió en el estudio de 2006 (una anotación que es de sorprenderse, es el valor de la recarga ya que como se observa en el cuadro 5.6 es de 99.8 hm³/año para 2006, sin

embargo en un estudio más reciente “Apoyo Técnico para la Actualización de la Disponibilidad del Acuífero Texcoco”, 2007, CONAGUA, dicha recarga aumentó a 161 hm³/año). Se ignora si este cambio en el área del acuífero se realizó meramente por razones de límites político-administrativo, o si fue para disimular el verdadero grado de sobre-explotación de las aguas subterráneas, independientemente del acuífero a que estén asignadas.

En cuanto a la piezometría, el estudio 2002 menciona que dentro del acuífero se localizaron 26 estaciones multipiezométricas, que tienen registro de datos de niveles hasta 1990. La profundidad de las estaciones piezométricas variaba de 23 a 250 metros y los niveles se encontraban desde 0.13 hasta 38.08 metros y en una de las estaciones piezométrica (la PC-536-19 con una profundidad de 100 metros) el nivel se localizaba a - 0.37 metros sobre el terreno. Existen 84 pozos piloto dentro del acuífero. El nivel estático inicial de los pozos variaba de 25.06 a 131.88 metros, los niveles registrados en la última lectura tenían una variación de 27.98 a 139.85 metros. El *comportamiento hidráulico* del acuífero reflejaba un descenso de niveles tanto en los pozos piloto como en los piezómetros registrados en la zona. Según se observa en el piezómetro que se encuentra a 250 m de profundidad el nivel piezométrico descendió 3.17 metros en 4 años lo que reporta un abatimiento del nivel de 0.79 m/ año. La profundidad del nivel estático registrado en 1998 variaba de 10 a 45 m. en la Zona del Caracol de Sosa Texcoco, entre 100 y 180 entre las presas Tarango y Mixcoac, 45 y 140 m. Entre San Dieguito y la ciudad de Texcoco Estado de México, asimismo en el pueblo de Tepexpan es de 50 m Los datos anteriores se obtuvieron del Plano de Profundidad del Nivel Estático de 1998. Para obtener la evolución del nivel estático se utilizó del Plano de Evoluciones de 1987- 1997, en dicho plano se pueden observar evoluciones negativas cuyos valores varían de -14 m. en Santa María Chimalhuacán y -5 metros en Tepetlaoxtoc con dirección SN, hacia el poniente del acuífero, en la zona aledaña al Dren General se tienen valores de cero. De dicho plano se observa que el descenso del nivel estático ha descendido de 0.5 a 1.4 metros en la zona sur del acuífero y en la porción poniente del mismo no se ha registrado descenso de niveles.

El estudio 2006 la piezometría indica que en el área de la zona acuífera de Texcoco existe una densa red de pozos piloto que cubre en su mayor parte a las zonas bajas con límite hacia el poniente con el Exlago de Texcoco. El comportamiento hidráulico de los pozos piloto en la mayor parte del acuífero es de un abatimiento prácticamente lineal del orden de 1.2 m/año en las

partes bajas, mientras que los aprovechamientos subterráneos quedan con mayor altitud del terreno; su abatimiento decrece también en forma lineal pero a menor velocidad, esta tendencia de que sean prácticamente lineales los abatimientos, con valores similares, indican que se trata de un solo acuífero, de tal manera que las aguas subterráneas que se extraen provocan un comportamiento similar en todo el acuífero. Es importante mencionar que en este estudio las curvas de igual elevación del nivel estático y las curvas de igual profundidad al nivel estático, se obtuvieron con un modelo matemático que utilizó información del censo de aprovechamientos de 1990 y un periodo de 16 años.

Para conocer la evolución de los niveles estáticos durante el periodo 1990-2006 se elaboró el plano de curvas de igual evolución de los niveles estáticos. En términos generales se observó que la piezometría del año 1990 manifiesta que los flujos subterráneos tienden a ser de oriente a poniente. Existe cierto distorsionamiento de las curvas de igual elevación hacia la parte central donde el bombeo debe ser más alto. La equipotencial más alta es del orden de 2,320 msnm, mientras la más baja es del orden de 2,005 msnm. La profundidad de los niveles estáticos en el año 1990 tiene rangos de 130 a 30 m, los más altos corresponden a la zona alta, estos valores han descendido de tal manera que para el año 2006 las profundidades oscilan entre 150 y 50 m, es decir, tienen en promedio una variación de 20 m de abatimiento.

En ambos estudios se comenta la falta de pruebas de bombeo para especificar con mayor detalle las variables en estudio, indicador que refleja la subjetividad de este tema, ya que las variables son estimadas mediante modelos matemáticos con asunciones que pueden generar cierta incertidumbre respecto a la realidad.

Para finalizar este análisis comparativo se da un ejemplo en donde los valores obtenidos de los estudios de CONAGUA, son tomados en cuenta en los planes de desarrollo municipales, sin hacer un análisis exhaustivo de ellos y por tanto esos planes sobrestiman o subestiman las acciones a realizar para lograr un equilibrio hidrológico de los recursos naturales. Ejemplo de ello es lo que se menciona a continuación; según el Plan de Desarrollo Municipal de Texcoco 2006-2009, el agua subterránea del acuífero Texcoco, al igual que en el resto de la cuenca del Valle de México presenta procesos de sobreexplotación intensos que amenazan su sustentabilidad de tal manera que resulta de suma importancia contribuir a la recuperación y recarga del mismo, mediante un plan de manejo del agua de lluvia que capta y escurre en cada

una de las subcuencas que pueden derivarse, almacenarse y canalizarse hacia áreas de producción, de absorción que contribuyan a la recarga de los mantos freáticos. Actualmente el acuífero Texcoco se encuentra en una condición clasificada como extremadamente sobreexplotado con un porcentaje de sobreexplotación de 857.6% (CNA, 2003). Adicionalmente, si se consideran las zonas de disponibilidad de agua (pago por derechos de extracción de municipios e industrias), la zona en que se encuentra el municipio de Texcoco (ZDA-1, clasificación debido a la presión demográfica, económica y a la condición de sobreexplotación) como parte de los municipios que integran el acuífero, presenta una región definida por mayor escasez de agua (\$16.5665/ m³, 2006) de acuerdo al artículo 223 de la Ley Federal de Derechos por uso de agua Última Reforma DOF 27-12-2006 (Cuadro 5.7).

Cuadro 5.7. Pago de derechos de agua por m³, de conformidad con la clasificación de las Zonas de Disponibilidad de Aguas (Fuentes Superficiales o del Subsuelo)

| ZONAS | \$/m ³ |
|--------------------------------|-------------------|
| I. Zona de disponibilidad 1 | 16.5665 |
| II. Zona de disponibilidad 2 | 13.2527 |
| III. Zona de disponibilidad 3 | 11.0438 |
| IV. Zona de disponibilidad 4 | 9.1113 |
| V. Zona de disponibilidad 5 | 7.1783 |
| VI. Zona de disponibilidad 6 | 6.4876 |
| VII. Zona de disponibilidad 7 | 4.8831 |
| VIII. Zona de disponibilidad 8 | 1.7349 |
| IX. Zona de disponibilidad 9 | 1.3002 |

El artículo 231 refiere a las entidades y municipios que comprenden las zonas de disponibilidad, que para el caso de la zona 1 son: Distrito Federal y Estado de México (Chiconcuac, Chimalhuacán, Ixtapaluca, Nezahualcoyotl, La Paz, Texcoco, entre otros). Los otros municipios del acuífero se encuentran en la siguientes zonas: Chicoloapan (ZDA-3), Atenco (ZDA-4), Chiautla (ZDA-5), Papalotla, Tepetlaoxtoc y Tezoyuca (ZDA-6).

5.3. Conceptos fundamentales: nivel freático, nivel piezométrico y clasificación de los acuíferos

Nivel Freático. Conformar el límite superior de la zona saturada en un acuífero libre (Figura 5.1). Es el lugar geométrico de los puntos de un acuífero libre que se encuentra a la presión atmosférica. Su altura en un acuífero libre viene determinada por la cota que alcanza el agua en

un pozo poco penetrante en reposo⁴. En los lugares donde el nivel freático está debajo de la superficie del suelo, como es común, su profundidad podrá medirse en un pozo. En general es más profundo por debajo de las montañas y somero debajo de las planicies y valles.

Nivel Piezométrico. Altura de la columna de agua que equilibra la presión del agua del acuífero en un punto determinado (Figura 5.2). Está referida a una altitud determinada. Representa la energía por unidad de peso de agua. En otras palabras, el nivel al que llegará el agua en el pozo define una superficie imaginaria cuya altura arriba del acuífero depende de la presión en éste. En algunas ocasiones la superficie piezométrica puede ascender por arriba del nivel del suelo, en cuyo caso el pozo rebosará.



Figura 5.1. Nivel freático en un acuífero



Figura 5.2. Nivel piezométrico en un acuífero

Clasificación de los tipos de acuíferos de acuerdo a sus características litológicas y porosidad

*Acuífero*⁵. Es aquel estrato o formación geológica que permitiendo la circulación del agua por sus poros o grietas, pueda aprovecharse en cantidades significativas mediante obras de captación; ejemplo de estos estratos son las arenas, gravas, rocas o formaciones calcáreas karstificadas (por procesos físico-químico y la acción de disolución por el agua debilitando y fracturando las rocas; yesos, calizas).

Acuícludo. Formación geológica que conteniendo agua en su interior, incluso hasta la saturación, no la transmite y por tanto no es posible su explotación; ejemplo son las arcillas por lo general.

⁴ Las aguas subterráneas. Un recurso natural del subsuelo. Instituto Geológico y Minero de España. 2001

⁵ Hidrología Subterránea. Tomo I. E. Custodio y M. R. Llamas. Segunda Edición. Ediciones Omega, Barcelona, 1983.

Acuitardo. Hace referencia a aquellas formaciones geológicas que, conteniendo apreciables cantidades de agua la transmiten muy lentamente por lo que no son aptos para aprovechamientos; ejemplo son las arcillas limosas o arenosas. Si este estrato está por encima o debajo de un acuífero más importante, puede recargar o recibir agua del mismo.

Acuifugo. Formación geológica cuyos poros no están interconectados y no contienen agua; ejemplo de ellos son el macizo granítico o metamórfico.

Clasificación de los tipos de acuíferos en función de la presión hidrostática del agua contenida en ellos

Acuíferos libres, no confinados o freáticos. Son aquellos en los cuales existe una superficie libre del agua encerrada en ellos, que está en contacto directo con el aire y por tanto, a presión atmosférica, por lo que su nivel piezométrico coincide con la línea de saturación. Un caso especial de ese tipo de acuífero son los denominados acuíferos colgados, que sobreyacen a una roca o formación impermeable y son generalmente de poca extensión. La recarga de este tipo de acuíferos se realiza principalmente por infiltración de la precipitación a través del suelo, o por infiltración de agua de ríos o lagos (Figura 5.3).

Acuíferos confinados, cautivos o a presión. Son aquellos que en su límite superior o techo, el agua confinada entre rocas o estratos impermeables está a una presión superior a la atmosférica y ocupa la totalidad de los poros de la formación geológica que lo contiene, saturándola totalmente. Durante la perforación de pozos en este tipo de acuíferos, al atravesar el techo del mismo se observa un ascenso rápido del nivel del agua hasta estabilizarse en una determinada posición. De acuerdo con este y la posición del nivel topográfico de la boca del pozo, pueden considerarse pozos surgentes o fluyentes aquellos en los cuales el nivel piezométrico está situado a cota superior de la boca del pozo y simplemente artesianos o a presión a los pozos en el mismo acuífero, pero cuyo nivel piezométrico quede por debajo de la superficie topográfica en los alrededores del mismo. La recarga de un acuífero confinado procede principalmente de la lluvia que se infiltra directamente a través de la zona en la que aflora la formación acuífera, es decir, donde el acuífero se comporta como libre, o bien donde se puede considerar como semiconfinado (Figura 5.3).

Acuíferos semiconfinado o semicaútivos. Pueden considerarse como un caso particular de los acuíferos confinados, en los que el muro (parte inferior) y/o el techo (parte superior) que los encierra no sea totalmente impermeable sino un acuitardo, es decir un material que permita una filtración vertical del agua, muy lenta, que alimente el acuífero principal, a partir de un acuífero o masa de agua situada encima o debajo del mismo. Este paso vertical de agua es solo posible cuando existe una diferencia de potenciales entre ambos acuíferos (el que recarga y el recargado) y puede hacerse en uno u otro sentido, e incluso variar con el tiempo según sea la posición relativa de los niveles piezométricos de los mismos. Cuando además de la alimentación de los acuíferos vecinos, existe aportación de los estratos semiconfinantes se denominan acuíferos semiconfinados modificados.

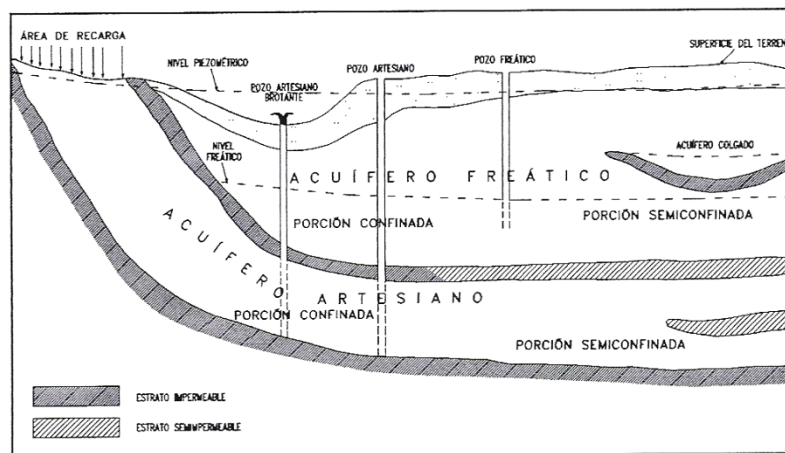


Figura 5.3. Tipos de acuíferos

5.4. Propiedades o parámetros hidrológicos fundamentales de los acuíferos y ecuaciones del movimiento de agua en un medio porosos totalmente saturado

Los acuíferos mencionados son sistemas físicos que poseen un cierto funcionamiento, regulado por la recarga, extracciones, etc., y por lo tanto deben poseer ciertas características fundamentales de las cuales dependa aquel. Estas características o parámetros permiten definir y en algunos casos predecir, el funcionamiento o respuesta del acuífero frente a unas determinadas acciones exteriores.

Estos parámetros son, la porosidad, coeficiente de almacenamiento, potencial del agua en el suelo, conductividad hidráulica, permeabilidad y transmisividad o transmisibilidad.

Porosidad

De acuerdo con Hillel, (1971), desde el punto de vista físico, el suelo es un sistema heterogéneo, polifásico, particulado, disperso y poroso, dentro del cual la superficie interfacial por unidad de volumen puede ser extremadamente grande. Debido a la naturaleza dispersa del suelo y a su actividad interfacial, tienen lugar dentro del suelo los fenómenos de expansión, contracción, dispersión, agregación, adhesión, absorción, intercambio iónico, etc.

Las tres fases naturales presentes dentro del suelo son: la fase sólida representada por las partículas individuales del suelo, la fase líquida por el agua del suelo (la cual siempre contiene sustancias disueltas) y la fase gaseosa, representada por el aire del suelo.

La Figura 5.4 presenta un diagrama esquemático que puede ayudar a definir las relaciones entre el volumen y la masa de las tres fases de un suelo. La masa de aire (M_a), es despreciable y habitualmente es considerada nula; la masa del agua (M_w); la masa del suelo (M_s); y la masa total (M_t). Las masas a menudo son convertidas en peso (producto de su masa correspondiente y la aceleración de la gravedad $W = mg$ (kg m/s^2)). Los volúmenes de los mismos componentes están denotados a la izquierda de la figura. El volumen de aire, (V_a); el volumen de agua, (V_w); el volumen de poros o vacíos, ($V_v = V_f = V_a + V_w$); el volumen de sólidos (V_s) y el volumen total del suelo (V_t).

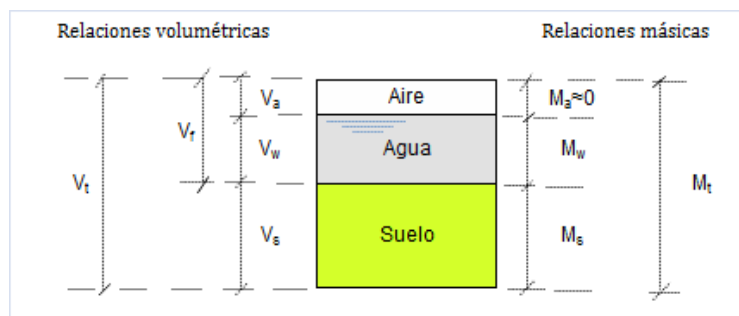


Figura 5.4. Diagrama esquemático de una partícula de suelo mostrando sus tres fases principales: aire, agua y suelo

Las relaciones cuantitativas de los tres constituyentes primarios del suelo:

1. Porosidad total. La porosidad total (ϕ) del suelo es la relación entre el volumen de su parte vacía u ocupada por aire y/o agua y el volumen total del suelo.

$$\phi = \frac{V_v}{V_t} \quad (5.1)$$

$0 \leq V_w \leq V_v$; *el volumen de agua máximo es el volumen de vacíos*

$$0 \leq V_a \leq V_v$$

Su valor varía generalmente entre 0.3 y 0.6 (30% y 60%). Los suelos de textura gruesa tienden a ser menos porosos que los suelos de textura fina. Por lo tanto, el tamaño medio de poros es individualmente más grande en los primeros suelos que en los últimos. Los poros del suelo son muy irregulares en cuanto a su tamaño, forma y dirección. Los suelos de textura arcillosa tienen un gran número de poros, que son pequeños y con muchos estrechamientos, mientras que los suelos de textura arenosa tienen un número relativamente pequeño de poros, que son grandes y se comunican entre sí con mayor facilidad.

Un concepto que no debe confundirse con el anterior es el índice de vacíos (e), que es un índice relativo de poros pero considera únicamente el volumen de sólidos y no el volumen total del suelo.

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (5.2)$$

Generalmente este índice de vacíos toma valores entre 0.3 y 2. La ventaja de este índice sobre la porosidad reside en el hecho que una modificación en el volumen de poros cambia solamente en el numerador, mientras que un cambio de volumen en términos de porosidad hace variar el numerador y el denominador.

2. Contenido volumétrico del agua (porosidad eficaz). El contenido volumétrico de agua o porosidad eficaz (θ) respecto al volumen de suelo, es generalmente calculado sobre la base del volumen total de suelo más que sobre la base del volumen de partículas solas del suelo. Este índice es utilizado en transporte de sedimentos.

$$\theta = \frac{V_w}{V_t} \quad (5.3)$$

En suelos arenosos el valor de θ a saturación es del orden de 40% a 50%, en suelos de textura media alrededor de 50%, y en suelos arcillosos θ alcanza valores de 60%. El valor de θ se utiliza a menudo en física de suelos cuando se requiere información directa con respecto a la proporción de poros llenos de agua, llamándose comúnmente “Capacidad Máxima de Almacenamiento” (W) a partir de una profundidad de suelo z_1 respecto a otra z_2 .

$$W = \int_{z_1}^{z_2} \theta dz \quad (5.4)$$

donde: W = Capacidad máxima de almacenamiento (cm)

θ = Contenido de agua respecto al volumen total de suelo

3. Contenido volumétrico del aire (capacidad de retención específica). Según Custodio, (1983), de las reservas de agua en el suelo sólo es recuperable mediante captaciones la gravífica, que es una parte de la porosidad total. El agua de retención viene expresada por la capacidad de retención específica (contenido volumétrico del aire) que puede expresarse como la diferencia entre la porosidad total (ϕ) y la porosidad eficaz (θ) ecuación (5.5). Este índice (contenido volumétrico del aire) es utilizado en transporte de sedimentos.

$\phi - \theta$ = Contenido volumétrico del aire ó capacidad de retención específica del suelo

$$\phi - \theta = \frac{V_v}{V_t} - \frac{V_w}{V_t} = \frac{V_t - V_s - V_w}{V_t} = \frac{V_a}{V_t} \quad (5.5)$$

La porosidad eficaz no representa más que una porción a menudo pequeña de la porosidad total. Esta observación es importante puesto que las reservas útiles de un material acuífero están condicionadas por la porosidad eficaz.

Coeficiente de Almacenamiento o Rendimiento Específico

En algunos tipos de rocas o formaciones, de esa agua que ocupa los intersticios (poros), sólo se puede extraer una parte mediante pozos o drenes, por lo que íntimamente ligado al concepto de porosidad eficaz, se define al *Coeficiente de Almacenamiento* (S) o *Rendimiento Específico* (Re),

a la cantidad de agua que puede ceder o almacenar una roca o formación bajo un abatimiento o recuperación unitario del nivel piezométrico y/o freático (en acuíferos libres el rendimiento específico coincide con la porosidad eficaz, sin la intervención directa del espesor del acuífero no así en acuíferos confinados (coeficiente de almacenamiento) donde los factores determinantes son los pequeños efectos elásticos del agua y del acuífero, teniendo gran importancia el espesor de los acuíferos). Este coeficiente es equivalente a la lámina de agua que se libera cuando el nivel piezométrico del acuífero desciende una unidad de longitud (o la lámina de agua que hay que adicionar para que el nivel ascienda una unidad de longitud). El coeficiente se determina con pruebas de bombeo, las que por lo general se realizan en número insuficiente por el alto costo de las mismas. Este parámetro es importante dado que con su cuantificación multiplicado por el valor del abatimiento medio anual del nivel estático (NE) y por el área del acuífero proporciona el volumen de la sobre-explotación, también denominado “minado” del acuífero.

Potencial del agua en el suelo

El agua se mueve en el suelo solo cuando hay un desequilibrio de su estado energético, el cual se mide mediante el llamado *Potencial de la Energía del Agua en el suelo*. Para suelos saturados el potencial, usualmente representado por la letra “ ϕ ” está formado principalmente por las cargas de presión y de posición, ya que la carga de velocidad del agua a través de la masa de suelo es completamente despreciable, dado que esta velocidad es muy reducida (usualmente del orden de cm/día), la que al elevarla al cuadrado y dividirla por dos veces la aceleración de la gravedad genera cantidades muy pequeñas comparadas con los otros componentes del potencial. Por tanto:

$$\begin{aligned} \phi &= -k h = k \left(y - \frac{P}{\gamma} \right); \text{ (sección vertical)} \\ \phi &= -k T h = -k T \left(z + \frac{P}{\gamma} \right); \text{ (sección horizontal)} \end{aligned} \quad (5.6)$$

donde: ϕ es la función potencial,

k es la conductividad hidráulica,

h es carga total, $h = -y + \frac{P}{\gamma}$, para una sección vertical y $h = z + \frac{P}{\gamma}$ para una sección

horizontal,

y es la coordenada vertical (carga de posición), medida a partir de un plano de comparación positiva hacia abajo (por facilidad), cuando se analiza flujo en una sección vertical,

z es también la coordenada vertical, cuando se analiza flujo en una sección horizontal.

Como no se analizan simultáneamente ambos flujos, no hay lugar a confusión,

T es el espesor saturado medio cuando se analiza flujo en una sección horizontal y se considera una constante,

P es la carga de presión (profundidad del punto considerado, respecto a la superficie del agua) con relación a la atmosférica y

γ es el peso específico del agua.

El potencial propiamente dicho es la energía o peso de una columna de agua de altura “ h ”, pero estudiando el movimiento del agua en el suelo se acostumbra multiplicar por la conductividad hidráulica con signo negativo, para que, como se verá más adelante, resulte más cómodo representar la velocidad de flujo directamente como las derivadas de esta expresión.

Conductividad Hidráulica

La base de estudio del movimiento del agua y en general líquidos en el suelo (medios porosos) es la llamada ley de Darcy (establecida por Henry Darcy, 1855-1856), que es una relación empírica entre la velocidad del agua y la carga a que está sujeta. En la siguiente figura se muestra el dispositivo empleado por Darcy para el estudio de la velocidad de flujo⁶.

⁶ A. Theory of Groundwater Flow. Verruijt..1970.

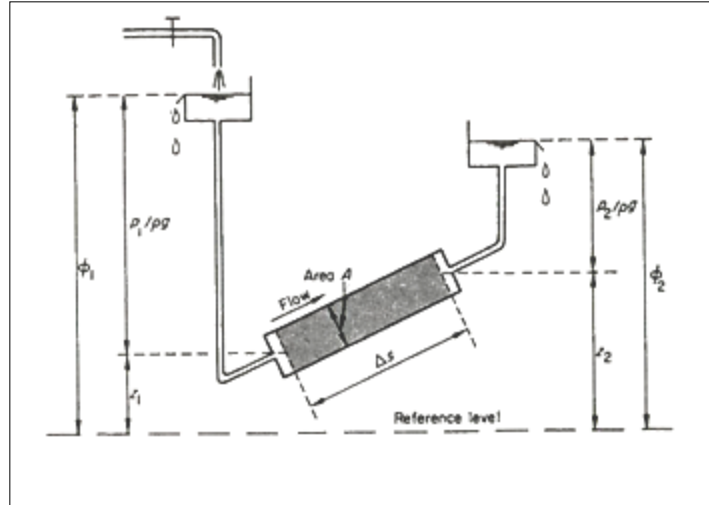


Figura 5.5. Esquema de estudio de la Ley de Darcy

Si se considera ahora un conjunto de tubos (Figura 5.6) el caudal será:

$$Q_t = N Q = N A v_s \quad (5.7)$$

en donde Q_t es el flujo total que pasa a través del conjunto de tubos, con caudal Q cada uno; A representa el área de cada tubo, N el número total de tubos y v_s es la velocidad real dentro de cada tubo.

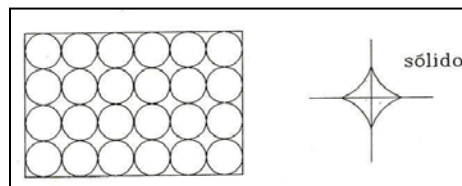


Figura 5.6. Conjunto de tubos

Se define:

$$Q = A_{total} v \quad (5.8)$$

en donde A_{total} , es el área real total del conjunto de tubos, y v será ahora una velocidad media en el conjunto de tubos, considerando en el área tanto la parte abierta como la parte de sólidos.

Luego entonces se definen dos velocidades, v velocidad media considerando el área total transversal del conjunto y v_s velocidad real, considerando sólo el área abierta, la relación entre las dos es la porosidad:

$$\frac{v}{v_s} = n ; n v_s = v ; v_s = \frac{v}{n} \quad (5.9)$$

en donde n es la porosidad.

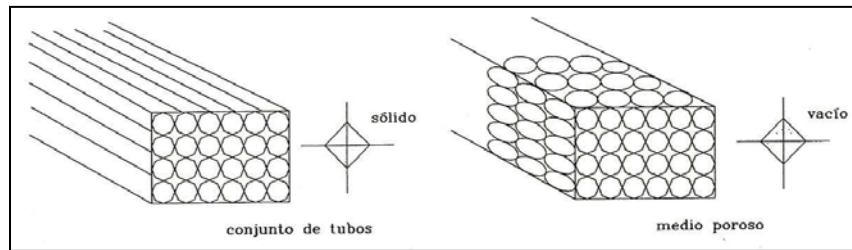


Figura 5.7. Conjunto de tubos y medio poroso

La ecuación de Poiseuille se puede escribir:

$$v_s = \frac{D^2}{32 \mu} \frac{\Delta p}{L} \quad \text{ó} \quad v = \frac{n D^2}{32 \mu} \frac{\Delta p}{L} \quad (5.10)$$

Considerando una similitud entre el conjunto de tubos descrito anteriormente y el medio poroso, (Figura 5.7):

| | | |
|---|--|--------|
| <i>Conjunto de tubos</i> | <i>Medio poroso</i> | |
| $v = \frac{n D^2}{32 \mu} \frac{\Delta p}{L}$ | $v = c \frac{n D^2}{\mu} \frac{\Delta p}{L}$ | |
| $D = \text{Diámetro de los tubos}$ | $D = \text{Diámetro de las partículas}$ | (5.11) |
| | $c = \text{Cte. que depende del arreglo}$ | |
| | $\text{y tipo de material del medio poroso}$ | |

La constante de la ecuación anterior para el medio poroso, se puede englobar en una sola:

$$k' = c n D^2 \quad (5.12)$$

en donde k' se define como la permeabilidad de acuerdo al criterio de ingeniería química o petrolera, con unidades de longitud elevada a la segunda potencia (L^2) y la ecuación (5.11) queda:

$$v = \frac{k' \Delta p}{\mu L} \quad (5.13)$$

En ingeniería hidráulica se tiene otra definición de condición particular de la permeabilidad, llamada *conductividad hidráulica*, donde interviene el peso específico del fluido, quedando la ecuación (5.13):

$$v = \frac{k' \gamma \Delta p}{\mu \gamma L} \quad (5.14)$$

en donde “ γ ” y “ μ ” son respectivamente el peso específico y la viscosidad.

$$v = k \frac{\Delta p}{\gamma L} \quad (5.15)$$

En este caso k es la conductividad hidráulica, con dimensiones de longitud entre tiempo o de velocidad; la relación entre las dos permeabilidades será:

$$k = \frac{k' \gamma}{\mu} \quad (5.16)$$

$$k = f(n, D, \gamma, \mu) = f(\text{propiedades del medio, propiedades del fluido})$$

Para el caso en que se tenga un flujo en cualquier dirección y considerando dos secciones (Figura 5.5); para la sección 1, la carga de posición es z_1 y la carga de presión es $p_1/\rho g$, para la sección 2 la carga de posición es z_2 y la carga de presión es $p_2/\rho g$, la ecuación (5.15) se puede escribir de la siguiente forma:

$$v = k \frac{1}{\Delta s} \left[\left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + z_2 \right) \right] \quad (5.17)$$

Los términos dentro del paréntesis rectangular representan la diferencia de carga ($-\Delta h$) entre las secciones 1 y 2, por lo que la ecuación anterior puede escribirse:

$$v = -k \frac{\Delta h}{\Delta s} \quad (5.18)$$

A la ecuación (5.18) se le denomina ecuación de *Darcy*, que formalmente es:

$$v = -k \frac{\partial h}{\partial s} = \frac{\partial \phi}{\partial s}; \quad (5.19)$$

En donde “s” representa una dirección cualquiera, $\partial h/\partial s$ es la función gradiente con dirección y sentido. En coordenadas rectangulares, la ecuación de *Darcy*, tiene la forma siguiente:

$$v_x = u = -k \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x}; \quad v_y = v = -k \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial y}; \quad v_z = w = -k \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial z}; \quad (5.20)$$

En coordenadas cilíndricas la ecuación de *Darcy* tiene la forma:

$$v_x = u = \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad v_y = v = \frac{\partial \phi}{r \partial \theta}; \quad v_z = w = \frac{\partial \phi}{\partial z}; \quad (5.21)$$

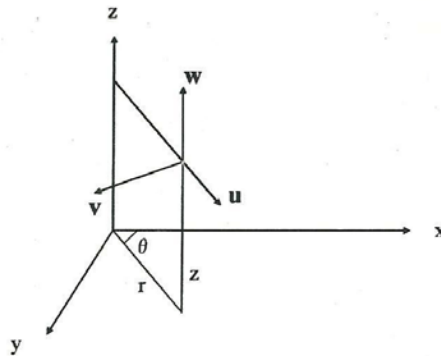


Figura 5.8. Definición de velocidades en coordenadas cilíndricas

y finalmente en coordenadas esféricas, la ecuación de Darcy se expresa mediante las siguientes ecuaciones:

$$v_x = u = \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad v_y = v = \frac{\partial \phi}{r \partial \theta}; \quad v_z = w = \frac{\partial \phi}{(r) (\text{sen } \theta) \partial \phi}; \quad (5.22)$$

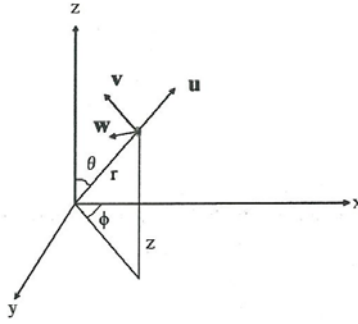


Figura 5.9. Definición de velocidades en coordenadas esféricas

Las ecuaciones anteriores son llamadas también *ecuaciones de movimiento*.

Rango de validez de la ley de Darcy. La diferencia de presión Δp en un tubo a través de un medio poroso (ecuaciones 5.13 y 5.12) es:

$$\Delta p = \frac{\mu L v}{k'} = \frac{\mu L v}{c n D^2} \quad (5.23)$$

la ecuación de Darcy-Weisbach es:

$$h_f = f_0 \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (5.24)$$

donde h_f son las pérdidas de carga primaria, f_0 es el coeficiente de fricción, que a su vez es función del número de Reynolds ($Re = \frac{\rho v D}{\mu}$).

y Δp de acuerdo con la ecuación de Darcy-Weisbach es:

$$\Delta p = f_0 \frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2} \quad (5.25)$$

En donde D es el diámetro de las partículas. Igualando las ecuaciones (5.25) y (5.23) y despejando f_0 , se tiene:

$$f_0 \frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2} = \frac{\mu L v}{c n D^2}; \quad f_0 = \frac{2 \mu}{c n \rho v D} = \frac{2}{c n} \frac{1}{\frac{\rho v D}{\mu}} = \frac{2}{c n} \frac{1}{Re} = \frac{C_0}{Re} \quad (5.26)$$

La función anterior es lineal para un rango de entre 1 y 10 del Re , ya que depende de la distribución y la disposición de la granulometría del material acuífero, en algunos experimentos su rango es aún mayor, sin embargo un criterio aceptado es cuando el $Re < 5$, se puede considerar válida la ecuación de Darcy (Todd, 1959) y (Marsily, 1986).

Por lo tanto, para $Re \leq 5$:

$$f_0 = \frac{2}{\frac{c n}{Re}} = \frac{C_0}{Re}$$

Y de ecuación (5.26)

$$\Delta p = f_0 \frac{L \rho v^2}{D} = \frac{\mu L v}{c n D^2} \tag{5.27}$$

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu v}{c n D^2} = \frac{\mu}{k'} v = a v$$

En donde $a = \mu/k'$, por lo que para $Re < 5$ la pérdida de carga es directamente proporcional a la primera potencia de la velocidad y para $Re \leq 5$:

$$\frac{\Delta p}{L} = a v + b v^m \tag{5.28}$$

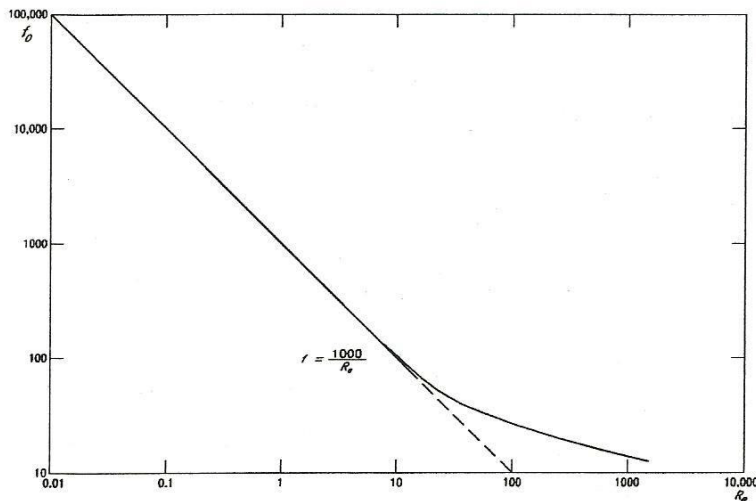


Figura 5.10. Rango de validez de la ley de Darcy. Relación entre f_0 y Re .

Hay que aclarar que el límite de Re es variable dependiendo de las condiciones de tipo de fluido y material por el que atraviesa.

De la mayor trascendencia ha resultado el valor del coeficiente k , llamado “coeficiente de conductividad hidráulica” cuando el objeto de estudio es el movimiento del agua a través de la masa de suelo saturado. Hasta mediados del siglo pasado se pensó que algunas determinaciones de este parámetro, ya sea en campo o en laboratorio, utilizando monolitos de suelo de estructura inalterada, con una instalación experimental como la ilustrada en la figura anterior, sería suficiente para evaluar este coeficiente. Sin embargo prácticamente todos los estudios realizados desde mediados del siglo XX solo han confirmado la gran variabilidad espacial de este parámetro, que dificulta tremendamente los estudios prácticos del movimiento del agua en suelo, ya sea con propósitos de diseñar drenaje agrícola, o simular el movimiento del agua en acuíferos.

La gran variabilidad espacial de algunas características, como la conductividad hidráulica de los suelos, la precipitación atmosférica, los contenidos de algunas sustancias en el suelo y subsuelo, como los minerales, dieron lugar al desarrollo de la Teoría de las Variables Regionalizadas, también conocida como Geoestadística, iniciada por el ingeniero sudafricano Danie G Krige y desarrollada por el matemático francés Georges Matheron. En particular una técnica de interpolación inventada por ellos lleva el nombre de Kriging (ver algunos detalles en la dirección de Internet <http://www.answers.com/kriging>).

El problema de cómo tomar en cuenta la variabilidad espacial al medir algunas características de hecho no está bien resuelto y ni siquiera se puede asegurar que existan soluciones económicamente viables.

Para tomar en cuenta la variabilidad de este parámetro se recomienda realizar el mayor número posible de determinaciones en campo y subdividir las áreas a estudiar en sub-áreas más pequeñas, pero más homogéneas, dentro de las cuales sea posible, con menos error, suponer que el valor de este coeficiente es igual al promedio de los valores correspondientes. Cuando se tienen suelos estratificados y el movimiento del agua es principalmente paralelo a dichos estratos

se utiliza la media aritmética, pero si el movimiento del agua es preferentemente perpendicular a dichos estratos, entonces es recomendable utilizar la media armónica.

Permeabilidad

Es un concepto más amplio que la conductividad hidráulica, ya que la permeabilidad depende, además de las características del medio por el que circula, del tipo de fluido, caracterizado a través de su *densidad*, *peso específico* y *viscosidad*. Cuando se trata de agua, las características anteriores son prácticamente constantes y se utiliza el término *conductividad hidráulica*.

De la ecuación (5.13), despejando k' y sustituyendo el valor de $v = Q/A$, se tiene

$$v = \frac{k' \Delta p}{\mu L}$$

$$k' = \frac{v \mu L}{\Delta P} = \frac{\frac{Q}{A} \mu L}{\Delta P} = \frac{\mu L Q}{A \Delta p}$$

$$k' = \frac{\mu}{L} \frac{Q}{\Delta p} \quad (5.29)$$

Permeámetro de carga constante

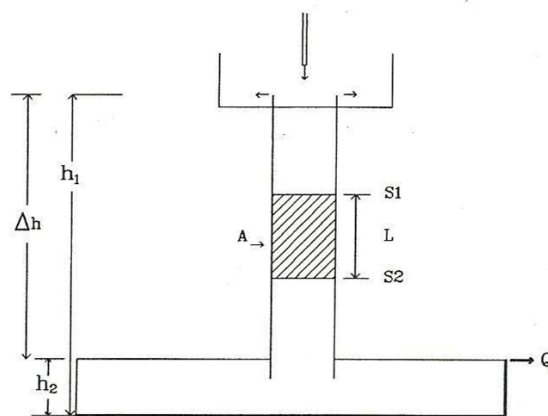


Figura 5.11. Permeámetro de carga constante

De la ecuación (5.19), despejando ∂s e integrando entre S_1 y S_2 y h_1 y h_2 :

$$v = -k \frac{\partial h}{\partial s}$$

$$\partial s = -\frac{k}{v} \partial h$$

$$\int_{S_1}^{S_2} ds = -\frac{k}{v} \int_{h_1}^{h_2} dh$$

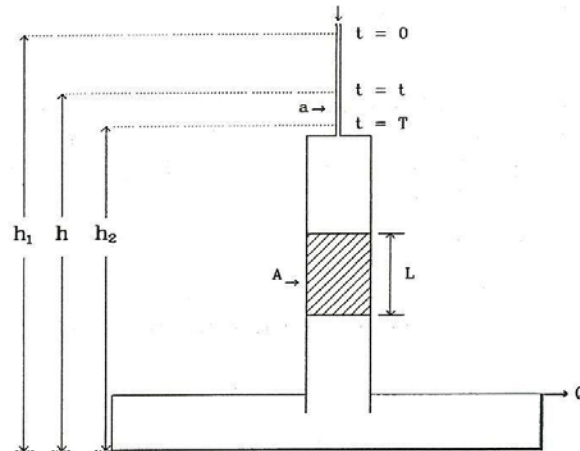
$$S_2 - S_1 = -\frac{k}{v} (h_2 - h_1)$$

$$L = -\frac{k}{v} \Delta h = -\frac{k}{\frac{Q}{A}} \Delta h = -\frac{k A}{Q} \Delta h$$

Despejando k de la ecuación anterior, se tiene que:

$$k = -\frac{L Q}{A \Delta h} \quad (5.30)$$

Permeámetro de carga variable

**Figura 5.12. Permeámetro de carga variable**

De la ecuación (5.19)

$$v = -k \frac{\partial h}{\partial s}; v = \frac{Q}{A}$$

$$Q = -k A \frac{dh}{ds} = -A k \frac{h}{L}$$

también

$$Q = -a \frac{dh}{dt}; \frac{dh}{dt} = v; \text{Entonces de la ecuación de continuidad:}$$

$$-A k \frac{h}{L} = -a \frac{dh}{dt}; \text{integrando desde } 0 \text{ a } t = T \text{ y de } h_1 \text{ a } h_2:$$

$$-\frac{A k}{L} \int_0^T dt = -a \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h}$$

$$-\frac{A k}{L} T = -a \ln \frac{h_2}{h_1}$$

Despejando k , se tiene que:

$$k = \frac{a L}{A T} \ln \frac{h_2}{h_1} \quad (5.31)$$

Ley de continuidad

El segundo gran principio que es utilizado para el estudio y modelación del movimiento del agua en el suelo es el llamado Principio de Continuidad, que es la expresión de la Ley de Conservación de la Masa. La ecuación de continuidad o conservación de la masa se obtiene a partir de un balance realizado sobre un elemento diferencial del medio poroso.

Con respecto a la Figura 5.13, el flujo de masa por segundo que *entra* a un elemento diferencial es:

$$[\rho u \Delta y \Delta z + \rho v \Delta x \Delta z + \rho w \Delta x \Delta y]$$

el flujo de masa que *sale* es:

$$-\left\{ \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta y \Delta z + \left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \Delta y \right] \Delta x \Delta z + \left[\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \Delta z \right] \Delta x \Delta y \right\}$$

el cambio de masa en el almacenamiento, en un tiempo diferencial Δt , será:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi \Delta x \Delta y \Delta z)$$

donde: ρ es la densidad,

u, v, w son las componentes del vector velocidad en las direcciones x, y, z ,
respectivamente,

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$ son las dimensiones del elemento diferencial y

ϕ es la porosidad

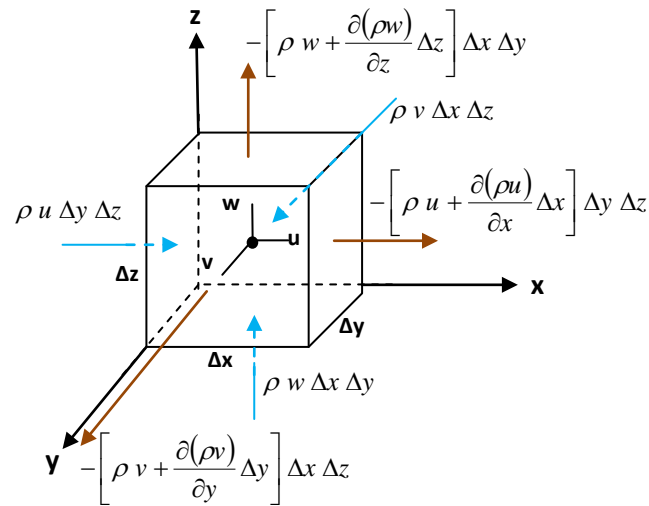


Figura 5.13. Ecuación de continuidad de un elemento diferencial tridimensional

Finalmente, del principio de conservación de la masa; es decir, la masa que entra al elemento, menos la que sale es igual al cambio de almacenamiento, y suponiendo a la porosidad ϕ constante y después de combinar y factorizar las ecuaciones anteriores respecto a $\Delta x, \Delta y, \Delta z$; la ecuación de conservación de la masa queda:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (5.32)$$

La ecuación (5.32), es para *flujo compresible* (ρ variable) y flujo no permanente (transitorio), o lo que es lo mismo $\partial \rho / \partial t \neq 0$.

Si el fluido es incompresible (la derivada con respecto al tiempo de la compresión volumétrica β_v de un elemento de fluido es cero, esto es, $\partial\beta_v/\partial t = 0$ y como $\rho = f$ (volumen) entonces ρ constante y la $\partial\rho/\partial t = 0$, por lo que la ecuación (5.32), se reduce a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.33)$$

También se puede escribir la ecuación (5.33) como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (5.34)$$

La ecuación (5.34) es válida para flujo permanente o no permanente; donde ∇ es el operador nabla u operador Hamilton que es un operador vectorial ($\nabla = \mathbf{i} \partial/\partial x + \mathbf{j} \partial/\partial y + \mathbf{k} \partial/\partial z$); \mathbf{q} es el campo de velocidades conforme a Euler⁷; y $\mathbf{q} = \mathbf{i} u + \mathbf{j} v + \mathbf{k} w$ donde \mathbf{i} , \mathbf{j} , y \mathbf{k} son vectores unitarios. Si se efectúa el producto escalar $\nabla \cdot \mathbf{q}$ el resultado es un escalar llamado divergencia del campo \mathbf{q} .

Ecuaciones del campo

La compresibilidad del líquido se caracteriza por el coeficiente de compresión volumétrica β_v , que representa la variación relativa del volumen (V) del líquido por unidad de variación de la presión (p):

$$\beta_v = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \frac{1}{p_2 - p_1} \quad (5.35)$$

La ecuación (5.35) también se puede escribir como:

$$\beta_v = \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dp}{\rho}} = \frac{d\rho}{\rho dp} \quad (5.36)$$

En donde ρ es la densidad del líquido y p es la presión:

De ecuación (5.36)

⁷ Daily and Harleman. 1966. Fluid dynamics. Addison Wesley. Canada.

$$d\rho = \rho \beta_v dp$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial t} ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial x} ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial y} = \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial y} ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial z} = \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial z} \quad (5.37)$$

La ecuación de continuidad o conservación de la masa para un medio poroso (5.32) en coordenadas rectangulares es:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

Aplicando la llamada *regla de la cadena* a la ecuación anterior:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] + \left[\rho \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} \right] + \left[\rho \frac{\partial w}{\partial z} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right] = 0$$

Sustituyendo en esta última ecuación los valores de la ecuación (5.37) y desarrollando, se tiene que:

$$\phi \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial t} + \left[\rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \left[\rho \frac{\partial v}{\partial y} + v \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial y} \right] + \left[\rho \frac{\partial w}{\partial z} + w \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 0$$

Ordenando y factorizando:

$$\phi \beta_v \frac{\partial p}{\partial t} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \beta_v \left[u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 0$$

Sustituyendo los valores de u , v y w , de la ecuación de Darcy (5.20) y considerando k constante:

$$\phi \beta_v \frac{\partial p}{\partial t} - \left[\frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right] - \beta_v \left[k_x \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + k_y \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} + k_z \frac{\partial h}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 0$$

Recordando que:

$$h = \frac{p}{\gamma} + z ; \quad p = \gamma (h - z)$$

donde $\gamma = \rho g$; γ es el peso específico, g es la aceleración de la gravedad entonces:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \gamma \frac{\partial h}{\partial t} \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \gamma \frac{\partial h}{\partial x} \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \gamma \frac{\partial h}{\partial y} \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \gamma \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right)$$

Considerando k constante (medio anisotrópico) se tiene que:

$$\phi \beta_v \rho g \frac{\partial h}{\partial t} - k \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] - k \beta_v \rho g \left[\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z} \frac{\partial h}{\partial z} \right] = 0$$

$$\phi \beta_v \rho g \frac{\partial h}{\partial t} - k \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] - k \beta_v \rho g \left[\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial h}{\partial z} \right] = 0$$

Considerando que $\partial h / \partial x$ es pequeño y $(\partial h / \partial x)^2$ es despreciable; $\partial h / \partial z$ es también pequeño, debido a que el ángulo de h respecto a z es muy suave (De Wiest, 1965), entonces la expresión anterior queda:

$$\phi \beta_v \rho g \frac{\partial h}{\partial t} - k \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] = 0$$

$$\phi \beta_v \rho g \frac{\partial h}{\partial t} = k \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right]$$

$$\frac{\phi \beta_v \rho g}{k} \frac{\partial h}{\partial t} = \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right]$$

en donde $S_s = (\phi \beta_v \rho g)$ y sustituyendo en el segundo miembro de la ecuación anterior por el operador de Laplace o *laplaciana* $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$, donde el exponente con potencia 2 representa la segunda derivada (también puede definirse como la *divergencia* del gradiente de un campo escalar):

$$\frac{S_s}{k} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad (5.38)$$

$$\frac{S_s}{k} \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla^2 h \quad (5.39)$$

Definiendo $T = kb$ y $S = S_s b$, en donde T es la transmisividad y b es el espesor saturado del acuífero, la ecuación (5.39) queda:

$$\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla^2 h \quad (5.40)$$

En donde S es el coeficiente de almacenamiento, definido como la cantidad de agua que proporciona un acuífero bajo abatimiento unitario y T es la transmisividad, definida como la conductividad hidráulica del acuífero por su espesor saturado.

Si el flujo es permanente, la ecuación (5.40) denominada ecuación del campo o *ecuación de Laplace* (las funciones que la satisfacen se llaman funciones “armónicas”, en particular las funciones de variable compleja) queda:

$$\nabla^2 h = 0 \quad (5.41)$$

Otra forma de presentar la ecuación (5.38) se puede consultar en Walton (1970) o De Wiest (1969), es la siguiente:

$$\frac{S_s}{k} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}$$

en donde:

$$S_s = \rho g [(1-\phi)\alpha + \phi\beta_v] \quad (5.42)$$

El término $\phi\beta_v$ toma en cuenta la compresibilidad del agua, como se explicó en el desarrollo anterior, y el término $(1-\phi)\alpha$ la compresibilidad del terreno, esto último es útil para calcular hundimientos en suelos compresibles.

Ecuación de Boussinesq

La aplicación del Principio de Continuidad (caso particular de flujo bidimensional, con miras a obtener una ecuación muy utilizada, llamada ecuación de Boussinesq, pero es fácil simplificar para flujo unidimensional) a una columna rectangular de suelo saturado, con superficie libre del agua, limitada en su parte inferior por un hidroapoyo, conduce a las siguientes ecuaciones, las cuales son equivalentes a expresar que la suma del:

- a) incremento de gasto en la dirección “x”,
- b) incremento de gasto en la dirección “y” más

c) el gasto de recarga, es igual a

d) el volumen de agua que se almacena en la “porosidad libre” (representada por la letra “ $\mu = \phi$ ” y también denominada “déficit de saturación”), que es el espacio que ocupa (o desaloja) el agua por la variación del tirante de agua, en la columna en un intervalo de tiempo diferencial, es decir:

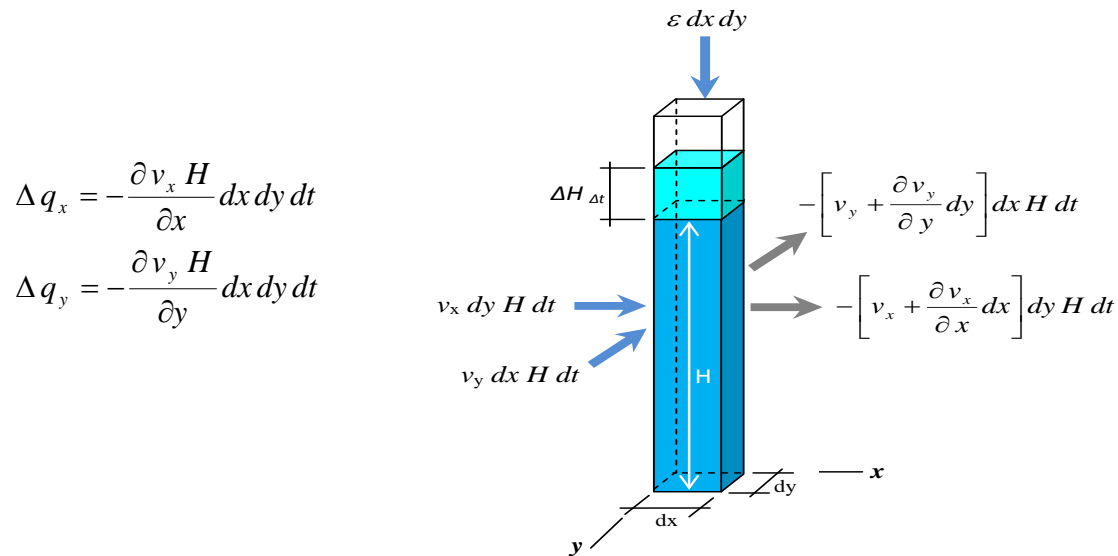


Figura 5.14. Ecuación de continuidad de un elemento diferencial bidimensional

Por continuidad de la Figura 5.14, el gasto que *entra* es:

$$v_x dy H dt + v_y dx H dt + \varepsilon dx dy dt$$

El gasto que *sales* es

$$-\left\{ \left[v_x dy H dt + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy H dt \right] + \left[v_y dx H dt + \frac{\partial v_y}{\partial y} dx dy H dt \right] \right\}$$

El cambio en el gasto es:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mu \Delta H dx dy)$$

Finalmente, del principio de continuidad; es decir, el gasto entra al elemento, menos el que sale es igual al cambio de almacenamiento, y suponiendo a la porosidad μ constante y después de combinar, factorizar y reducir las ecuaciones anteriores respecto a dx y dy ; la ecuación queda:

$$\frac{\partial v_x H}{\partial x} + \frac{\partial v_y H}{\partial y} - \varepsilon = -\mu \frac{\partial \Delta H}{\partial t}$$

sustituyendo los valores de $u = v_x$, y $v = v_y$, de la ecuación de Darcy (5.20) y considerando k constante

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(H \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\varepsilon}{k} = \frac{\mu}{k} \frac{\partial \Delta H}{\partial t}$$

Si el hidroapoyo es horizontal ($h = H$):

$$\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} + \frac{2\varepsilon}{k} = \frac{2\mu}{k} \frac{\partial \Delta H}{\partial t} \quad (5.43)$$

donde: v_x y v_y son las componentes del vector velocidad en las direcciones “ x ” y “ y ”,

H es el tirante de la corriente,

h es la carga hidráulica, que puede ser diferente del tirante si el hidroapoyo no es horizontal,

K es la conductividad hidráulica,

$\mu = \phi$ es la “porosidad drenable”, cuando se abate el nivel freático o el “déficit de saturación”, cuando el nivel freático sube,

ε es la recarga de infiltración,

x , y , t son las coordenadas espaciales y el tiempo.

A la expresión (5.43) se le conoce como “Ecuación de Boussinesq”. Cuando no se consideran variaciones en el tiempo del espejo del agua, el segundo miembro de la ecuación anterior es igual a cero. La ecuación final no es lineal en H , lo que dificulta su resolución analítica. Por esta razón algunas veces se lineariza, para lo cual en la ecuación de la parte media se considera que la H que multiplica a $\partial h / \partial x$ es constante, igual al valor medio de las H y sale como constante (por ejemplo Hm) que después aparece multiplicando a las k , constituyendo el equivalente de la transmisividad de la corriente. Aquí es oportuno mencionar que en acuíferos confinados ese valor de Hm es el espesor saturado medio y en lugar de porosidad drenable o déficit de saturación se utiliza un coeficiente de compresibilidad del agua dentro del acuífero. En estos acuíferos H es el nivel piezométrico.

Una ecuación, derivada de la anterior, que merece ser destacada es la correspondiente a flujo en un acuífero confinado, de espesor constante, sin recarga y en condiciones de régimen permanente, donde la única variable dependiente es el nivel piezométrico H . En las condiciones mencionadas, la ecuación queda:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0 \quad (5.44)$$

La ecuación (5.44) es conocida como ecuación de Laplace para flujo bidimensional.

En el estudio de la hidráulica de pozos resulta conveniente muchas veces expresar las ecuaciones anteriores en coordenadas polares. Para lograr esto se pueden seguir dos caminos: derivar nuevamente la ecuación a partir de un volumen diferencial expresado en coordenadas polares, o simplemente cambiar de variables independientes. A continuación se deja expresado únicamente los cambios que hay que hacer para obtener las ecuaciones anteriores en coordenadas polares. Para mayor información ver el Anexo 3, donde se presenta el desarrollo matemático para obtener las ecuaciones de Laplace y Boussinesq en coordenadas polares, así como, algunos ejemplos de flujo unidimensional “casi horizontal”, régimen permanente (*I. Flujo de Dupuit-Forcheimer, II. Flujo de D-F cuando se tiene además recarga de infiltración uniforme y constante y III. Exactitud de la fórmula de Dupuit*), también se puede consultar el libro de Verrujit A., Theory of Groundwater Flow, Macmillan, 1970.

En coordenadas polares se introduce una distancia radial y un ángulo, definidos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta; \\ y &= r \operatorname{sen} \theta; \\ r &= \sqrt{(x^2 + y^2)} \\ \theta &= \operatorname{arctg} \left(\frac{y}{x} \right) \end{aligned}$$

La ecuación de *Laplace* en coordenadas polares:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} = 0 \quad (5.45)$$

Esta igualdad permite también expresar la ecuación de *Boussinesq* en coordenadas polares. En problemas de flujo axisimétrico la segunda derivada con respecto al ángulo se hace igual a cero, simplificándose la ecuación:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} = \frac{d^2 H}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH}{dr} = \frac{d}{dx} \left[r \frac{dH}{dr} \right] = 0; \quad (5.46)$$

Función de corriente y potencial de velocidades

Hay dos tipos fundamentales de flujo bidimensional en régimen permanente: flujo en una sección transversal vertical, como una pared, donde se supone que todas las secciones verticales paralelas son similares y flujo en una sección horizontal, donde se supone que las características de la corriente son iguales en una línea vertical. El primer tipo de flujo se observa, por ejemplo, en el flujo hacia drenes horizontales, mientras que el segundo tipo se observa, por ejemplo, en un sistema de pozos de bombeo. Quizá los desarrollos más notables de este tipo de estudios se presentan en la Aerodinámica, y en la Ingeniería petrolera, donde en un principio se utilizaron métodos analíticos y posteriormente se han desarrollado métodos numéricos.

La gran experiencia acumulada en este tipo de estudios ha permitido establecer la conveniencia de caracterizar a los flujos mediante dos variables o funciones dependientes: las líneas equipotenciales y las líneas de corriente. Líneas equipotenciales son lugares geométricos o líneas que unen puntos con el mismo valor del producto de la conductividad hidráulica (si el fluido es agua, o, más generalmente, del llamado “coeficiente de filtración”) por el potencial o carga de energía; mientras que las líneas de corriente tienen la propiedad de que las tangentes sobre cada punto de la línea coinciden con la dirección del vector velocidad.

La *función potencial*, despreciando la carga de velocidad, dado lo minúsculo de esta característica en el flujo en medios porosos (del orden de centímetros por día), es igual a:

$$\varphi = -k h = k \left(y - \frac{P}{\gamma} \right); \text{ (sección vertical)}$$

$$\varphi = -k T h = -k T \left(z + \frac{P}{\gamma} \right); \text{ (sección horizontal)}$$

donde: φ es la función potencial,

k es la conductividad hidráulica,

h es carga total, $h = -y + \frac{P}{\gamma}$, para una sección vertical y $h = z + \frac{P}{\gamma}$ para una sección

horizontal,

y es la coordenada vertical (carga de posición), medida a partir de un plano de comparación positiva hacia abajo (por facilidad), cuando se analiza flujo en una sección vertical,

z es también la coordenada vertical, cuando se analiza flujo en una sección horizontal.

Como no se analizan simultáneamente ambos flujos, no hay lugar a confusión,

T es el espesor saturado medio cuando se analiza flujo en una sección horizontal y se considera una constante,

P es la carga de presión (profundidad del punto considerado, respecto a la superficie del agua) con relación a la atmosférica y

γ es el peso específico del agua.

El uso de la función de potencial permite, de acuerdo con la Ley de Darcy, expresar a las componentes del vector velocidad directamente como las derivadas de esta función respecto de los ejes coordenados considerados:

$$v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}; v_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}; \quad (5.47)$$

Ecuación de la línea de corriente. Si se analiza una sección de largo diferencial de una línea de corriente, “ ds ”, que forma un ángulo α con el sentido positivo del eje de las abscisas (Figura 5.15), por definición de línea de corriente, se tiene:

$$dx = ds \cos \alpha ; v_x = v \cos \alpha;$$

$$dy = ds \sen \alpha ; v_y = v \sen \alpha$$

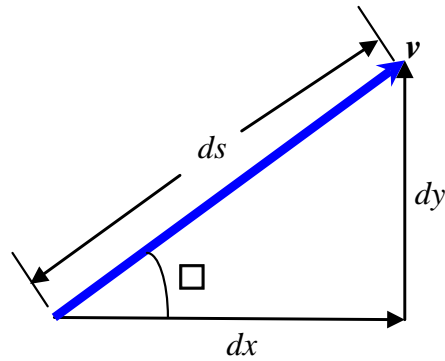


Figura 5.15. Línea de corriente

Por tanto:

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{ds \cos \alpha}{v \cos \alpha} = \frac{ds}{v} = \frac{dy}{v_y}$$

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y}$$

y por analogía

$$-v_y dx + v_x dy = 0 \quad (5.48)$$

La ecuación (5.48) es la *ecuación de la línea de corriente*. Cuando el flujo es en tres direcciones esta última ecuación se extiende a la coordenada “z”.

Flujo en una sección vertical. Al aplicar el Principio de Continuidad a un volumen diferencial de suelo y expresando a los componentes del vector velocidad como derivadas de la función de potencial, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0; \quad (5.49)$$

Esta ecuación diferencial, en derivadas parciales, es conocida como ecuación de Laplace, y las funciones que la satisfacen se llaman funciones “armónicas” y han sido estudiadas ampliamente. Probablemente el método de solución más utilizado está basado en la Teoría de Variable Compleja. Para esto se introduce una segunda variable, por cierto definida de manera única por la función del potencial, que en este caso será la función de corriente, que también debe satisfacer esta ecuación, según se mostrará, después de definir esa función.

De la ecuación de la línea de corriente, donde $-v_y dx + v_x dy = 0$, se infiere que hay una función, que se llamará precisamente función de corriente y que se representa por la letra ψ , cuya diferencial es nula sobre una línea de corriente (lo que significa que la función es constante sobre una misma línea de corriente y de ahí su nombre); es decir:

$$d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\psi}{\partial y} dy = -v_y dx + v_x dy = 0;$$

dedonde :

$$v_x = \frac{\partial\psi}{\partial y}; v_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x};$$

Las últimas relaciones, implican que:

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}; \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}; \quad (5.50)$$

Estas relaciones son conocidas como condiciones de *Cauchy -Riemann o de Euler-Delambert* y puede mostrarse que implican dos cosas:

a) Que la función ψ también satisface la ecuación de Laplace. Para ver esto, basta con derivar la primera de las expresiones (5.50) con respecto a “y” y la segunda con respecto a “x”, por lo que pueden establecerse las siguientes igualdades:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} = \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2};$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} = -\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2};$$

Igualando y reorganizando, se obtiene:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = 0; \quad (5.51)$$

Como puede verse, la función de corriente también satisface la ecuación de Laplace.

b) Que las funciones ψ y ϕ son ortogonales. Multiplicando en forma cruzada las expresiones (5.50) y sumando, se obtiene:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad (5.52)$$

Esta es la condición de ortogonalidad de dos funciones, lo que significa que en los puntos de cruce de una línea equipotencial y de una línea de corriente, las tangentes a ambas líneas forman un ángulo recto. Esto se puede demostrar de la siguiente manera.

En un punto del dominio de flujo (Figura 5.16) se traza una línea equipotencial φ , por ejemplo la línea MTS , y una línea de corriente ψ , por ejemplo la línea WMN . Supóngase que son ortogonales, siendo M el punto de cruce. En el punto R , a una distancia $MR = +\Delta x$ de M trácese una línea equipotencial, paralela a MTS , que tendrá un valor $\varphi - \Delta\varphi_{\Delta x}$, ya que se obtuvo al incrementar Δx . En el punto R quedará definida también otra línea de corriente, que se denominará $\psi + \Delta\psi_{\Delta x}$. Ahora, en el punto U , a una distancia $MU = +\Delta y$ del punto M trácese otra equipotencial, paralela a MTS , que tendrá un valor que se llamará $\varphi + \Delta\varphi_{\Delta y}$ ya que se obtuvo incrementando Δy . En el punto U queda definida otra línea de corriente, que se llamará ahora $\psi + \Delta\psi_{\Delta y}$, porque el incremento de la misma se obtuvo variando ahora la ordenada y . Se ha usado en un caso incremento negativo de Δy y en otro caso positivo, porque en un caso la nueva equipotencial resultó por arriba y en otro por abajo de la equipotencial de partida. Obsérvese de que en cambio las dos nuevas líneas de corriente quedaron del mismo lado de la línea de corriente de partida. De haberse supuesto otra orientación a las líneas de corriente y equipotenciales de todas maneras se habría observado lo mismo: en un caso las dos líneas complementarias quedan de un solo lado de la original y en otro caso la línea original queda en medio de las nuevas líneas.

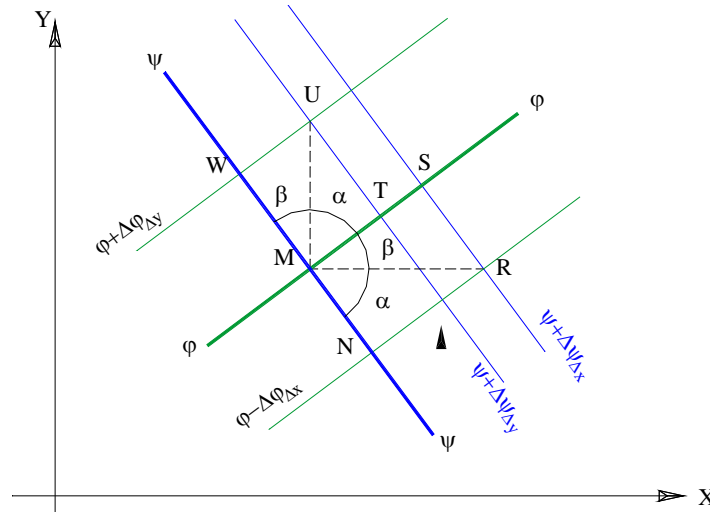


Figura 5.16. Ortogonalidad entre las líneas de corriente y equipotenciales

Obsérvese que los ángulos RMU y SMW son rectos y que por tanto los ángulos (RMN) y (SMU) son iguales, con un valor de, por ejemplo, α . Análogamente, los ángulos (RMS) y (UMW) también son iguales y se les puede llamar, por ejemplo, β . Obsérvese también que los incrementos de los valores de las funciones de potencial y de corriente son proporcionales a los segmentos de línea que se indican:

$$\Delta\varphi_{\Delta x} = -mMN; \Delta\varphi_{\Delta y} = mMW;$$

$$\Delta\psi_{\Delta x} = nMS; \Delta\psi_{\Delta y} = nMT;$$

donde m y n son los factores de proporcionalidad; por tanto :

cuando $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\frac{\Delta\varphi_{\Delta x}}{\Delta x} \rightarrow \frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{mMN}{MR} = -m\cos\alpha; \frac{\Delta\psi_{\Delta x}}{\Delta x} \rightarrow \frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{nMS}{MR} = n\cos\beta;$$

cuando $\Delta y \rightarrow 0$:

$$\frac{\Delta\varphi_{\Delta y}}{\Delta y} \rightarrow \frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{mMW}{MU} = m\cos\beta; \frac{\Delta\psi_{\Delta y}}{\Delta y} \rightarrow \frac{\partial\psi}{\partial y} = \frac{nMT}{MU} = n\cos\alpha;$$

Substituyendo estas estimaciones en la ecuación (5.52), se obtiene

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} \frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \frac{\partial\psi}{\partial y} = -m(\cos\alpha)n\cos\beta + m(\cos\beta)n\cos\alpha = 0;$$

Como puede verse la expresión es igual a cero, lo que prueba que la fórmula (5.52) es la condición de ortogonalidad.

Habiendo mostrado por tanto que la función de potencial φ , como la función de corriente ψ satisfacen la ecuación de Laplace y que además las líneas equipotenciales y las líneas de corriente son ortogonales.

5.5. Métodos de interpretación de pruebas de bombeo

La obtención de la transmisividad (T) y del coeficiente de almacenamiento (S) se realiza generalmente a través de lo que se llama prueba de bombeo a caudal constante, que como su nombre lo indica se realiza bombeando un pozo a gasto o caudal constante durante un tiempo razonable, al mismo tiempo se efectúan medidas del nivel del agua en un pozo de observación, situado a una distancia r del pozo de bombeo.

Las pruebas de bombeo han demostrado ser el medio más apropiado para encontrar valores fidedignos y representativos de las características hidrodinámicas de los acuíferos. Para el desarrollo de la prueba de bombeo se deben tomar en cuenta ciertas circunstancias según sea un acuífero libre, semiconfinado o confinado, aunque estas condiciones de funcionamiento se obtienen precisamente de la interpretación de las medidas del nivel dinámico, o sea la interpretación de las mismas.

El bombeo de un acuífero que funciona como libre provoca un movimiento del agua hacia el pozo y crea un cono de abatimiento en el nivel freático. Conforme el tiempo de bombeo avanza, dicho cono se expande y profundiza, y el flujo hacia el pozo presenta varias componentes descendentes verticales cada vez más fuertes.

Algunas diferencias entre un acuífero libre y uno confinado, cuando se someten a bombeo, son:

- En un acuífero libre se drena el espacio del cono de abatimiento durante el bombeo, reduciendo su espesor saturado; en contraparte en un acuífero confinado el espesor saturado se mantiene constante, pues crea sólo una disminución de presión, que se manifiesta en forma de cono en la superficie piezométrica.

- Durante los primeros minutos de bombeo, el agua producida por un pozo en un acuífero libre proviene de la expansión de ésta dentro del acuífero, debido al cambio del estado de esfuerzos en la región afectada del acuífero. Este mismo efecto en un acuífero confinado es el mecanismo principal del aporte de agua durante toda la prueba.
- La interpretación de la prueba supone que el flujo hacia el pozo se debe a una fuerte componente horizontal, si el pozo es totalmente penetrante; en otras palabras, las componentes verticales de flujo son mínimas. En un acuífero libre, existen componentes verticales por efecto de drenado por gravedad (rendimiento retardado), aunque tienen una corta duración y se supone que el flujo es horizontal, de acuerdo con la hipótesis de Dupuit.⁸

En los incisos anteriores se trataron varios casos de flujo establecido, donde el término que depende del tiempo se ha supuesto igual a cero. En esta sección se abordan algunos casos sencillos, tomando en cuenta la dependencia del flujo respecto al tiempo ($\partial h/\partial t \neq 0$, régimen no permanente o transitorio). Este análisis tiene aplicación para conocer los efectos del bombeo en una zona determinada o también para determinar las características hidrodinámicas de los acuíferos.

Métodos de Pruebas de bombeo en acuíferos confinados y penetración total

Método de Theis

Bajo las condiciones mencionadas, el primer método de interpretación para acuíferos confinados y régimen transitorio fue desarrollado por Theis en 1935, con penetración total, caudal constante, medio isotrópico e infinito. Dicho método considera que el volumen bombeado en el pozo proviene en su totalidad del almacenamiento en el acuífero.⁹

Un esquema general del funcionamiento del pozo al bombearse se muestra en la figura 5.17, en donde se supone un pozo de observación a una distancia “ r ” y en donde se miden los

⁸ Peña, S. 2007. Introducción a la hidrología Subterránea. Colegio de Postgraduados.

⁹ Theis, C.V. 1935. *The relation between the lowering of the piezometrical surface and the rate and duration of discharge of well using groundwater storage*. Transaction American Geophysical Union. USA.

abatimientos a distintos tiempos; pozo totalmente penetrante, o sea que la zona ranurada abarca la totalidad del espesor del acuífero B .

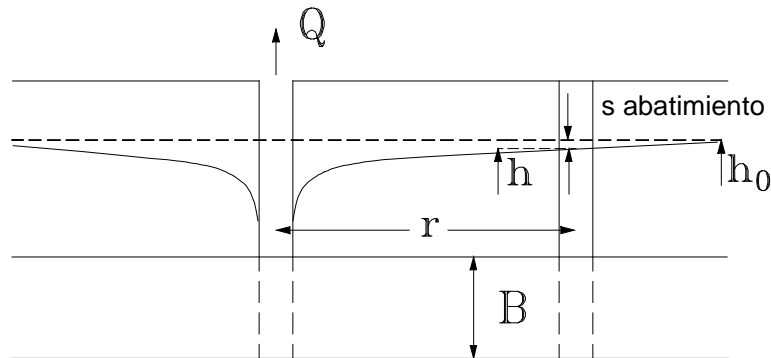


Figura 5.17. Esquema de flujo en un acuífero confinado y penetración total

Bajo este esquema de funcionamiento el flujo subterráneo se describe mediante la siguiente expresión ya definida anteriormente (5.40):

$$\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla^2 h$$

Donde: “ S ” es el coeficiente de almacenamiento; “ T ” es la transmisividad; “ t ” el tiempo; “ h ” la carga hidráulica y “ $\nabla^2 h$ ” el Laplaciano de h , definido este último para *coordenadas cilíndricas*, en la siguiente forma.

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad (5.53)$$

Para el caso mostrado en la figura 5.17, donde el flujo es radial y no depende de θ ni de z , la ecuación anterior queda de la siguiente manera:

$$\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \quad (5.54)$$

Bajo las condiciones de frontera siguientes:

$$h \rightarrow h_0 \quad \text{cuando } r \rightarrow \infty \quad \text{para } t \geq 0 \quad (5.55)$$

$$h(r, t) = h(r, 0) = h_0 \quad \text{cuando } t \leq 0, \text{ condiciones iniciales} \quad (5.56)$$

Como

$$Q = Av = 2\pi r Bk \frac{\partial h}{\partial r} = 2\pi r T \frac{\partial h}{\partial r}$$

entonces

$$\frac{Q}{2\pi T} = r \frac{\partial h}{\partial r}$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{Q}{2\pi T} \text{ Condición de continuidad} \quad (5.57)$$

$$r \rightarrow 0$$

la última condición de frontera toma en cuenta, además de las condiciones de continuidad, la hipótesis de Dupuit, que considera al flujo horizontal.

La hipótesis de Dupuit implica que la velocidad igual a todo lo largo de la sección, y sólo depende del gradiente hidráulico medido en la parte superior, lo que aplica tanto en acuíferos confinados como libres.

La solución propuesta por Theis (1935), o Walton (1970), es:¹⁰

$$h - h_0 = s = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx \quad (5.58)$$

La forma elemental de llegar a esta solución se expone en el Anexo 4.

en donde "s" es el abatimiento a una distancia "r" del pozo de bombeo, y "x" una variable de integración, y "u":

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t} \quad (5.59)$$

la integración de la ecuación (5.59), es una serie de la forma:

¹⁰ Walton, C.W. 1970. Groundwater Resources Evaluation. McGraw-Hill. USA.

$$h_0 - h = s = \frac{Q}{4 \pi T} \left(-0.5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} - \frac{u^4}{4 \cdot 4!} \dots \right) \quad (5.60)$$

$$h_0 - h = s = \frac{Q}{4 \pi T} W(u) \quad (5.61)$$

Al conjunto de los términos encerrados entre paréntesis se le denomina Función de Pozo, $W(u)$.

La figura 5.18 representa la función $W(u)$ respecto a u , y en el Cuadro 5.8 se presentan los valores de $W(u)$ en función de u .

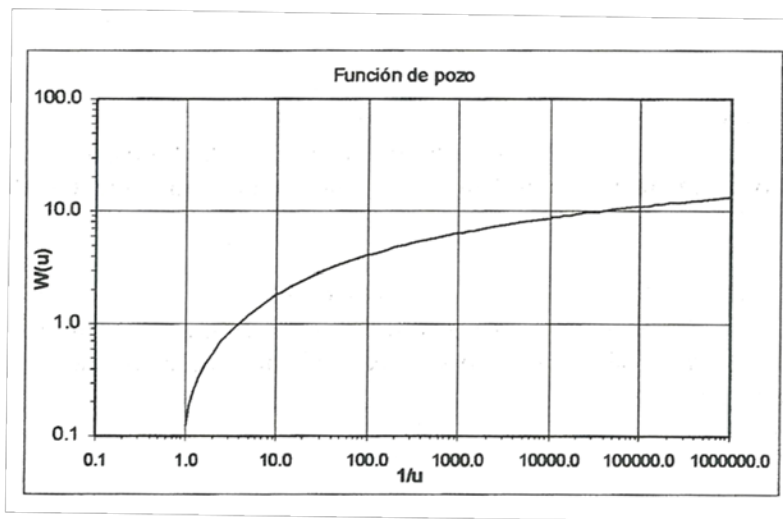


Figura 5.18. Función de pozo (Walton, 1970)

Conviene recordar las hipótesis en la solución de Theis:

- El acuífero es homogéneo e isótropo
- El espesor saturado del acuífero es constante
- El acuífero tiene extensión lateral infinita
- El caudal bombeado procede del almacenamiento del acuífero
- El pozo es totalmente penetrante

Cuadro 5.8. Valores de la función de pozo para acuífero confinado y penetración total (Walton 1970)

| u or u_{xy} | $N \times 10^{-13}$ | $N \times 10^{-14}$ | $N \times 10^{-15}$ | $N \times 10^{-16}$ | $N \times 10^{-17}$ | $N \times 10^{-18}$ | $N \times 10^{-19}$ | $N \times 10^{-20}$ | $N \times 10^{-21}$ | $N \times 10^{-22}$ | $N \times 10^{-23}$ | $N \times 10^{-24}$ | $N \times 10^{-25}$ | $N \times 10^{-26}$ | N | |
|-----------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------|------------|
| 1.0 | 33.9616 | 31.6590 | 29.3564 | 27.0538 | 24.7512 | 22.4486 | 20.1460 | 17.8435 | 15.5409 | 13.2383 | 10.9357 | 8.6332 | 6.3315 | 4.0379 | 1.8229 | 0.2194 |
| 1.5 | 33.5561 | 31.2535 | 28.9509 | 26.6483 | 24.3458 | 22.0432 | 19.7406 | 17.4380 | 15.1354 | 12.8328 | 10.5303 | 8.2278 | 5.9266 | 3.6374 | 1.4645 | 0.1000 |
| 2.0 | 33.2684 | 30.9658 | 28.6632 | 26.3607 | 24.0581 | 21.7555 | 19.4529 | 17.1503 | 14.8477 | 12.5451 | 10.2426 | 7.9402 | 5.6394 | 3.3547 | 1.2227 | 0.04890 |
| 2.5 | 33.0453 | 30.7427 | 28.4401 | 26.1375 | 23.8349 | 21.5323 | 19.2298 | 16.9272 | 14.6246 | 12.3220 | 10.0194 | 7.7172 | 5.4167 | 3.1365 | 1.0443 | 0.02491 |
| 3.0 | 32.8629 | 30.5604 | 28.2578 | 25.9552 | 23.6526 | 21.3500 | 19.0474 | 16.7449 | 14.4423 | 12.1397 | 9.8371 | 7.5348 | 5.2349 | 2.9591 | 0.9057 | 0.01305 |
| 3.5 | 32.7088 | 30.4062 | 28.1036 | 25.8010 | 23.4985 | 21.1959 | 18.8933 | 16.5907 | 14.2881 | 11.9855 | 9.6830 | 7.3807 | 5.0813 | 2.8099 | 0.7942 | 0.006970 |
| 4.0 | 32.5753 | 30.2727 | 27.9701 | 25.6675 | 23.3649 | 21.0623 | 18.7598 | 16.4572 | 14.1546 | 11.8520 | 9.5495 | 7.2472 | 4.9482 | 2.6813 | 0.7024 | 0.003779 |
| 4.5 | 32.4575 | 30.1549 | 27.8523 | 25.5497 | 23.2471 | 20.9446 | 18.6420 | 16.3394 | 14.0368 | 11.7342 | 9.4317 | 7.1295 | 4.8310 | 2.5684 | 0.6253 | 0.002073 |
| 5.0 | 32.3521 | 30.0495 | 27.7470 | 25.4444 | 23.1418 | 20.8392 | 18.5366 | 16.2340 | 13.9314 | 11.6280 | 9.3263 | 7.0242 | 4.7261 | 2.4679 | 0.5598 | 0.001148 |
| 5.5 | 32.2568 | 29.9542 | 27.6516 | 25.3491 | 23.0465 | 20.7439 | 18.4413 | 16.1387 | 13.8361 | 11.5330 | 9.2310 | 6.9289 | 4.6313 | 2.3775 | 0.5034 | 0.0006409 |
| 6.0 | 32.1698 | 29.8672 | 27.5646 | 25.2620 | 22.9595 | 20.6569 | 18.3543 | 16.0517 | 13.7491 | 11.4465 | 9.1440 | 6.8420 | 4.5448 | 2.2953 | 0.4544 | 0.0003601 |
| 6.5 | 32.0898 | 29.7872 | 27.4846 | 25.1820 | 22.8794 | 20.5768 | 18.2742 | 15.9717 | 13.6691 | 11.3665 | 9.0640 | 6.7620 | 4.4652 | 2.2201 | 0.4115 | 0.0002034 |
| 7.0 | 32.0156 | 29.7131 | 27.4105 | 25.1079 | 22.8053 | 20.5027 | 18.2001 | 15.8976 | 13.5950 | 11.2924 | 8.9899 | 6.6879 | 4.3916 | 2.1508 | 0.3738 | 0.0001155 |
| 7.5 | 31.9467 | 29.6441 | 27.3415 | 25.0389 | 22.7363 | 20.4337 | 18.1311 | 15.8280 | 13.5260 | 11.2234 | 8.9209 | 6.6190 | 4.3231 | 2.0867 | 0.3403 | 0.0000658 |
| 8.0 | 31.8821 | 29.5795 | 27.2769 | 24.9744 | 22.6718 | 20.3692 | 18.0666 | 15.7640 | 13.4614 | 11.1589 | 8.8563 | 6.5545 | 4.2591 | 2.0269 | 0.3106 | 0.0000376 |
| 8.5 | 31.8215 | 29.5189 | 27.2163 | 24.9137 | 22.6112 | 20.3086 | 18.0060 | 15.7034 | 13.4008 | 11.0982 | 8.7957 | 6.4939 | 4.1990 | 1.9711 | 0.2840 | 0.0000216 |
| 9.0 | 31.7643 | 29.4618 | 27.1592 | 24.8566 | 22.5540 | 20.2514 | 17.9488 | 15.6462 | 13.3437 | 11.0411 | 8.7386 | 6.4368 | 4.1423 | 1.9187 | 0.2602 | 0.0000124 |
| 9.5 | 31.7103 | 29.4077 | 27.1051 | 24.8025 | 22.4999 | 20.1973 | 17.8948 | 15.5922 | 13.2896 | 10.9870 | 8.6845 | 6.3828 | 4.0887 | 1.8695 | 0.2387 | 0.00000971 |

Método de Jacob

Existe una simplificación de la ecuación (5.60) propuesta por Jacob y Cooper, 1946, (De Wiest, 1965), para el caso en que $u \leq 0.01$, lo que puede ocurrir cuando la distancia r sea pequeña, S chico, T grande o el tiempo t de bombeo sea grande. En este caso se desprecian los últimos términos de la ecuación:

$$h_0 - h = s = \frac{Q}{4 \pi T} (-0.5772 - \ln u) \tag{5.62}$$

Los términos encerrados entre paréntesis es la *función de Euler*. Simplificando la ecuación (5.62):

$$h_0 - h = s = \frac{Q}{4 \pi T} \left(\ln \frac{1}{u} - \ln 1.78 \right) = \frac{Q}{4 \pi T} \left(\ln \frac{1}{1.78u} \right)$$

como $u = \frac{r^2 S}{4 T t}$, se simplifica

$$h_0 - h = s = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \frac{2.25 T t}{r^2 S} \tag{5.63}$$

$$h_0 - h = s = \frac{2.3 Q}{4 \pi T} \log \frac{2.25 T t}{r^2 S} \tag{5.64}$$

Determinación de la Transmisividad (T) y el Coeficiente de almacenamiento (S) para acuíferos confinados

A partir de las ecuaciones (5.61) y (5.64), obtenidas con anterioridad para acuíferos confinados, es posible saber las características hidrodinámicas (T y S) de los acuíferos. Para ambas ecuaciones la interpretación de las pruebas origina dos métodos, el de Theis y el de Jacob, aunque en algunos casos es necesario utilizar otros modelos de acuífero en que su comportamiento no corresponde al modelo de un acuífero confinado.

Las ecuaciones para calcular los valores de T y S , se obtienen a partir de la ecuación (5.61) para T y de la ecuación (5.59) para S :

$$T = \frac{Q}{4\pi s} W(u) \quad (5.65)$$

$$S = \frac{4Tt}{r^2} (u) \quad (5.66)$$

De la ecuación (5.64):

$$s = \frac{2.3Q}{4\pi T} \log \frac{2.25Tt}{r^2 S}$$

por la ley de los logaritmos ($\log a b = \log a + \log b$):

$$s = \frac{2.3Q}{4\pi T} \log \frac{2.25Tt}{r^2 S} + \frac{2.3Q}{4\pi T} \log t$$

La ecuación anterior graficada en papel logarítmico, es una recta con pendiente:

$$\frac{2.3Q}{4\pi T} = \text{pendiente} \quad (5.67)$$

$$\frac{2.3Q}{4\pi T} = \frac{\Delta s}{\Delta \log t} \quad (5.68)$$

Si Δs se toma en un ciclo del eje de los tiempos ($\Delta \log t$), resulta un valor que es igual a 1 y de ecuación (5.68), la transmisibilidad (T) será:

$$T = 0.183 \frac{Q}{\Delta s} \quad (5.69)$$

Para el caso en que el abatimiento sea nulo ($s = 0$) valor que corresponderá a un tiempo $t = t_0$.

$$s = \frac{2.3Q}{4\pi T} \log \frac{2.25Tt}{r^2 S}$$

El término dentro del logaritmo es igual a 1, por lo que:

$$1 = \frac{2.25Tt_0}{r^2 S} \quad (5.70)$$

Por lo tanto el coeficiente de almacenamiento (S) queda determinado mediante:

$$S = \frac{2.25Tt_0}{r^2} \quad (5.71)$$

El aplicar las ecuaciones anteriores implica que se acepta un funcionamiento del acuífero como confinado, condición que no siempre es cierta, por lo que es más aceptable el utilizar el método de *Theis* y además utilizar curvas de ajuste que representen varios modelos, los más comunes son semiconfinado, semiconfinado modificado, libre y penetración parcial.

Sin olvidar, como ya se mencionó, el método de *Theis* es más adecuado en la interpretación de las pruebas de bombeo, pues este método da mayor información sobre el funcionamiento hidráulico de los acuíferos. Es obvio que este funcionamiento dependa del tiempo, ya que al inicio del bombeo los efectos de una penetración parcial, o de un semiconfinamiento o de cualquier otro efecto, no se advierte sin un tiempo razonables de operación; para tiempos grandes es posible detectar estas modificaciones al modelo de acuífero confinado estudiado por *Theis*.

Es importante mencionar que a partir de la transmisibilidad se obtiene la conductividad hidráulica del acuífero, dividiéndola entre el espesor B . Además, *si el valor del coeficiente de almacenamiento es bajo, indica un confinamiento de los acuíferos y si los valores son altos, se trata de acuíferos que funcionan como libres.*

Métodos de Pruebas de bombeo en acuíferos semiconfinados y penetración total

El caso de un acuífero confinado con penetración total, se refiere a un caso especial, en la naturaleza no se encuentran los acuíferos totalmente confinados, ya que los estratos que lo confinan no son del todo impermeables y existe una alimentación proveniente de acuíferos superiores. En este caso los abatimientos, para un mismo caudal, resultarán menores que para el caso de acuífero totalmente confinado, debido a la alimentación que recibe de acuíferos superiores.

Walton (1970), supone que el acuífero en explotación tiene una alimentación adicional de un acuífero superior (acuitardo) con espesor B' , conductividad hidráulica k' y carga hidráulica h . El modelo que representa este caso, se muestra esquemáticamente en la Figura 5.19. Se supone dos acuíferos separados por un estrato semipermeable, con conductividad hidráulica k' , mucho menor a la conductividad hidráulica k del estrato principal. El flujo proviene del acuífero superior, al llegar al acuífero principal, sigue una dirección horizontal; el nivel freático del acuífero superior, no se modifica sustancialmente al abatir el nivel piezométrico del acuífero inferior, la diferencia de carga hidráulica es lo que origina el flujo vertical hacia el acuífero inferior (De Wiest, 1965).

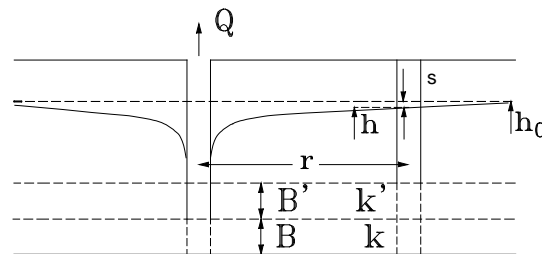


Figura 5.19. Acuífero semiconfinado y penetración total

Bajo estas condiciones de semiconfinamiento, la ecuación general de flujo es:

$$\nabla^2 s - \frac{s}{c^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (5.72)$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{s}{c^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (5.73)$$

Cuya solución es (De Wiest, 1965 o Walton, 1970): ¹¹

$$s = \text{abatimiento} = \frac{Q}{4 \pi T} W\left(u, \frac{r}{c}\right) \quad (5.74)$$

donde la función de pozo para acuífero semiconfinado y penetración total, es:

$$W\left(u, \frac{r}{c}\right) = \int_u^{\infty} \frac{1}{x} \exp\left(-x - \frac{r^2}{4c^2x}\right) dx \quad (5.75)$$

Siendo x una variable de integración y c definido bajo la siguiente expresión y llamada factor de semiconfinamiento:

$$c = \sqrt{\frac{k B B'}{k'}} = \sqrt{\frac{T}{k'/B'}} \quad (5.76)$$

Donde: k = conductividad hidráulica del acuífero principal.

k' = conductividad hidráulica del acuífero semiconfinante.

B = espesor del acuífero principal.

B' = espesor del acuífero semiconfinante.

T = Transmisividad del acuífero principal, y

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t} \quad (5.77)$$

Donde: S = Coeficiente de almacenamiento

T = Transmisividad

t = Tiempo

r = distancia a la que se encuentra el pozo de observación

Las condiciones de frontera son semejantes al caso de acuífero confinado, y los valores de la función de pozo para este caso, están graficados en la Figura 5.20, o en el Cuadro 5.9 en forma numérica.

¹¹ De Wiest, R. 1965. *Geo hydrology*. John Wiley. USA.

La expresión (5.74) engloba el caso de semiconfinamiento, pero cuando el valor de r/c resulta igual a cero, se tendrá el caso de acuífero confinado (Caso de Theis).

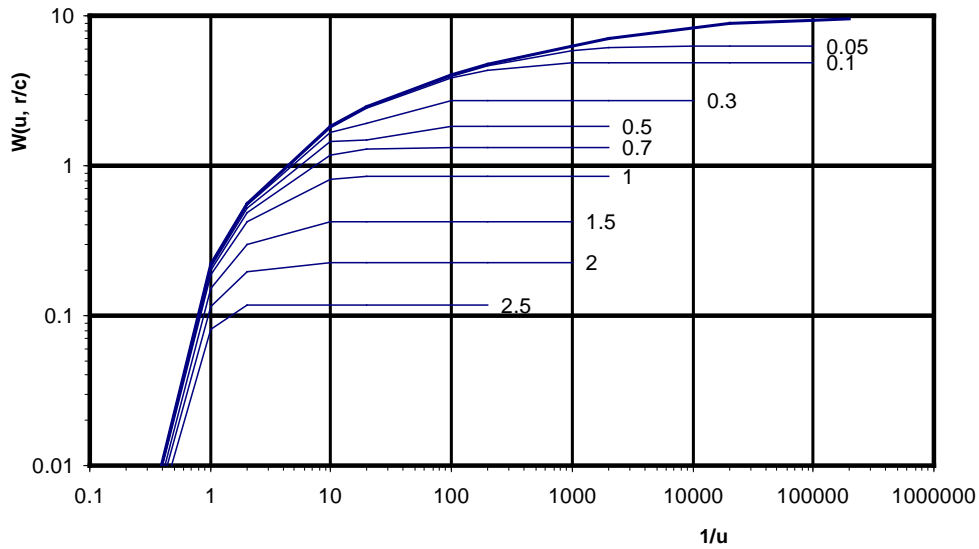


Figura 5.20. Gráfica de la función $W(u, r/c)$

Cuadro 5.9. Valores de la función $W(u, r/c)$, para acuífero semiconfinado y penetración total

| u | r/c | 0.01 | 0.05 | 0.1 | 0.3 | 0.5 | 0.7 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 |
|----------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.000005 | | 9.4413 | | | | | | | | | |
| 0.000010 | | 9.4176 | | | | | | | | | |
| 0.00005 | | 8.8827 | | | | | | | | | |
| 0.0001 | | 8.3983 | 6.2282 | | | | | | | | |
| 0.0005 | | 6.9750 | 6.0821 | 4.8530 | | | | | | | |
| 0.001 | | 6.3069 | 5.7965 | 4.8292 | | | | | | | |
| 0.005 | | 4.7212 | 4.6084 | 4.2960 | 2.7428 | | | | | | |
| 0.01 | | 4.0356 | 3.9795 | 3.8150 | 2.7104 | 1.8486 | 1.3210 | | | | |
| 0.05 | | 2.4675 | 2.4576 | 2.4271 | 1.9283 | 1.4927 | 1.2955 | 0.8409 | | | |
| 0.1 | | 1.8227 | 1.8184 | 1.8050 | 1.6704 | 1.4422 | 1.1791 | 0.8190 | 0.4271 | 0.2278 | |
| 0.5 | | 0.5598 | 0.5594 | 0.5581 | 0.5453 | 0.5206 | 0.4860 | 0.4210 | 0.3007 | 0.1944 | 0.1174 |
| 1.0 | | 0.2194 | 0.2193 | 0.2190 | 0.2161 | 0.2103 | 0.2020 | 0.1855 | 0.1509 | 0.1139 | 0.0803 |
| 5.0 | | 0.0011 | 0.0011 | 0.0011 | 0.0011 | 0.0011 | 0.0011 | 0.0011 | 0.0010 | 0.0010 | 0.0009 |

La interpretación de una prueba de bombeo consiste en comparar la gráfica de la Figura 6.18 con la gráfica de medición de los niveles en el pozo graficando el abatimiento (eje de las ordenas) vs tiempo (eje de las abscisas). Desde luego en papel doble logaritmo con las mismas escalas y en

forma paralela a lo mostrado en la Figura 6.17. Lo cual también puede hacerse utilizando programas que ajusten estas funciones.¹²

Otros modelos

Existen una variedad de modelos teóricos para la interpretación de pruebas de bombeo; el análisis con modelos numéricos fueron desarrollados por Rushton y Redshaw (1979) y por Rathod y Rushton (1984), resolviendo la siguiente ecuación diferencial que describe el flujo radial de agua hacia un pozo, incluyendo componentes verticales de flujo (Jones y Rushton, 1981):¹³

$$\frac{\partial}{\partial r} (bk_r \frac{\partial s}{\partial r}) + \frac{b}{r} (k_r \frac{\partial s}{\partial r}) + bk_z \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = S \frac{\partial s}{\partial t} \quad (5.78)$$

donde:

- r = ordenada radial (m)
- z = ordenada vertical (m)
- b = espesor saturado (m)
- k_r k_z = conductividad hidráulica radial y vertical (m/s)
- s = abatimiento
- S = Coeficiente de almacenamiento

La discretización del campo de flujo radial hacia un pozo se realiza por medio de una malla radial, cuyos intervalos se incrementan en forma logarítmica desde el centro del pozo de bombeo hasta la frontera lateral. Los abatimientos son calculados para cada malla en la superficie freática (s_b) a una distancia de 0.25 m del espesor saturado (s_b) arriba de la base del acuífero. Los cálculos de los abatimientos son realizados a intervalos de tiempo $t+\Delta t$. La aproximación de la diferencia finita en la ecuación de Thiem, cuando se utilizan dos o más piezómetros para determinar la conductividad hidráulica, permite escribir las siguientes expresiones para los abatimientos a los tiempos $t + \Delta t$, los cuales van de los valores previos del abatimiento “a” al tiempo “t”;

¹² United Nations. 1989. *Groundwater software for windows*. Belgrade, 10 January 2005.

¹³ Comisión Nacional del Agua Pruebas de Bombeo (segunda edición), Noviembre de 1996., México.

$$Q = [2\pi T(h_2 - h_1)] / [\ln(r_2 / r_1)] \quad (5.79)$$

$$\left(\frac{s_{\tau_{n+1}} - s_{\tau_n}}{HU_n} + \frac{s_{\tau_{n-1}} - s_m}{HU_{n-1}} + \frac{s_{b_n} - s_{\tau_n}}{V_n} \right)_{t+\Delta t} = \frac{s_{m,t+\Delta t} - s_{\tau_{n+1}}}{T_n} + qr_n^2 \quad (5.80)$$

donde:

r = ordenada radial (m)

t = tiempo (días)

Δt = intervalo de tiempo en el cual ocurre el abatimiento (días)

q = recarga por unidad de área (m³/día)

s_{n-1} , s_n , s_{n+1} = abatimiento en los nodos “ $n-1$ ”, “ n ”, “ $n+1$ ”

$Hu_n = HL_n$ = resistencia hidráulica radial en el nodo “ n ”

V_n = resistencia hidráulica vertical en el nodo “ n ”

T_n = relación tiempo/coeficiente de almacenamiento en el nodo “ n ”

S_b = abatimiento (residual) antes del inicio de la prueba

El método de diferencias finitas conlleva a una serie de ecuaciones simultáneas, que son resueltas mediante matrices.

Otros términos incluidos en estas ecuaciones están considerados como equivalentes a resistencia hidráulica, de la siguiente forma:

$$HU_n = HL_n = \frac{2\Delta a^2}{bK_r}; a = \log r \quad (5.81)$$

$$V_n = \frac{0.4875b}{K_z r_n^2}; T_n = \frac{\Delta t}{Sr^2} \quad (5.82)$$

donde:

a = incremento logarítmico radial (m)

b = espesor saturado (m)

S = coeficiente de almacenamiento

En la literatura (Walton, 1970), existen varios modelos resueltos, por ejemplo los casos de acuífero semiconfinado modificado; al igual que el caso de semiconfinado, pero se supone una

aportación del estrato semiconfinante; acuífero libre o freático; penetración parcial; abatimiento constante; flujo en pozo de gran diámetro (Papadopulos, 1967), y otros casos¹⁴.

5.6. Tipos de modelos de flujo de agua subterránea

Los modelos de flujo de los acuíferos son herramientas que permiten predecir su comportamiento bajo políticas de explotación distintas o iguales a las que está sujeto, se denominan modelos flujo, ya que calculan las condiciones de flujo de los acuíferos bajo distintas sollicitaciones, a diferencia de los modelos de transporte de contaminantes, que calculan los contenidos y la evolución de éstos índices en el agua almacenada en el acuífero (Peña S. 2007).

El desarrollo de las leyes (ecuaciones) que describen el funcionamiento de un acuífero está basado en dos principios:

- a). La Ley de Continuidad.
- b). La Ley de Darcy.

Al combinarse estos conceptos resultan las ecuaciones generales de movimiento (Jacob, 1950 en Walton, 1971, Davis y De Wiest, 1971) en régimen no estacionario. La ecuación general que es necesario resolver es la ecuación del campo o ecuación de Laplace (5.38), modificada con una condición de alimentación externa al almacenamiento del acuífero, y suponiendo un medio anisotrópico, en que la conductividad hidráulica es variable en tres dimensiones, “x”, “y” y “z”:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} + W \quad (5.83)$$

y para dos dimensiones “x” y “y”, donde se puede considerar el espesor del acuífero “B” constante:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W \quad (5.84)$$

Donde:

h = carga hidráulica,

¹⁴ Papadopulos, Coper. 1967. Drawdown distribution around a large diameter. Proceeding National Symposium a Groundwater hydrology. AWRA. USA.

T = transmisibilidad en sus dos componentes (T_x, T_y),
 S = coeficiente de almacenamiento,
 K = conductividad hidráulica en sus tres componentes (k_x, k_y, k_z),
 S_S = coeficiente de almacenamiento específico,
 t = tiempo,
 x, y, z = coordenadas cartesianas,
 W = volumen de agua externo (“recargas”).

Los diferentes tipos de modelos que se utilizan (o han utilizado) para la simulación y estudio de acuíferos se diferencian en la forma de resolver la ecuación diferencial y en la forma de describir el sistema.

Todd (1980), clasifica los modelos en: de medio poroso, analógicos y digitales. Según Custodio y Llamas (1983), hay 3 tipos de modelos: analíticos, analógicos y matemáticos.

Los modelos analíticos (o más bien los métodos analíticos). Son los que dan la solución exacta de la ecuación diferencial por medio de funciones analíticas. Aquí se incluyen las soluciones obtenidas con aplicación de la Teoría de Variable Compleja y de las Transformaciones Conformes. Estos modelos se aplican solo para geometrías sencillas y medios homogéneos e isotrópicos. (Se pueden ver una gran cantidad en Walton, 1971).

Dentro de este grupo pueden incluirse también algunas simplificaciones a las soluciones exactas, como el caso de la *ecuación de Jacob* (5.64), aplicada a abatimientos medios regionales.

$$s_{(x,y)} = \frac{2.3 Q_i}{4 \pi T} \log \frac{2.25 T t_i}{r_i^2 S} \quad (5.85)$$

A partir de la expresión (5.64), el abatimiento s causado por un pozo en un punto (x, y) , se obtiene al considerar los efectos de ese pozo situado a la distancia r_i del punto en cuestión (x, y) , al tiempo t_i de inicio del bombeo Q_i . Una suma de los efectos de todos los pozos (i) sobre varios puntos (j) del espacio considerado, dará como consecuencia una gráfica de abatimientos medios en la zona, desde luego implícitamente implica un comportamiento del acuífero de acuerdo a la ecuación (5.64); es decir, acuífero confinado, la ecuación para abatimientos medios, quedaría:

$$s_{j(x,y)} = \frac{2.3}{4\pi T} \sum_{i=1}^n \left(q_i \log \frac{2.25 T t_i}{r_i^2 S} \right) \quad (5.86)$$

En donde el subíndice i corresponde a cada uno de los n pozos y el j a cada punto en el plano.

Los modelos analógicos. Estos resuelven la ecuación diferencial de una forma indirecta. Para ello se utiliza un fenómeno físico que tenga una ecuación diferencial del mismo tipo que la de los acuíferos. Los más importantes son los que utilizan la analogía eléctrica, ya que la Ley de Ohm es del mismo tipo que la Ley de Darcy (Custodio y Llamas, 1983). Las fronteras de carga constante se representan por un mismo potencial eléctrico, los pozos o extracciones por medio de resistencias (R) y los almacenamientos por medio de capacitadores (C). La medida en cada punto del plano del potencial eléctrico es análogo a la carga hidráulica. El flujo de la corriente eléctrica puede ser expresado mediante la ley de Ohm, a través de la siguiente expresión:

$$I = \sigma \frac{dE}{dx} \quad (5.87)$$

Donde I es la corriente eléctrica, que se transmite a través de un material con una conductividad eléctrica σ y dE/dx es el gradiente de voltaje. Desde luego existe una correspondencia entre la carga hidráulica y el voltaje, la conductividad hidráulica y la resistencia eléctrica, las líneas equipotenciales de flujo de agua y las líneas equipotenciales del flujo de la corriente eléctrica.

Otros menos utilizados son los modelos de fluido viscoso o de Hele-Shaw (Todd, 1980) o analogía de Poiseuille, se construye a base de placas paralelas muy juntas entre sí, entre las que se hace pasar un líquido, cuidando siempre que el flujo sea lento o laminar, para cumplir con la ley de Darcy. Además se utilizan colorantes para observar el movimiento. Estos modelos se han utilizado para estudiar geometrías más complicadas y condiciones heterogéneas. Sin embargo resultan un tanto cuanto aparatosos y han quedado en desuso en la medida que están disponibles los modelos matemáticos.

Los modelos matemáticos (o más bien modelos numéricos o digitales). Se les llama modelos matemáticos (numéricos o digitales) a los que utilizan los métodos numéricos para resolver la ecuación diferencial (5.83). Hay dos enfoques o grupos de métodos para resolver numéricamente las ecuaciones del flujo del agua en el suelo: *el método de las diferencias finitas* y *el de elementos finitos*. El segundo de los métodos mencionados es superior al primero, pero requiere

de planteamientos más complejos para su solución (los modelos de elementos finitos están basados en una de dos estrategias: residuos ponderados o cálculo variacional), además de requerir mayor capacidad y tiempo de computación, por lo que se usa más el mencionado en primer término

El método más desarrollado es el de diferencias finitas, con el que se obtiene la solución de la ecuación (5.83) para una serie de puntos discretos en el espacio y en el tiempo (Custodio y Llamas, 1983). La ecuación diferencial se aproxima por un sistema de ecuaciones lineales en el que las incógnitas son las cargas hidráulicas en el centro de los elementos en los que se **discretiza** el medio. Un ejemplo de modelo comercial, tridimensional, en diferencias finitas, es el llamado MODFLOW (McDonald, 1988).

Los métodos de diferencias finitas utilizan mallas regulares (casi siempre rectangulares) o irregulares (modelos TIN, por sus siglas en inglés que significan redes de triángulos irregulares, así como modelos de rectángulos irregulares). Los modelos de elementos finitos generalmente usan mallas irregulares, triangulares o rectangulares.

De acuerdo con la Figura 5.21 la discretización del acuífero se realiza mediante una serie de columnas j , con un espaciamiento Δr_j , renglones i con un espaciamiento Δc_i y en el sentido vertical mediante una serie de capas k con un espesor Δv_k , cada una; las coordenadas “ x ”, “ y ”, “ z ” corresponderán a “ j ”, “ i ”, y “ k ”, respectivamente, desde luego y a cada celda un nodo; el que corresponde a la celda (i, j, k) , tendrá una carga hidráulica $h_{i,j,k}$.

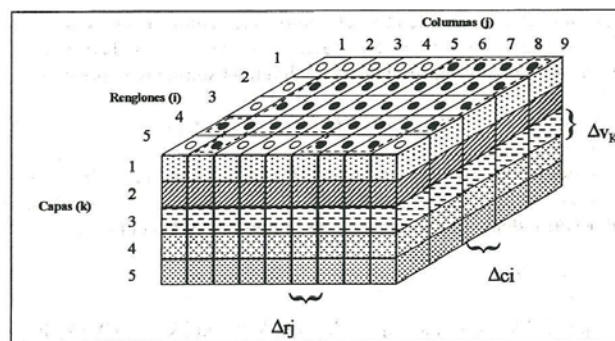


Figura 5.21. Discretización de un acuífero

Aplicando la ecuación de continuidad en una celda i, j, k , y de acuerdo a la ley de Darcy:

$$q_{i, j - \frac{1}{2}, k} = \left(k R_{i, j - \frac{1}{2}, k} \right) (\Delta c i) (\Delta v k) \frac{h_{i, j - 1, k} - h_{i, j, k}}{\Delta r_{j - \frac{1}{2}}} \quad (5.88)$$

en donde:

$$q_{i, j - \frac{1}{2}, k} = \text{flujo que entra a la celda } i, j, k \text{ proveniente de la celda } i, j-1, k, (\text{L}^3 \text{T}^{-1})$$

$$k R_{i, j - \frac{1}{2}, k} = \text{conductividad hidráulica entre los nodos de las celdas } i, j, k \text{ y } i, j-1, k, (\text{L T}^{-1})$$

$$(\Delta c i) (\Delta v k) = \text{área entre las celdas } i, j, k \text{ y } i, j-1, k, (\text{L}^2)$$

$$h_{i, j - 1, k} = \text{carga hidráulica en la celda } i, j-1, k, (\text{L})$$

$$h_{i, j, k} = \text{carga hidráulica en la celda } i, j, h, (\text{L})$$

$$\Delta r_{j - \frac{1}{2}} = \text{distancia entre los nodos de las celdas } i, j, k \text{ y } i, j-1, k, (\text{L})$$

Lo mismo se hace con las otras cinco caras restantes, $(i-1, j, k)$, $(i+1, j, k)$, $(i, j+1, k)$, $(i, j, k+1)$ y $(i, j, k-1)$, que colindan con la celda i, j, k .

En las ecuaciones (5.88) se puede simplificar la notación, al sustituir el producto de la conductividad hidráulica por el área de la sección transversal y por la distancia entre los dos nodos, valor llamado conductancia:

$$\frac{\left(k r_{i, j - \frac{1}{2}, k} \right) (\Delta c i) (\Delta v k)}{\left(\Delta r_{j - \frac{1}{2}} \right)} \text{ por la conductancia } C R_{i, j - \frac{1}{2}, k} \text{ con unidades } (\text{L}^2 \text{t}^{-1})$$

$$\begin{aligned}
q_{i, j - \frac{1}{2}, k} &= CR_{i, j - \frac{1}{2}, k} (h_{i, j - 1, k} - h_{i, j, k}) \\
q_{i, j + \frac{1}{2}, k} &= CR_{i, j + \frac{1}{2}, k} (h_{i, j + 1, k} - h_{i, j, k}) \\
q_{i - \frac{1}{2}, j, k} &= CR_{i - \frac{1}{2}, j, k} (h_{i - 1, j, k} - h_{i, j, k}) \\
q_{i + \frac{1}{2}, j, k} &= CR_{i + \frac{1}{2}, j, k} (h_{i + 1, j, k} - h_{i, j, k}) \\
q_{i, j, k - \frac{1}{2}} &= CR_{i, j, k - \frac{1}{2}} (h_{i, j, k - 1} - h_{i, j, k}) \\
q_{i, j, k + \frac{1}{2}} &= CR_{i, j, k + \frac{1}{2}} (h_{i, j, k + 1} - h_{i, j, k})
\end{aligned} \tag{5.89}$$

Las ecuaciones anteriores representan el flujo que entra a la celda por sus seis caras. Alimentaciones externas a las celdas se pueden representar en dos partes, una que dependa de la carga hidráulica y otra que no, representadas mediante la siguiente expresión:

$$Q S_{i, j, k} = (P_{i, j, k})(h_{i, j, k}) + (Q_{i, j, k})$$

En donde $Q S_{i, j, k}$ es el flujo proveniente de una fuente externa al acuífero, con dos componentes, uno que depende de la carga hidráulica en la celda i, j, k , y el segundo caso puede ser una recarga proveniente de un río independiente de la carga hidráulica en la celda.

La ecuación (5.83), en diferencias finitas quedaría:

$$\begin{aligned}
q_{i, j - \frac{1}{2}, k} + q_{i, j + \frac{1}{2}, k} + q_{i - \frac{1}{2}, j, k} + q_{i + \frac{1}{2}, j, k} + q_{i, j, k - \frac{1}{2}} + q_{i, j, k + \frac{1}{2}} + \\
(P_{i, j, k})(h_{i, j, k}) + (Q_{i, j, k}) = S_s \frac{\Delta h_{i, j, k}}{\Delta t} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k
\end{aligned} \tag{5.90}$$

lo anterior se puede hacer ya que la ecuación (5.83) o (5.38) se obtuvo de un balance, sustituyendo las ecuaciones anteriores (5.89) en esta última ecuación general (5.90), la ecuación en diferencias finitas, queda:

$$\begin{aligned}
& CRi, j - \frac{1}{2}, k (hi, j-1, k - hi, j, k) + CRi, j + \frac{1}{2}, k (hi, j+1, k - hi, j, k) + \\
& CRi - \frac{1}{2}, j, k (hi-1, j, k - hi, j, k) + CRi + \frac{1}{2}, j, k (hi+1, j, k - hi, j, k) + \\
& CRi, j, k - \frac{1}{2} (hi, j, k-1 - hi, j, k) + CRi, j, k + \frac{1}{2} (hi, j, k+1 - hi, j, k) + \\
& (Pi, j, k)(hi, j, k) + (Qi, j, k) = S_{si, j, k} \left(\frac{\Delta hi, j, k}{\Delta t} \right) (\Delta rj \Delta ci \Delta vk)
\end{aligned} \tag{5.91}$$

La aproximación de $\frac{\Delta hi, j, k}{\Delta t}$ debe referirse a un incremento de tiempo en el intervalo m y $m+1$

$$\left(\frac{\Delta hi, j, k}{\Delta t} \right)_m \cong \left[\frac{(\Delta hi, j, k)_m - (\Delta hi, j, k)_{m-1}}{t_m - t_{m-1}} \right]$$

En donde los sub-índices m y $m-1$, corresponden a intervalos de tiempo. Como es de suponer en la modelación de un acuífero se tiene tantas ecuaciones como celdas, donde las incógnitas son las cargas, solución que se realiza por iteraciones.

Es importante aclarar que siempre que se resuelve una ecuación diferencial se debe de contar con las condiciones iniciales y de frontera con el objeto de obtener una solución única correspondiente a un proceso físico dado.

Para iniciar una simulación se tiene que partir del conocimiento del valor de la variable de estudio (generalmente el potencial o carga hidráulica) en todo el dominio de estudio; es decir en todas las celdas del modelo. En modelación hidrológica que abarca amplios periodos de simulación (varios años, por ejemplo), generalmente las condiciones iniciales solo tienen una influencia marcada en los resultados de los primeros intervalos de tiempo. Es decir puede llegar un momento en que las variaciones de la carga ya no se ven influenciadas por tales valores iniciales, sino que son más determinantes las condiciones de frontera o los términos de recarga y descarga (bombeo). Esto hace que la solución sea estable. Como comentario debe indicarse que en el estudio de otros fenómenos meteorológicos algunas veces las condiciones iniciales (sobre todo cuando no se conocen con mucho detalle) tienen mucha mayor influencia en la solución y por esa razón las soluciones resultan inestables, pudiendo dar lugar a situaciones caóticas.

Las condiciones de frontera son la manera de tomar en cuenta las interacciones entre el dominio estudiado y el no estudiado. Matemáticamente las condiciones de frontera incluyen la geometría de las fronteras y los valores de las variables dependientes o sus derivadas. En problemas de flujo subterráneo, las condiciones de frontera son de tres tipos: (Rumbaugh 1993)

- a). Valores de carga. (Condición de Dirichlet o de 1er género)
- b). Valores de flujo (Condición de Neumann o de 2º género)
- c). Valores de flujo dependiente de carga (Condición de Cauchy-Robin, de 3er. género o mixta.)

Los casos más comunes de condiciones de frontera son lagos, mar, ríos; que corresponden a la condición de Dirichlet y flujo volumétrico por unidad de área y frontera impermeable que corresponden a la condición de Neumann.

Solución del sistema de ecuaciones

El sistema de ecuaciones dado por (5.91) puede ser resuelto por diferentes métodos:

1. Métodos directos, como:
 - i). Método de Gauss
 - ii). Método de Gauss-Jordan
 - iii). Método directo en sentido alternante (ADI)

Los métodos directos se basan en la utilización sistemática y reiterada del método de eliminación de una incógnita de una ecuación a partir de otra. El método más usado en problemas de flujo transitorio es el de eliminación Gaussiana. Las ventajas de este método son: Las operaciones se realizan una sola vez, no requiere estimaciones iniciales ni parámetros de tolerancia. Sin embargo sus limitaciones más importantes son: que puede ser ineficiente en términos de almacenamiento y tiempo de cómputo para grandes volúmenes de datos y puede generar errores de redondeo. Estas limitaciones son superadas, o al menos disminuidas por el método ADI (el procedimiento de solución por este método para el caso bidimensional consiste en resolver cada ecuación para cada nodo Por el arreglo de malla cuadrangular, se ha desarrollado un método capaz de simplificar el procedimiento de cálculo y disminuyendo considerablemente el número de incógnitas. Este método consiste en el cálculo iterativo, primeramente por columnas y posteriormente por filas; para el caso bidimensional, cuando se hace la iteración por columnas

para la posición (i, j) , únicamente se consideran incógnitas los valores de la carga en las posiciones $(i-1, j)$ y $(i+1, j)$ donde i representa el número de fila y j representa la columna. Es decir los valores de la carga en las posiciones $(i, j-1)$ y $(i, j+1)$ se consideran conocidas y se toman del tiempo anterior, o de la iteración anterior. Una vez terminada la iteración por columnas, se procede a iterar por filas, considerando como incógnitas los valores de la carga en las posiciones (i, j) , $(i, j-1)$ y $(i, j+1)$. Es decir, ahora se consideran conocidos los valores de la carga en las posiciones $(i-1, j)$ y $(i+1, j)$, los cuales se toman del tiempo anterior, o de la iteración anterior. La convergencia se alcanza cuando los valores de la carga en dos iteraciones sucesivas no difieren en ningún punto en más de un criterio preestablecido. De esta manera al resolver solamente las columnas o las hileras se reduce el número de términos desconocidos en cada renglón de la matriz, de 5 a 3 términos, lo que se traduce no solo en un ahorro en memoria, sino en una gran simplificación del procedimiento de solución. Es igualmente importante señalar que el número de incógnitas se reduce al orden de solamente la raíz cuadrada del número de incógnitas, que sería el número de columnas o el número de hileras.

La solución de estos sistemas tridiagonales se ha estudiado ampliamente y para ello se ha desarrollado un algoritmo conocido como Algoritmo de Thomas o Progonka (ver Anexo 5).

Una aplicación de este método lo presentan López Avendaño, J. E., O. Palacios Vélez, C. Fuentes Ruiz, L. Rendón Pimentel y N. H. García Villanueva. Análisis bidimensional de la infiltración en el riego por surcos. *Agrociencia*, vol. 31, No. 3, Julio-Septiembre, 1997, pp 259-269.

2. Métodos indirectos o iterativos:

- a). Método de Jacobi
- b). Método de Gauss-Seidel
- c). Método iterativo en sentido alternante (IADI)

Los métodos iterativos obtienen la solución del sistema por un proceso de aproximaciones sucesivas, partiendo de una primera aproximación, hasta conseguir que el error en la verificación de las ecuaciones, sea menor que un valor prefijado como admisible. En general los métodos iterativos son más eficientes que los directos para ecuaciones que contienen un gran número de incógnitas, ya que eliminan la necesidad de almacenar datos. La eficiencia de estos métodos

depende de los valores iniciales seleccionados. Sus limitaciones son: requiere de estimaciones iniciales, parámetros de iteración y tolerancia, además de que la matriz debe ser condicionada ya que esta debe tener diagonal dominante.

V. MATERIALES Y MÉTODOS

En este apartado se describen los materiales y equipo utilizados (imagen de satélite, equipo de cómputo, software, etc.) y la metodología utilizada en el presente estudio, lo cual incluye la descripción de las características de interés de la zona de estudio, y la metodología para cuantificar la sobreexplotación o minado del acuífero como sustento del diagnóstico de la unidad hidrogeológica de gestión denominada acuífero Texcoco.

6.1. Caracterización física del entorno superficial de la unidad hidrogeológica

6.1.1. Ubicación

El área de estudio se localiza en la porción central del país y en la porción oriente del Estado de México. Está delimitada entre las coordenadas 98°39' y 99°01' de longitud oeste y 19°18' y 19°35' de latitud norte (los vértices de la poligonal del acuífero Texcoco se observan en el Anexo 2) y contiene un área de **939.04 km²** (93,904 ha). Su localización se muestra en la Figura 6.1. Dentro del polígono del acuífero se integran con diferentes proporciones territoriales 12 municipios del Estado de México: Texcoco (90%), Atenco (85%), Chiautla (70%), Chicoloapan (100%), Chiconcuac (100%), Chimalhuacan (100%), Ixtapaluca (60%), La Paz (75%), Nezahualcoyotl (35%), Papalotla (100%), Tepetlaoxtoc (60%) y Tezoyuca (10%).

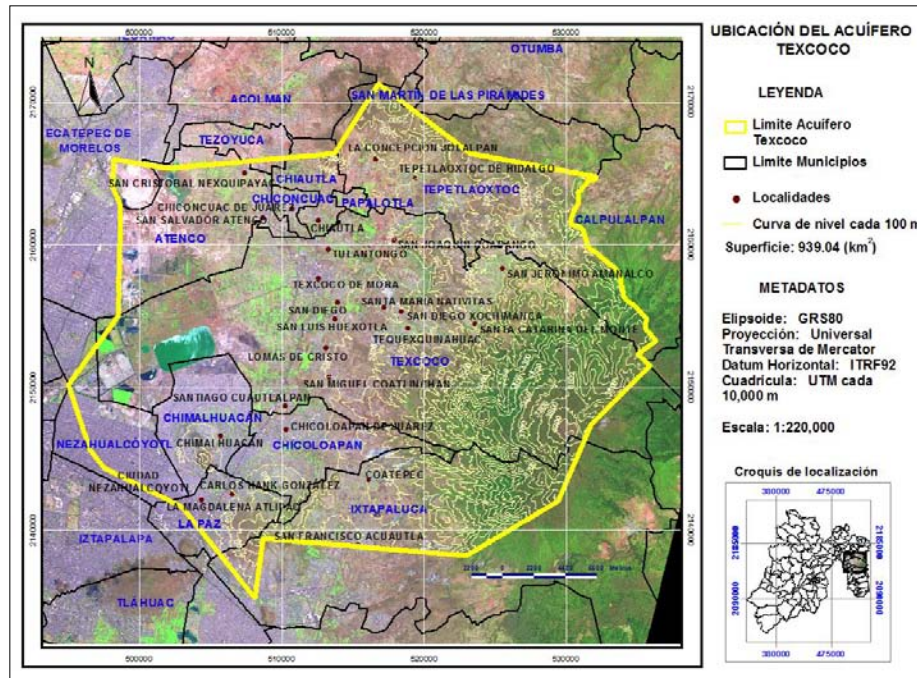


Figura 6.1. Localización del acuífero Texcoco

El acuífero Texcoco está comunicado hacia el norte, con el acuífero Cuautitlán-Pachuca, a través de los materiales aluviales y lacustres comunes en estas planicies; también manifiesta comunicación hacia el oriente, con el acuífero Ciudad de México a través de la continuidad de los depósitos lacustres y aluviales, y finalmente tiene comunicación hacia el sur con el acuífero Chalco-Amecameca (Figura 6.2), a través de materiales permeables de la Formación Tarango y de los depósitos aluviales¹⁵.

¹⁵ Estudio de Modelación para determinar el comportamiento de los acuíferos Texcoco y Chalco – Amecameca. Comisión Nacional del Agua, 2006. Proyectos, Estudios y Sistemas S.A de C.V. Tomo I Informe Acuífero Texcoco, Contrato No. 6AVM-GT-MEX-06-439-RF-13.

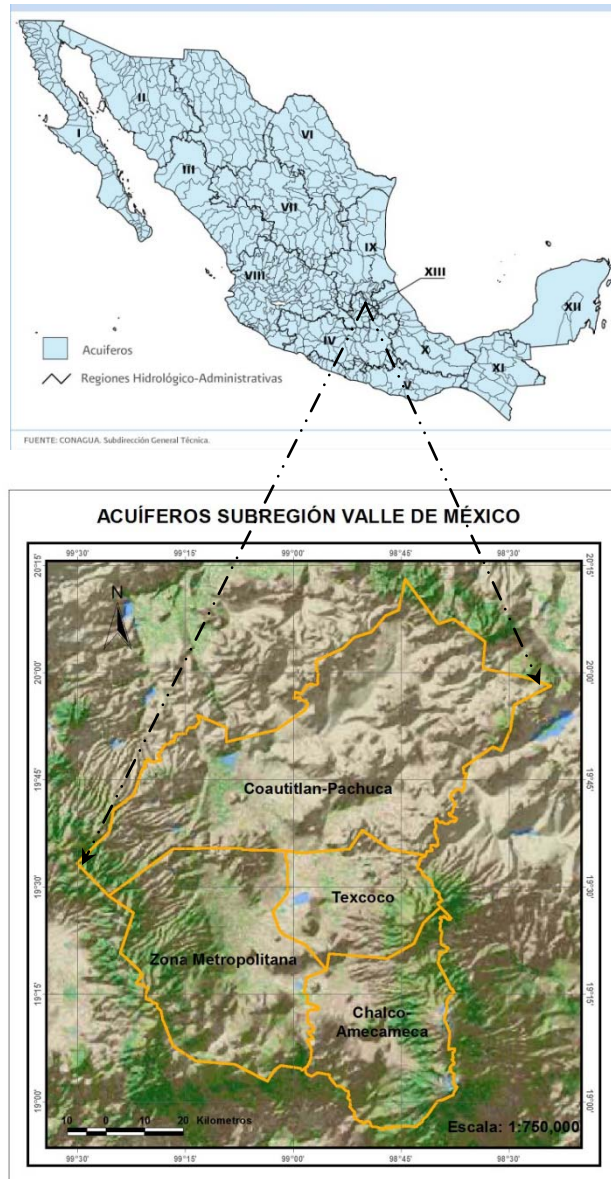


Figura 6.2. Colindancias del acuífero Texcoco con otros acuíferos

6.1.2. Fisiografía

El área de estudio se encuentra localizada dentro de la cuenca del Valle de México, de acuerdo con la clasificación de Raisz E. (1964), esta cuenca se ubica en el borde meridional de la Mesa Central del Sur, sobre la cual se localiza la Provincia Fisiográfica de la Faja Volcánica Transmexicana (Figura 6.3). Esta área constituye una gran faja formada por numerosos aparatos volcánicos y cuya actividad se inició esencialmente durante el Plioceno-Holoceno⁶.

De acuerdo con Mooser (1978) esta cuenca constituye una gran depresión azolvada, la cual antes del Pleistoceno tenía un drenaje hacia el sur por medio de grandes cañadas que pasaban por Cuautla y Cuernavaca mismas que fueron cubiertas hace 700,000 años aproximadamente por las efusiones de material de composición basáltica, que dio origen al establecimiento de la Sierra de Chichinautzin⁷.

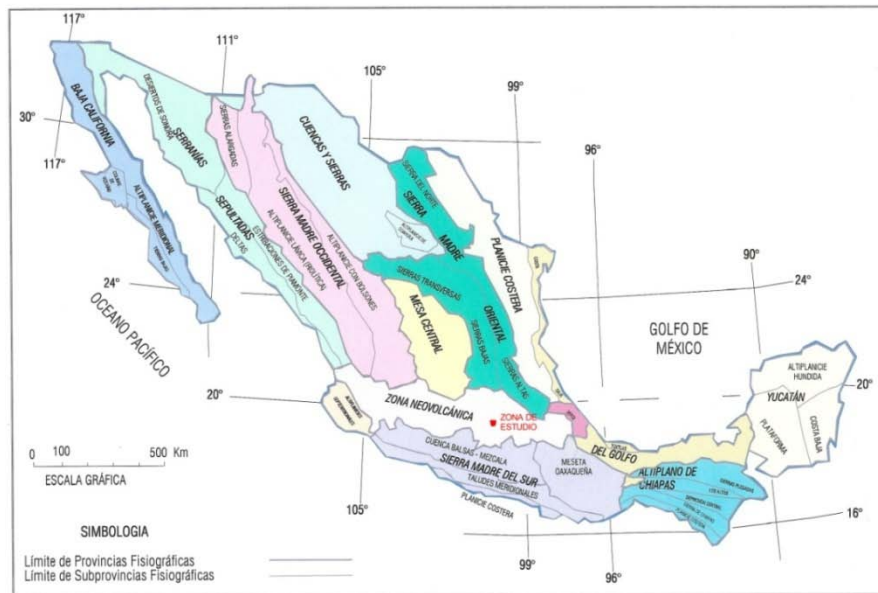


Figura 6.3. Provincias fisiográficas

6.1.3. Clima

La recarga total que recibe un acuífero o unidad hidrogeológica en un intervalo de tiempo dado, se determina por medio del balance de agua subterránea, cuya ecuación requiere de información hidrometeorológica obtenida mediante métodos directos o indirectos de variables que tienen que ver con el ciclo hidrológico, como son: la precipitación pluvial, temperatura, evapotranspiración, escurrimientos superficiales e infiltración principalmente y mediante el balance hidrometeorológico es posible estimar la magnitud de la infiltración como uno de los componentes del balance de agua subterránea.

De acuerdo con la clasificación de climas de Köppen, modificado por Enriqueta García¹⁶, el clima de la zona, como se muestra en la Figura 6.4 es de varios tipos entre ellos: C(w2)(w)b(i)'g

¹⁶ Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, Subsecretaría de Planeación, Dirección General de Estudios, Boletín climatológico No. 5 Región hidrológica No. 26 Pánuco, 1982.

que corresponde a un clima templado, subhúmedo con verano fresco, el más húmedo de los templados subhúmedos con régimen de lluvias en verano y escaso porcentaje de lluvia invernal, poca oscilación y la temperatura del mes más cálido se tiene antes del solsticio de verano. C(w1)(w)b(i') que identifica a un clima templado subhúmedo con verano fresco, intermedio entre el Cw0 y Cw2, régimen de lluvias en verano, escaso porcentaje de lluvia invernal y poca oscilación. BS1kw(w)(e)g el cual es semiseco estepario, el más húmedo de los semisecos, templado con verano cálido con régimen de lluvias en verano y escaso porcentaje de lluvia invernal, extremo y la temperatura del mes más cálido se presenta antes del solsticio de verano.

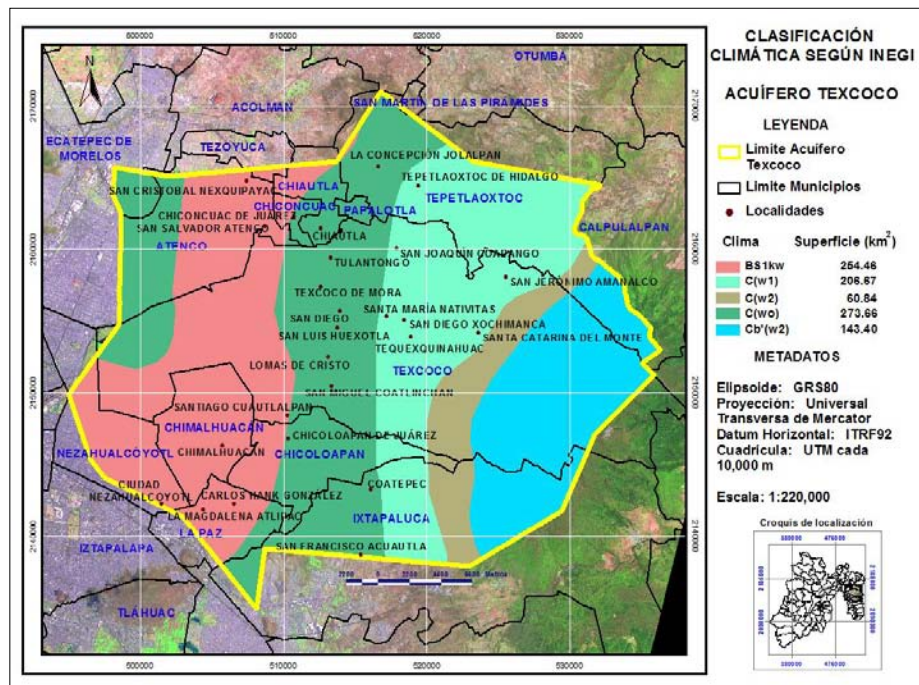


Figura 6.4. Climas de la zona de estudio

6.1.3.1. Precipitación

Prácticamente, toda el agua subterránea tiene su origen en la precipitación y escurrimientos superficiales. La magnitud de la precipitación puede variar en el espacio (con la posición geográfica) y en el tiempo (con la estación del año) y por lo tanto no puede estimarse con otras variables meteorológicas. Las regiones ecuatoriales presentan las máximas precipitaciones, decreciendo ésta al aumentar la latitud. Las zonas desérticas, en las que la precipitación es escasa, se agrupan en una franja cercana a los trópicos. La distribución de la lluvia es función de

cuatro factores (la latitud, la dirección de los vientos dominantes, la distancia al mar y el relieve del suelo; es decir, la orografía).

En el área del acuífero y sus alrededores se ubicaron 28 estaciones climáticas (Anexo 6), de las cuales ocho se encuentran dentro del polígono del área de estudio, con datos diarios de precipitación pluvial, temperatura máxima y mínima, radiación solar y humedad relativa; con periodos de registro de 1960 a 2007 (48 años). A partir de estos datos se calculó la precipitación media anual para la zona de estudio. Observándose que el estiaje se presenta de noviembre a abril, mientras que la temporada de lluvias cubre el periodo de mayo a octubre concentrándose principalmente entre junio y septiembre, con máximos en el mes de julio que sobrepasan los 100 mm (Figura 6.5).

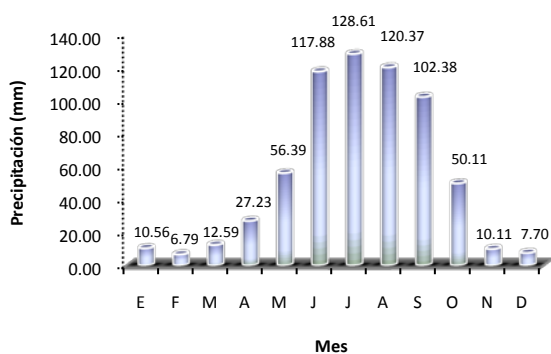


Figura 6.5. Precipitación mensual

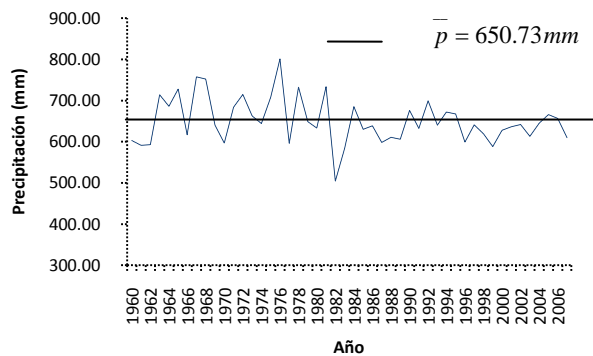


Figura 6.6. Precipitación promedio anual

La precipitación media anual para la zona es del orden de **650.73 mm** (Figura 6.6), la cual genera un volumen llovido de **611.061 hm³/año**, valor que será utilizado en el balance hidrometeorológico. La localización de las estaciones climatológicas se presenta en la Figura 6.7, donde se incluyen también las isoyetas medias anuales de precipitación (determinadas por el método de interpolación espacial de las “Distancias Inversas al Cuadrado”, modelo integrado en el programa ArcView Gis 3.2).

Es importante mencionar que para verificar la calidad de los datos, se realizaron dos pruebas: la de *asimetría* evaluada mediante el Índice de Asimetría, obteniéndose como resultado -1.54 % (ligera asimetría a la izquierda), lo cual da un margen de seguridad bastante aceptable y la de *homogeneidad* de los registros mediante el método de Sved Eisenhart, cuyos resultados

demuestran que la serie de datos es homogénea (ver Anexo 7). La precipitación se ajustó bien a las distribuciones de probabilidades del tipo Normal y Log-Normal (Figura 6.8), de acuerdo a las dos pruebas de bondad de ajuste (Kolmogorov-Smirnov y Smirnov) realizadas y cuyos cálculos se presentan en el Anexo 8. Estas distribuciones presentaron como tendencia central la media geométrica y la media aritmética con valores de 648.45 mm y 650.73 mm respectivamente. La precipitación presentó una variabilidad baja con un C.V de 8.43 %.

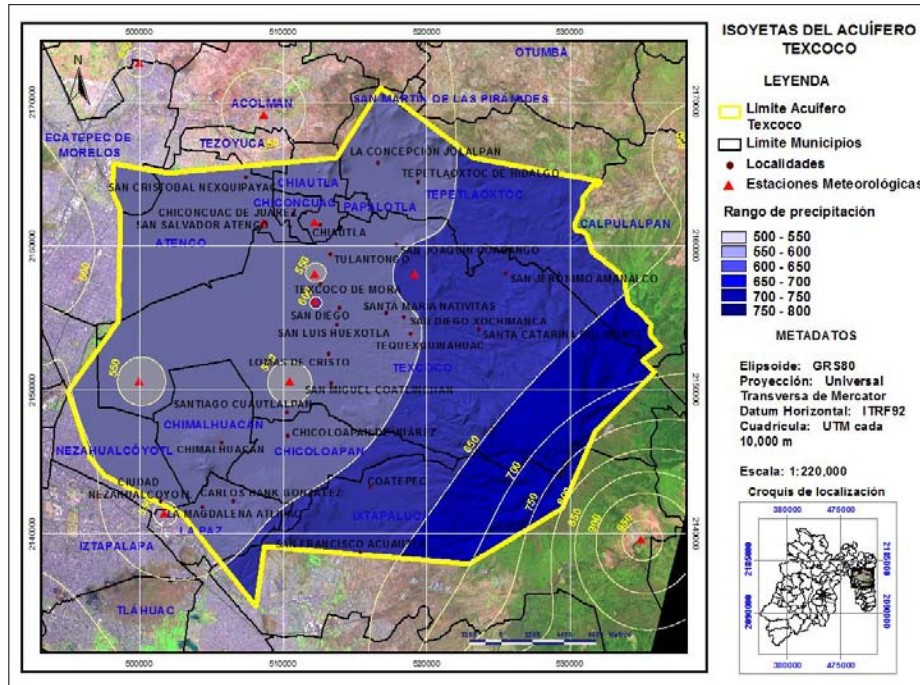


Figura 6.7. Isoyetas medias anuales de precipitación

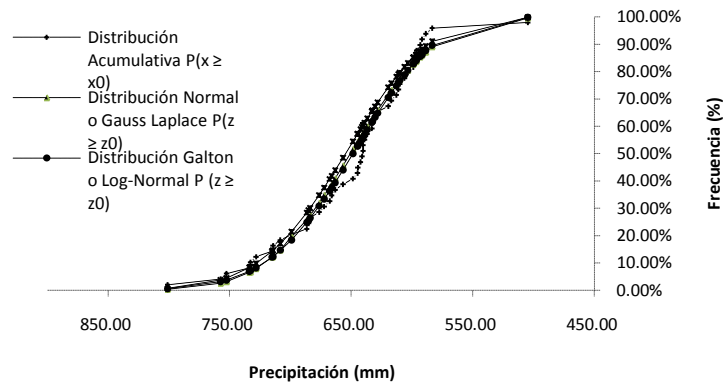


Figura 6.8. Distribuciones probabilísticas de la precipitación

6.1.3.2. Temperatura

La temperatura media anual para el periodo de 1960 al 2007 es del orden de **15.48 °C** (Figura 6.9), valor que puede ser utilizado en el balance hidrometeorológico (en la Fórmula de Turc, para el cálculo de Evapotranspiración Real), observándose valores que van de poco más de 12 °C en el mes de enero a valores superiores ligeramente a 18 °C en el mes de marzo (Figura 6.10). Las isotermas de temperaturas medias anuales se presentan en la Figura 6.11.

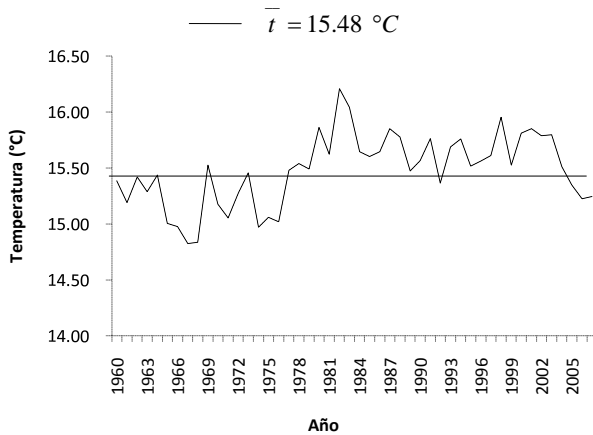


Figura 6.9. Temperatura promedio anual

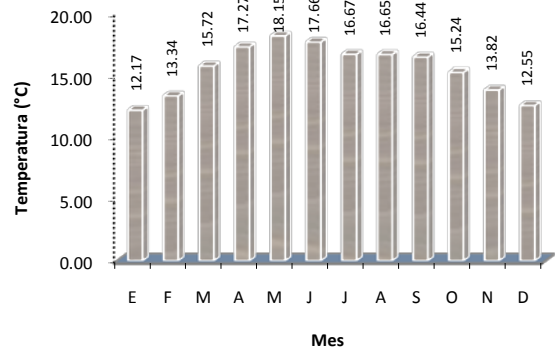


Figura 6.10. Temperatura mensual

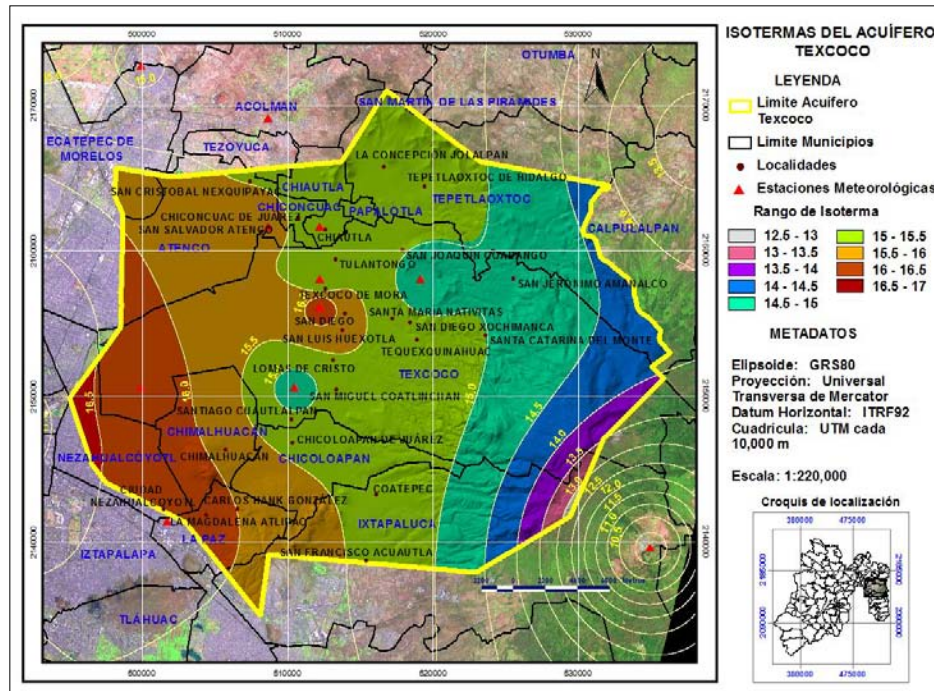


Figura 6.11. Isothermas de temperatura

6.1.3.3. Evapotranspiración

La evapotranspiración es la evaporación que procede del agua, suelo, nieve, hielo, vegetación y otras superficies, a la que se agrega la transpiración. Con fines prácticos la evapotranspiración ha sido dividida en dos conceptos diferentes con el fin de tomar en cuenta los dos factores principales que la originan (contenido de humedad del suelo y etapa de desarrollo de la planta): evapotranspiración potencial y real. La primera, introducida por Thornthwaite, se define como la evapotranspiración que puede ocurrir cuando existe un adecuado contenido de humedad en el suelo y un desarrollo vegetal óptimo. Representa por lo tanto el límite superior de la cantidad de agua que podría ser evaporada en una región determinada. La evapotranspiración real, es la cantidad de agua que realmente retorna a la atmósfera como resultado de los procesos de evaporación y transpiración.

Los factores que afectan la evapotranspiración pueden ser clasificados en tres grande grupos:

- Factores climáticos. Destacan por su importancia la radiación solar y el poder evaporante de la atmósfera, además de la temperatura, velocidad del viento, luminosidad, etcétera.
- Factores edáficos. Influyen principalmente en el contenido de humedad del suelo y en la facilidad de éste para cederla a la superficie evaporante (suelo y vegetación).

- Factores biológicos. Tipo de vegetación y su estado de desarrollo¹⁷.

Existen muchos métodos para evaluar la evapotranspiración potencial y real (fórmula de Turc, la ecuación de Blaney-Criddle, entre otros). Para nuestro sistema acuífero Texcoco haremos mención a la fórmula de Turc para estimar la evapotranspiración real¹⁸.

La expresión de Turc es la siguiente:

$$ETR = \frac{P}{\sqrt{0.9 + \frac{P^2}{L^2}}} \quad (6.1)$$

Donde: ETR = Evapotranspiración Real media anual (mm/año)

P = Precipitación media anual (mm/año)

$L = 300 + 25T + .05T^3$

T = Temperatura media anual (°C)

La limitación teórica de esta fórmula empírica es para $P < 0.31L$ ya que se obtendría una ETR mayor que la precipitación, por lo tanto, en tales casos habrá que considerar a $ETR = P$ ¹⁹; para nuestro caso el valor de $0.31L = 270.47$ que satisface la utilización de la fórmula.

Sustituyendo valores en la fórmula anterior (para cada una de las 28 estaciones climáticas), se tiene un ETR de **528.81 mm/año**, que multiplicados por el área de estudio (939.04 km²) se tiene un volumen anual evapotranspirado de **496.57 hm³** que representa el 81.26 % del volumen precipitado.

Por otro lado se estimaron las isolíneas de evapotranspiración real en el área de estudio clasificándolas por rangos, como se observa en la Figura 6.12. Las isolíneas de evapotranspiración se estimaron con la calculadora de mapas del programa ArcView 3.2.

¹⁷ Manual para Evaluar Recursos Hidráulicos Subterráneos. Gerencia de Aguas Subterráneas, CONAGUA, 1994.

¹⁸ Collection du Laboratoire National D'Hydraulique L'Hydrologie de L'ingénieur. G. Rémenieras, Chef du Service des Études Hydrauliques. Direction des Études et Recherches d'Électricité de France. Editorial Eyrolles, 1960.

¹⁹ Procesos del Ciclo Hidrológico, Volumen 1, Tomo 2/2, Universidad Autónoma de San Luis Potosí. D. F. Campos Aranda, 1987.

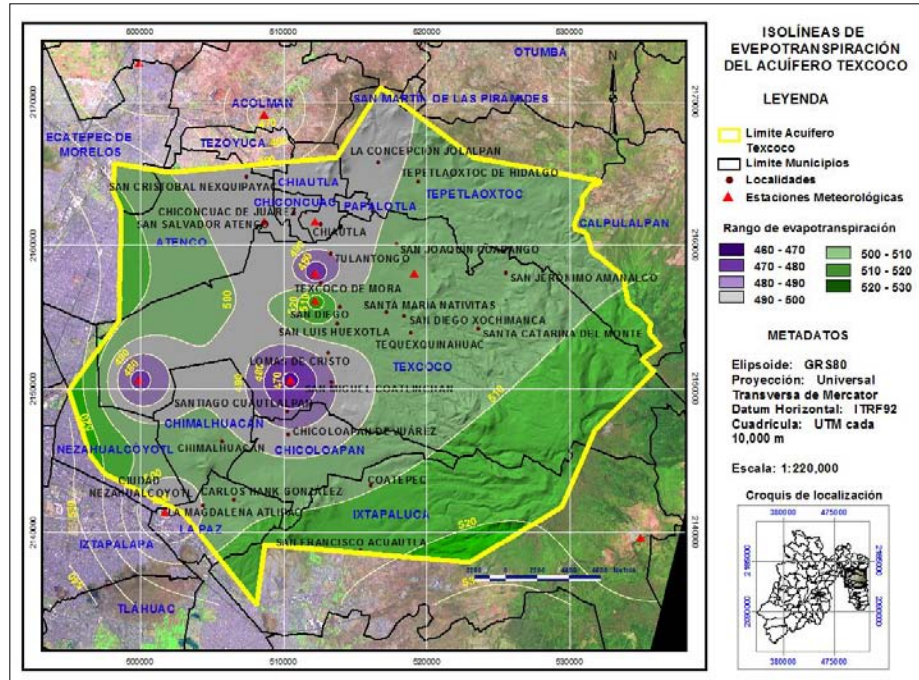


Figura 6.12. Isolíneas de evapotranspiración

6.1.4. Hidrografía

Los balances hidrometeorológicos, contemplan en su ecuación los escurrimientos que se presentan en las áreas donde se plantean los balances, estos escurrimientos pueden ser ocasionados por la lluvia que se presenta en el área de estudio, así como por escurrimientos que provengan de cuencas externas, es decir, de escurrimientos aguas arriba, también es posible que se presenten flujos base, por descargas de acuíferos entre otros aspectos.

En este caso básicamente los escurrimientos están integrados sólo por agua de lluvia, ya que el límite administrativo del acuífero sensiblemente coincide con el parte-aguas superficial. Se ubicaron 9 cuencas dentro del área de estudio, cuyos cauces principales corresponden a los ríos Papalotla, Xalapango, Coxcacoco, Texcoco, Chapingo, San Bernardino, Santa Mónica, Coatepec y San Francisco; los cuales desembocan a parte del ex lago de Texcoco (Figura 6.13). Para la obtención del mapa de distribución de las subcuencas, la CONAGUA proporcionó un archivo vector de la subcuencas del Estado de México, el cual se recortó en el programa Arcview, la hidrología se obtuvo de los archivos vectores de las cartas 1:50,000 E14A29, E14B21, E14A39 y E14B31 estos datos se procesaron en el programa y se editó con las capas de municipios, localidades y ubicación del acuífero teniendo de fondo la imagen compuesta.

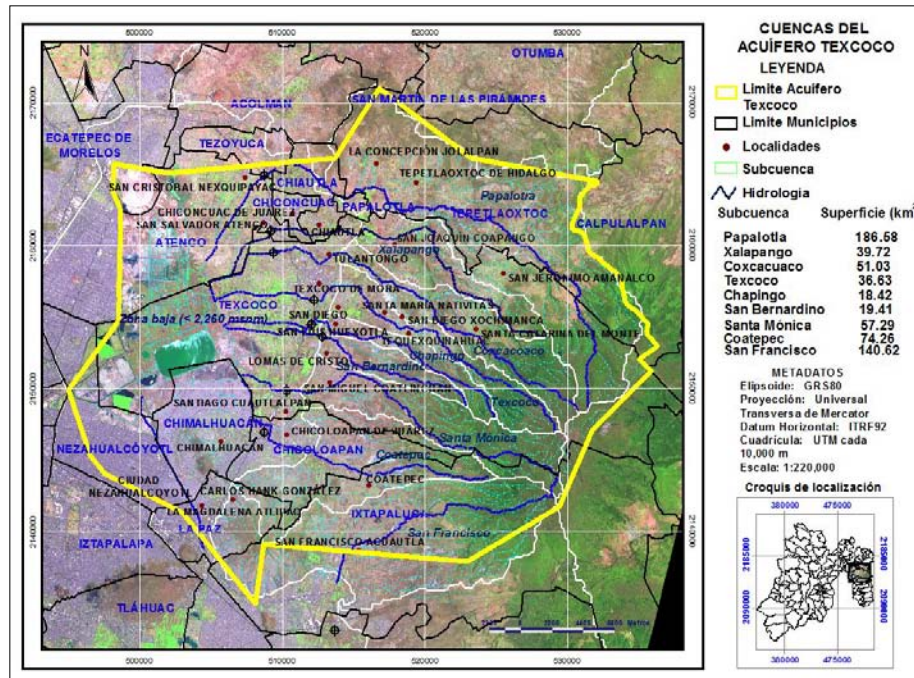


Figura 6.13. Distribución de cuencas en el área de estudio

De acuerdo con los criterios para seleccionar los tamaños de las cuencas por Shueler, 1995; las 9 cuencas se clasificaron como se muestra en el Cuadro 6.1. Las presas a las que se refiere el cuadro 6.1 son principalmente presas de control de azolves escalonadas, zanjas trinchera, tinas ciegas, terrazas de absorción con reforestación, represas escalonadas, pozos de absorción, así como reforestación con variedades del género pinus, acacias, cedros, casuarinas, eucaliptos y tamarix producidas en los viveros anexos al ex Lago de Texcoco y pastización en el mismo ex Lago de Texcoco²⁰.

Cuadro 6.1. Tamaños de las 9 cuencas superficiales que comprende el área de estudio

| Nombre de la Cuenca | Tamaño de la Cuenca | Corriente | Superficie (km ²) | No. Presas Construidas* |
|---------------------|---------------------|--------------------|-------------------------------|-------------------------|
| 1. Papalotla | Subcuenca | Río Papalotla | 186.58 | 107 |
| 2. Xalapango | Microcuenca | Río Xalapango | 39.72 | 68 |
| 3. Coxcacoaco | Microcuenca | Río Coxcacoaco | 51.03 | 43 |
| 4. Texcoco | Microcuenca | Río Texcoco | 36.63 | 64 |
| 5. Chapingo | Microcuenca | Río Chapingo | 18.42 | 182 |
| 6. San Bernardino | Microcuenca | Río San Bernardino | 19.41 | 217 |
| 7. Santa Mónica | Microcuenca | Río Santa Mónica | 57.29 | 129 |
| 8. Coatepec | Subcuenca | Río Coatepec | 74.26 | 119 |
| 9. San Francisco | Subcuenca | Río San Francisco | 140.62 | 347 |
| Total | | | 623.96 | 1,276 |

²⁰ C.N.A, Gerencia Regional de Aguas del Valle de México y Sistema Cutzamala, Proyecto Lago de Texcoco, La Cosecha del Agua; Mayo de 2003.

El escurrimiento superficial se estimó de acuerdo a la metodología establecida en la Norma Oficial Mexicana NOM-011-CNA-2000, a través del coeficiente de escurrimiento anual (C_e), el cual está en función del parámetro K que depende del tipo (permeabilidades) y del uso de suelo. Para obtener el valor del coeficiente de escurrimiento se elaboraron tres planos uno de permeabilidades, de vegetación y uso actual del suelo y el de precipitación; la capa de permeabilidad se interceptó con la capa de vegetación y uso actual del suelo para obtener el factor k . Para resolver la fórmula del C_e se unieron las capas de k y de precipitación mediante algebra de mapas integrado en el programa Arc View 3.2, el resultado de esta unión de capas se observa en la Figura 6.14.

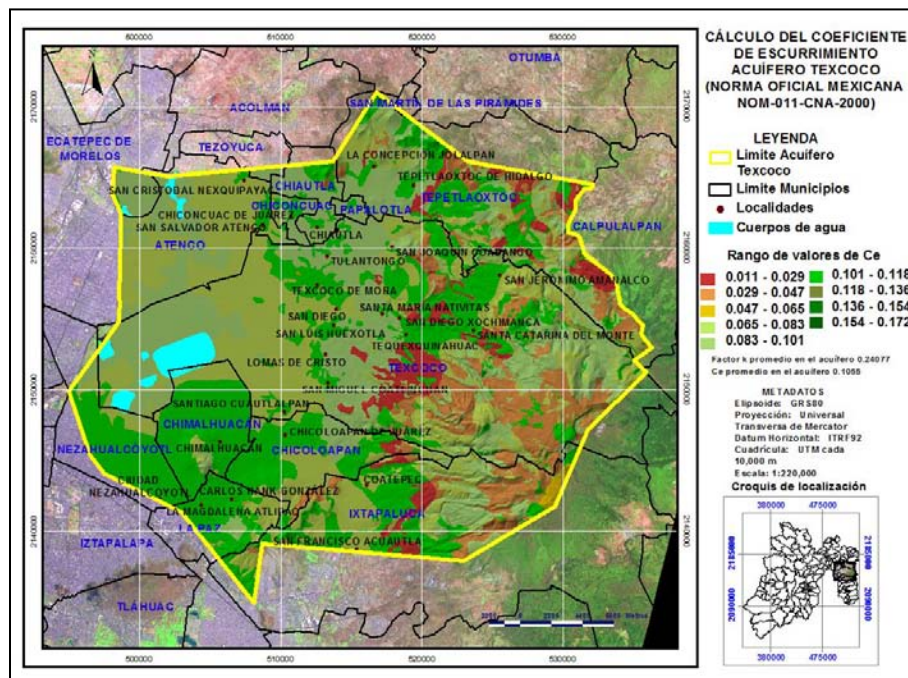


Figura 6.14. Rango de valores del coeficiente de escurrimiento (C_e), acuífero Texcoco

El orden de magnitud del factor K y del coeficiente de escurrimiento promedio es de **0.24** y **0.1055** respectivamente, observándose que conforme el C_e es cercano a cero, el mayor porcentaje de gasto se infiltra y a medida que el C_e tiende a uno la mayor cantidad de volumen llovido escurre. Lo anterior es acertado cuando los sitios de valores obtenidos del coeficiente de escurrimiento coinciden también con las unidades en que está clasificado el plano geológico del acuífero (Figura 6.15), observándose que las unidades U_2 , y U_4 con estratigrafías caracterizadas

como *Qal* Depósitos aluviales *Qal*, y Formación Tarango *T*; *Qn* Vulcanitas del Cuaternario²¹, ubicadas en la Sierra Nevada, respectivamente funcionan también como zona de recarga dada su permeabilidad clasificada como de media a alta que es la zona donde el *Ce* es menor y por lo tanto hay mayor infiltración de acuerdo a la Figura 6.14.

Las expresiones citadas en la Norma y utilizadas para la elaboración del plano de coeficiente de escurrimiento de acuerdo al valor del factor *K* son las siguientes:

$$C_e = \frac{K(P - 250)}{2000} + \frac{(K - 0.15)}{1.5}; K > 0.15 \quad C_e = \frac{K(P - 250)}{2000}; K \leq 0.15 \quad (6.2)$$

Donde: *K* = Parámetro f (tipo de suelo: permeabilidad; uso del suelo: cobertura) (adimensional)

P = Precipitación (mm)

El rango de validez de las fórmulas (6.2), es para valores de precipitación anual entre 350 y 2150 mm.

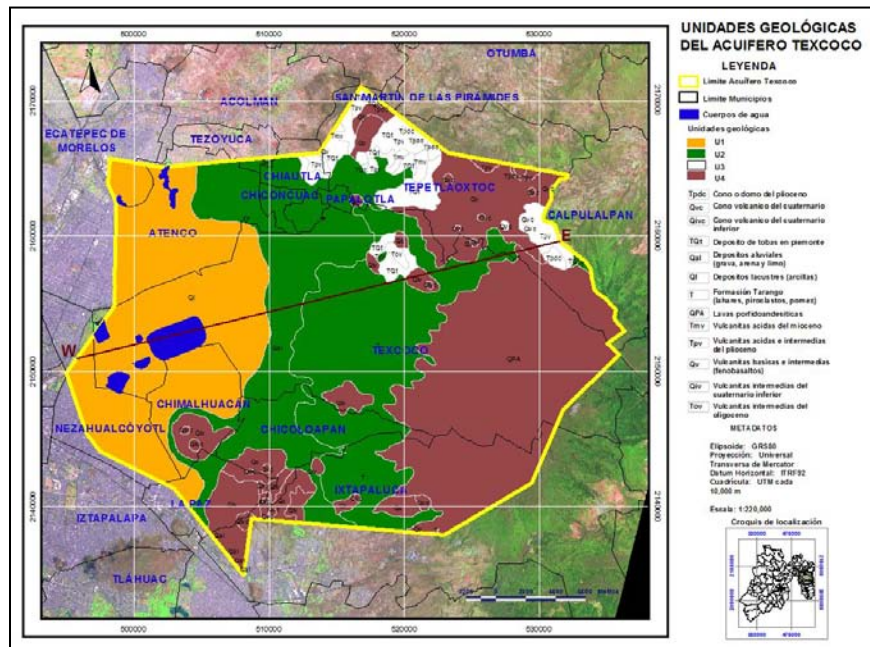


Figura 6.15. Geología en el área del acuífero Texcoco

21 Apoyo Técnico para la Actualización de la Disponibilidad del Acuífero Texcoco, CONAGUA, 2007. Con base en el Nuevo Mapa Geológico de las cuencas del Valle de México, Toluca y Puebla. Federico Mooser, Arturo Montiel y Ángel Zúñiga. Comisión Federal de Electricidad. 1996.

Con el valor estimado del coeficiente de escurrimiento²² (0.1055) multiplicado por el volumen precipitado (611.061 hm³/año) proporciona el volumen de escurrimiento total de **64.47 hm³/año**, que representa el 10.55% del volumen llovido.

6.2. Caracterización demográfica y usos del agua en el territorio de estudio

En la cuenca del Valle de México, se identifica una problemática muy singular con relación al manejo de los recursos hidráulicos, no solo en el contexto nacional sino en el internacional, ya que la Zona Metropolitana de la Ciudad de México (ZMCM) se localiza la mayor concentración humana, su abastecimiento de agua, representa un claro ejemplo de la vulnerabilidad del equilibrio ambiental ante la creciente demanda. En esta región que ocupa menos del 1% del territorio nacional (delimitación hidrográfica 9,660.94 km², superficie administrativa 9,674 km²), habita el 19.01% de la población del país (20.2 millones de habitantes) que generó en el año 2000 el 31.8% del PIB nacional²³. Dentro de esta cuenca se encuentra ubicado el acuífero Texcoco, dentro del cual se integran 12 municipios del Estado de México, con una población estimada por CONAPO en el año 2010 de 1.73 millones de habitantes sin considerar al municipio de Nezahualcoyotl ya que en el censo de aprovechamientos sólo se censó un pozo de agua subterránea, así mismo, sólo se consideró la mitad de la población del municipio de Ixtapaluca debido a sus límites dentro del acuífero (compartido con el acuífero Chalco-Amecameca⁶) y los demás municipios que integran el acuífero se consideraron en forma completa. La estimación de la población hasta el año 2030, indica que la población alcanzará la cifra de 2'587,503 habitantes (Cuadro 6.2).

²² Diario Oficial de la Federación. Norma Oficial Mexicana NOM-011-CNA-2000. Conservación del recurso agua que establece las especificaciones y el método para determinar la disponibilidad media anual de las aguas nacionales. 17 de abril de 2002.

²³ CONAGUA, 2005. Estudio para Determinar la Disponibilidad de Aguas Superficiales en la Cuenca del Valle de México.

Cuadro 6.2. Población de los municipios que comprende el acuífero Texcoco, proyecciones al 2030

| Fuente | Censos de Población y Vivienda (INEGI) | | Conteo de Población y Vivienda (INEGI) | Población total de los municipios a mitad de año, 2006-2030 (PROYECCIONES DE CONAPO) | | | | | | | |
|---------------------------|--|----------------|--|--|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | Año | 1990 | 2000 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2020 | 2030 |
| <i>República Mexicana</i> | | 81,249,645 | 97,483,412 | 103,263,388 | 104,874,282 | 105,790,725 | 106,682,518 | 107,550,697 | 108,396,211 | 115,762,289 | 120,928,075 |
| <i>Estado de México</i> | | 9,815,795 | 13,096,686 | 14,007,495 | 14,227,630 | 14,435,284 | 14,638,436 | 14,837,208 | 15,031,728 | 16,761,058 | 18,088,060 |
| Atenco | | 21,219 | 34,435 | 42,739 | 43,929 | 45,746 | 47,571 | 49,402 | 51,240 | 69,750 | 87,745 |
| Chiautla | | 14,764 | 19,620 | 22,664 | 23,071 | 23,699 | 24,325 | 24,949 | 25,572 | 31,680 | 37,361 |
| Chicoloapan | | 57,306 | 77,579 | 170,035 | 180,395 | 199,187 | 218,071 | 237,031 | 256,054 | 447,078 | 630,993 |
| Chiconcuac | | 14,179 | 17,972 | 19,656 | 19,962 | 20,386 | 20,806 | 21,223 | 21,637 | 25,619 | 29,198 |
| Chimalhuacán | | 242,317 | 490,772 | 525,389 | 533,169 | 540,108 | 546,683 | 552,901 | 558,771 | 600,057 | 613,284 |
| Papalotla | | 2,387 | 3,469 | 3,766 | 3,783 | 3,846 | 3,908 | 3,968 | 4,027 | 4,541 | 4,918 |
| Paz, La | | 134,782 | 212,694 | 232,546 | 236,950 | 241,052 | 245,014 | 248,838 | 252,527 | 282,449 | 300,350 |
| Tepetlaotoc | | 16,120 | 22,729 | 25,523 | 26,133 | 26,824 | 27,512 | 28,197 | 28,879 | 35,473 | 41,439 |
| Texcoco | | 140,368 | 204,102 | 209,308 | 211,952 | 213,431 | 214,806 | 216,081 | 217,260 | 224,482 | 224,563 |
| Tezoyuca | | 12,416 | 18,852 | 25,372 | 26,317 | 27,721 | 29,129 | 30,542 | 31,957 | 46,081 | 59,553 |
| | | 655,858 | 1,102,224 | 1,276,998 | 1,305,661 | 1,342,000 | 1,377,825 | 1,413,132 | 1,447,924 | 1,767,210 | 2,029,404 |
| Ixtapaluca | | 137,357 | 297,570 | 429,033 | 446,108 | 475,924 | 505,705 | 535,432 | 565,086 | 853,846 | 1,116,198 |
| 1/2 Ixtapaluca | | 68,679 | 148,785 | 214,517 | 223,054 | 237,962 | 252,853 | 267,716 | 282,543 | 426,923 | 558,099 |
| Total Acuífero | | 724,537 | 1,251,009 | 1,491,515 | 1,528,715 | 1,579,962 | 1,630,678 | 1,680,848 | 1,730,467 | 2,194,133 | 2,587,503 |

Nota: Se eliminó el Municipio de Nezahualcoyotl, ya que para el análisis de disponibilidad, solamente se ubicó un pozo de agua subterránea.

Los municipios con mayor concentración humana son los municipios de Chimalhuacán, La Paz y Texcoco y que de acuerdo al censo de aprovechamientos realizado en el año 2006²⁴, es en estos municipios es donde se presentan las mayores extracciones de agua subterráneas (Cuadro 6.3).

Cuadro 6.3. Extracciones de agua subterránea por municipio y tipo de uso.

| Municipio | Tipo de Aprovechamiento | No. De Aprovechamientos | Extracción por usos (m ³ /año) | | | | | Extracción Total por Mpio. (m ³ /año) | Volumen Autorizado (m ³ /año) | Excedente (m ³ /año) |
|-------------------|-------------------------|-------------------------|---|--------------------|----------------|------------------|----------------------------|--|--|---------------------------------|
| | | | Agrícola | Público Urbano | Pecuario | Industrial | Usos múltiples y servicios | | | |
| 1. Texcoco | Pozos | 293 | 26,825,703 | 36,327,464 | 707,697 | 864,677 | 1,463,498 | 66,189,034 | 59,193,465 | -17,433,402 |
| | Manantiales | 18 | 7,264,948 | 3,100,934 | 0 | 0 | 66,951 | 10,432,833 | | |
| | Norias | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5,000 | 5,000 | | |
| | Subtotal | 312 | 34,090,651 | 39,428,398 | 707,697 | 864,677 | 1,535,449 | 76,626,867 | | |
| 2. Atenco | Pozos | 31 | 3,167,872 | 2,992,672 | 0 | 39,420 | 0 | 6,199,964 | 6,752,918 | 552,954 |
| 3. Chiautla | Pozos | 36 | 2,332,717 | 2,516,474 | 25,128 | 0 | 94,608 | 4,968,927 | 4,832,208 | -140,868 |
| | Norias | 1 | 3,185 | 0 | 657 | 0 | 307 | 4,149 | | |
| | Subtotal | 37 | 2,335,902 | 2,516,474 | 25,785 | 0 | 94,915 | 4,973,076 | | |
| 4. Chicoloapan | Pozos | 37 | 1,315,634 | 17,690,592 | 35,936 | 6,371 | 30,41 | 19,078,944 | 16,883,618 | -2,195,326 |
| 5. Chiconcuac | Pozos | 13 | 1,715,520 | 1,756,413 | 0 | 0 | 0 | 3,471,933 | 2,431,270 | -1,040,663 |
| 6. Chimalhuacán | Pozos | 21 | 449,640 | 33,779,908 | 30,599 | 0 | 336,380 | 34,596,527 | 38,748,441 | 4,151,914 |
| 7. Ixtapaluca | Pozos | 4 | 368,040 | 722,554 | 0 | 0 | 0 | 1,090,594 | 1,315,060 | 224,466 |
| 8. La Paz | Pozos | 22 | 0 | 25,690,638 | 0 | 2,752,759 | 6,362 | 28,449,756 | 22,313,254 | -6,136,502 |
| 9. Nezahualcoyotl | Pozos | 1 | 0 | 2,207,520 | 0 | 0 | 0 | 2,207,520 | 0 | -2,207,520 |
| 10. Papalotla | Pozos | 7 | 447,178 | 634,662 | 0 | 0 | 41,73 | 1,123,571 | 361,325 | -762,246 |
| 11. Tepetlaotoc | Pozos | 61 | 2,970,546 | 1,611,524 | 28,518 | 0 | 39,439 | 4,650,027 | 5,487,867 | 764,697 |
| | Norias | 3 | 64,800 | 0 | 0 | 0 | 8,343 | 73,143 | | |
| | Subtotal | 64 | 3,035,346 | 1,611,524 | 28,518 | 0 | 47,782 | 4,723,170 | | |
| 12. Tezoyuca | Pozos | 3 | 350,120 | 131,400 | 0 | 0 | 4,000 | 485,520 | 1,122,160 | 636,640 |
| | | 552 | 47,275,903 | 129,162,751 | 828,535 | 3,663,227 | 2,097,025 | 183,027,441 | 159,441,586.00 | -23,585,855 |

²⁴ Estudio de Modelación para Determinar el Comportamiento de los Acuíferos Texcoco y Chalco – Amecameca. CONAGUA 2006.

De acuerdo al cuadro 6.3, el número total de aprovechamientos es de 552 de los cuales 529 son pozos, 18 manantiales y 5 norias. Mediante estos 552 aprovechamientos se extrae un total de **183.0274 hm³/año** de agua, de los cuales el municipio de Texcoco mediante 312 aprovechamientos extrae 41.87% del volumen total, le sigue en importancia Chimalhuacan con el 18.90 %. De la extracción total de agua, el 70.57% es para uso público urbano seguido del uso agrícola con 25.83%; es importante mencionar que los mayores volúmenes de agua extraídos por usos público urbano y agrícola los tiene el municipio de Texcoco con 39.43 hm³/año y 34.09 hm³/año respectivamente. Siguiendo con el análisis, siete municipios de los doce extraen más agua que el volumen autorizado por la CONAGUA, generándose un excedente en el total de extracción de -23.59 hm³/año.

En resumen se tiene que, la extracción bruta de agua subterránea por medio de 529 pozos y 5 norias es de **172.59 hm³/año**, el valor de descarga por manantiales es de **10.43 hm³/año**; valores que serán utilizado más adelante como una de las salidas en la ecuación de balance. Por otra parte en lo que respecta al uso agrícola en el 2006, si se divide la suma de los volúmenes de extracción de pozos, norias y manantiales (47.28 hm³) entre la superficie regada 5,650 ha (valor obtenido del estudio de modelación del acuífero Texcoco mencionado anteriormente), arroja una lámina bruta de 0.84 m. Los principales cultivos en el área de estudio son el maíz, frijol, alfalfa, avena, cebada, hortalizas y frutales en donde los sistemas de riego son por aspersión, goteo y rodado. Esta cifra de extracción de agua subterránea es de los aprovechamientos que tienen un título de concesión registrados en el REPDA.

6.3. Metodología para evaluación de la sobreexplotación del acuífero Texcoco

El conocimiento del grado de sobre-explotación es fundamental para elaborar un plan de manejo sustentable, así como para convencer a los usuarios del agua subterránea de la importancia y urgencia de adoptar este tipo de planes. La cuantificación del grado de sobre-explotación de un acuífero se puede deducir del método del balance hidrológico, que corresponde a la aplicación del principio de la conservación de la masa o ecuación de de continuidad (Sokolov y Chapman, 1981), como la diferencia de las entradas (recarga) menos las salidas (extracciones) en un cierto periodo, generalmente de un año. Esta diferencia se puede expresar en unidades volumétricas, por ejemplo en millones de metros cúbicos por año. Otro enfoque para evaluarla, suele determinarse como la suma o integración del producto del abatimiento por el coeficiente de

almacenamiento y por el área de la parte del acuífero; proporcionando el volumen de la sobre-explotación, también denominado “minado” del acuífero.

6.3.1. Método del balance hidrológico

Este método corresponde a la aplicación del principio de la conservación de la masa o ecuación de de continuidad (Sokolov y Chapman, 1981). El principio tiene aplicación en cuencas superficiales y subterráneas, pudiéndose realizar por partes dentro del ciclo hidrológico. Esta diferencia se puede expresar en unidades volumétricas, por ejemplo en millones de metros cúbicos por año. También se suele expresar como fracción o porcentaje del volumen de recarga. La forma general de la ecuación de balance representada en su forma más simple es la siguiente:

$$\text{Entradas (E)} - \text{Salidas (S)} = \text{Cambio de Almacenamiento (\Delta V)} \quad (6.3)$$

El problema de este enfoque es que tanto la recarga como las extracciones son difíciles de calcular o medir, como se explica en los siguientes puntos:

1. La Recarga o entradas (E) al acuífero está constituida por:

a) *La parte de la precipitación atmosférica que se infiltra hacia el acuífero.* Su magnitud se puede calcular como la diferencia de la lluvia que se precipita sobre la superficie del acuífero (que es el componente menos difícil de medir con precisión aceptable, si se tiene un número suficiente de estaciones pluviométricas), menos el volumen evapotranspirado por los cultivos agrícolas y la vegetación natural (que es el componente más difícil e impreciso de calcular) y menos el escurrimiento superficial que sale de los límites del área del acuífero (que en principio se podría medir, si se tuvieran las estaciones de aforo y se realizaran mediciones de los caudales escurridos con la frecuencia requerida según la variación temporal de los mismos):

$$V_I = V_P - V_{ETR} - V_E \quad (6.4)$$

Donde: V_I = Volumen Infiltrado (m^3).

V_P = Volumen Precipitado (m^3).

V_{ETR} = Volumen Evapotranspirado por los cultivos agrícolas y plantas naturales (m^3).

V_E = Volumen de Escurrimiento Superficial a la salida del acuífero (m^3).

Volumen precipitado (V_P); como ya se mencionó, es el componente que se puede medir con una precisión aceptable, aún cuando la distribución de la lluvia es función de cuatro factores como

son: la latitud, la dirección de los vientos dominantes, la distancia al mar y el relieve del suelo u orografía; la magnitud de la precipitación puede variar en el espacio (con la posición geográfica) y en el tiempo (con la estación del año) y por lo tanto no puede estimarse con otras variables meteorológicas. Los factores que pueden influir en la exactitud de su determinación son: la cantidad y ubicación de las estaciones de medición, la trayectoria de las tormentas, el efecto orográfico, entre otros.

Cabe mencionar que en algunos estudios, definen un área de balance que depende de la concentración de aprovechamientos, la cual es un poco arbitraria dado que no consideran los estratos impermeables ni los aprovechamientos que se encuentran dispersos; por lo tanto esta área de balance por lo general tiende a ser menor que el área de recarga y afecta tanto al cálculo de la recarga por lluvia como a los volúmenes de extracción de aguas subterráneas.

Volumen evapotranspirado por los cultivos agrícolas y plantas naturales (V_{ETR}); este componente es el más difícil de determinar, ya que se requiere para su determinación el valor de la evapotranspiración que depende de una gran cantidad de variables. Los factores que afectan la evapotranspiración pueden ser clasificados en tres grandes grupos: i) factores climáticos (radiación solar, poder evaporante de la atmósfera, temperatura, velocidad del viento, luminosidad, etcétera); ii) factores edáficos (influye principalmente en el contenido de humedad del suelo y en la facilidad de éste para cederla a la superficie evaporante del suelo y vegetación) y iii) factores biológicos (tipo de vegetación y su estado de desarrollo). Algunos métodos para determinar la magnitud de la ETR pueden agruparse de la siguiente forma: 1) métodos basados en física teórica del microclima (balance de energía, perfiles de humedad y velocidad del viento, flujo turbulento de humedad fórmulas semiempíricas o combinadas); 2) medidas directas (evapotranspirómetros, lisímetros, parcelas y cuencas experimentales, perfiles de humedad del suelo) y 3) métodos empíricos (fórmula de Thornthwaite, fórmula de Blaney-Criddle, fórmula de Turc, etcétera). Los métodos teóricos y las medidas directas, están ligados al carácter microclimático del proceso, y, en consecuencia, son los únicos realmente válidos, siempre que se reflejen fielmente las condiciones naturales. Desafortunadamente son de delicada y costosa aplicación. Los métodos empíricos tienen la ventaja de su mayor economía, pues en general se basan en datos meteorológicos corrientemente obtenidos de las estaciones climatológicas. No obstante los valores que con ellos se obtienen tendrán escasa validez si no están contrastados con

medidas directas en la zona donde se aplican. Sin este requisito será muy aventurado darles un significado ni siquiera orientativo. Como un ejemplo de lo anterior, es la fórmula empírica de Turc (utilizada en el apartado anterior). Esta fórmula, en general sobreestima el valor de la evapotranspiración que los obtenidos con medidas directas.

Una forma más precisa de determinar esta variable, es determinar la evapotranspiración por cultivo (ET_c), suponiendo que toda el área agrícola se sembrara únicamente con un tipo de planta. La evapotranspiración del cultivo se calcula como el producto de la evapotranspiración del cultivo de referencia (ET_0) y el coeficiente de desarrollo del cultivo (K_c):

$$ET_c = (ET_0) (K_c) \quad (6.5)$$

La evapotranspiración de referencia (ET_0), se calcula aplicando la fórmula de Penman-Monteith²⁵, la cual requiere de información mensual de temperatura máxima y mínima (método de Weibull), humedad relativa (ecuación de Allen), velocidad del viento (valor propuesto por Allen) y horas luz (base de datos CLIMWAT FAO/AGL, 2003). Las curvas de desarrollo de los cultivos son función de la etapa fenológica de cada planta.

Volumen de Ecurrimiento Superficial a la salida del acuífero (V_E), el escurrimiento en principio se podría medir, si se tuvieran las estaciones de aforo y se realizaran mediciones de los caudales escurridos con la frecuencia requerida según la variación temporal de los mismos; además debe de considerarse la existencia de cuerpos de agua como lagos o vasos de almacenamiento y se debe de realizar un balance, que puede calcularse mediante la ecuación de continuidad²⁶ (ecuación 6.6).

$$X - D = \Delta V \quad (6.6)$$

Donde: X = volumen de entrada al vaso durante el intervalo Δt .

D = volumen de salida del vaso durante el mismo intervalo.

ΔV = cambio del volumen almacenado en el vaso durante el intervalo Δt .

Este enfoque sería lo más deseable. El escurrimiento superficial también se puede calcular mediante una gran cantidad de modelos disponibles, como el llamado método del “Número de

²⁵ Richard G. Allen. Evapotranspiración del cultivo. Guías para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos. Estudio FAO Riego y Drenaje 56. 2006.

²⁶ Aparicio, 2009. Fundamentos de hidrología de superficie.

Curva” elaborado por el Soil Conservation Service (USDA). Sin embargo estos modelos requieren la definición de un parámetro que caracteriza la infiltración del agua en el suelo y que depende de factores tales como la intensidad y duración de la precipitación, la permeabilidad de la superficie del suelo, tipo y extensión de la vegetación, área de la cuenca de captación, geometría de los cauces, profundidad de la superficie freática, pendiente del terreno, condición de humedad antecedente, etc. Este parámetro es muy variable y su definición es muy incierta.

Un método también utilizado cuando la información hidrométrica es escasa, es determinar un coeficiente de escurrimiento (C_e) (utilizado en el apartado anterior). La subjetividad de este método se encuentra a la hora de clasificar el uso del suelo y la vegetación, ya que la norma restringe a una clasificación ya determinada que proporciona valores de K para suelos definidos como permeables, medianamente permeables y suelos casi impermeables que los definen de acuerdo a texturas, sin determinar los rangos.

b) *Recarga inducida por pérdidas por infiltración en las redes de canales o tuberías de agua potable (R_{ipu}), así como recarga inducida en campos agrícolas y estanques (R_{ia}).* Las pérdidas en las redes de canales y tuberías, cuando existen, se podrían deducir si se tuvieran aforos suficientes en puntos estratégicos. Como en general se carece de ellos, es frecuente asumir que un cierto porcentaje de los caudales (por ejemplo un 30 ó 40%) se pierde y regresa al acuífero.

c) *Por las entradas de flujo subterráneo horizontal que ingresa al acuífero por su periferia o desde acuíferos más profundos (E_H).* La magnitud de este componente se puede calcular mediante la ecuación de Darcy, conociendo la transmisividad tanto en la periferia como en la base del acuífero, así como los gradientes de energía respectivos. Para esto deben realizarse pruebas de bombeo y medición de los niveles piezométricos. Estas pruebas y mediciones tienen un elevado costo, por lo que cuando se realizan su número suele ser insuficiente. Como resultado de esta insuficiencia a veces se asume que el valor de la transmisividad en un sitio del acuífero es el mismo que en otro sitio ubicado a muchos kilómetros de distancia. Por otro lado, la medición de los niveles piezométricos requiere de la construcción de estaciones de medición que pueden tener decenas de metros de profundidad, por lo que su costo es elevado. Estos niveles también se pueden medir en los pozos de bombeo, pero cuando éstos se encuentran a gran distancia la medición de gradientes es poco precisa. Por lo tanto la cuantificación de la recarga subterránea horizontal o flujo subterráneo proveniente de zonas aledañas al área en cuestión, se puede

obtener a partir del gradiente hidráulico (i) y la transmisividad del acuífero (T), obtenidos de las equipotenciales de la red de flujo y de pruebas de bombeo a caudal constante, respectivamente. El gradiente es igual al cambio de elevación “ Δh ” entre la longitud “ l ” en que ocurre, medida esta última en la dirección perpendicular a las líneas equipotenciales o paralela a las líneas de corriente.

El flujo horizontal se obtiene, al multiplicar el área ($B \times L$), por la velocidad v ; a su vez la velocidad aparente (v) es igual al gradiente (i) por la conductividad hidráulica (k). Para conocer la velocidad real de flujo (v_r) es necesario considerar el área efectiva por la cual circula el agua subterránea, esto es, la porosidad efectiva del material. En acuíferos libres esta es numéricamente igual al rendimiento específico, por lo que la expresión para la velocidad real es:

$$V_r = \frac{(k)(i)}{S_y} \quad (6.7)$$

Donde: V_r = Velocidad real de flujo, (m/s)

S_y = Rendimiento específico (Coeficiente de almacenamiento), (adimensional)

de acuerdo con la ley de Darcy, esto es:

$$Q = (B)(L) \left(\frac{\Delta h}{\Delta l} \right) k \quad (6.8)$$

Considerando: $T = (k)(L)$ y $\frac{\partial h}{\partial l} = \frac{h_2 - h_1}{l} = i$, la ecuación (6.7) queda:

$$Q = (T)(i)(B) \quad (6.9)$$

En donde Q es el caudal, T la transmisividad, i el gradiente hidráulico, h_1 y h_2 son equipotenciales y B el ancho del canal de flujo. Para obtener los flujos de entrada y salida, las zonas de recarga y descarga se dividen en tantos canales de flujo como se quiera, de acuerdo con la uniformidad de las líneas equipotenciales o de corriente y de la transmisividad. Es conveniente recordar que la función gradiente considerada coincide con la definición matemática, es decir se trata de un vector. El caudal total de entrada por flujo horizontal (E_H) es la suma de los correspondientes a cada canal de flujo (Figura 6.16), es decir:

$$E_H = \sum_{j=1}^{nc} Q_j t = \sum_{j=1}^{nc} T_j i_j B_j t \quad (6.10)$$

Donde: nc = Número de canales de flujo de entrada y/o salida, definidos en la periferia del área de balance.

t = Es el intervalo de tiempo considerado para plantear el balance

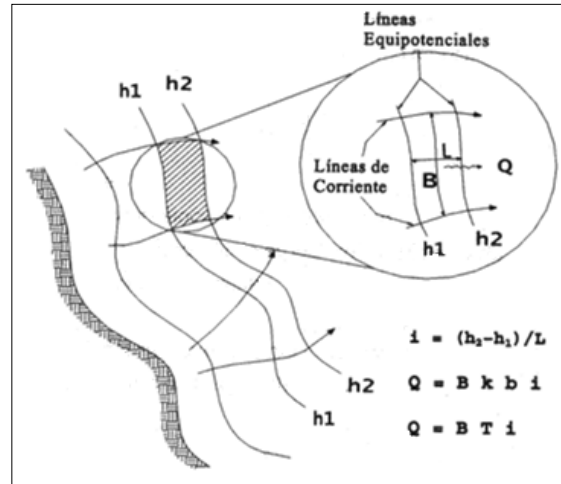


Figura 6.16. Esquema de Red de Flujo

En resumen las entradas totales (E) al acuífero está constituida por las entradas verticales (E_V) más las entradas horizontales (E_H) también llamadas entradas por flujo horizontal de agua subterránea (ecuación 6.11).

$$E = E_V + E_H \quad (6.11)$$

Como **entradas verticales** (E_V) se consideraron la parte de la precipitación que se infiltra al acuífero (V_I) determinada con la ecuación (6.4) vista en el capítulo anterior, más la recarga inducida ó pérdidas por infiltración por el uso del agua superficial y subterránea en la agricultura (canales) y por fugas en las redes en el uso público urbano (tuberías de agua potable) ($R_{ia} + R_{ipu}$).

$$E_V = V_I + R_{ia} + R_{ipu} = (V_P - V_{ETR} - V_E) + R_{ia} + R_{ipu} \quad (6.12)$$

2. Las Extracciones o Salidas (S) del acuífero están constituida por:

1. *El volumen de extracciones* que se realizan en un acuífero en un tiempo dado es, simplemente, la suma de los volúmenes bombeados en todos los pozos existentes. Esto parecería el componente más sencillo de medir. Sin embargo se presentan varios problemas que dificultan esta tarea:

i). En primer lugar se sospecha y en algunos casos se sabe que hay un número indeterminado de pozos clandestinos e ilegales, cuyo volumen de extracción se desconoce. Éste es probablemente el mayor obstáculo, pero no el único. Sólo cuando se forme un Consejo Técnico de Aguas Subterráneas (COTAS) y se tenga un reglamento y un verdadero comité de vigilancia, donde además todos los usuarios registrados del acuífero denuncien a los pozos ilegales, se podrá eliminar o reducir este problema.

ii). Las bases de datos de los pozos registrados suelen ser incompletas, desactualizadas y además suelen contener errores, por ejemplo, en la ubicación geográfica de los pozos. La razón de estas deficiencias es que el mantenimiento y actualización sistemática de las bases de datos es costosa. Cuando se elabora una base de datos debiera valorarse la calidad y certeza de la información contenida. Para esto se tendría que contratar una segunda empresa, independiente de la que haya hecho la base de datos, para que verificara al menos una parte de la información seleccionada aleatoriamente. En caso de encontrarse un cierto porcentaje de inconsistencias se demandaría la re-elaboración de la base de datos por parte de la primera empresa. El solo hecho de que las empresas supieran que se va a verificar la información que proporcionen, haría que pusieran mucho más cuidado en su trabajo.

2. *Salidas horizontales por flujo subterráneo (S_H)*, el valor de este componente, así como, la determinación de los canales de salida, se puede calcular al igual que las entradas por flujo subterráneo mencionadas anteriormente, mediante la ecuación de Darcy, conociendo la transmisividad tanto en la periferia como en la base del acuífero, así como los gradientes de energía respectivos, realizando pruebas de bombeo y mediciones de los niveles piezométricos.

3. *La descarga natural comprometida (V_{DNC})*, corresponde con la suma de los volúmenes de agua concesionada de los manantiales y del caudal base de los ríos (que para su cálculo generalmente se aplica el análisis de los hidrogramas en su componente de la curva de recesión y

decaimiento) comprendidos en la unidad hidrogeológica evaluada, que están comprometidos como agua superficial para diversos usos, más las descargas subterráneas que se deben conservar para no afectar a las unidades hidrogeológicas (flujo horizontal que sirve de recarga para acuíferos aguas abajo o destinados para sostener el gasto ecológico).

Dos aspectos importantes a la hora de realizar los balances de aguas subterráneas son: 1) el intervalo de tiempo seleccionado y 2) el área de balance.

1) Cuando el balance se realiza tomando un intervalo de varios años, en general los cambios en el almacenamiento resultan muy pequeños frente a otros términos del balance y pueden desprejarse. Tal sucede en sistemas no influenciados por el hombre. No obstante, cuando se está explotando reservas de agua, o sea cuando los niveles piezométricos descienden continuamente (caso acuífero Texcoco), debido a una intensa extracción, puede suceder que el cambio de almacenamiento sea un valor notable o incluso el valor dominante. Por ello, antes de tomar la decisión de desprejarse ΔS , debe conocerse el sistema y tener la información suficiente en cuanto a la evolución piezométrica.

Los balances efectuados con valores medios anuales dan una primera idea de la importancia de los distintos términos (también puede hacerse con valores estacionales o normales, tomando en consideración el cambio medio en el almacenamiento) pero es preciso asegurarse de que todas las medidas se refieran a igual número de años o que por lo menos el tomar un tiempo de promedio diferente no afecta significativamente a esos valores medios.

2) El área utilizada para efectuar el balance de agua subterránea depende de varios factores. Por una parte, lo ideal sería efectuar el balance para todo el acuífero a fin de conocer su potencialidad total; sin embargo, esto no siempre es posible, debido a que la aplicación del balance requiere del conocimiento del comportamiento del acuífero observado en pozos, los cuales no siempre se encuentran distribuidos en toda el área, sino solo en una porción de la misma. Por consiguiente, en muchas ocasiones el área de balance tiene que limitarse al área con datos disponibles.

El área de balance puede estar limitada por fronteras reales, geológicas e hidrológicas, tales como afloramientos o masas de agua (mar, lagos, etc.), y por fronteras virtuales, imaginarias. La elección de los límites de la región en la cual se efectúa el balance puede simplificar mucho los términos de la ecuación; por ello conviene tomar límites que correspondan a zonas impermeables

o poco permeables, a líneas divisorias de aguas superficiales y/o subterráneas (donde no hay flujo entre ellas), líneas de costa u orillas de ríos o lagos (nivel constante), etc., así como aquello que correspondan a zonas uniformes en lo que respecta a la pluviometría, vegetación, características del terreno, variación de niveles, etc.

En resumen las salidas totales (S) de agua de la parte acuífera con base en lo anterior, se pueden expresar mediante la siguiente expresión:

$$S = V_{EAS} + V_{DNC} + S_H \quad (6.13)$$

Donde: V_{EAS} = Volumen de extracción de agua subterránea por bombeo ($m^3/año$)

V_{DNC} = Volumen de agua de los manantiales o descarga natural comprometida ($m^3/año$)

S_H = Salidas horizontales por flujo de agua subterránea ($m^3/año$)

6.3.2. Evaluación de la sobreexplotación de un acuífero o cambio de almacenamiento (ΔV) determinando el coeficiente de almacenamiento (S) y la variación de la carga hidráulica (Δh), mediante pruebas de bombeo

La sobre-explotación de un acuífero se puede también *medir directamente*, sin necesidad de calcular la recarga y las extracciones:

$$\Delta V = \pm \sum_{i=1}^{na} a_i h_i S_i \quad (6.14)$$

Donde: ΔV = Cambio de almacenamiento ($m^3/año$)

h_i = Evolución media o Variación de la carga hidráulica (Δh) ($m/año$)

S_i = Coeficiente de almacenamiento (adimensional)

a_i = Elemento de área con evolución (m^2)

na = Número de elementos en que se divide el área de balance.

Para esto se requiere básicamente dos tipos de datos:

a) *La evolución de los niveles piezométricos (o del agua libre) del acuífero, también denominada variación de la carga hidráulica (Δh)*. Para esto es importante tener un programa de mediciones de estos niveles, en tantos sitios como sea posible. Puede haber pozos de observación construidos específicamente para este propósito (generalmente muy pocos, por su alto costo), pero también

se pueden hacer lecturas en los pozos de bombeo. En este último caso es importante distinguir entre niveles dinámicos, cuando el pozo está operando; o niveles estáticos, cuando el pozo no está en operación. La comparación debe hacerse entre niveles dinámicos o estáticos. La sobre-explotación del acuífero se manifiesta de manera contundente y definitiva cuando se tienen abatimientos de estos niveles a través de los años.

b) *El coeficiente de almacenamiento y sus variaciones a lo largo y ancho de los acuíferos.* Este coeficiente es equivalente a la lámina de agua que se libera cuando el nivel piezométrico del acuífero desciende una unidad de longitud (o la lámina de agua que hay que adicionar para que el nivel ascienda una unidad de longitud). El coeficiente se determina con pruebas de bombeo, las que por lo general se realizan en número insuficiente por el alto costo de las mismas. Las pruebas de bombeo han demostrado ser el medio más apropiado para encontrar valores fidedignos y representativos de las características hidrodinámicas de los acuíferos (transmisividad T , coeficiente de almacenamiento o rendimiento específico S , etc.). Para el desarrollo de la prueba de bombeo se deben tomar en cuenta ciertas circunstancias según sea un acuífero libre, semiconfinado o confinado, aunque estas condiciones de funcionamiento se obtienen precisamente de la interpretación de las medidas del nivel dinámico, o sea la interpretación de las mismas. Algunos métodos de interpretación utilizados en las pruebas de bombeo²⁷ (vistas a detalle en el capítulo V) son: 1) Método de de Theis, 2) Método de Jacob, 3) Método de Hantush, y 4) Método de Rathod y Rushton.

La suma o integración del producto del abatimiento, por el coeficiente de almacenamiento y por el área de la parte del acuífero con estos datos proporciona el volumen de la sobre-explotación, también denominado “minado” del acuífero. Este procedimiento es más confiable que el método del balance de las entradas (recarga) menos las salidas (extracciones), debido a que depende de menos parámetros, además de que tales parámetros son menos difíciles de determinar. Por supuesto, cuando se siguen ambos enfoques y se obtienen resultados similares entonces se puede asumir que la sobre-explotación queda mejor definida.

²⁷ H. P. Ritzema. Drainage Principles and Applications. Second Edition, 1994.

VI. RESULTADOS Y DICUSIÓN

7.1. Evaluación de la sobreexplotación del acuífero Texcoco (método del balance hidrológico: $E - S = \Delta V$)

7.1.1. Área de balance

Para realizar la cuantificación de los recursos de un acuífero es necesario delimitar un área en la cual se efectúa el balance de aguas subterráneas. La delimitación se lleva a cabo tomando en cuenta factores geológicos, hidrogeológicos e información piezométrica disponible.

En el caso que nos ocupa, el factor más importante fue la distribución espacial de todos los pozos ya sean de observación (piloto) o no; que para este caso se tienen 72 pozos piloto de los 529 existentes, con información de observaciones de los niveles piezométricos.

El área de balance considerada en el presente trabajo, correspondió a toda la zona del acuífero que cubre una superficie de **939.04 km²** (Figura 7.1) y que a su vez corresponden a la zona donde se cuenta con todos los aprovechamientos subterráneos, que deberían de contar con mayor control geohidrológico.

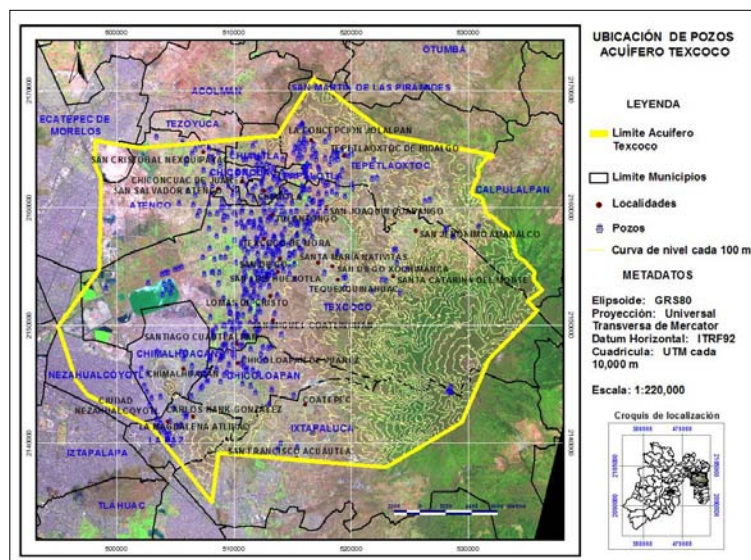


Figura 7.1. Área de balance de aguas subterránea

7.1.2. Entradas (E) de agua al acuífero

La entrada total (E) al acuífero está constituida por las entradas verticales (E_V) más las entradas horizontales (E_H) también llamadas entradas por flujo horizontal de agua subterránea (ecuación 6.11).

Como *entradas verticales* (E_V) se consideraron la parte de la precipitación que se infiltra al acuífero (V_I) determinada con la ecuación (6.12) vista en el capítulo anterior, más la recarga inducida ó pérdidas por infiltración por el uso del agua superficial y subterránea en la agricultura (canales) y por fugas en las redes en el uso público urbano (tuberías de agua potable) ($R_{ia} + R_{ipu}$).

Los valores obtenidos para cada una de las componentes de la ecuación 6.12 se presentan en el Cuadro 7.1:

Cuadro 7.1. Valores de entradas verticales (EV) al acuífero Texcoco

| Componentes | ($hm^3/año$) | Método de Cálculo | Simbología |
|-------------|----------------|-------------------------------------|---|
| V_P | 611.06 | $V_p = (P_m) (A_a)$ | V_p = Volumen precipitado. P_m = Precipitación media (650.73mm/año). A_a = Área del acuífero (939.04 km^2). |
| V_{ETR} | 496.57 | $V_{ETR} = (ETR) (A_a)$ | V_{ETR} = Volumen evapotranspirado. ETR = Evapotranspiración real (método de Turc) (528.81 mm/año). |
| V_E | 64.47 | $V_E = (C_e) (V_p)$ | V_E = Volumen escurrido. C_e = Coeficiente de escurrimiento (NOM-011-CNA-2000) (0.1055). |
| V_I | 50.02 | $V_I = V_p - V_{ETR} - V_E$ | V_I = Volumen infiltrado |
| R_{ia} | 17.97 | $R_{ia} = (0.38) (V_{(sup y sub)})$ | R_{ia} = Pérdidas por infiltración por el uso del agua superficial y subterránea en la agricultura. 0.38 = Coeficiente de pérdida (CONAGUA 2005). $V_{(sup y sub)}$ = Volumen de agua superficial y subterránea en la agricultura (pozos, norias y manantiales) (47.28 $hm^3/año$). |
| R_{ipu} | 38.75 | $R_{ipu} = (0.30) (V_{(sub pu)})$ | R_{ipu} = Pérdidas por fugas en las redes en el uso público urbano. 0.30 = Coeficiente de pérdidas (Estudio 2006 CONAGUA). $V_{(sub pu)}$ = Volumen de agua subterránea en el uso público urbano (129.16 $hm^3/año$). |
| E_V | 106.74 | $E_V = V_I + R_{ia} + R_{ipu}$ | E_V = Entradas verticales |

Por lo que respecta a las *entradas por flujo subterráneo horizontal* (E_H), se calcularon mediante la ecuación (6.10) también vista en el capítulo anterior. La ubicación de los 72 pozos piloto de los cuales se obtuvieron las líneas equipotenciales o de igual elevación del nivel estático, se muestran en la Figura 7.2.

Las líneas equipotenciales se determinaron como la diferencia de la altitud del brocal original y la profundidad del nivel estático en el año 2009 (Anexo 9) y (Figura 7.3).

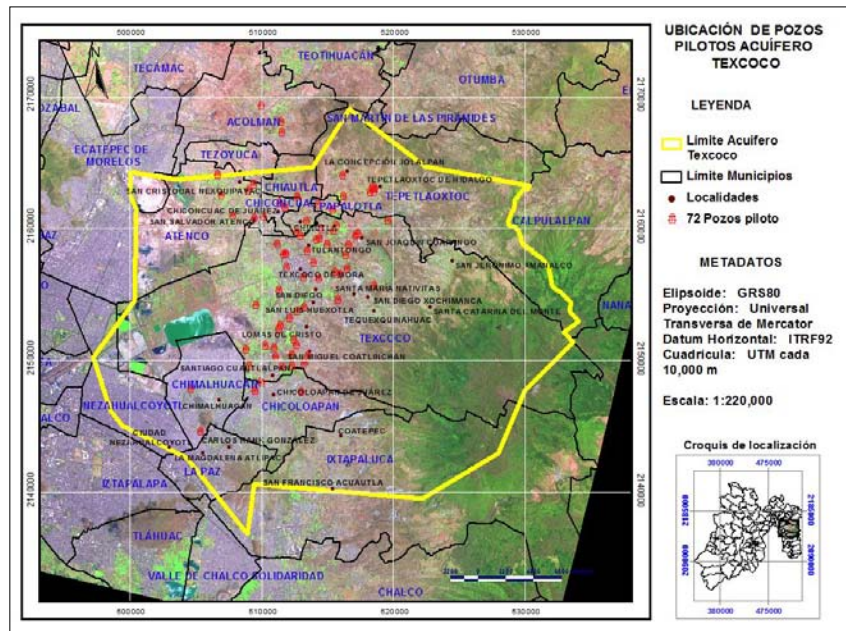


Figura 7.2. Pozos pilotos del acuífero Texcoco

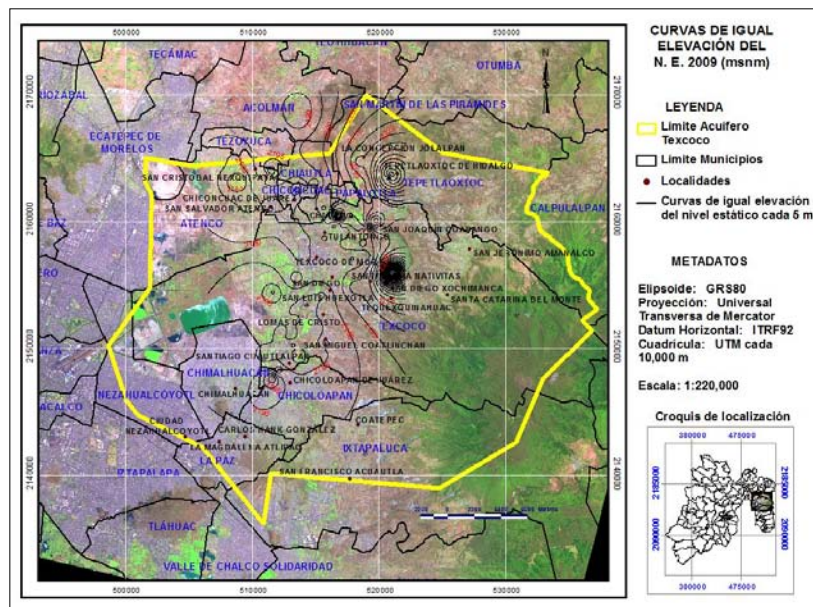


Figura 7.3. Líneas equipotenciales

El valor de este componente, así como, la determinación de los canales de entrada se observan en el Cuadro 7.2 El cálculo de las entradas por flujo horizontal subterráneo es del orden de **18.1 hm³/año**, obtenidas al usar la Ley de Darcy, donde se muestran las celdas seleccionadas para obtener estas entradas (Figura 7.4). La transmisividad utilizada fue de 0.001 m²/s, este valor fue obtenido por ensayo y error al comparar las entradas horizontales con el volumen precipitado e infiltrado en las sierras. Conviene señalar que el valor de la transmisividad es igual al considerado en el estudio de 2006, sin embargo cabe aclarar que dicho valor es un tanto cuanto subjetivo ya que para el acuífero Texcoco no se han realizado suficientes pruebas de bombeo actuales y como resultado de esta insuficiencia a veces se asume que el valor de la transmisividad en un sitio del acuífero es el mismo que en otro sitio ubicado a muchos kilómetros de distancia.

Cuadro 7.2 Volúmenes de entradas de agua subterránea por flujo horizontal

| Celda | Ancho (B _j) (m) | Largo (L = Δs) (m) | h _{j+1} -h _j (m) | Gradiente hidráulico (i) $i_j = \frac{\partial h}{\partial L} = \frac{h_{j+1} - h_j}{\Delta s}$ | Transmisividad (T) (m ² /s) $T_j = (k_j)(B_j)$ | Caudal (Q) (m ³ /s) $Q_j = (T_j)(i_j)(B_j)$ | Volumen (hm ³ /año) |
|----------------|-----------------------------|--------------------|--------------------------------------|--|--|---|--------------------------------|
| E ₁ | 7,269 | 3,338 | 20 | 0.0060 | 0.001 | 0.0436 | 1.37 |
| E ₂ | 2,957 | 1,125 | 20 | 0.0178 | 0.001 | 0.0526 | 1.66 |
| E ₃ | 5,900 | 2,450 | 20 | 0.0082 | 0.001 | 0.0482 | 1.52 |
| E ₄ | 15,184 | 708 | 20 | 0.0282 | 0.001 | 0.4289 | 13.53 |
| Total | | | | | | | 18.08 |

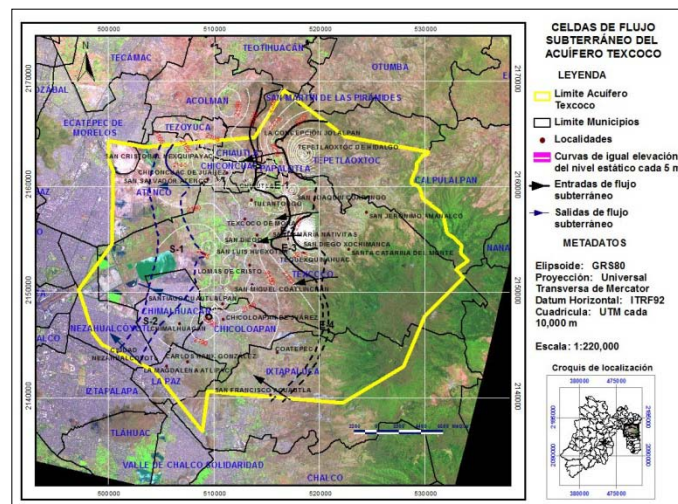


Figura 7.4. Entradas horizontales por flujo subterráneo

Un ejemplo claro de la variabilidad espacial de la transmisibilidad, fue al determinar ésta mediante dos pruebas de bombeo realizadas en el Colegio de Postgraduados y en la Universidad Autónoma Chapingo (la metodología y el cálculo, se pueden observar en el Anexo 10). Las pruebas se realizaron en pozos de bombeo sin pozo de observación y en la etapa de recuperación (para que no influyera el efecto del bombeo) y se utilizó el método de Jacob, obteniéndose valores de la transmisibilidad para los pozos mencionados respectivamente de $0.0452 \text{ m}^2/\text{s}$ y $0.0295 \text{ m}^2/\text{s}$. Cabe mencionar que en el año 2007, la Dirección Técnica del Organismo de Cuenca Aguas del Valle de Mexico de la CONAGUA, mediante un estudio denominado “Pruebas de Bombeo en Pozos de la Cuenca del Valle de México” realizó 20 pruebas de bombeo, de las cuales solamente dos pruebas se realizaron dentro del acuífero Texcoco (pozo 169 plaza principal de San Andrés Chiautla y pozo 27 Los Reyes Nopala, Tepetlaotoc), obteniéndose valores de transmisibilidad de $0.00915 \text{ m}^2/\text{s}$ y para el pozo 27 no interpretable debido a grandes variaciones. Lo anterior refuerza aún más la necesidad de realizar pruebas de bombeo en el acuífero Texcoco, que permitan definir de manera más precisa los valores de la transmisibilidad y del coeficiente de almacenamiento.

7.1.3. Salidas (S) de agua del acuífero

Como ya se mencionó en el capítulo anterior, las salidas de agua del acuífero (ecuación 6.13) están constituidas por la suma de los volúmenes bombeados en todos los pozos existentes (V_{EAS}) más la descarga natural comprometida (V_{DNC}), que corresponde a la suma de los volúmenes de agua concesionada de los manantiales y del caudal base de los ríos comprendidos en la unidad hidrogeológica evaluada, que están comprometidos como agua superficial para diversos usos, más las descargas subterráneas que se deben conservar para no afectar a las unidades hidrogeológicas (flujo horizontal que sirve de recarga para acuíferos aguas abajo o destinados para sostener el gasto ecológico) y más las salidas horizontales de agua por flujo subterráneo (S_H):

La suma de los volúmenes bombeados en todos los pozos existentes (V_{EAS}), se obtuvieron de la base de datos proporcionada por el Organismo de Cuenca del Valle de México (obtenida del censo de aprovechamientos de agua subterránea, realizado en 2006) y analizada y comparada con la base de datos del Registro Público de Derechos de Agua (REPDA). Los volúmenes de extracción por tipo de uso y aprovechamientos se presentan en el Cuadro 7.3.

Cuadro 7.3. Volúmenes de extracción de agua subterránea

| Usos | Pozos y Norias | Manantiales |
|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| Agrícola | 40,010,955.13 | 7,264,948.00 |
| Público Urbano | 126,061,817.10 | 3,100,934.00 |
| Pecuario | 828,535.00 | 0.00 |
| Industrial | 3,663,227.00 | 0.00 |
| Múltiples y Servicios | 2,030,074.00 | 66,951.00 |
| Subtotal | 172,594,608.23 | 10,432,833.00 |
| TOTAL | 183,027,441.23 | |

El volumen bruto de extracción de agua subterránea por este rubro es de 183.027 hm³/año. Es importante mencionar que estos volúmenes de extracción son obtenidos mediante 552 aprovechamientos, de los cuales 18 corresponden a manantiales, 5 son norias y 529 pozos profundos (Cuadro 7.4), la ubicación geográfica y la información de estos aprovechamientos (constructivos, equipo de bombeo y mediciones y usos) se presentan en la Figura 7.1. La suma de volúmenes bombeados a través de pozos y norias es de **172.6 hm³/año**.

Cuadro 7.4. Extracciones de aguas subterráneas por municipio, tipo de uso y número de aprovechamientos

| Municipio | Tipo de Aprovechamiento | No. De Aprovechamientos | Extracción por usos (m ³ /año) | | | | | Extracción Total por Mpio. (m ³ /año) |
|-------------------|-------------------------|-------------------------|---|--------------------|----------------|------------------|----------------------------|--|
| | | | Agrícola | Público Urbano | Pecuario | Industrial | Usos múltiples y servicios | |
| 1. Texcoco | Pozos | 293 | 26,825,703 | 36,327,464 | 707,697 | 864,677 | 1,463,493 | 66,189,034 |
| | Manantiales | 18 | 7,264,948 | 3,100,934 | 0 | 0 | 66,951 | 10,432,833 |
| | Norias | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5,000 | 5,000 |
| <i>Subtotal</i> | | 312 | 34,090,651 | 39,428,398 | 707,697 | 864,677 | 1,535,444 | 76,626,867 |
| 2. Atenco | Pozos | 31 | 3,167,872 | 2,992,672 | 0 | 39,420 | 0 | 6,199,964 |
| 3. Chiautla | Pozos | 36 | 2,332,717 | 2,516,474 | 25,128 | 0 | 94,608 | 4,968,927 |
| | Norias | 1 | 3,185 | 0 | 657 | 0 | 307 | 4,149 |
| <i>Subtotal</i> | | 37 | 2,335,902 | 2,516,474 | 25,785 | 0 | 94,915 | 4,973,076 |
| 4. Chicoloapan | Pozos | 37 | 1,315,634 | 17,690,592 | 35,936 | 6,371 | 30,411 | 19,078,944 |
| 5. Chiconcuac | Pozos | 13 | 1,715,520 | 1,756,413 | 0 | 0 | 0 | 3,471,933 |
| 6. Chimalhuacan | Pozos | 21 | 449,640 | 33,779,908 | 30,599 | 0 | 336,380 | 34,596,527 |
| 7. Ixtapaluca | Pozos | 4 | 368,040 | 722,554 | 0 | 0 | 0 | 1,090,594 |
| 8. La Paz | Pozos | 22 | 0 | 25,690,635 | 0 | 2,752,759 | 6,362 | 28,449,756 |
| 9. Nezahualcoyotl | Pozos | 1 | 0 | 2,207,520 | 0 | 0 | 0 | 2,207,520 |
| 10. Papalotla | Pozos | 7 | 447,178 | 634,662 | 0 | 0 | 41,731 | 1,123,571 |
| 11. Tepetlaoxtoc | Pozos | 61 | 2,970,546 | 1,611,524 | 28,518 | 0 | 39,439 | 4,650,027 |
| | Norias | 3 | 64,800 | 0 | 0 | 0 | 8,343 | 73,143 |
| <i>Subtotal</i> | | 64 | 3,035,346 | 1,611,524 | 28,518 | 0 | 47,782 | 4,723,170 |
| 12. Tezoyuca | Pozos | 3 | 350,120 | 131,400 | 0 | 0 | 4,000 | 485,520 |
| Acuífero | | 552 | 47,275,903 | 129,162,751 | 828,535 | 3,663,227 | 2,097,025 | 183,027,441 |

Los mayores volúmenes de extracción provienen del municipio de Texcoco (76.63 hm³/año), que representan el 41.87 % del total, además de ser el municipio con mayor número de aprovechamientos con un total de 312 que representa más del 50% en el acuífero.

La *descarga natural comprometida* (V_{DNC}), resultó ser de **10.40 hm³/año** y es el volumen de agua extraído de los 18 manantiales ubicados en el municipio de Texcoco (Cuadro 7.3).

Salidas horizontales de agua por flujo subterráneo (S_H), el valor de este componente, así como, la determinación de los canales de salida, se puede calcular al igual que las entradas por flujo subterráneo mencionadas anteriormente, mediante la ecuación de Darcy, conociendo la transmisividad tanto en la periferia como en la base del acuífero, así como los gradientes de energía respectivos, realizando pruebas de bombeo y mediciones de los niveles piezométricos. En el Cuadro 7.5 se tiene el cálculo de las salidas por flujo horizontal subterráneo, que es del orden de **3.8 hm³/año**.

Cuadro 7.5. Volúmenes de salidas de agua subterránea por flujo horizontal

| Celda | Ancho (B_j) (m) | Largo ($L = \Delta s$) (m) | $h_{j+1} - h_j$ (m) | Gradiente hidráulico (i) $i_j = \frac{\partial h}{\partial L} = \frac{h_{j+1} - h_j}{\Delta s}$ | Transmisividad (T) (m ² /s) $T_j = (k_j)(B_j)$ | Caudal (Q) (m ³ /s) $Q_j = (T_j)(i_j)(B_j)$ | Volumen (hm ³ /año) |
|----------------|------------------------|------------------------------------|------------------------|---|---|--|-----------------------------------|
| S ₁ | 11,671 | 3,828 | 20 | 0.0052 | 0.001 | 0.0610 | 1.92 |
| S ₂ | 7,347 | 2,437 | 20 | 0.0082 | 0.001 | 0.0603 | 1.90 |
| Total | | | | | | | 3.82 |

Con base en lo anterior, a continuación se presenta un resumen final (Cuadro 7.6) del balance de aguas subterráneas, en cual se determinó el minado o sobre-explotación del acuífero Texcoco, mediante el método del balance hidrológico:

Cuadro 7.6. Balance de Agua subterránea en el Acuífero Texcoco

| Componentes | (hm ³ /año) | Simbología |
|---|------------------------|---|
| ENTRADAS DE AGUA | | |
| V_i | 50.02 | V_i = Volumen infiltrado |
| R_{ia} | 17.97 | R_{ia} = Pérdidas por infiltración por el uso del agua superficial y subterránea en la agricultura. |
| R_{ipu} | 38.75 | R_{ipu} = Pérdidas por fugas en las redes en el uso público urbano. |
| E_V | 106.74 | $E_V = V_i + R_{ia} + R_{ipu}$ = Entradas verticales |
| E_H | 18.10 | E_H = Entradas horizontales por flujo subterráneo |
| $E = E_V + E_H = 124.80 \text{ hm}^3/\text{año}$ | | |
| SALIDAS DE AGUA | | |
| V_{EAS} | 172.60 | V_{EAS} = Volumen de extracción de agua subterránea (m ³ /año). |
| V_{DNC} | 10.40 | V_{DNC} = Volumen de descarga natural comprometida (m ³ /año). |
| S_H | 3.80 | S_H = Salidas horizontales por flujo subterráneo (m ³ /año). |
| $S = V_{EAS} + V_{DNC} + S_H = 186.80 \text{ hm}^3/\text{año}$ | | |
| MINADO O SOBREEXPLOTACIÓN DEL ACUÍFERO (ΔV) = $E - S = - 62.0 \text{ hm}^3/\text{año}$ | | |

Cabe mencionar que las cifras presentadas en el Cuadro 7.6 referente a los volúmenes de recarga y extracción media anual, difieren significativamente con los datos reportados oficialmente; ejemplo de ello es lo publicado en el DOF de 2009 en donde presentan un valor de recarga media anual de $161 \text{ hm}^3/\text{año}$ y de extracción de $184.20 \text{ hm}^3/\text{año}$ (Figura 7.5), con lo que se obtiene un valor de sobre-explotación de $-23.2 \text{ hm}^3/\text{año}$; en Estadísticas del Agua edición 2008 reportan con datos publicados en el DOF de 2003 por estos conceptos los valores de $48.6 \text{ hm}^3/\text{año}$ y $465.4 \text{ hm}^3/\text{año}$ respectivamente (Figura 7.6), obteniéndose un valor de sobre-explotación de $-416.8 \text{ hm}^3/\text{año}$. Así mismo, estos valores reflejan diferentes relaciones de extracción recarga; para las cifras del DOF de 2009, dicha relación es de 1.14, para los valores dados en Estadísticas del agua es de 9.58 y para este estudio se obtuvo un valor de 1.50. Se debe aclarar que los valores de recarga y extracción presentados en Estadísticas del Agua con datos de 2003 se refieren a los límites anteriores del acuífero, que incluía el municipio de Ecatepec y la Delegación de Iztapalapa y que en los límites actuales del acuífero Texcoco ya no los incluye.

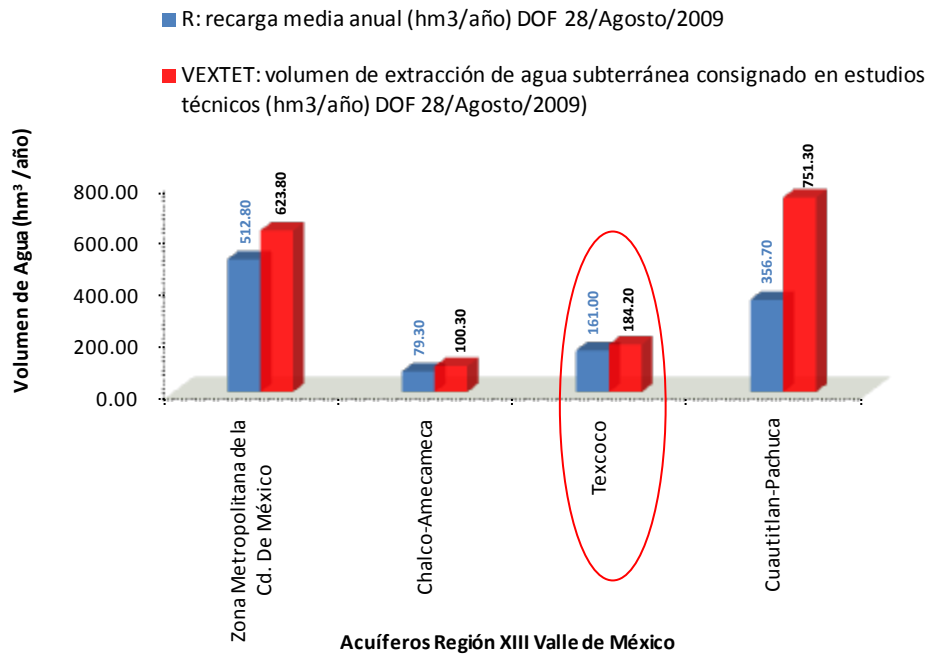


Figura 7.5. Valores de Extracción y Recarga de cuatro acuíferos de la Región XIII Valle de México (DOF 2009)

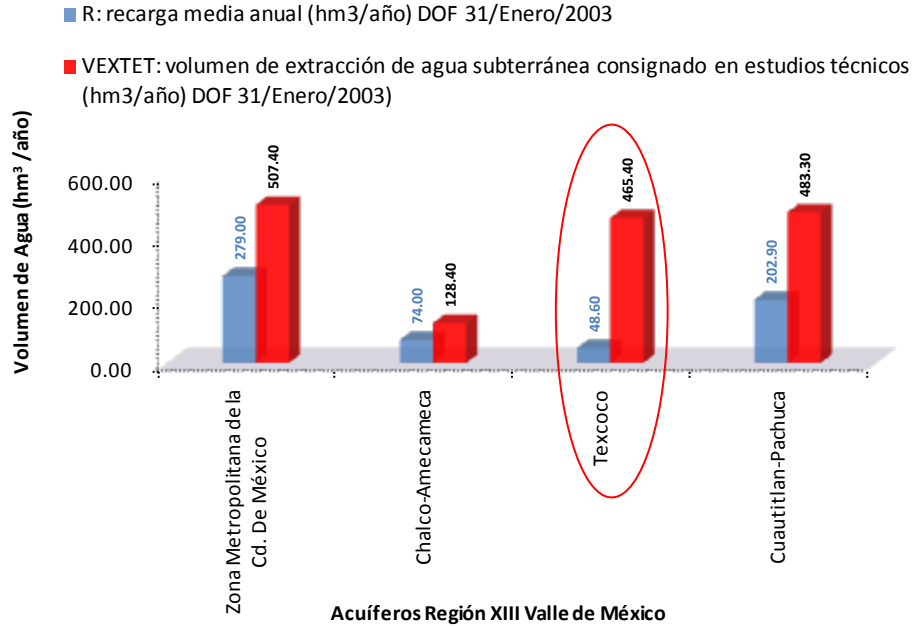


Figura 7.6. Valores de Extracción y Recarga de cuatro acuíferos de la Región XIII Valle de México (DOF 2003)

7.2. Evaluación de la sobreexplotación de un acuífero o cambio de almacenamiento (ΔV) determinando el coeficiente de almacenamiento (S) y la variación de la carga hidráulica (Δh), mediante pruebas de bombeo

De acuerdo con la ecuación (6.14) vista en el capítulo anterior, para obtener la *evolución media del nivel estático o variación de la carga hidráulica (h_i)*, se monitorearon 72 pozos piloto de los 529 pozos de bombeo que cuentan con un periodo de registro de 1969 al 2009 (40 años), (Figura 7.2). El abatimiento de los niveles estáticos medio computado, de **1.20 m/año** indica sin lugar a dudas que al acuífero se le extrae más agua que la que le entra, sin embargo, se tuvieron valores mayores a 1 m/año en 63 pozos, con un máximo de 1.65 m/año y solamente en 9 pozos se obtuvieron valores menores a 1 m/año. La Figura 7.7 muestra como ejemplo el abatimiento en 4 de los pozos monitoreados.

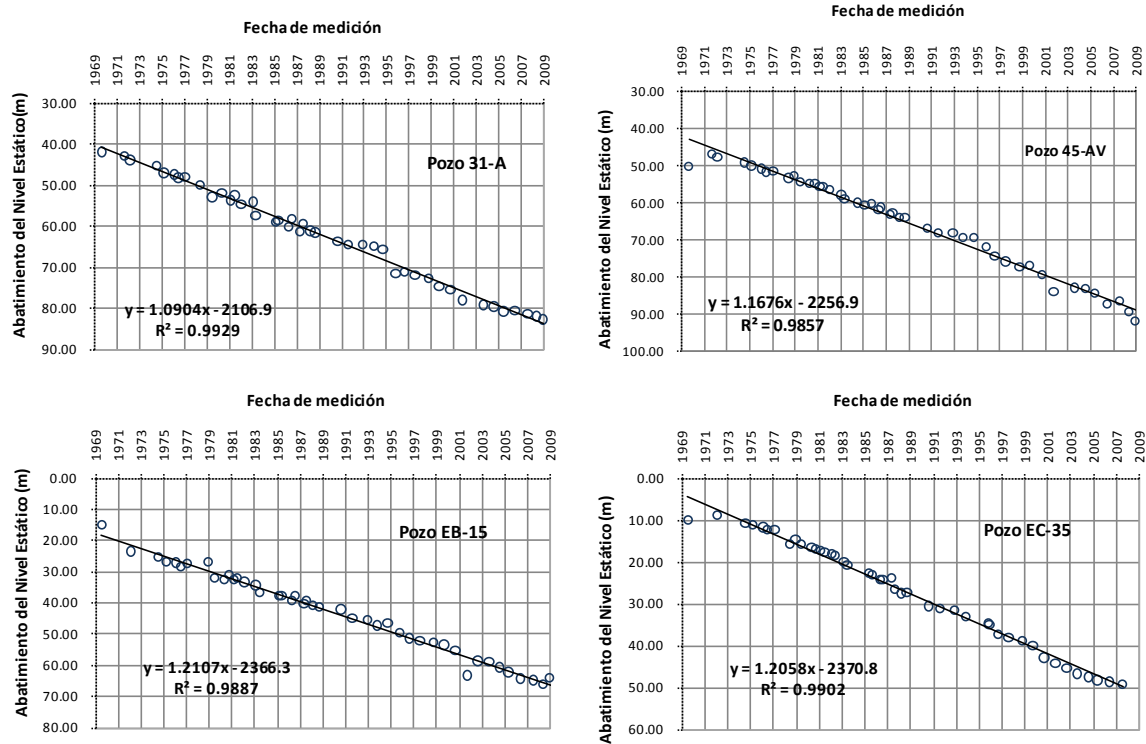


Figura 7.7. Abatimiento del nivel estático en cuatro pozos de observación del acuífero Texcoco

Cabe mencionar que para verificar la base de datos, de los valores del nivel estático proporcionada por el Organismo de Cuenca Aguas del Valle de México, del periodo de 1969 al 2007, fue necesario realizar mediciones adicionales en el periodo de 2008 a 2009 (dos mediciones por año, una en época de estiaje y una en el periodo de lluvias); con la finalidad de poder observar en las gráficas de abatimiento algún efecto de recarga, lo cual es indudablemente imposible, dado que la movimiento del agua a estratos muy profundos es muy lento (años) y se cree que posiblemente lo que estamos extrayendo ahora es lo que se recargó hace 10 o 20 años, aunado a la dinámica de la *sobre-extracción* de agua subterránea que no permite lograr un equilibrio hídrico entre la recarga y la extracción.

Coefficiente de almacenamiento, en el acuífero Texcoco no se han realizado hasta la fecha en un número suficiente de pruebas de bombeo, solamente se realizaron estas pruebas en 3 pozos. En el estudio denominado “Apoyo Técnico para la Actualización de la Disponibilidad del Acuífero Texcoco”, 2007, CONAGUA; proponen un coeficiente de almacenamiento “regional” del **6%**, valor asumido (sin medirlo) con base en una explicación bastante subjetiva ya que consideran

que en el acuífero de la Zona Metropolitana que colinda con el acuífero Texcoco donde se realizaron más pruebas de bombeo y determinaron un coeficiente de almacenamiento del 5%, entonces explican en ese estudio que para el acuífero Texcoco es un poco mayor, dadas las características geológicas bajo la explotación del agua subterránea que prevalece en el acuífero.

Para este estudio, a falta de información de pruebas de bombeo se tomó el valores del coeficiente de almacenamientos proporcionados en el estudio mencionado anteriormente del 6%, indudablemente este valor hay que tomarlo con muchas reservas, dado que no es un valor confiable que se haya obtenido de pruebas de bombeo. Por lo tanto, la suma o integración del producto del abatimiento, por el coeficiente de almacenamiento y por el área de la parte del acuífero con estos datos proporciona el volumen de la sobre-explotación, también denominado “minado” del acuífero que para este caso fue de **-67.61 hm³/año**.

Este procedimiento es más confiable que el método del balance de las entradas (recarga) menos las salidas (extracciones), debido a que depende de menos parámetros, además de que tales parámetros son menos difíciles de determinar. Por supuesto, cuando se siguen ambos enfoques y se obtienen resultados similares entonces se puede asumir que la sobre-explotación queda mejor definida.

Cabe señalar que en los resultados de los valores de la sobre-explotación obtenidos por ambos métodos sean tan cercanos, es una coincidencia ya que en ambos métodos se presentan algunas deficiencias en la estimación de sus parámetros.

VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1. Conclusiones

- El conocimiento preciso y confiable del grado de sobre-explotación de un acuífero es un elemento indispensable para diseñar un plan de manejo sustentable del mismo.
- El cálculo de la sobre-explotación de un acuífero está sujeto a una gran incertidumbre, porque muchos de los parámetros de los que depende, como la recarga vertical, los flujos subterráneos, incluso la estimación de las extracciones, se conocen con muy baja confiabilidad.
- La sobre-explotación de un acuífero puede estimarse mediante dos métodos: a) mediante el balance hidrológico (que determina la sobre-explotación como la diferencia de las entradas menos las salidas de agua) y b) mediante el conocimiento de los abatimientos de los niveles piezométricos y el coeficiente de almacenamiento.
- El método del *balance hidrológico*, depende de numerosos parámetros que en la práctica son difíciles de estimar, como la recarga vertical, que a su vez está fuertemente definida por la evapotranspiración real y ni siquiera el volumen de extracción de los pozos es confiablemente conocido, por la existencia de pozos clandestinos, además de que muchos cálculos se realizan con fórmulas empíricas no siempre suficientemente calibradas y validadas localmente.
- El método basado en el conocimiento de los abatimientos y del coeficiente de almacenamiento es más confiable que el método del balance de las entradas (recarga) menos las salidas (extracciones), debido a que depende de menos parámetros, además de que tales parámetros son menos difíciles de determinar.
- Una deficiencia común a ambos métodos es el desconocimiento de la transmisibilidad y el coeficiente de almacenamiento, cuya determinación requiere de costosas pruebas de bombeo que nunca se realizan en cantidad suficientes.
- Se considera una coincidencia que la aplicación de ambos métodos en el acuífero Texcoco haya dado resultados muy similares, dadas las incertidumbres y las deficiencias de información señaladas anteriormente.

8.2. Recomendaciones

- ⊕ Realizar estudios sobre pruebas de bombeo (con pozos de observación auxiliares) para mejorar el conocimiento de las características geohidrológicas.
- ⊕ Tomar lecturas sobre niveles piezométricos en un mayor número de pozos, que abarquen en lo posible toda el área del acuífero.
- ⊕ Redefinir y reorganizar los aforos en las entradas y salidas en todas las corrientes superficiales, para mejor calcular las aportaciones al acuífero, sin necesidad de hacer cálculos poco fundamentados sobre coeficientes de escurrimiento y otros similares.
- ⊕ Definir y organizar un sistema de aforos en las principales entradas y salidas de agua al Lago Nabor Carrillo, las que puedan extrapolarse a todas las áreas inundadas del acuífero.
- ⊕ Revisar y mantener actualizado el REFDA del acuífero Texcoco.
- ⊕ Propiciar la formación del COTAS del acuífero Texcoco, cuyo establecimiento y funcionamiento es completamente esencial para eventualmente implementar un plan de manejo sustentable.

VIII. BIBLIOGRAFÍA

- A. Verruijt. Theory of Groundwater Flow. 1970. Edit. Macmillan Civil Engineering Hydraulics Series.
- Collection du Laboratoire National D'Hydraulique L'Hydrologie de L'ingénieur. G. Rémenieras, Chef du Service des Études Hydrauliques. Direction des Études et Recherches d'Électricité de France. Editorial Eyrolles, 1960.
- CONAGUA, 2008. Estadísticas del Agua en México.
- CONAGUA 2007. Apoyo Técnico para la Actualización de la Disponibilidad del Acuífero Texcoco.
- CONAGUA, 2006. Estudio de Modelación para determinar el comportamiento de los acuíferos Texcoco y Chalco – Amecameca.
- CONAGUA 2005. Estudio para Determinar la Disponibilidad de Aguas Superficiales en la Cuenca del Valle de México, Gerencia Regional de Aguas del Valle de México y Sistema Cutzamala.
- Daily and Harleman. 1966. Fluid Dynamics. Addison Wesley. Canada.
- Determinación de la Disponibilidad de Agua en el Acuífero Texcoco, Estado de México. 2002. CONAGUA.
- Diario Oficial de la Federación ACUERDO por el que se da a conocer la ubicación geográfica de 371 acuíferos del territorio nacional, se actualiza la disponibilidad media anual de agua subterránea de 282 acuíferos, y se modifica, para su mejor precisión, la descripción geográfica de 202 acuíferos. 28 de Agosto de 2009.
- Diario Oficial de la Federación. Norma Oficial Mexicana NOM-011-CNA-2000. Conservación del recurso agua que establece las especificaciones y el método para determinar la disponibilidad media anual de las aguas nacionales. 17 de abril de 2002.
- De Wiest, Roger J. M. 1969. Flow Through Porous Media. Academic Press New York and London.
- E. Custodio/M.R. Llamas. Hidrología Subterránea, Tomo 1. Segunda Edición; Editorial Omega. 1983.
- E. Morales Casique y H. Pérez Hernández. 1990. Estudio Geohidrológico de Cuantificación y Modelo Matemático del Acuífero de Chapingo y Zonas Aledañas. Tesis Profesional. Departamento de Irrigación.

Estadísticas del Agua en México. Edición 2008. CONAGUA.

Fernando Paz-Pellat. 2009. Mitos y falacias del método hidrológico del número de curva del SCS/NRCS. *Agrociencia* 43: 521-528.

Francisco Javier Aparicio Mijares. 2009. *Fundamentos de Hidrología de Superficie*. Editorial Limusa.

F. J. Ariza Hernández y V. Maravilla Flores. 2003. “Estudio Geohidrológico de Cuantificación del Acuífero Chapingo y Zonas Aledañas”. Tesis Profesional. Departamento de Irrigación.

Las aguas subterráneas. Un recurso natural del subsuelo. Instituto Geológico y Minero de España. 2001.

Ley de Aguas Nacionales y su Reglamento. Comisión Nacional del Agua. 2009.

Ley Federal de Derechos. Disposiciones Aplicables en Materia de Aguas Nacionales. 2009. Comisión Nacional del Agua.

López Avendaño, J. E., O. Palacios Vélez, C. Fuentes Ruiz, L. Rendón Pimentel y N. H. García Villanueva. Análisis bidimensional de la infiltración en el riego por surcos. *Agrociencia*, vol. 31, No. 3, Julio-Septiembre, 1997, pp 259-269.

Maldonado-de-León Osberto A., Oscar L. Palacios-Vélez, José Luis Oropeza-Mota, Rolando Springall-Galindo, Demetrio Salvador Fernández-Reynoso. Mayo-Junio 2001. Empleo del modelo SWRRB para generar alternativas de manejo en la cuenca Itzapa, Guatemala.- Use of SWRRB model to generate management alternatives in the Itzapa Basin, Guatemala. *Agrociencia*, Vol. 35, No. 3. pp. 335-345.

Papadopoulos, Coper. 1967. Drawdown distribution around a large diameter. *Proceeding National Symposium on Groundwater hydrology*. AWRA. USA.

Peña, S. Introducción a la hidrología Subterránea. Colegio de Postgraduados. 2007

Plan de Desarrollo Municipal de Texcoco 2006-2009.

Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012. 2007. Poder Ejecutivo Federal.

Plan Nacional Hídrico 2007-2012. CONAGUA. Edición 2008.

Richard G. Allen. 2006. Estudio FAO Riego y Drenaje 56. Evapotranspiración del cultivo. Guías para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos.

Daniel Hillel. 1971. Soil and Water. Physical Principles and Processes. Academic Press New York and London.

Kutílek, Miroslav y Nielsen, Donald R. Berlin. 1994. Soil Hydrology /: Catena- Verlag.

Theis, C.V. 1935. The relation between the lowering of the piezometrical surface and the rate and duration of discharge of well using groundwater storage. Transaction American Geophysical Union. USA.

Walton, W. C. 1970. Groundwater Resources Evaluation. McGraw Hill. USA.

Sokolov y Chapman. Métodos para el Cálculo de Balance Hidráulicos. UNESCO. México. 1981.

IX. ANEXOS

Anexo 1. Criterios generales propuestos por la Gerencia de Aguas Subterráneas para la delimitación de los acuíferos y sus zonas de recargas, para fines de aplicación a nivel nacional, 1999.

Durante décadas, los estudios geohidrológicos practicados a los diferentes acuíferos nacionales se realizaron cubriendo superficies que abarcaban áreas sobre las que se encuentran los acuíferos, pero seleccionadas convencionalmente. De esta manera, se respondía a las necesidades imperantes en ese momento.

Generalmente, se consideraban las áreas donde la explotación del recurso acuático era intensiva, y las de recarga eran consideradas sólo parcialmente, argumentándose la relativa certeza que se tiene al señalarles un límite. Esta poca atención puesta en los límites de un acuífero, y en especial a su zona de recarga se debe a que la evaluación del recurso subterráneo no precisaba mayor detalle, ya que las áreas en las que se llevaba a cabo el balance correspondiente, no estaban involucradas en el proceso de la administración de las aguas nacionales.

En el presente las condiciones, principalmente las que se refieren a la administración del recurso, han cambiado.

Con la modernización del manejo del agua, se ha convertido en una exigencia ineludible, señalar límites fijos a los acuíferos para lograr una más justa distribución de las extracciones por parte de los usuarios, quienes necesitan someterse a la autoridad para conseguir un permiso o concesión y para hacer algún tipo de transacción sobre el bien con el cual ya pueden negociar con otro usuario, dentro de lo estipulado en la actual Ley de Aguas Nacionales y su Reglamento.

A partir de ese momento, el área de Administración de Agua ha demandado al área Técnica, los lineamientos para establecer que cada punto localizado dentro del territorio nacional, pertenezca a un acuífero de los registrados en el catálogo de acuíferos del país.

Ante este hecho, la Subdirección General encargó a la Gerencia de Aguas Subterráneas se hiciera cargo de tal delimitación, por lo que se procedió a realizar un trabajo de selección de argumentos para lograr que los acuíferos fueran cuidadosamente delimitado, ya que con la maduración de los nuevos conceptos del manejo del agua subterránea y con la nueva normatividad, nos encontramos inmersos en procesos que permitirán mayor transparencia en el cuidado del bien nacional.

En consecuencia, se volvió indispensable trabajar en una delimitación rigurosa de los acuíferos del país, a sabiendas de que en algunos sitios existe cierta imprecisión en el alcance geográfico de las zonas de recarga de algunos acuífero. Se procedió a ello, utilizando los elementos que condicionan el paso del agua a través del subsuelo, con la convicción de participar en un proceso que con el tiempo, dará cohesión a los planes hidráulicos de desarrollo, tanto estatales, como federales, así como protegerá a los usuarios mismos de las aguas subterráneas, ya que estos límites se necesitarán para acotar el alcance de sus actividades de fomento al progreso dentro del marco del desarrollo sostenible.

La administración del recurso hidráulico subterráneo necesita de tres elementos para funcionar: primero, el lugar en donde se aplicarán las reglas; segundo, la cuantificación del recurso, y; tercero, entre quiénes será repartido.

Para cumplir con el primero de los elementos arriba mencionados, es necesario establecer los límites de las fuentes de abastecimiento.

Bajo este esquema, la Gerencia de Aguas Subterráneas, ha analizado y promovido una serie de consideraciones que permitan establecer los límites de los acuíferos, con la finalidad de participar en el establecimiento de los máximos alcances a que puedan llegar, tanto los planes de desarrollo nacionales, como los diferentes grupos de usuarios, debidamente organizados en los Comités Técnicos de Aguas Subterráneas (COTAS), correspondientes y no se quede región sin control, o bien, dos organizaciones pretendan regir sobre una misma región.

Por otro lado, la Subdirección de Administración del Agua, para mantener el control de las concesiones y asignaciones requiere que cada punto de la superficie del terreno esté asociado a un acuífero, ya que de esta manera se facilita enormemente la labor de control de los aprovechamientos que extraen el agua subterránea, y brinda la oportunidad de asignar un volumen de extracción a cada acuífero en el que se encuentren ubicados.

Por tal razón, la GAS, ha buscado una manera de establecer los límites de los acuíferos, que sea afín a los objetivos, tanto para la evaluación del recurso hidráulico subterráneo, como para la administración del agua subterránea, y ha establecido una serie de criterios técnicos que a nivel nacional sean aplicados para marcar los límites de los acuíferos y sus zonas de recarga, de una manera sistemática y práctica, con la salvedad de que varios acuíferos deberán de ser considerados bajo análisis especiales, por el funcionamiento propio de las aguas del subsuelo.

Los criterios técnicos mencionados parten esencialmente de aplicar los siguientes principios:

- **CRITERIO HIDROGRÁFICO**

Los acuíferos granulares, formados por el relleno de algún valle o cuenca superficial, reciben como principal elemento de recarga, las infiltraciones que se dan a partir de la lluvia y de los escurrimientos superficiales que ocurren dentro de la cuenca hidrográfica en que se encuentran, por lo que el primer criterio aplicado consiste precisamente en considerar el partearguas de las cuencas y subcuencas como límite para separar una zona acuífera de otra.

- **CRITERIO GEOLÓGICO**

El agua subterránea se desplaza a través de los espacios vacíos que dejan los constituyentes sólidos del medio que atraviesa, por lo tanto, el segundo criterio aplicado consiste en verificar el tipo de formación geológica en que se encuentra el agua en el subsuelo y distinguirlos en medios acuíferos, acuitados, acuícludos y acuífugos. Para ello, es necesario contar con la información geológica de la región, principalmente con el plano geológico, aunque también es necesario saber acerca de las propiedades físicas de las rocas y sus atributos geológicos, como el rumbo y echado de las capas o pseudoestratos, según sea el caso, planos de estratificación, texturas, oquedades presentes en el medio rocoso, descripciones de cortes litológicos, intensidad de fracturamiento, así como información acerca de los rangos que adquiere la permeabilidad o conductividad hidráulica y la transmisividad.

Este criterio modifica al anterior en los casos en que aquel deba cambiarse por las evidencias en el comportamiento del agua subterránea atribuidas al tipo de material geológico que compone al acuífero. Las propiedades hidrogeológicas de los materiales de la naturaleza condicionan la dirección del flujo, tanto en sentido horizontal como vertical; además, la presencia de captaciones de agua subterránea indica la existencia de una zona acuífera en explotación.

- **CRITERIO PIEZOMÉTRICO Y DE CALIDAD NATURAL DEL AGUA**

Generalmente, los criterios anotados anteriormente son suficientes para determinar el área de influencia de los acuíferos; el primero, principalmente para los granulares y el segundo para los estratificados y/o los presentes en rocas fracturada. Sin embargo, existen casos en los que debe

agregarse algún elemento de carácter hidrogeológico para realizar una adecuada delimitación de los acuíferos.

Características como la posición que guardan los niveles estáticos del agua subterránea en dos regiones contiguas, o bien las concentraciones y la calidad natural del agua subterránea. En ambos casos estos parámetros son complementarios de los dos criterios anteriores y de ninguna manera lo suplirán, ya que este criterio por si solo necesita de apoyo hidrogeológico que los sustente.

- **CRITERIO GEOMORFOLÓGICO**

Existe otro tipo de acuíferos en los que no es posible determinar su área de recarga mediante la delimitación de la cuenca hidrográfica en que se encuentra, además el criterio geológico, no es suficiente, porque la formación geológica acuífera se encuentra saturada a profundidad y su área de explotación no tiene una manifestación o conexión directa con el área de captación de su recarga. Se trata de acuíferos no granulares, generalmente en rocas fracturadas, que generalmente son sedimentarias calizas, o bien, rocas volcánicas, del tipo de las tobas, ignimbritas y coladas de lava (riolitas y basaltos)

Estos acuíferos, generalmente se encuentran a mayor profundidad que los granulares, o se encuentran bajo condiciones geológico-estructurales que no permiten establecer sus límites con facilidad. Se trata de acuíferos que regionalmente operan conectados a su superficie o zona de recarga localizada comúnmente a distancias que inclusive están separadas varias decenas de kilómetros, pero entre ellos no existe continuidad superficial.

Esta condición motivó a considerar un criterio adicional para establece los límites de los acuíferos, que fuera útil para estos casos, descubriéndose en muchas ocasiones, que las propiedades geomorfológicas de las rocas que a profundidad presentan un comportamiento acuífero, pueden aprovecharse para diferenciarlos de su alrededor.

Con frecuencia, en superficie estas formaciones adquieren una expresión del relieve topográfico que, interpretado geomorfológicamente, facilita su identificación y permite limitar su extensión.

- **CRITERIO GEOPOLÍTICO**

Con cierta frecuencia, el límite señalado por los criterios técnicos coincide o su traza pasa muy cerca de algún límite geopolítico, que puede ser un límite estatal, o bien, municipal. En estos casos, se ha determinado modificar el trazo para que coincida con el límite geopolítico. La ventaja de esta selección, no es de carácter técnico, sin embargo se ha convertido en una solución muy práctica, debido a que facilita enormemente el trabajo administrativo, sobre todo para la asignación de concesiones de parte del área correspondiente.

Para el área técnica, esta determinación de hacer coincidir el límite del acuífero con el límite municipal, cuando lo permita el caso, ha traído la facilidad de poder asignar todos los aprovechamientos de un municipio a un solo acuífero en particular, sin tener el problema de tener que diferenciar la parte del municipio que corresponde a ese acuífero, de otra parte del mismo municipio que no lo es.

Estos criterios se han aplicado para delimitar los acuíferos de diferentes estados obteniéndose resultados, hasta hoy favorables.

A pesar de que existe cierto grado de incertidumbre en relación con la exactitud del procedimiento, se presume que es bastante preciso como para proceder de esta manera para obtener la delimitación de los acuíferos a nivel nacional, de tal manera, que cada pedazo de superficie del territorio nacional, sea

susceptible de pertenecer a un acuífero, como es la intención del área de Administración del Agua para facilitar el manejo de los volúmenes de agua subterránea que se concesionan y para que las organizaciones relacionadas con el agua subterránea (COTAS), cuenten con límites tangibles que les faciliten elaborar sus propuestas de manejo del recurso.

Anexo 2. Vértices de la poligonal del Acuífero de Texcoco, Estado de México.

Este acuífero se denomina acuífero Texcoco y se clasifica con el número 1507 Texcoco (ACUERDO por el que se da a conocer la ubicación geográfica de 371 acuíferos del territorio nacional, se actualiza la disponibilidad media anual de agua subterránea de 282 acuíferos, y se modifica, para su mejor precisión, la descripción geográfica de 202 acuíferos).DOF. 28 de Agosto de 2009), está delimitado por la poligonal definida por los vértices anotados en el Cuadro 10.2)

Cuadro 10.2. Vértices del polígono del acuífero Texcoco

| CC. REGION HIDROLOGICO-ADMINISTRATIVA XIII "VALLE DE MEXICO" | | | | | | | |
|---|----------------|---------|----------|---------------|---------|----------|--------------------------------------|
| CLAVE | ACUIFERO | R | DNCOM | VCAS | VEXTET | DAS | DEFICIT |
| CIFRAS EN MILLONES DE METROS CUBICOS ANUALES | | | | | | | |
| ESTADO DE MEXICO | | | | | | | |
| 1507 | TEXCOCO | 161.0 | 10.4 | 199.673416 | 184.2 | 0.000000 | -49.073416 |
| R: recarga media anual; DNCOM: descarga natural comprometida; VCAS: volumen concesionado de agua subterránea; VEXTET: volumen de extracción de agua subterránea consignado en estudios técnicos; DAS: disponibilidad media anual de agua subterránea. Las definiciones de estos términos son las contenidas en los numerales "3" y "4" de la Norma Oficial Mexicana NOM-011-CONAGUA-2000. | | | | | | | |
| Los estudios técnicos a través de los que se determinó el volumen que se señala en esta fracción, se realizaron respecto a la poligonal que a continuación se indica: | | | | | | | |
| ACUIFERO 1507 TEXCOCO | | | | | | | |
| VERTICE | LONGITUD OESTE | | | LATITUD NORTE | | | OBSERVACIONES |
| | GRADOS | MINUTOS | SEGUNDOS | GRADOS | MINUTOS | SEGUNDOS | |
| 1 | 98 | 39 | 39.3 | 19 | 27 | 27.6 | DEL 1 AL 2 POR EL LIMITE ESTATAL |
| 2 | 98 | 39 | 30.5 | 19 | 27 | 18.0 | |
| 3 | 98 | 41 | 51.6 | 19 | 25 | 6.9 | |
| 4 | 98 | 43 | 11.0 | 19 | 22 | 11.6 | |
| 5 | 98 | 46 | 52.6 | 19 | 20 | 6.7 | |
| 6 | 98 | 55 | 1.0 | 19 | 20 | 46.4 | |
| 7 | 98 | 55 | 21.5 | 19 | 18 | 29.8 | |
| 8 | 98 | 58 | 17.4 | 19 | 21 | 59.0 | |
| 9 | 99 | 1 | 25.4 | 19 | 23 | 28.2 | |
| 10 | 99 | 1 | 59.0 | 19 | 24 | 8.4 | |
| 11 | 99 | 2 | 50.0 | 19 | 26 | 37.3 | |
| 12 | 99 | 0 | 50.2 | 19 | 29 | 9.4 | DEL 12 AL 13 POR EL LIMITE MUNICIPAL |
| 13 | 99 | 0 | 48.6 | 19 | 33 | 27.9 | |
| 14 | 99 | 1 | 4.5 | 19 | 34 | 8.8 | |
| 15 | 99 | 1 | 0.7 | 19 | 35 | 11.6 | |
| 16 | 98 | 58 | 48.8 | 19 | 34 | 50.6 | |
| 17 | 98 | 52 | 9.8 | 19 | 35 | 24.2 | |
| 18 | 98 | 50 | 23.5 | 19 | 38 | 4.7 | |
| 19 | 98 | 46 | 41.1 | 19 | 35 | 25.6 | |
| 20 | 98 | 41 | 35.1 | 19 | 34 | 30.4 | DEL 20 AL 1 POR EL LIMITE ESTATAL |
| 1 | 98 | 39 | 39.3 | 19 | 27 | 27.6 | |

Anexo 3. Desarrollo matemático para obtener las ecuaciones de Laplace y Boussinesq en coordenadas polares, así como, algunos ejemplos de flujo unidimensional “casi horizontal”, régimen permanente (I. Flujo de Dupuit-Forcheimer, II. Flujo de D-F cuando se tiene además recarga de infiltración uniforme y constante y III. Exactitud de la fórmula de Dupuit)

En el estudio de la hidráulica de pozos resulta conveniente muchas veces expresar las ecuaciones (5.43) y (5.44) en coordenadas polares. Para lograr esto se pueden seguir dos caminos: derivar nuevamente la ecuación a partir de un volumen diferencial expresado en coordenadas polares, o simplemente cambiar de variables independientes. A continuación se utiliza este procedimiento.

En coordenadas polares se introduce una distancia radial y un ángulo, definidos de la siguiente manera:

$$x = r \cos \theta ;$$

$$y = r \operatorname{sen} \theta ;$$

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

$$\theta = \operatorname{arctg} (y / x);$$

Utilizando estas relaciones de partida se pueden obtener las siguientes, que serán utilizadas más adelante:

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial (x^2 + y^2)^{1/2}}{\partial x} = \frac{2x}{2(x^2 + y^2)^{1/2}} = \frac{x}{r} = \cos \theta ;$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{\partial (x^2 + y^2)^{1/2}}{\partial y} = \frac{2y}{2(x^2 + y^2)^{1/2}} = \frac{y}{r} = \sin \theta ;$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial \operatorname{arctan}(\frac{y}{x})}{\partial x} = \frac{-\frac{y}{x^2}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = -\frac{y}{x^2 + y^2} = -\frac{y}{r^2} = -\frac{\sin \theta}{r} ; \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\cos \theta}{r} ; ;$$

$$\frac{\partial \cos \theta}{\partial x} = \frac{\sin^2 \theta}{r} ; \frac{\partial \sin \theta}{\partial x} = -\frac{\sin \theta \cos \theta}{r} ; \frac{\partial \frac{\sin \theta}{r}}{\partial x} = -\frac{2 \sin \theta \cos \theta}{r^2} ;$$

$$\frac{\partial \sin \theta}{\partial y} = \frac{\cos^2 \theta}{r} ; \frac{\partial \cos \theta}{\partial y} = -\frac{\sin \theta \cos \theta}{r} ; \frac{\partial \frac{\cos \theta}{r}}{\partial x} = -\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{r^2} ;$$

Aplicando la llamada “regla de la cadena”, se sabe que:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x};$$

así como:

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y};$$

Substituyendo las expresiones encontradas, cuando $F=H$, se tendrá:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \cos \theta \frac{\partial H}{\partial r} - \frac{\text{sen } \theta}{r} \frac{\partial H}{\partial \theta};$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \text{sen } \theta \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial H}{\partial \theta};$$

Para obtener las segundas derivadas es preciso aplicar las reglas de derivación del producto y cociente de funciones. Para mayor claridad esto se hará en dos pasos para la segunda derivada con respecto a "x":

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \cos \theta \frac{\partial \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)}{\partial x} + \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right) \frac{\partial \cos \theta}{\partial x} - \frac{\text{sen } \theta}{r} \frac{\partial \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \right)}{\partial x} - \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \left(\frac{\text{sen } \theta}{r} \right)}{\partial x};$$

Aplicando nuevamente las fórmulas (4), esta vez a $\partial H/\partial r$ y $\partial H/\partial \theta$, en lugar de H , se obtiene:

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)}{\partial x} = \cos \theta \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} - \frac{\text{sen } \theta}{r} \frac{\partial^2 H}{\partial r \partial \theta};$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \right)}{\partial x} = \cos \theta \frac{\partial^2 H}{\partial r \partial \theta} - \frac{\text{sen } \theta}{r} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2}$$

Substituyendo los resultados hasta ahora obtenidos, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \cos \theta \left[\cos \theta \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} - \frac{\text{sen } \theta}{r} \frac{\partial^2 H}{\partial r \partial \theta} \right] + \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right) \frac{\text{sen}^2 \theta}{r^2} - \frac{\text{sen } \theta}{r} \left[\cos \theta \frac{\partial^2 H}{\partial r \partial \theta} - \frac{\text{sen } \theta}{r} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} \right] - \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \right) \left[-\frac{2 \text{sen } \theta \cos \theta}{r^2} \right];$$

Expandiendo y simplificando, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \cos^2 \theta \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} - \frac{2 \text{sen } \theta \cos \theta}{r} \frac{\partial^2 H}{\partial r \partial \theta} + \frac{\text{sen}^2 \theta}{r} \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{\text{sen}^2 \theta}{r^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{2 \text{sen } \theta \cos \theta}{r^2} \frac{\partial H}{\partial \theta};$$

Análogamente se obtiene la segunda derivada con respecto a “y”:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \sin^2 \theta \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{r} \frac{\partial^2 H}{\partial r \partial \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{r^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{\cos^2 \theta}{r} \frac{\partial H}{\partial r} - \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{r^2} \frac{\partial H}{\partial \theta};$$

Por cierto en la página 34 del libro de Verrujit A., Theory of Groundwater Flow, Macmillan, 1970, se tienen expresiones equivalentes, con la diferencia de que el signo de los dos últimos términos los tiene cambiados. Sumando estas dos expresiones se obtiene la *ecuación de Laplace* en coordenadas polares:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} = 0;$$

Esta igualdad permite también expresar la *ecuación de Boussinesq* en coordenadas polares. En problemas de flujo axisimétrico la segunda derivada con respecto al ángulo se hace igual a cero, simplificándose la ecuación:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} = \frac{d^2 H}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH}{dr} = \frac{d}{dx} \left[r \frac{dH}{dr} \right] = 0;$$

Ejemplos de flujo unidimensional “casi horizontal”, régimen permanente

I) Flujo de Dupuit-Forcheimer

Este tipo de flujo está caracterizado por las llamadas condiciones de Dupuit-Forcheimer (D-F), que consideran que:

- a) el flujo ocurre a lo largo de una dirección, despreciándose las componentes de velocidad en otras direcciones,
- b) la altura de carga total es la misma en todos los puntos de una línea vertical, lo que significa que se considera que las áreas hidráulicas son función directa del tirante.

El gasto por unidad de ancho de la corriente (q), la velocidad (v), la carga hidráulica (h) y el gradiente de la línea de energía están dadas por las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} q &= H v; \\ v &= -K \frac{dh}{ds}; \\ h &= a + H - is; \\ \frac{dh}{ds} &= \frac{dH}{ds} - i; \\ q &= KH \left(i - \frac{dH}{ds} \right); \end{aligned} \tag{1}$$

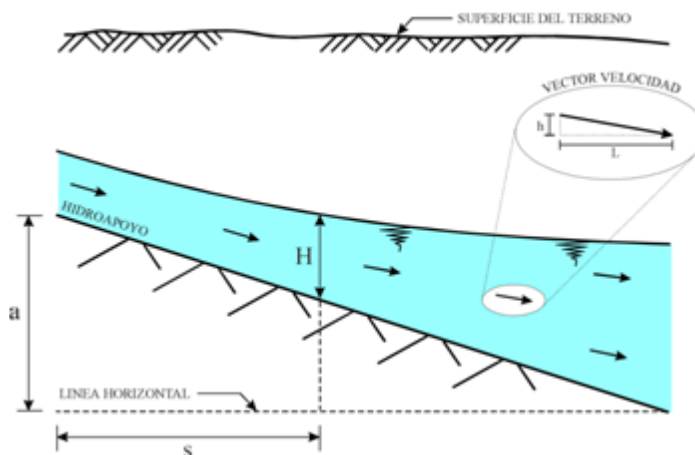


Figura 10.3. Flujo unidimensional “casi horizontal”

donde:

H es el tirante o espesor saturado de la corriente,

K es la conductividad hidráulica,

h es la carga hidráulica,

a es la altura sobre un plano horizontal de comparación, de un punto del plano horizontal del hidropoyo y sirve para definir una función lineal entre la carga, el tirante y la pendiente del hidropoyo,

i es la pendiente del estrato impermeable o “hidropoyo” donde se inicia el espesor saturado,

s es la distancia horizontal en la dirección de la pendiente máxima.

La integración del gasto, ecuación (1), depende del signo de la pendiente del hidropoyo, pudiéndose presentar tres casos, que se analizan a continuación:

1) $i > 0$ (la dirección de flujo coincide con la dirección de la pendiente del hidropoyo)

Introduciendo lo que se llamará un “tirante normal” de la corriente (H_0 , por definir, de manera que $q = K H_0 i$), al substituir en la última de las ecuaciones y simplificar la K , se tiene:

$$i H_0 = H \left(i - \frac{dH}{ds} \right);$$

$$\text{llamando } n = \frac{H}{H_0} :$$

$$i = n \left(i - H_0 \frac{dn}{ds} \right);$$

separando variables :

$$\frac{i}{H_0} ds = \frac{ndn}{n-1};$$

integrando :

$$\frac{i}{H_0} (s_2 - s_1) = n_2 - n_1 + \ln \left(\frac{n_2 - 1}{n_1 - 1} \right);$$

donde $n_2 = H_2/H_0$ y $n_1 = H_1/H_0$

Esta última ecuación se puede simplificar:

$$H_1 - H_2 + i(s_2 - s_1) = H_0 \ln \left(\frac{H_2 - H_0}{H_1 - H_0} \right) \quad (2)$$

Obsérvese que de la primera de las fórmulas anteriores se desprende que:

$$\frac{dH}{ds} = i \left(1 - \frac{H_0}{H} \right);$$

A partir de esta expresión se puede definir la forma de la curva del espejo del agua en la corriente subterránea, distinguiéndose dos grandes casos:

Si $H > H_0$ (cuando el espejo del agua queda por encima del tirante normal); $dH/ds > 0$ y el tirante H crece a lo largo de la corriente. Se tienen dos asíntotas: hacia aguas arriba, cuando $H \rightarrow H_0$ (se acerca por arriba) y $dH/ds \rightarrow 0$; la línea del tirante se hace paralela al hidroapoyo; hacia aguas abajo, cuando $H \rightarrow \infty$, entonces $dH/ds \rightarrow i$, lo que significa que el espejo del agua subterránea se hace horizontal.

Si $H < H_0$ (cuando el espejo del agua queda por debajo del tirante normal); $dH/ds < 0$ y el tirante disminuye con el sentido de la corriente (hasta un cierto punto en que dejan de ser válidas las condiciones de D-F). Se tienen dos asíntotas, igual que en el caso anterior: cuando $H \rightarrow H_0$ (se acerca por abajo) y $dH/ds \rightarrow 0$; la línea del tirante se hace paralela al hidroapoyo. En cambio, hacia aguas abajo, cuando $H \rightarrow 0$ entonces $dH/ds \rightarrow -\infty$, lo que significaría que el espejo del agua se hace vertical.

Para conocer el gasto unitario deben conocerse o medirse K , i , H_1 , H_2 , S_1 y S_2 . Después

mediante la ecuación (2), por tanteos (debido a que H_0 se encuentra tanto dentro como fuera de un logaritmo y no se puede despejar) se determina H_0 (para esto se supone un valor inicial, se calcula el segundo miembro de la ecuación y se hacen los ajustes necesarios hasta lograr la igualdad con el primer miembro de dicha ecuación). El gasto unitario de la corriente es: $q = K H_0 i$.

2) $i = 0$ (hidroapoyo horizontal)

En este caso la ecuación (1) se simplifica, quedando:

$$q = -KH \frac{dH}{ds};$$

integrando, queda :

$$s_2 - s_1 = L = \frac{K(H_1^2 - H_2^2)}{2q}; \quad (3)$$

de donde :

$$q = \frac{K(H_1^2 - H_2^2)}{2L}$$

Aquí el cálculo del gasto es directo, no se requieren procedimientos iterativos. En este caso la forma del espejo del agua es una sola.

Obsérvese que $dH / ds = -q / (KH) < 0$. Esto significa que al disminuir H y en el límite cuando $H \rightarrow 0$ entonces la derivada $dH / ds \rightarrow \infty$, lo que significaría que el espejo del agua se hace vertical.

3) $i < 0$ (pendiente del hidroapoyo en dirección contraria al movimiento del agua: el hidroapoyo “sube” en el sentido de la corriente, pero este efecto es compensado porque disminuye más rápidamente el tirante)

Conviene introducir $j = |i|$. La ecuación (1), queda:

$$q = -KH(j + \frac{dH}{ds});$$

introduciendo $q = KjH_0$:

$$jH_0 = -H(j + \frac{dH}{ds});$$

llamando $n = \frac{H}{H_0}$:

$$j = -n(j + H_0 \frac{dn}{ds});$$

integrando, queda :

$$j(s_2 - s_1) - H_1 + H_2 = H_0 \ln\left(\frac{H_0 + H_2}{H_0 + H_1}\right)$$

Debe hacerse notar que el valor del tirante normal H_0 en este caso no es el mismo que el obtenido cuando $i > 0$. Para analizar la forma del espejo del agua, obsérvese que:

$$\frac{dH}{ds} = -j\left(1 + \frac{H_0}{H}\right) < 0;$$

Cuando H disminuye y en particular cuando $H \rightarrow 0$ la pendiente $dH/ds \rightarrow \infty$ y la aplicación de las suposiciones de D-F dejan de ser válidas.

Para calcular el gasto se procede de la misma manera que cuando $i > 0$, teniéndose que proceder por tanteos.

II) Flujo de D-F cuando se tiene además recarga de infiltración uniforme y constante

Considérese un área de flujo, comprendida entre dos secciones se paradas a una distancia “L”, sobre la que hay una recarga uniforme y constante de magnitud “r”. Considérese un hidroapoyo horizontal. El tirante “H” adquiere los valores de H_1 y H_2 en los extremos de esta área y un cierto valor máximo H_m en algún punto dentro del área de estudio. Por elementales consideraciones de simetría, si los valores de s H_1 y H_2 son iguales el tirante máximo se localizará en el punto medio entre las dos secciones.

De acuerdo con la ley de Darcy, se tiene que la siguiente expresión del gasto por unidad de ancho (variable) en cualquier sección:

$$q_s = -KH \frac{dH}{ds} = -\frac{K}{2} \frac{dH^2}{ds};$$

Obsérvese que por continuidad la variación del gasto en una sección “ds” tiene que ser igual a la recarga en este tramo, es decir:

$$dq_s = r ds; \text{ o } dq_s / ds = r;$$

Derivando la penúltima expresión e igualándola a “r”, se obtiene:

$$\frac{d^2 H^2}{ds^2} + \frac{2r}{K} = 0;$$

integrando esta ecuación, se obtiene :

$$H^2 = -\frac{r}{K} s^2 + C_1 s + C_2;$$

Donde C_1 y C_2 son dos constantes de integración que se definen de las condiciones en los límites. Cuando $s = 0$, $H = H_1$; por lo que:

$$C_2 = H_1^2;$$

Por otro lado, cuando $s = L$, $H = H_2$, por lo que:

$$C_1 = \frac{H_2^2 - H_1^2}{L} + \frac{rL}{K};$$

substituyendo las constantes, queda :

$$H^2 = H_1^2 - \frac{H_1^2 - H_2^2}{L}s + \frac{rL}{K}s - \frac{rs^2}{K}; \quad (4)$$

derivando e igualando a 0 para determinar el punto máximo :

$$a = \frac{L}{2} - \frac{K(H_1^2 - H_2^2)}{2rL};$$

Puede verse que si $H_1 = H_2$ el punto de máximo tirante se localizará al centro. Substituyendo la derivada de H^2 en la expresión del gasto q_s , se obtiene:

$$q_s = \frac{K(H_1^2 - H_2^2)}{2L} - \frac{rL}{2} + rs;$$

si $s = 0$; entonces $q_s = q_1$, es :

$$q_1 = \frac{K(H_1^2 - H_2^2)}{2L} - \frac{rL}{2}; \quad (5)$$

anlogamente, si $s = L$; entonces $q_s = q_2$:

$$q_2 = \frac{K(H_1^2 - H_2^2)}{2L} + \frac{rL}{2}; \quad (6)$$

en general, en cualquier sección :

$$q_s = q_1 + rs; \quad (7)$$

Puede verse que si el valor de la recarga $r = 0$, entonces las fórmulas (5) y (6) se hacen igual a la fórmula (3).

III) Exactitud de la fórmula de Dupuit

La fórmula (3) y sus extensiones (5), (6) y (7) cuando se considera recarga de infiltración, es conocida como fórmula de Dupuit y ha llamado la atención de muchos investigadores, porque a pesar de su sencillez proporciona valores muy aproximados. Charniy demostró que esa fórmula es exacta (dentro de los límites de la teoría), partiendo de un esquema de flujo bidimensional (sin las suposiciones simplificadoras de D-F), el cual se explica a continuación.

Considérese que la componente de velocidad horizontal, v_x , varía a lo largo de una vertical (z), lo que seguramente ocurre en la realidad. Se puede escribir:

$$dq = v_x dz = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dz;$$

integrando :

$$q = \int_0^H \frac{\partial \varphi}{\partial x} dz;$$

Analicemos la función :

$$I = \int_0^H \varphi(x, z) dx;$$

Derivando por parámetro (regla de Leibnitz),

se obtiene :

$$\frac{dI}{dx} = \varphi(x, H) \frac{dH}{dx} + \int_0^H \frac{\partial \varphi}{\partial x} dz$$

El valor de la función φ cuando $z = H$, es: $\varphi(x, H) = -KH$, (el valor de esta función puede variar de manera desconocida a otras profundidades); por tanto se puede reescribir la última expresión así:

$$\frac{dI}{dx} = \int_0^H \frac{\partial \varphi}{\partial x} dz - \frac{d}{dx} \left(\frac{KH^2}{2} \right);$$

de donde :

$$q = \frac{dI}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{KH^2}{2} \right);$$

cuando hay infiltración : $q = q_s = q_1 + r x$;

$$(q_1 + rx) dx = dI + d \left(\frac{KH^2}{2} \right); \quad (8)$$

integrando en x de 0 a L :

$$q_1 L + \frac{rL^2}{2} = I_L - I_0 + \frac{1}{2} K (H_2 + \Delta_2)^2 - \frac{1}{2} K (H_1 + \Delta_1)^2;$$

Aquí se está suponiendo que en las zonas de afloramiento la zona saturada queda por encima del nivel del agua en las fronteras, en magnitudes desconocidas denominadas Δ_1 y Δ_2 . Estos son las sobreelevaciones del nivel freático para vencer las resistencias del aire a la salida del flujo. Inicialmente se determinarán los valores de I_L e I_0 .

Obsérvese que en la segunda sección, cuando $x = L$, en el rango $0 \leq z \leq H_2$, se tiene:

$$\varphi = -KH_2;$$

Ahora, en el rango $H_2 \leq z \leq H_2 + \Delta_2$, por ser zona de afloramiento, se tiene:

$$\varphi = -Kz;$$

Por lo anterior, el valor de la función I_L es:

$$I_L = -K H_2 \int_0^{H_2} dz - K \int_{H_2}^{H_2+\Delta_2} z dz;$$

$$I_L = -K H_2^2 - \frac{K}{2} (H_2 + \Delta_2)^2 + \frac{K}{2} H_2^2;$$

$$I_L = -\frac{K}{2} H_2^2 - \frac{K}{2} (H_2 + \Delta_2)^2;$$

Análogamente :

$$I_0 = -\frac{K}{2} H_1^2 - \frac{K}{2} (H_1 + \Delta_1)^2;$$

Substituyendo las expresiones encontradas en la ecuación (8), se obtiene:

$$q_1 L + \frac{r L^2}{2} = \frac{K H_1^2}{2} - \frac{K H_2^2}{2};$$

de donde :

$$q_1 = \frac{K(H_1^2 - H_2^2)}{2L} - \frac{rL}{2};$$

o :

$$q_2 = q_1 + rL = \frac{K(H_1^2 - H_2^2)}{2L} + \frac{rL}{2};$$

Como pudo observarse, se eliminaron los valores desconocidos de las alturas de afloramiento Δ_1 y Δ_2 . De esta manera queda comprobada la exactitud de la fórmula de Dupuit.

Anexo 4. Solución de la fórmula de Theis

Se trata de resolver la ecuación (1)

$$\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \quad (1)$$

Efectuando el cambio de variable de ecuación (2)

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t} \quad (2)$$

Queda una función exclusiva de u :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial r} &= \frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{S r^2}{4 T t} \right) = \frac{\partial h}{\partial u} \frac{2 r S}{4 T t} \\ \frac{\partial h}{\partial r} &= \frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{r S}{2 T t} \frac{\partial h}{\partial u} \end{aligned} \quad (3)$$

Obteniendo la segunda derivada de la ecuación (3) que contiene un producto de dos funciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial h}{\partial u} \right) \\ \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} &= \frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{S r^2}{4 T t} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{S r^2}{4 T t} \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial h}{\partial u} \right) \\ \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} &= \frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{2 S r}{4 T t} \right) + \frac{2 S r}{4 T t} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial h}{\partial u} \right) \\ \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} &= \frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{S r}{2 T t} \right) + \frac{S r}{2 T t} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial h}{\partial u} \right) = \frac{\partial h}{\partial u} \left(\frac{S}{2 T t} \right) + \frac{S r}{2 T t} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial h}{\partial u} \right) \\ \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} &= \frac{\partial h}{\partial u} \left(\frac{S}{2 T t} \right) + \frac{S r}{2 T t} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} &= \frac{\partial h}{\partial u} \left(\frac{S}{2 T t} \right) + \frac{S r}{2 T t} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{S r}{2 T t} \frac{\partial h}{\partial u} \right) \\ \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} &= \frac{\partial h}{\partial u} \left(\frac{S}{2 T t} \right) + \frac{S^2 r^2}{4 T^2 t^2} \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} \end{aligned} \quad (4)$$

Realizando el mismo procedimiento para $\partial h / \partial t$, se tiene que:

$$\begin{aligned}\frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial u} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S r^2}{4Tt} \right) \\ \frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{\partial h}{\partial u} \left(\frac{-S r^2 4T}{16T^2 t^2} \right) \\ \frac{\partial h}{\partial t} &= -\frac{\partial h}{\partial u} \left(\frac{S r^2}{4Tt^2} \right)\end{aligned}\quad (5)$$

Sustituyendo ecuaciones (4), (3) y (5) en ecuación (1), se tiene que:

$$\begin{aligned}\frac{S}{2Tt} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{S^2 r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + \frac{1}{r} \frac{S r}{2Tt} \frac{\partial h}{\partial u} &= \frac{S}{T} \left(\frac{-S r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial h}{\partial u} \right) \\ \frac{S}{2Tt} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{S^2 r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + \frac{S}{2Tt} \frac{\partial h}{\partial u} &= -\frac{S^2 r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial h}{\partial u} \\ \text{ordenando} \\ \frac{S^2 r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + \frac{S}{2Tt} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{S}{2Tt} \frac{\partial h}{\partial u} &= -\frac{S^2 r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial h}{\partial u} \\ \frac{S^2 r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + \frac{2S}{2Tt} \frac{\partial h}{\partial u} &= -\frac{S^2 r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial h}{\partial u} \\ \frac{S^2 r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + \frac{S}{Tt} \frac{\partial h}{\partial u} &= -\frac{S^2 r^2}{4T^2 t^2} \frac{\partial h}{\partial u}\end{aligned}\quad (7)$$

dividiendo (7) por $\frac{S}{Tt}$, se tiene que :

$$\frac{S r^2}{4Tt} \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + \frac{\partial h}{\partial u} = -\frac{S r^2}{4Tt} \frac{\partial h}{\partial u}$$

si $u = \frac{S r^2}{4Tt}$, entonces :

$$u \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + \frac{\partial h}{\partial u} = -u \frac{\partial h}{\partial u}$$

$$u \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + \frac{\partial h}{\partial u} + u \frac{\partial h}{\partial u} = 0$$

$$u \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + (1+u) \frac{\partial h}{\partial u} = 0$$

Efectuando el nuevo cambio de variable:

$$v = u \frac{dh}{du}$$

$$\frac{dv}{du} = u \frac{d^2h}{du^2} + \frac{dh}{du}$$

$$u \frac{d^2h}{du^2} + (1+u) \frac{dh}{du} = \frac{dv}{du} + v$$

$$\frac{dv}{v} = -du; \text{ que es de variables separadas}$$

$$v = C e^{-u}; C = \text{cte}$$

Entonces volviendo al último cambio de variable se obtiene :

$$C e^{-u} = u \frac{dh}{du}$$

que es también de variables separadas.. Integrándola :

$$h = C \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du + B = C W(u) + B$$

siendo B la nueva constante de integración.

Aplicando las condiciones de contorno que definen el problema se tiene:

$$1) h(\infty, t) = h_0$$

$$2) Q = \lim_{r \rightarrow \infty} 2\pi r T \frac{\partial h}{\partial r}$$

3) Además hay que incluir la condición en el origen $h(r, 0) = h_0$. La primera condición conduce a $B = h_0$ pues $u = \infty$. Como es:

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S r}{2T t} \frac{dh}{du} = -C \frac{S r}{2T t} \frac{e^u}{u}$$

La segunda condición conduce a:

$$Q = \lim_{r \rightarrow 0} 2\pi r T C \frac{S r}{2T t} \frac{4T t}{S r^2} \exp\left(-\frac{S r^2}{4T t}\right) = \lim_{r \rightarrow 0} 4\pi T C \exp\left(-\frac{S r^2}{4T t}\right)$$

$$Q = -4\pi T C; C = -\frac{Q}{4\pi T}$$

luego será:

$$h_0 - h = s = \frac{Q}{4\pi T} W(u); \text{ que es la fórmula de Theis}$$

Anexo 5. Desarrollo del algoritmo de Thomas (Óscar L. Palacios Vélez. Octubre de 2001)

Al resolver numéricamente problemas de flujo unidimensional, mediante el método de Diferencias Finitas, para cada estrato en que se ha subdividido el dominio de flujo, se tienen que resolver ecuaciones del siguiente tipo:

$$A_i H_{i-1} + B_i H_i + C_i H_{i+1} = D_i \quad (1)$$

donde H_{i-1} , H_i y H_{i+1} son las incógnitas, por ejemplo las cargas hidráulicas, y A_i , B_i y C_i son coeficientes conocidos. i es el número de estrato y varía de 1 a n .

La ecuación (1) significa que la carga en el i -ésimo estrato está relacionada con las cargas en los estratos anterior y posterior, exceptuando el primero y el último estrato, los que tienen que definirse, además, en función de las condiciones de frontera.

El sistema de ecuaciones (1) se denomina Tridiagonal, porque escrito en forma matricial en cada renglón de la matriz solo se diferencian de cero los coeficientes ubicados en tres diagonales, exceptuando el primer renglón y el último, que solo tienen dos coeficientes diferentes de cero.

SOLUCION

Existe un método directo para resolver este sistema de ecuaciones, el cual se conoce como Algoritmo de Thomas o Progonka.

A continuación se deduce la solución del sistema de ecuaciones.

- Se propone expresar la solución del sistema de ecuaciones, de manera que el potencial en cada nodo se obtenga en función del potencial en el siguiente nodo, es decir:

$$H_i = F_i + G_i H_{i+1} \quad ; i = n-1, 1; \quad (2)$$

donde F_i y G_i son dos coeficientes que se calcularán en la forma indicada más adelante.

- Escribiendo la ecuación (2) para el nodo $i-1$, queda:

$$H_{i-1} = F_{i-1} + G_{i-1} H_i \quad (3)$$

- Sustituyendo (3) en (1), se tiene:

$$A_i (F_{i-1} + G_{i-1} H_i) + B_i H_i + C_i H_{i+1} = D_i$$

- Despejando H_i , se tiene:

$$H_i (A_i G_{i-1} + B_i) = D_i - A_i F_{i-1} - C_i H_{i+1}$$

$$H_i = \frac{D_i - A_i F_{i-1}}{A_i G_{i-1} + B_i} + \frac{-C_i}{A_i G_{i-1} + B_i} H_{i+1} \quad (4)$$

- Comparando (4) y (2), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 F_i &= \frac{D_i - A_i F_{i-1}}{A_i G_{i-1} + B_i} \\
 G_i &= \frac{-C_i H_{i+1}}{A_i G_{i-1} + B_i}
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Secuencia de cálculo

1.- Se define F_1 y G_1 de la condición de frontera superior:

a) Para la Condición de Frontera de Primer Género, o Condición de Dirichlet, la carga H_1 es conocida, y para que se cumpla la ecuación (2) es necesario que:

$$F_1 = H_1 \text{ (dado) y } G_1 = 0$$

b) Para la Condición de Frontera de Segundo Género, o Condición de Newmann, el gasto entre los dos primeros estratos es conocido, es decir se conoce:

$$Q_1 = k \frac{H_1 - H_2}{\Delta Z} = \frac{H_1 - H_2}{R_1} \text{ (dado)}$$

Donde:

$$R_1 = \frac{\Delta Z}{k}$$

Obsérvese que ΔZ es la distancia entre los centros de los estratos y estará formada por la suma de las mitades de los espesores de los dos estratos vecinos considerados. Cuando el espesor de todos los estratos es el mismo, esta distancia coincide con el espesor de los estratos.

Despejando H_1 , se tiene:

$$H_1 = R_1 Q_1 + H_2$$

Comparando esta expresión con la ecuación (2), se tiene que:

$$F_1 = R_1 Q_1 \quad \text{y} \quad G_1 = 1.$$

2.- Se calculan F_i y G_i , de $i = 2$ a $n-1$; mediante las fórmulas:

$$\begin{aligned}
 F_i &= \frac{D_i - A_i F_{i-1}}{A_i G_{i-1} + B_i} \\
 & \qquad \qquad \qquad i = 2 \dots n-1
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

$$G_i = \frac{-C_i H_{i+1}}{A_i G_{i-1} + B_i}$$

3.- Se define H_n de la condición de frontera inferior:

a) Para la Condición de Dirichlet:

H_n está dado.

b) Para la Condición de Newmann:

$$Q_n = \frac{H_{n-1} - H_n}{R_{n-1}} \text{ (dado)}$$

Considerando, además que debe cumplirse la ecuación:

$$H_{n-1} = F_{n-1} + G_{n-1} H_n$$

Sustituyendo H_{n-1} se tiene:

$$Q_n = \frac{F_{n-1} + G_{n-1} H_n - H_n}{R_{n-1}} = \frac{F_{n-1} + H_n (G_{n-1} - 1)}{R_{n-1}}$$

Despejando H_n :

$$H_n = \frac{Q_n R_{n-1} - F_{n-1}}{G_{n-1} - 1} \quad (7)$$

c) Si en la frontera inferior en lugar de conocerse el gasto solo se sabe que hay un "gradiente unitario", es decir flujo libre, entonces:

$$\frac{H_n - H_{n-1}}{\Delta Z} = -1$$

Despejando H_{n-1} , se tiene:

$$H_n - H_{n-1} = -\Delta Z$$

$$H_{n-1} = \Delta Z + H_n$$

Sustituyendo H_{n-1} en la ecuación (2), se obtiene:

$$\Delta Z + H_n = F_{n-1} + G_{n-1} H_n$$

Despejando H_n :

$$H_n (1 - G_{n-1}) = F_{n-1} - \Delta Z$$

Finalmente, en este caso, se tiene que:

$$H_n = \frac{F_{n-1} - \Delta Z}{1 - G_{n-1}}$$

4.- Finalmente se calculan los valores de H_i hacia *atrás*, es decir se calcula:

$$H_i = F_i + G_i H_{i+1} ; i = n-1 \dots 1. \quad (8)$$

Se recomienda que al discretizar el dominio del flujo el primer estrato y el último sean más delgados que el resto de los estratos.

El espesor del primer estrato y del último incluso puede ser nulo, ya que esto no conlleva a ninguna división por cero, puesto que al calcular la resistencia hidráulica se tiene que dividir la conductividad hidráulica entre la distancia entre los centros de los estratos, y como esta distancia está formada por la mitad del espesor de cada estrato, su suma no será nula.

La facilidad y simplicidad de este algoritmo ha propiciado su uso en la solución de problemas bidimensionales, de manera iterativa, como lo explican López Avendaño, J. E., O. Palacios Vélez, C. Fuentes Ruiz, L. Rendón Pimentel y N. H. García Villanueva. Análisis bidimensional de la infiltración en el riego por surcos. *Agrociencia*, vol. 31, No. 3, Julio-Septiembre, 1997, pp 259-269.

Anexo 6. Estaciones climáticas ubicadas dentro del área y sus alrededores del acuífero Texcoco.

La información diaria de cada estación y sus variables se proporcionan en el CD anexo. Esta información fue obtenida del Extractor Rápido de Información Climática (ERIC III). En las estaciones con datos faltantes (máximo tres meses), se determinaron con el generador de datos climáticos del programa EPIC (Erosión-Productivity Impact Calculator) (extensiones WXGEN y wxparm); versión 30303, The United States Department of Agriculture, Agricultural Research Service and Soil Conservation Service.

Cuadro 10.3. Estaciones climáticas ubicadas en el acuífero Texcoco

| No. | Estado | Clave | Nombre | Longitud | Latitud | Altitud |
|-----|------------------|----------|--------------------------|-----------|----------|---------|
| 1 | Distrito Federal | 9007 | CINCEL 42 (COL. SEVILLA) | -99.11700 | 19.41700 | 2,214 |
| 2 | Distrito Federal | 9012 | COL. ESCANDON | -99.13300 | 19.50000 | 2,245 |
| 3 | Distrito Federal | 9013 | COL. MOCTEZUMA (SMN) | -99.10000 | 19.43300 | 2,211 |
| 4 | Distrito Federal | 9014 | COL. SANTA URSULA COAPA | -99.11700 | 19.30000 | 2,224 |
| 5 | Distrito Federal | 9026 | MORELOS 77 (IXTAPALAPA) | -99.08300 | 19.36700 | 2,216 |
| 6 | Distrito Federal | 9029 | KM. 6+250 GRAN CANAL | -99.08300 | 19.48300 | 2,240 |
| 7 | Distrito Federal | 9032 | MILPA ALTA, MILPA ALTA | -99.01700 | 19.18300 | 2,420 |
| 8 | Distrito Federal | 9034 | MOYOGUARDA (XOCHIMILCO) | -99.10000 | 19.28300 | 2,224 |
| 9 | Distrito Federal | 9043 | COL. SAN JUAN DE ARAGON | -99.06700 | 19.46700 | 2,340 |
| 10 | Hidalgo | 13024 | POTRERITO, EMILIANO Z. | -98.63300 | 19.60000 | 2,620 |
| 11 | México | 15008 | ATENCO, TEXCOCO (DGE) | -98.91700 | 19.55000 | 2,300 |
| 12 | México | 15022 | CHICONAUTLA, ECATEPEC. | -99.00000 | 19.65000 | 2,245 |
| 13 | México | 15041 | KM. 27+250 GRAN CANAL, | -99.06700 | 19.66700 | 2,250 |
| 14 | México | 15044 | LA GRANDE (TEXCOCO), | -98.88300 | 19.55000 | 2,800 |
| 15 | México | 15050 | LOS REYES, LA PAZ | -98.98300 | 19.36700 | 2,245 |
| 16 | México | 15082 | RIO FRIO, IXTAPALUCAN | -98.66700 | 19.35000 | 3,000 |
| 17 | México | 15083 | SAN ANDRES, TEXCOCO | -98.88300 | 19.51700 | 2,268 |
| 18 | México | 15092 | SAN JUAN IXHUATEPEC, | -99.13300 | 19.51700 | 2,240 |
| 19 | México | 15094 | SAN LUIS AMECA, | -98.96700 | 19.18300 | 2,450 |
| 20 | México | 15101 | S. M. TLAIXPAN, TEXCOCO | -98.81700 | 19.51700 | 2,420 |
| 21 | México | 15106 | SAN RAFAEL, TLALMANALCO | -98.75000 | 19.20000 | 2,530 |
| 22 | México | 15124 | TEPEXPAN, TEPEXPAN | -98.91700 | 19.61700 | 2,240 |
| 23 | México | 15141 | T.AGROP.32 TLALPITZAHUC, | -98.90000 | 19.25000 | 2,200 |
| 24 | México | 15145 | CAMTO. PLAN LAGO DE TEX. | -99.00000 | 19.45000 | 2,236 |
| 25 | México | 15167 | EL TEJOCOTE (TEXCOCO), | -98.90000 | 19.45000 | 2,485 |
| 26 | México | 15170 | CHAPINGO, TEXCOCO | -98.88300 | 19.50000 | 2,250 |
| 27 | Puebla | 21096 | SANTA RITA TLAHUAPAN,DGE | -98.58300 | 19.33300 | 2,740 |
| 28 | Tlaxcala | . 029025 | SAN MARCOS, CALPULALPAN | -98.63200 | 19.59700 | 2,540 |

Anexo 7. Pruebas para verificar la calidad de los datos de precipitación

Anexo 8. Pruebas de bondad de ajuste de la Precipitación

Los anexos 7 y 8 son extensos, por lo que se adjunta un archivo de datos en Microsoft Excel



ANEXOS 5 Y 6 (ANÁLISIS DE LA CALIDAD, HOMOGENEIDAD Y PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE DE LOS DATOS DE PRECIPITACIÓN)

Anexo 9. Las líneas equipotenciales se determinaron como la diferencia de la altitud del brocal original y la profundidad del nivel estático en el año 2009.

Cuadro 10.4. Igual elevación del nivel estático

| No. Consecutivo | Identificador del pozo piloto | Altitud Brocal Original (m.s.n.m) | Igual Profundidad al N.E (m) 2009 | Igual Elevación del N.E (msnm) 2009 | No. Consecutivo | Identificador del pozo piloto | Altitud Brocal Original (m.s.n.m) | Igual Profundidad al N.E (m) 2009 | Igual Elevación del N.E (msnm) 2009 |
|-----------------|-------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|-----------------|-------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 110-B | 2,290.00 | 99.17 | 2,190.83 | 37 | EK-54 | 2,295.00 | 32.73 | 2,262.27 |
| 2 | 31-A | 2,277.22 | 84.06 | 2,193.16 | 38 | EK-62 | 2,264.00 | 73.88 | 2,190.12 |
| 3 | 45-AV | 2,280.86 | 91.67 | 2,189.19 | 39 | EL-03 | 2,288.00 | 66.00 | 2,222.00 |
| 4 | 46-A | 2,285.00 | 91.16 | 2,193.84 | 40 | EL-84 | 2,264.80 | 64.86 | 2,199.94 |
| 5 | 58-A | 2,250.00 | 61.49 | 2,188.51 | 41 | EL-87V | 2,267.00 | 61.80 | 2,205.20 |
| 6 | 98-B | 2,240.00 | 63.02 | 2,176.98 | 42 | EM-03 | 2,261.77 | 62.06 | 2,199.71 |
| 7 | B-155 | 2,244.50 | 63.42 | 2,181.08 | 43 | EM-74 | 2,276.00 | 61.93 | 2,214.07 |
| 8 | B-273 | 2,235.62 | 55.66 | 2,179.96 | 44 | EM-92 | 2,308.00 | 48.17 | 2,259.83 |
| 9 | B-465 | 2,240.00 | 69.28 | 2,170.72 | 45 | EN-58 | 2,257.60 | 63.02 | 2,194.58 |
| 10 | B-497 | 2,242.50 | 61.27 | 2,181.23 | 46 | EN-83 | 2,250.00 | 63.54 | 2,186.46 |
| 11 | BO-37V | 2,350.00 | 147.21 | 2,202.79 | 47 | EN-97 | 2,248.00 | 60.92 | 2,187.08 |
| 12 | C-771 | 2,235.00 | 57.90 | 2,177.10 | 48 | EO-20 | 2,253.00 | 62.35 | 2,190.65 |
| 13 | C953V | 2,250.34 | 58.99 | 2,191.35 | 49 | EO-53 | 2,256.27 | 67.44 | 2,188.83 |
| 14 | CO-34 | 2,239.80 | 32.46 | 2,207.34 | 50 | EP-38 | 2,280.00 | 89.08 | 2,190.92 |
| 15 | D-868 | 2,247.00 | 74.49 | 2,172.51 | 51 | EP-55V | 2,247.00 | 67.59 | 2,179.41 |
| 16 | DO-35 | 2,350.00 | 97.22 | 2,252.78 | 52 | EP-87 | 2,248.78 | 63.36 | 2,185.42 |
| 17 | E-133 | 2,245.00 | 104.45 | 2,310.55 | 53 | ER-14 | 2,243.50 | 61.10 | 2,182.40 |
| 18 | E-347 | 2,248.41 | 57.46 | 2,190.95 | 54 | ER-26V | 2,245.00 | 61.43 | 2,183.57 |
| 19 | E-40 | 2,239.74 | 54.51 | 2,185.23 | 55 | ER-27V | 2,242.71 | 56.69 | 2,186.02 |
| 20 | E-44 | 2,242.83 | 56.63 | 2,186.20 | 56 | ER-87V | 2,256.84 | 73.30 | 2,183.54 |
| 21 | E-607V | 2,251.17 | 63.46 | 2,187.71 | 57 | ER-88 | 2,263.00 | 78.75 | 2,184.25 |
| 22 | E-708 | 2,297.50 | 62.26 | 2,235.24 | 58 | ER-96 | 2,255.41 | 74.69 | 2,180.72 |
| 23 | E-866 | 2,249.94 | 58.12 | 2,191.82 | 59 | ES-05V | 2,287.50 | 95.82 | 2,191.68 |
| 24 | EA-47 | 2,246.82 | 62.84 | 2,183.98 | 60 | ES-07 | 2,269.00 | 88.94 | 2,180.06 |
| 25 | EA-69 | 2,255.50 | 67.23 | 2,188.27 | 61 | ES-65 | 2,248.07 | 60.10 | 2,187.97 |
| 26 | EA-82 | 2,267.67 | 58.24 | 2,209.43 | 62 | ES-85 | 2,268.83 | 86.00 | 2,182.83 |
| 27 | EB-15 | 2,258.66 | 67.18 | 2,191.48 | 63 | ES-98 | 2,265.55 | 84.94 | 2,180.61 |
| 28 | EC-11 | 2,254.99 | 60.42 | 2,194.57 | 64 | ES-99 | 2,281.19 | 98.88 | 2,182.31 |
| 29 | EC-35 | 2,252.43 | 49.14 | 2,203.29 | 65 | ET-04 | 2,254.24 | 74.67 | 2,179.57 |
| 30 | EC-36 | 2,251.84 | 62.87 | 2,188.97 | 66 | ET-75 | 2,238.91 | 53.00 | 2,185.91 |
| 31 | ED-12 | 2,253.94 | 61.13 | 2,192.81 | 67 | ET-77 | 2,236.98 | 55.20 | 2,181.78 |
| 32 | EJ-18 | 2,275.50 | 83.58 | 2,191.92 | 68 | EW-55 | 2,237.41 | 57.65 | 2,179.76 |
| 33 | EJ-20 | 2,288.50 | 59.21 | 2,229.29 | 69 | EX-07 | 2,243.75 | 44.96 | 2,198.79 |
| 34 | EJ-51V | 2,295.00 | 51.46 | 2,243.54 | 70 | F-107 | 2,247.00 | 63.30 | 2,183.70 |
| 35 | EJ-72 | 2,292.60 | 30.93 | 2,261.67 | 71 | F-131 | 2,246.00 | 42.98 | 2,203.02 |
| 36 | EJ-86 | 2,278.25 | 45.03 | 2,233.22 | 72 | F-236 | 2,268.46 | 80.98 | 2,187.48 |

Anexo 10. Pruebas de bombeo en dos pozos ubicados en el Colegio de Postgraduados y en la Universidad Autónoma Chapingo. (Se anexa archivo adjunto).