



**COLEGIO DE POSTGRADUADOS**

INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN  
EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO DE SOCIOECONOMÍA, ESTADÍSTICA E  
INFORMÁTICA, ESTADÍSTICA

**PRUEBAS PARA LA DISTRIBUCIÓN  
EXPONENCIAL CON DOS PARÁMETROS**

DAVID ISRAEL CELIS EUÁN

T E S I S

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS

MONTECILLO, TEXCOCO, EDO. DE MÉXICO, 2012.

---

---

La presente tesis titulada: PRUEBAS PARA LA DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL CON DOS PARÁMETROS, realizada por el alumno: DAVID ISRAEL CELIS EUAN, bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito para obtener el grado de:

## MAESTRO EN CIENCIAS

### SOCIOECONOMÍA, ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA- ESTADÍSTICA

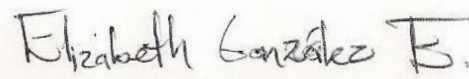
#### CONSEJO PARTICULAR

CONSEJERO:



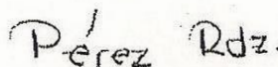
Dr. José A. Villaseñor Alva

ASESOR:



Dra. Elizabeth González Estrada

ASESOR:



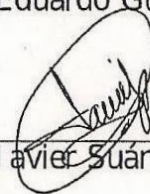
Dr. Paulino Pérez Rodríguez

ASESOR:



Dr. Eduardo Gutiérrez González

ASESOR:



Dr. Javier Suárez Espinosa

---

*Montecillo, Texcoco, Estado de México, Enero del 2012*

---

## A G R A D E C I M I E N T O S

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT ), por el apoyo económico brindado para poder concluir mis estudios de Maestría.*

*Al Colegio de Postgraduados, por abrirme las puertas y así continuar con mi formación académica.*

*Al Dr. José A. Villaseñor Alva por su paciencia, por el tiempo invertido, por las exhortaciones, por la asesoría que en todo tiempo me brindó.*

*A la Dra. Elizabeth González Estrada que aunque se incorporó en la etapa del final del trabajo, fue de gran ayuda para concluir satisfactoriamente en el tiempo establecido.*

*Al Dr. Eduardo Gutiérrez González por su ayuda en la revisión de este trabajo y por sus buenos consejos.*

*Al Dr. Paulino Pérez Rodríguez por el apoyo recibido en la revisión de este trabajo.*

*Al Dr. Javier Suarez Espinosa por la ayuda recibida en la etapa de estudiante y por su participación como asesor en esta tesis.*

*A la familia Cumplido Barrera por el apoyo económico y moral durante la realización de este trabajo.*

*Al amigo y hermano, el Ing. Baltazar Martínez Ramírez que de igual modo me apoyó en lo económico durante la realización de este trabajo.*

*Al compañero y amigo M.C. Diego Jarquin por su amistad y compañerismo.*

*A Emma, Isabel y Carmen que fueron de gran ayuda en la parte administrativa.*

## DEDICATORIA

*Al Dios y Padre de nuestro Señor Jesucristo por el apoyo que me ha brindado en todas las etapas de mi vida, particularmente en la actual.*

*A mis padres: José Concepción Celis Pérez y María Sofía Euan Chan<sup>+</sup>, por ser ambos un aliciente para seguir adelante.*

*A mis hermanos: Lizza Mineli, Manuel Jesús, Santos Martín, Juan de Dios y Jacqueline del Carmen, por su apoyo moral y por el especial cariño que nos une como familia.*

*A mi tía Amalia Celis y a los miembros de las familias Celis Raigoza y Góngora Celis por ocupar un lugar especial en mi vida.*

*A los amigos y hermanos de la congregación cristiana Jehová-Shalom por su amistad y compañía en toda mi estancia en el estado de México.*

*A mis compañeros de Maestría: María, Víctor, Alberto, Alma, Emanuel, Sandra y Juan; por su amistad y compañía.*

# Índice General

1.	Introducción	1
1.1.	Revisión sobre pruebas de exponencialidad . . . . .	2
1.2.	Objetivos . . . . .	3
1.2.1.	Objetivo general . . . . .	3
1.2.2.	Objetivos particulares . . . . .	3
2.	Revisión de Literatura	4
2.1.	Conceptos sobre pruebas de bondad de ajuste . . . . .	4
2.2.	La distribución Exponencial . . . . .	6
3.	Prueba de bondad de ajuste basada en la razón de dos estimadores	8
3.1.	Formulación del contraste de Hipótesis . . . . .	8
3.2.	Construcción de la estadística de prueba . . . . .	9
3.3.	Funciones de densidad y de distribución de $T^*$ y $T$ bajo $H_0$ . .	12
3.3.1.	Función de densidad de $T^*$ . . . . .	13
3.3.2.	Función de densidad de $T$ . . . . .	16
3.4.	Valores Críticos de $T^*$ y $T$ . . . . .	18
3.4.1.	Valores Críticos para $T^*$ . . . . .	19
3.4.2.	Valores Críticos para $T$ . . . . .	20
3.5.	Pruebas de bondad de ajuste $T^*$ y $T$ . . . . .	20
3.6.	Tamaño de las pruebas $T^*$ y $T$ . . . . .	21
3.6.1.	Tamaño de la prueba $T^*$ . . . . .	22
3.6.2.	Tamaño de la prueba $T$ . . . . .	22
3.7.	Potencia de las pruebas $T^*$ y $T$ . . . . .	22
3.7.1.	Potencia de la prueba $T^*$ . . . . .	24
3.7.2.	Potencia de la prueba $T$ . . . . .	27
4.	Estudio comparativo de las potencias de las pruebas $T^*$ y $T$ contra otras pruebas conocidas	30
4.1.	Descripción de las pruebas a comparar . . . . .	30
4.2.	Comparación de los tamaños de las pruebas . . . . .	34
4.2.1.	Comparación de tamaños de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$	34
4.2.2.	Comparación de tamaños de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$	35

---

4.3. Comparación de pruebas por medio de su potencia . . . . .	37
4.3.1. Comparación de las potencias de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T$	37
4.3.2. Comparación de potencias de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$	54
5. Conclusiones y Recomendaciones	<b>70</b>
5.1. Conclusiones y Recomendaciones respecto a $T^*$ . . . . .	70
5.2. Conclusiones y Recomendaciones respecto a $T$ . . . . .	71
6. Bibliografía	<b>72</b>

# Índice de Figuras

3.1.	Densidad suavizada de $T^*$ bajo $H_0$ , para $n = 20$ . . . . .	13
3.2.	Densidad suavizada de $T^*$ bajo $H_0$ , para $n = 40$ . . . . .	14
3.3.	Densidad suavizada de $T^*$ bajo $H_0$ , para $n = 80$ . . . . .	15
3.4.	Densidad suavizada de $T$ bajo $H_0$ , para $n = 20$ . . . . .	16
3.5.	Densidad suavizada de $T$ bajo $H_0$ , para $n = 40$ . . . . .	17
3.6.	Densidad suavizada de $T$ bajo $H_0$ , para $n = 80$ . . . . .	18
3.7.	Potencias estimadas de la prueba $T^*$ cuando la hipótesis alternativa es la distribución $\text{Gamma}(\alpha, 1)$ con $\alpha^* = 0.05$ y $n = 10, 30, 50, 100$ . . . . .	24
3.8.	Potencias estimadas de la prueba $T^*$ cuando la hipótesis alternativa es la distribución Pareto Generalizada(1, $\gamma$ ) con $\alpha^* = 0.05$ y $n = 10, 30, 50, 100$ . . . . .	25
3.9.	Potencias estimadas de la prueba $T^*$ cuando la hipótesis alternativa es la distribución $\text{Weibull}(a, 1)$ con $\alpha^* = 0.05$ y $n = 10, 30, 50, 100$ . . . . .	26
3.10.	Potencias estimadas de la prueba $T$ cuando la hipótesis alternativa es la distribución $\text{Gamma}(\alpha, 2)$ con $\alpha^* = 0.05$ y $n = 10, 30, 50, 100$ . . . . .	27
3.11.	Potencias estimadas de la prueba $T$ cuando la hipótesis alternativa es la distribución Pareto Generalizada(2, 2, $\gamma$ ) con $\alpha^* = 0.05$ y $n = 10, 30, 50, 100$ . . . . .	28
3.12.	Potencias estimadas de la prueba $T$ cuando la hipótesis alternativa es la distribución $\text{Weibull}(a, 2)$ con $\alpha^* = 0.05$ y $n = 10, 30, 50, 100$ . . . . .	29
4.1.	Tamaños estimados de las pruebas $CO, SW$ y $T^*$ con $\alpha^* = 0.05$ y $n = 20, 40, 60, \dots, 160$ cuando la muestra proviene de la distribución $\text{Exp}(\beta)$ . . . . .	35
4.2.	Tamaños estimados de las pruebas $COC, SW$ y $T$ con $\alpha^* = 0.05$ y $n = 20, 40, 60, \dots, 160$ cuando la muestra proviene de la distribución $\text{Exp}(\mu, \beta)$ . . . . .	36
4.3.	Potencias estimadas de las pruebas $CO, SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $\text{Gamma}(\alpha, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	39
4.4.	Potencias estimadas de las pruebas $CO, SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Pareto generalizada(0, 1, $\gamma$ ) en la hipótesis alternativa. . . . .	40
4.5.	Potencias estimadas de las pruebas $CO, SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $\text{Weibull}(a, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	41
4.6.	Potencias estimadas de las pruebas $CO, SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $\text{Chi} - \text{Cuadrada}(k)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	42
4.7.	Potencias estimadas de las pruebas $CO, SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $\text{LogBeta}(1, \theta)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	43

4.8. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(1, \sigma)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	44
4.9. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 0.5)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	45
4.10. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	46
4.11. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	47
4.12. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(1, \theta)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	48
4.13. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(\alpha, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	49
4.14. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(\alpha, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	50
4.15. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Cauchy(1, \alpha)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	51
4.16. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Cauchy(2, \alpha)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	52
4.17. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Pareto Clasica(\alpha)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	53
4.18. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Gamma(\alpha, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	54
4.19. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Pareto Generalizada(2, 2, \gamma)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	55
4.20. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $\Gamma(\alpha, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	56
4.21. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Chi - Cuadrada(k)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	58
4.22. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogBeta(2, \theta)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	59
4.23. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(1, \sigma)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	60
4.24. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 0.5)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	61
4.25. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	62
4.26. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	63
4.27. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(1, \theta)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	64
4.28. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(\alpha, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	65



---

4.29. Potencias estimadas de las pruebas <i>COC</i> , <i>SW</i> y <i>T</i> con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución <i>Beta</i> ( $\alpha, 2$ ) en la hipótesis alternativa. . . . .	66
4.30. Potencias estimadas de las pruebas <i>COC</i> , <i>SW</i> y <i>T</i> con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución <i>Cauchy</i> ( $1, \alpha$ ) en la hipótesis alternativa. . . . .	67
4.31. Potencias estimadas de las pruebas <i>COC</i> , <i>SW</i> y <i>T</i> con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución <i>Cauchy</i> ( $2, \alpha$ ) en la hipótesis alternativa. . . . .	68
4.32. Potencias estimadas de las pruebas <i>COC</i> , <i>SW</i> y <i>T</i> con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución <i>Pareto Clásica</i> ( $\alpha$ ) en la hipótesis alternativa. . . . .	69

# Índice de Tablas

3.1. Valores críticos $(q_1, q_2)$ para $T^*$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ , para distintos valores de $\alpha^*$ . . . . .	19
3.2. Valores críticos $(q_1, q_2)$ para $T$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ , para distintos valores de $\alpha^*$ . . . . .	20
3.3. Tamaños estimados de la prueba $T^*$ para distintos tamaños de muestra y distintos valores de $\alpha^*$ . . . . .	22
3.4. Tamaños estimados de la prueba $T$ para distintos tamaños de muestra y distintos valores de $\alpha^*$ . . . . .	22
4.1. Valores críticos de la prueba $CO$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ , para distintos valores de $\alpha^*$ . . . . .	31
4.2. Valores críticos de la prueba $SW$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ , para distintos valores de $\alpha^*$ . . . . .	32
4.3. Valores críticos de la prueba $COC$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ , para distintos valores de $\alpha^*$ . . . . .	33
4.4. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Gamma(\alpha, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	38
4.5. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Pareto\ generalizada(0, 1, \gamma)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	39
4.6. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Weibull(a, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	40
4.7. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Chi - Cuadrada(k)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	42
4.8. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogBeta(1, \theta)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	43
4.9. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(1, \sigma)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	44
4.10. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 0.5)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	45
4.11. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	45
4.12. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	46

4.13. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(1, \theta)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	48
4.14. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(\alpha, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	48
4.15. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(\alpha, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	49
4.16. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Cauchy(1, \alpha)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	51
4.17. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Cauchy(2, \alpha)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	51
4.18. Potencias estimadas de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Pareto\ Clásica(\alpha)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	53
4.19. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Gamma(\alpha, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	54
4.20. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Pareto\ generalizada(2, 2, \gamma)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	55
4.21. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Weibull(\alpha, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	56
4.22. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Chi - Cuadrada(k)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	57
4.23. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogBeta(2, \theta)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	58
4.24. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(1, \sigma)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	59
4.25. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 0.5)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	60
4.26. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	61
4.27. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $LogNormal(\mu, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	62
4.28. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(1, \theta)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	64
4.29. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(\alpha, 1)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	64
4.30. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Beta(\alpha, 2)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	65
4.31. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Cauchy(1, \alpha)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	67
4.32. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Cauchy(2, \alpha)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	67
4.33. Potencias estimadas de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $n = 50$ y $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución $Pareto\ Clásica(\alpha)$ en la hipótesis alternativa. . . . .	68

6.1.	Valores Críticos de la prueba $T^*$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	78
6.2.	Continuación del cuadro 6.1. Valores Críticos de la prueba $T^*$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	79
6.3.	Valores Críticos de la prueba $T$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	80
6.4.	Continuación del cuadro 6.3. Valores Críticos de la prueba $T$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	81
6.5.	Valores Críticos de la prueba $CO$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	82
6.6.	Continuación del cuadro 6.5. Valores Críticos de la prueba $CO$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	83
6.7.	Valores Críticos de la prueba $SW$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ , para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	83
6.8.	Continuación del cuadro 6.7. Valores Críticos de la prueba $SW$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ , para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	84
6.9.	Valores Críticos de la prueba $COC$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	85
6.10.	Continuación del cuadro 6.9. Valores Críticos de la prueba $COC$ , basada en 10000 réplicas de tamaño $n$ para distintos tamaños de $\alpha^*$ .	86
6.11.	Tamaños estimados de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$ con $\alpha^* = 0.025, 0.05$ y $n = 20, 40, 60, \dots, 160$ cuando la muestra proviene de la distribución $Exp(\beta)$ .	87
6.12.	Tamaños estimados de las pruebas $COC$ , $SW$ y $T$ con $\alpha^* = 0.025, 0.05$ y $n = 20, 40, 60, \dots, 160$ cuando la muestra proviene de la distribución $Exp(\mu, \beta)$ .	87
6.13.	Potencia de la prueba $T^*$ cuando $H_A$ es $Gamma(\alpha, 1)$ , para $\alpha^* = 0.05$ y distintos tamaños de muestra. $\alpha^* = 0.05$	88
6.14.	Potencia de la prueba $T^*$ cuando $H_A$ es $Pareto Generalizada(0, 1, \gamma)$ , para $\alpha^* = 0.05$ y distintos tamaños de muestra.	88
6.15.	Potencia de la prueba $T^*$ cuando $H_A$ es $Weibull(a, 1)$ , para $\alpha^* = 0.05$ y distintos tamaños de muestra.	89
6.16.	Potencia de la prueba $T$ cuando $H_A$ es $gamma(\alpha, 2)$ , para $\alpha^* = 0.05$ y distintos tamaños de muestra.	89
6.17.	Potencia de la prueba $T$ cuando $H_A$ es $Pareto Generalizada(2, 2, \gamma)$ , para $\alpha^* = 0.05$ y distintos tamaños de muestra.	90
6.18.	Potencia de la prueba $T$ cuando $H_A$ es $Weibull(a, 2)$ , para $\alpha^* = 0.05$ y distintos tamaños de muestra.	90

## PRUEBAS PARA LA DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL CON DOS PARÁMETROS

David Israel Celis Euan

Colegio de Postgraduados, 2012

En el análisis estadístico de tiempos de vida, la distribución exponencial ha sido tomada como referencia en las áreas de Análisis de Supervivencia y teoría de Confiabilidad. En el presente trabajo se propone una prueba basada en la razón de dos estimadores insesgados del cuadrado del parámetro de escala. Para poder hacer la prueba de exponencialidad, el análisis de la prueba propuesta se divide en dos casos. Un caso se da cuando el parámetro de localización es cero, y el otro caso cuando ambos parámetros son desconocidos y distintos de cero. De los estudios de pruebas de exponencialidad realizadas por D'Agostino y Stephens(1984), se deduce que la prueba Cox-Oakes es de las más potentes que existen en la actualidad. Otra prueba de interés es la de Shapiro-Wilk, la cual está basada en la razón de dos estimadores insesgados del cuadrado del parámetro de escala. Con el propósito de comparar la prueba propuesta contra las mencionadas anteriormente respecto a sus tamaños y potencias, se realizó un estudio de Simulación Monte Carlo considerando las distribuciones alternativas Gamma, Pareto Generalizada, Weibull, Chi-Cuadrada, Log-Beta, Log-Normal, Beta, Cauchy y Pareto Clásica. Los resultados muestran que cuando la alternativa es la distribución Pareto Generalizada, Log-Normal, Beta, Cauchy o Pareto Clásica la potencia de la prueba propuesta es en general tan alta como las pruebas Cox-Oakes y Shapiro Wilk. También se presentan tablas de valores críticos y potencias, para distintos tamaños de muestra y niveles de significancia correspondientes a la prueba propuesta.

**Palabras Clave:** Pruebas de bondad de ajuste, prueba estadística, Simulación Monte Carlo, potencia y tamaño de la prueba.

## TESTS FOR THE EXPONENTIAL DISTRIBUTION WITH TWO PARAMETERS

David Israel Celis Euan

Colegio de Postgraduados, 2012

In the statistical analysis of lifetime, the exponential distribution is important as a model of reference in the areas of Survival Analysis and Reliability Theory. This document proposes a test based on the ratio of two unbiased estimators of the square of the scale parameter. In order to test exponentiality, the analysis of the test is divided into two cases. One case is when the location parameter is zero, and the other case is when both parameters are unknown and different of zero. From the studies of exponentiality conducted by D'Agostino and Stephens (1984), it is deduced that the Cox-Oakes is one of the most powerful test in existence till now. Another test of interest is the Shapiro-Wilk test, which is based on the ratio of two unbiased estimators of the square of the scale parameter. In order to compare the test against the others test above proposed regarding their size and power, we performed a Monte Carlo Simulation study considering alternative distributions such as Gamma, Generalized Pareto, Weibull, Chi-Square, Log-Beta, Log-Normal, Beta, Cauchy and Classic Pareto. The results show that when the alternative is either the Generalized Pareto, Log-Normal, Cauchy, Classic Pareto or Beta, the power of the proposed test is generally as high as the Cox-Oakes and Shapiro-Wilk tests. We also present tables of critical values and power for different sample sizes and significance levels corresponding to the proposed test.

**Key words:** Goodness of fit tests, statistical test, Monte Carlo Simulation, Power and size of the test.

# Capítulo 1

## Introducción

La distribución exponencial ha sido usada para resolver una amplia variedad de problemas estadísticos. Actualmente sus aplicaciones más importantes se pueden encontrar en el área de análisis de supervivencia. El tiempo de vida de un artículo puede ser representado por una variable aleatoria exponencial, usando una asociación teórica relativamente simple.

La distribución exponencial de dos parámetros es empleada para modelar eventos de tiempo de vida de un artículo, en donde se tiene la misma probabilidad de vida no importando el tiempo de vida que tenga en el presente. Un ejemplo clásico es la vida de un foco, que sin importar el tiempo que ha durado, la probabilidad de falla en el presente es la misma que en el tiempo inicial del mismo. Cabe destacar que algunas veces la representación del tiempo de vida no es adecuada, por lo que se recurre al uso de modificaciones de la distribución.

Existen eventos en los cuales esta distribución aparece de manera natural como el modelo apropiado, además está relacionada con otras distribuciones conocidas como las distribuciones Weibull y Gamma.

La distribución exponencial también ha sido usada para obtener soluciones numéricas aproximadas de expresiones complejas. La distribución uniforme  $U(0, 1)$  es de gran importancia para generar números aleatorios; esto tiene mucho sentido en el campo de la simulación Monte Carlo con diversos objetivos, entre los cuales se pueden mencionar la investigación de la distribución de estadísticas en pruebas de hipótesis y la integración numérica.

## 1.1. Revisión sobre pruebas de exponencialidad

La distribución exponencial ha sido ampliamente usada en varios campos de la ciencia. Especialmente en análisis de supervivencia, para modelar productos que tienen tasa de falla constante. La literatura, en teoría de inferencia, para esta distribución, es extensa. En este trabajo se tratará el tema de las pruebas de bondad de ajuste para esta distribución. Desde los años sesenta se han desarrollado pruebas de bondad de ajuste para la distribución exponencial de un parámetro y para la de dos parámetros, tanto para datos completos como para datos censurados. Cabe destacar que algunas pruebas han considerado distribuciones en general en la hipótesis alternativa y otras han considerado distribuciones establecidas. D'Agostino & Stephens (1984) realizaron algunas de las primeras pruebas para la distribución exponencial. Entre las más importantes podemos mencionar a la prueba de Kolmogorov y las pruebas clásicas que son aplicables a otras distribuciones. Spurrier (1984) presenta la revisión de varias pruebas de bondad de ajuste para la distribución exponencial. Algunas de éstas son la estadística de Gini, algunas pruebas de Bickel y Doksum (1969) y la prueba "New-Better-than-Used" de Hollander y Proschan (1972). Por otro lado Ascher (1990) realiza un estudio de pruebas selectas para exponencialidad, mediante la comparación de la potencia de las pruebas. En el estudio fueron consideradas varias pruebas entre las que se encuentran la prueba KUSK, la prueba de Gini G, la prueba de Hollander & Proschan, la prueba de Lorentz  $L(p)$ , la prueba de Kolmogorov-Smirnov, la prueba de Cox & Oakes, la prueba del cociente extremo de Wong y Wong, y otras no mencionadas. El estudio de Ascher concluye que cuando no se conoce nada acerca de la distribución alternativa, la prueba de Cox & Oakes es la más potente de entre todas las pruebas estudiadas.

Baringhaus y Henze (2000) proponen dos pruebas generales de bondad de ajuste basadas en la caracterización de la distribución exponencial a través de su función de vida media residual. El estudio concluye que las distribuciones de las estadísticas de prueba bajo la hipótesis nula, son las mismas que las distribuciones de las estadísticas de prueba de las pruebas Kolmogorov-Smirnov y Cramer-von Mises, cuando se prueba la hipótesis simple de que la distribución de las variables de la muestra es uniforme en el intervalo  $[0, 1]$ .

Klar (2001) propone una prueba de exponencialidad basada en la diferencia entre las funciones de distribución integrada y empírica de la distribución exponencial. Realiza una comparación de potencias de la prueba propuesta contra las pruebas propuestas por Gail y Gastwirth (1978), Lewis (1965) y Clefsjo (1983). Los resultados mostraron que la prueba propuesta es más potente en varios casos cuando se usan alternativas Gamma, Weibull y LogNormal.

Kantún (2005) propone una prueba de exponencialidad basada en la razón de dos estimadores. Realiza una comparación de potencias de su prueba propuesta contra las pruebas Cox-Oakes (1984) y Hollander y Proschan (1972). El estudio concluye que la



prueba basada en la razón de dos estimadores es la más potente para alternativas que no tienen función de riesgo monótona.

Jammalamadaka y Taufer (2006) presentan una prueba que consiste en la comparación de la distribución empírica de los espacios normalizados de la distribución exponencial contra la distribución de los datos originales. También incluyen resultados asintóticos para las pruebas propuestas.

Recientemente, Grané y Fortiana (2009) propusieron una prueba de exponencialidad basada en correlaciones máximas de Hoeffding. Realizaron un estudio de comparación de pruebas para exponencialidad, mediante la comparación de la potencia de las pruebas. En el estudio fueron consideradas las pruebas de Gini G y la de Shapiro-Wilk. El trabajo concluye que la prueba de correlaciones máximas es la más potente para alternativas Pareto Generalizada, y la prueba de Gini G es la más potente para alternativas Gamma y Weibull.

Para que una prueba de bondad de ajuste tenga una potencia alta, comúnmente se consideran las características de la distribución en estudio. Para el caso de la distribución exponencial, se han propuesto varias pruebas considerando el punto ya mencionado; sin embargo las pruebas encontradas no han sido prácticas en su cálculo. Por lo tanto, se hace necesario el estudio de otras características de la distribución, que permita proporcionar una estadística practica para hacer una prueba de bondad de ajuste.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo general**

- Proponer una prueba en la distribución Exponencial de dos parámetros, de tal modo que posea buena potencia.
- Realizar una Prueba de Bondad de Ajuste para la Distribución Exponencial usando la estadística de prueba propuesta.

### **1.2.2. Objetivos particulares**

- Obtener tablas de valores críticos para la prueba de bondad de ajuste, con diferentes niveles de significancia.
- Estudiar el comportamiento de la prueba respecto al tamaño.
- Comparar la potencia de la prueba, con las pruebas Shapiro-Wilk y Cox-Oakes bajo las distribuciones alternativas siguientes: Gamma, Pareto Generalizada, Weibull, Log-normal, Chi-Cuadrada, Beta, LogBeta, Pareto Clásica y Cauchy.

# Capítulo 2

## Revisión de Literatura

### 2.1. Conceptos sobre pruebas de bondad de ajuste

Supóngase que se tiene una muestra aleatoria (m.a.)  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de un fenómeno y se cree que su distribución puede ser modelada por una cierta función de densidad  $f$ .

Una pregunta que se debe de responder es ¿realmente  $f$  es un buen modelo para las observaciones que se tienen? Una prueba de bondad de ajuste permite probar el ajuste de los resultados de un experimento a una distribución de probabilidad  $f$  teórica sujeto a un nivel de confianza. La distribución teórica puede estar completamente especificada (hipótesis simple) o pertenecer a una clase paramétrica (hipótesis compuesta).

Existen dos técnicas para probar bondad de ajuste frecuentemente usadas por los investigadores:

- a) Técnica informal: Consiste en dibujar un gráfico de los datos del fenómeno y deducir de manera intuitiva si estos datos pueden ser modelados por la densidad  $f$ .
- b) Técnica formal o rigurosa: Consiste en emplear una estadística de prueba (expresión matemática) para probar si los datos del fenómeno pueden ser modelados por la función de densidad  $f$ . Esta técnica considera una probabilidad fija del error tipo I.

La técnica informal en ocasiones resulta ser ambigua, ya que ésta se basa muchas veces en el criterio y la experiencia del investigador. Por otro lado, la técnica formal es la que se recomienda usar para cuando se quiera tener mayor certeza acerca de las conclusiones; esto es debido a que permite fijar una probabilidad deseada de algún tipo de error sobre el modelo planteado. Como el objetivo general de este trabajo es proponer una prueba que posea buena potencia, de este punto hasta el final de la tesis solo se tratarán conceptos acerca de la segunda técnica.

Para la segunda técnica se pueden presentar dos tipos de pruebas.

- *Prueba de bondad de ajuste para una hipótesis completamente especificada (hipótesis simple)*

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una m.a. donde cada  $X_i \sim F$ , donde  $F$  es desconocida. Se tiene una hipótesis completamente especificada al proponer una distribución  $F_0$  con parámetros conocidos. La hipótesis a probar es:

$$H_0 : F = F_0 \text{ vs } H_A : F \neq F_0$$

- *Prueba de bondad de ajuste para una hipótesis no especificada (hipótesis compuesta)*

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una m.a. donde cada  $X_i \sim F$ , con  $F$  desconocida. Una hipótesis no especificada se presenta cuando se desea probar las hipótesis:

$$H_0 : F \in G \text{ vs } H_A : F \notin G$$

Donde  $G$  es una familia de distribuciones en la cual, cada elemento está caracterizado por sus parámetros particulares, los cuales son desconocidos.

Error Tipo I y error Tipo II en pruebas de Hipótesis: En general, existen dos tipos de errores que se pueden cometer cuando se realiza una prueba.

1. Rechazar la Hipótesis Nula cuando en realidad es Verdadera (*Error Tipo I*). La probabilidad de cometer este error se representa de la siguiente forma:

$$P(\text{Error Tipo I}) = \alpha^*$$

2. No rechazar la Hipótesis Nula cuando en realidad es Falsa (*Error Tipo II*). La probabilidad de cometer este error se representa como:

$$P(\text{Error Tipo II}) = \beta$$

**Estadística de Prueba:** Es una función de la m.a. Interesa que contenga el máximo de información sobre  $H_0$ . La denotamos por  $T = t(\underline{x})$ .

**Región Crítica:** Define los valores del estadístico de prueba para los cuales se contradice  $H_0$ . La denotaremos como:

$$X_A \text{ Región de no rechazo} \quad X_R \text{ Región de rechazo}$$

**Función de Prueba:** Es una regla o procedimiento para decidir si rechazamos una hipótesis  $H_0$ . La denotamos como  $\varphi(\underline{x})$ .

$$\varphi(\underline{x}) = 0, \text{ si } T \in X_A$$

$$= 1, \text{ si } T \in X_R$$

Rechazar  $H_0$  si  $\varphi(\underline{x}) = 1$  y no rechazar  $H_0$  si  $\varphi(\underline{x}) = 0$ .

**Tamaño de la Prueba:** Se dice que  $\varphi(\underline{x})$  es una prueba de tamaño  $\alpha$  si satisface,

$$P(\text{Error Tipo I usando la prueba } \varphi(\underline{x})) \leq \alpha$$

Es decir, la máxima probabilidad de cometer el Error Tipo I no es mayor que  $\alpha$ .

**Función de Potencia:** Para una prueba  $\varphi$  se define su función de potencia  $\beta_\varphi : \Omega \rightarrow [0, 1]$  tal que,

$$\beta_\varphi(\theta) = P(\text{Rechazar } H_0 \text{ usando } \varphi) = P(\varphi(\underline{x}) | \theta) = 1 - P(\varphi(\underline{x}) = 0 | \theta)$$

Donde  $\theta$  es el parámetro de la distribución. Nótese que,  $\beta_\varphi(\theta) = P(\text{Error Tipo I})$  cuando  $\theta$  proviene del espacio paramétrico de  $H_0$ ,  $\beta_\varphi(\theta) = 1 - P(\text{Error Tipo II})$  cuando  $\theta$  proviene del espacio paramétrico de  $H_A$ . Por lo tanto, se desea la prueba  $\varphi^*$  tal que  $\beta_{\varphi^*}(\theta)$  es mínima cuando  $\theta \in \omega$  y es máxima cuando  $\theta \in \Omega - \omega$ .

**Nota:**  $\Omega$  Es el espacio paramétrico general,  $\omega$  es el espacio paramétrico de  $H_0$  y  $\Omega - \omega$  es el espacio paramétrico de  $H_A$ .

## 2.2. La distribución Exponencial

Si  $X$  es una variable aleatoria con distribución exponencial con dos parámetros, entonces su función de densidad de probabilidad (*fdp*) está dada por la expresión:

$$f(x; \mu, \beta) = (1/\beta) \exp \left\{ -\frac{(x - \mu)}{\beta} \right\}, \quad x > \mu$$

Donde  $\mu \in \mathbb{R}$ ,  $\beta > 0$ , son parámetros de localidad y escala respectivamente. Esta función de densidad es un caso particular de la distribución Gamma, y es de considerable importancia para aplicaciones en confiabilidad. Algunas características de esta distribución, son las siguientes:

- Si  $\mu$  es positivo, entonces la distribución se mueve una distancia  $\mu$  a la derecha del origen de coordenadas.

- El parámetro de escala es  $(1/\beta)$ .

- La  $fdp$  no tiene parámetro de forma; es decir, que tiene una sola forma.

- La distribución comienza en  $x = \mu$  y después decrece monótona y exponencialmente cuando  $x$  crece más allá de  $\mu$ .

- Cuando  $x \rightarrow \infty$ ,  $f(x) \rightarrow 0$ .

Con frecuencia, resulta razonable emplear la distribución exponencial con el parámetro de localidad  $\mu = 0$ , así la densidad se reduce a,

$$f(x; \beta) = (1/\beta) \exp \{-(x/\beta)\}.$$

# Capítulo 3

## Prueba de bondad de ajuste basada en la razón de dos estimadores

### 3.1. Formulación del contraste de Hipótesis

Supóngase que tenemos un conjunto de datos  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de una población con función de distribución  $F$  y queremos saber si estos provienen de una distribución exponencial, digamos  $F(x; \mu, \beta)$ . Para este problema se plantea el siguiente juego de hipótesis.

$H_0$  : La m.a.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  proviene de una distribución exponencial; i.e.  $F(x) = F(x; \mu, \beta)$

$H_A$  : La m.a.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  no proviene de una distribución exponencial; i.e.  $F(x) \neq F(x; \mu, \beta)$

Para el juego de hipótesis anterior se considerarán tres casos:

**Caso 1.** Considérese  $\mu = 0$ , entonces el contraste de hipótesis queda de la siguiente manera:

$$H_0 : F(x) = F(x; \beta)$$

$$H_A : F(x) \neq F(x; \beta)$$

Nótese que este caso corresponde a la exponencial con parámetro  $\beta$  únicamente.

**Caso 2.** Considérese que  $\mu$  es conocida, pero hágase el cambio de variable  $V_i = X_i - \mu$ , entonces el contraste de hipótesis queda de la siguiente forma:

$$H_0 : F(x) = F(x; \beta)$$

$$H_A : F(x) \neq F(x; \beta)$$

Este caso es el mismo que el caso 1, por lo que de ahora en adelante solo se tomará en cuenta el caso 1.

**Caso 3.** Considérese que  $\mu$  y  $\beta$  son desconocidos, entonces el contraste de hipótesis queda de la siguiente forma:

$$H_0 : F(x) = F(x; \mu, \beta)$$

$$H_A : F(x) \neq F(x; \mu, \beta)$$

Este caso es el más difícil de entre todos los casos mencionados.

## 3.2. Construcción de la estadística de prueba

Para el caso Caso 1.

Recordemos que para este caso  $\mu = 0$  y  $\beta$  es desconocido.

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una m.a. donde  $X_i \sim \text{Gamma}(1, \beta)$ , y en general se sabe que,

$$\text{Var}(X_i) = E(X_i^2) - [E(X_i)]^2.$$

De donde,

$$E(X_i^2) = \text{Var}(X_i) + [E(X_i)]^2 = 2\beta^2.$$

Así que,

$$E\left[\sum_{i=1}^n X_i^2\right] = \sum_{i=1}^n E(X_i^2) = 2n\beta^2.$$

Por lo tanto,

$$E\left\{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^n X_i^2\right\} = \beta^2.$$

Es decir,  $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^n X_i^2$  es un estimador insesgado de  $\beta^2$ .

Sea,

$$S_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

Note que,

$$\begin{aligned} E(S_X^2) &= E\left\{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right\} = \frac{1}{n-1} E\left\{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right\} = \frac{1}{n-1} E\left\{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2\right\} \\ &= \frac{1}{n-1} \left\{\sum_{i=1}^n E(X_i^2) - nE(\bar{X}^2)\right\} \end{aligned}$$

Desarrollando la expresión se puede ver que,

$$E(X^2) = \frac{\beta^2}{n} + \beta^2 + 2\beta\mu + \mu^2$$

Por lo que sustituyendo en  $E(S_X^2)$ ,

$$\begin{aligned} E(S_X^2) &= \frac{1}{n-1} (n\beta^2 - \beta^2) \\ &= \beta^2 \end{aligned}$$

Es decir,  $S_X^2$  es un estimador insesgado de  $\beta^2$ .

Finalmente, definimos a la estadística  $T^*$  como el cociente de dos estimadores insesgados de  $\beta^2$ ,

$$T^* = \frac{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n X_i^2}{S_X^2}$$

Se usará a  $T^*$  como estadística de prueba para la prueba de bondad de ajuste.

La regla de decisión es :

Rechazar  $H_0$  si  $T^* < q_1$  ó  $T^* > q_2$ , donde los valores  $q_1$  y  $q_2$  son tales que,

$$P(T^* < q_1 | H_0) = P(T^* > q_2 | H_0) = \frac{\alpha^*}{2}$$

Con una probabilidad de Error Tipo I igual a  $\alpha^*$ .

**El Caso 2** es similar al caso 1, se omite su desarrollo.



**Para el Caso 3.**

Recuérdese que en este caso  $\mu$  y  $\beta$  son desconocidos.

Si  $Y$  es una v.a. con distribución exponencial con parámetro de escala  $\beta$ , entonces la v.a.  $X = Y + \mu$  tiene distribución exponencial con parámetros  $\mu$  y  $\beta$ ; además  $E(X) = \beta + \mu$  y  $Var(X) = \beta^2$ .

De la proposición anterior se tiene que,

$$Y = X - \mu$$

Por lo tanto,

$$E(Y) = \beta$$

Nótese que,

$$Var(X) = Var(Y) = \beta^2$$

Pero,

$$Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$$

Por lo tanto,

$$E(Y^2) = Var(Y) + [E(Y)]^2 = \beta^2 + \beta^2 = 2\beta^2$$

Considere la expresión,

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2$$

De donde,

$$E\left[\sum_{i=1}^n Y_i^2\right] = \sum_{i=1}^n E(Y_i^2) = 2n\beta^2$$

Nótese que el estimador insesgado de  $\mu$  es  $X_{(1)}$ .

Por lo tanto, se tiene que  $\frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2}{2n}$  es un estimador insesgado de  $\beta^2$ .

Otro estimador insesgado para  $\beta^2$  es  $S_X^2$  que ya fue definido en el caso 1.

Finalmente, definimos a la estadística  $T$  como el cociente de dos estimadores de  $\beta^2$ , como sigue,

$$T = \frac{\frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - X_{(1)})^2}{S_X^2}$$

Se usará a  $T$  como estadística de prueba para la prueba de bondad de ajuste.

La regla de decisión es :

Rechazar  $H_0$  si  $T < q_1$  ó  $T > q_2$ , donde los valores  $q_1$  y  $q_2$  son tales que,

$$P(T < q_1 | H_0) = P(T > q_2 | H_0) = \frac{\alpha^*}{2}$$

Con una probabilidad de Error Tipo I igual a  $\alpha^*$ .

### 3.3. Funciones de densidad y de distribución de $T^*$ y $T$ bajo $H_0$

Nótese que la distribuciones de  $T^*$  y  $T$  no dependen de  $\mu$  ni de  $\beta$ .

Para analizar el comportamiento de ambas densidades, se recurre a la simulación numérica.

*Algoritmo 1. Proceso numérico para graficar la densidad de  $T^*$  y  $T$*

1. Se consideran muestras de tamaño  $n$ , provenientes de la distribución exponencial con parámetros  $\mu$  y  $\beta$ .
2. Se calculan  $m = 10000$  réplicas de la muestra de tamaño  $n$  mencionada en 1.
3. Mediante un comando en R, se grafica la densidad de los 10000 valores de  $T^*$  y de  $T$ .

Los resultados son generados por los Programas del Anexo I, en el paquete R v.2.13.1 y representadas por las gráficas 3.1-3.6 para tamaños de muestra  $n = 20, 40, 80$  respectivamente.

### 3.3.1. Función de densidad de $T^*$

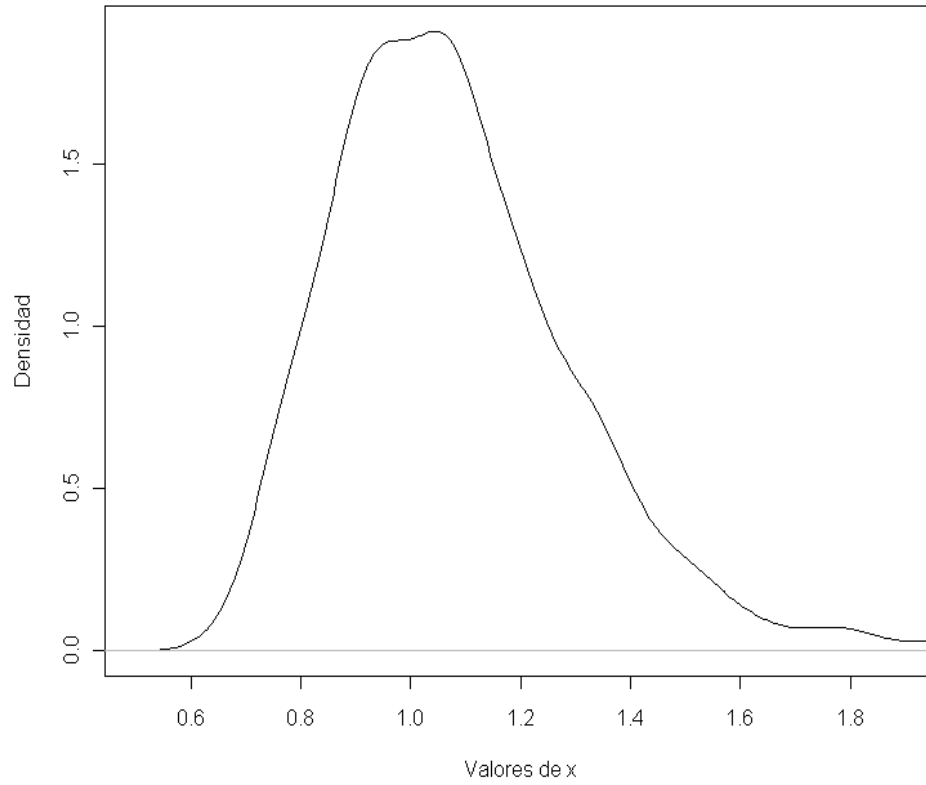


Figura 3.1: Densidad suavizada de  $T^*$  bajo  $H_0$ , para  $n = 20$

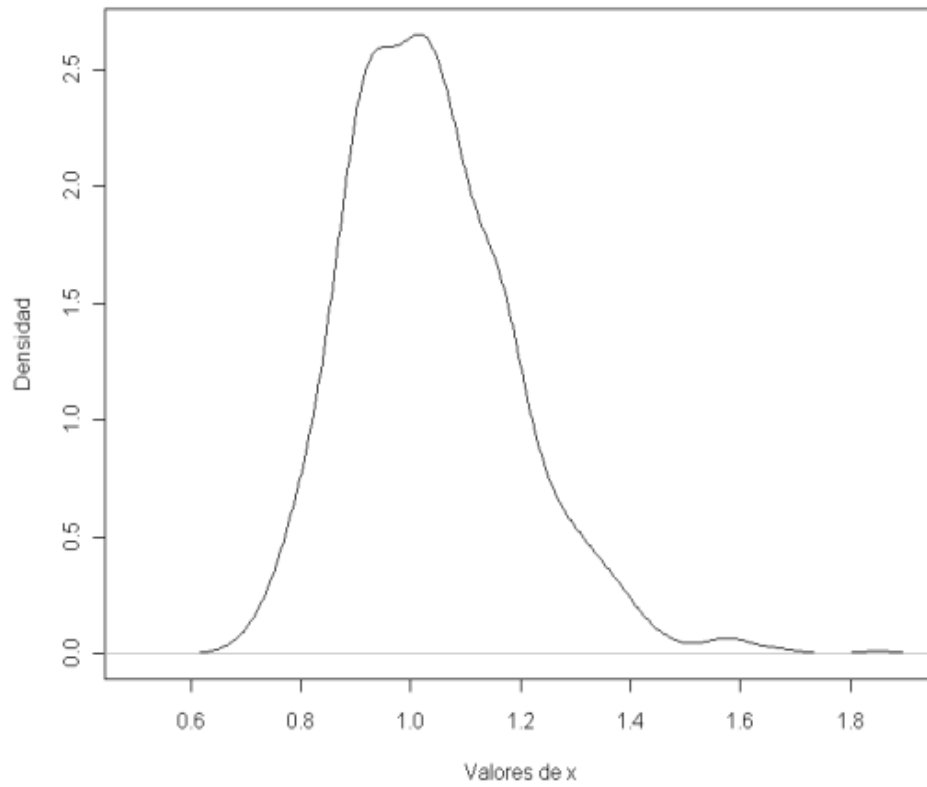


Figura 3.2: Densidad suavizada de  $T^*$  bajo  $H_0$ , para  $n = 40$

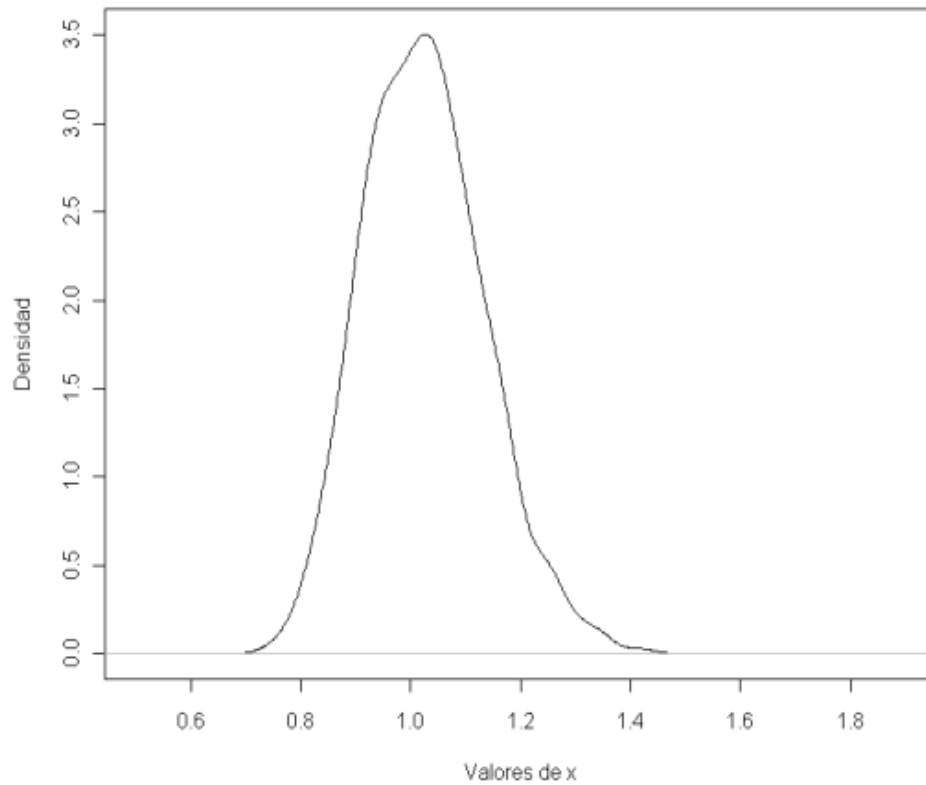


Figura 3.3: Densidad suavizada de  $T^*$  bajo  $H_0$ , para  $n = 80$

Nótese que la densidad de  $T^*$  se concentra alrededor de uno por la derecha y por la izquierda conforme  $n$  crece.

### 3.3.2. Función de densidad de $T$

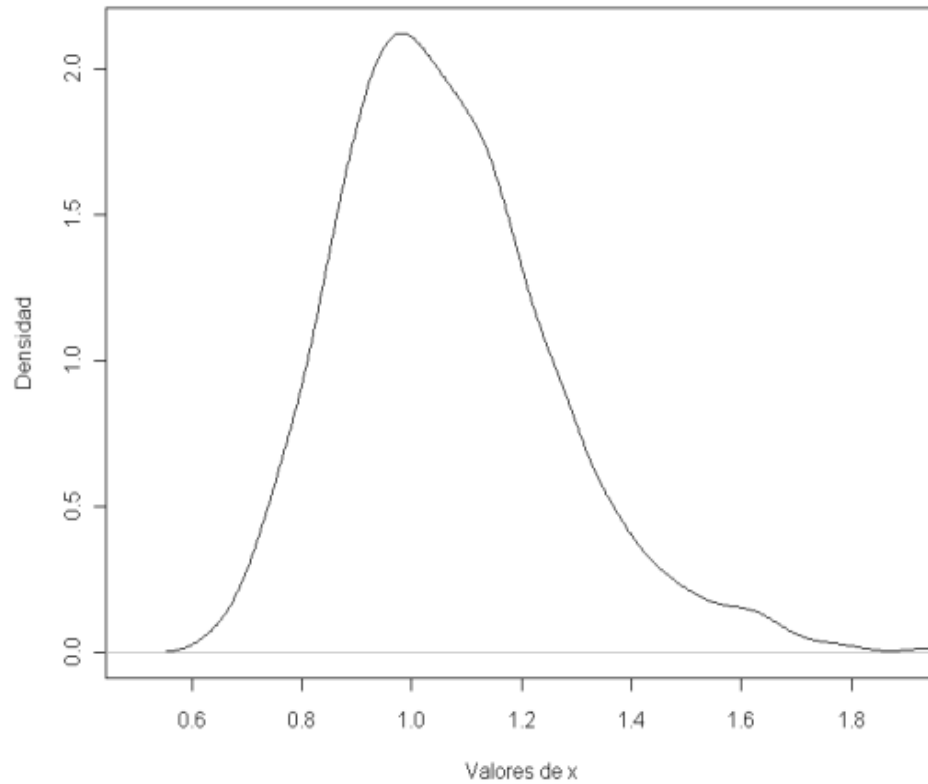


Figura 3.4: Densidad suavizada de  $T$  bajo  $H_0$ , para  $n = 20$

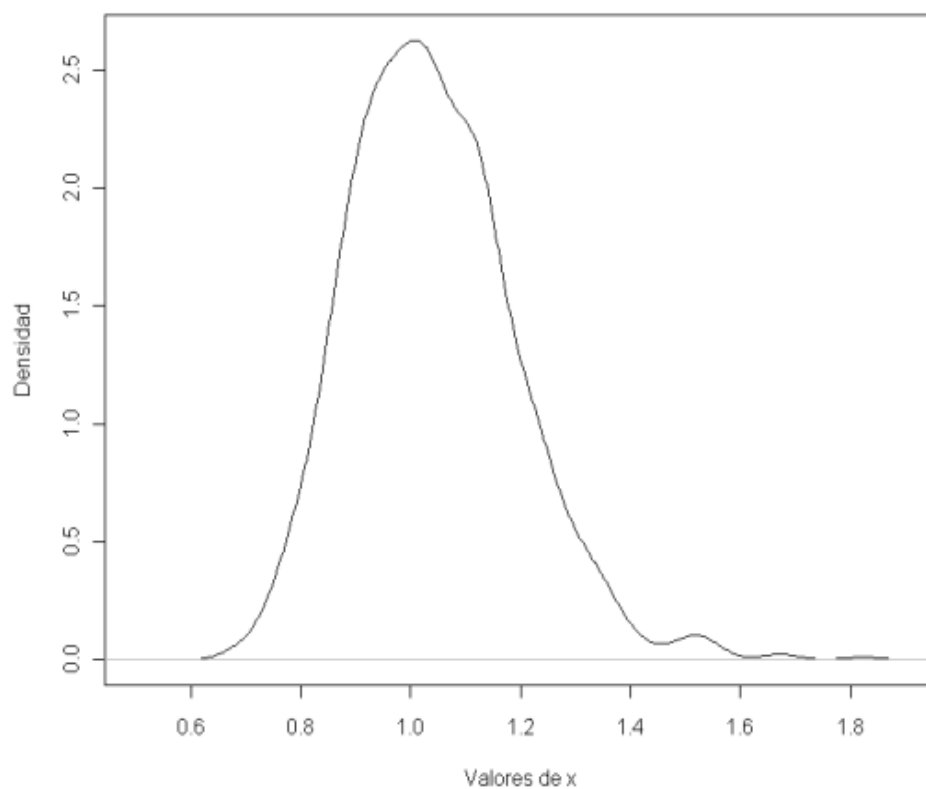


Figura 3.5: Densidad suavizada de  $T$  bajo  $H_0$ , para  $n = 40$

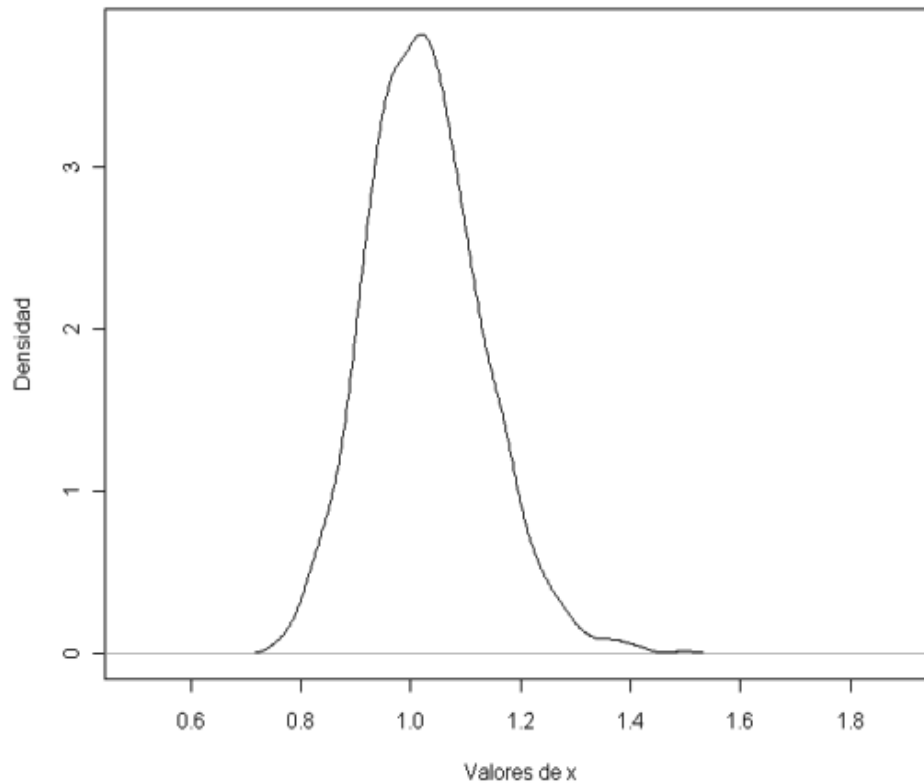


Figura 3.6: Densidad suavizada de  $T$  bajo  $H_0$ , para  $n = 80$

Nótese que la densidad de  $T$ , al igual que  $T^*$ , se concentra alrededor de uno por la derecha y por la izquierda conforme  $n$  crece.

### 3.4. Valores Críticos de $T^*$ y $T$

Para probar las hipótesis:

$H_0$  : La m.a.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  proviene de una distribución exponencial; i.e.  $F(x) = F(x; \mu, \beta)$

$H_A$  : La m.a.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  no proviene de una distribución exponencial; i.e.  $F(x) \neq F(x; \mu, \beta)$

Los procedimientos numéricos que se proponen, para obtener los cuantiles o valores críticos para ambas densidades son similares.



Algoritmo 2. Proceso numérico para calcular los cuantiles de  $T^*$  y  $T$

1. Se consideran distintos valores para  $\alpha^*$  y distintos tamaños de muestra  $n$ .
2. Se fija un valor de  $n$ .
3. Se generan 10000 valores de la estadística correspondiente.
4. Se fija un valor de  $\alpha^*$ .
5. Se le pide al programa (R versión 2.13.1) los cuantiles  $[\frac{\alpha^*}{2}, 1-\frac{\alpha^*}{2}]$ , usando el método de estadísticas de orden
6. Se repiten los pasos 4 y 5 hasta agotar todos los valores de  $\alpha^*$ .
7. Se repiten los pasos del 1 al 6 hasta agotar todos los valores de  $n$ .

### 3.4.1. Valores Críticos para $T^*$

$\alpha^* \setminus n$	10	30	50	100	150	200
<b>0.025</b>	(0.6518,2.5482)	(0.7312,1.5723)	(0.7750,1.4137)	(0.8159,1.2628)	(0.8487,1.2117)	(0.8675,1.1729)
<b>0.05</b>	(0.6807,2.2292)	(0.7676,1.4842)	(0.8000,1.3499)	(0.8398,1.2277)	(0.8676,1.1820)	(0.8840,1.1512)
<b>0.075</b>	(0.7029,2.0383)	(0.7857,1.4345)	(0.8200,1.3112)	(0.8540,1.2056)	(0.8784,1.1628)	(0.8938,1.1363)
<b>0.1</b>	(0.7210,1.9206)	(0.8009,1.4005)	(0.8329,1.2827)	(0.8648,1.1893)	(0.8872,1.1489)	(0.9021,1.1267)
<b>0.15</b>	(0.7492,1.7552)	(0.8245,1.3403)	(0.8545,1.2479)	(0.8828,1.1644)	(0.9013,1.1312)	(0.9134,1.1121)
<b>0.2</b>	(0.7779,1.6463)	(0.8451,1.2987)	(0.8694,1.2179)	(0.8963,1.1454)	(0.9120,1.1161)	(0.9232,1.1006)
<b>0.25</b>	(0.8005,1.5645)	(0.8612,1.2667)	(0.8835,1.1941)	(0.9082,1.1318)	(0.9213,1.1040)	(0.9318,1.0907)

Cuadro 3.1: Valores críticos ( $q_1, q_2$ ) para  $T^*$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$ , para distintos valores de  $\alpha^*$

Se puede observar en el cuadro 3.1 que el intervalo de no rechazo se cierra conforme el tamaño de muestra aumenta. Esto nos indica que la prueba es consistente, debido a que el número de rechazos será mayor conforme  $n$  crece.

En el Anexo II se incluye una tabla de valores críticos que contiene valores para una mayor cantidad de  $n$ 's.

### 3.4.2. Valores Críticos para $T$

$\alpha^* \setminus n$	10	30	50	100	150	200
<b>0.025</b>	(0.6889,2.0251)	(0.7462,1.5342)	(0.7760,1.3797)	(0.8197,1.2538)	(0.8446,1.2005)	(0.8621,1.1780)
<b>0.05</b>	(0.7171,1.8321)	(0.7732,1.4513)	(0.7984,1.3289)	(0.8427,1.2172)	(0.8663,1.1737)	(0.8805,1.1533)
<b>0.075</b>	(0.7380,1.7328)	(0.7892,1.4062)	(0.8177,1.2985)	(0.8561,1.1971)	(0.8784,1.1574)	(0.8904,1.1369)
<b>0.1</b>	(0.7541,1.6521)	(0.8062,1.3748)	(0.8315,1.2738)	(0.8664,1.1801)	(0.8872,1.1463)	(0.8984,1.1259)
<b>0.15</b>	(0.7796,1.5511)	(0.8292,1.3217)	(0.8555,1.2374)	(0.8839,1.1576)	(0.9014,1.1281)	(0.9117,1.1105)
<b>0.2</b>	(0.8034,1.4883)	(0.8474,1.2829)	(0.8713,1.2129)	(0.8976,1.1407)	(0.9130,1.1143)	(0.9218,1.0995)
<b>0.25</b>	(0.8239,1.4339)	(0.8655,1.2523)	(0.8846,1.1926)	(0.9084,1.1269)	(0.9222,1.1036)	(0.9298,1.0894)

Cuadro 3.2: Valores críticos  $(q_1, q_2)$  para  $T$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$ , para distintos valores de  $\alpha^*$

Similar al caso de  $T^*$ , se puede observar en el cuadro 3.2 que el intervalo de no rechazo se cierra conforme el tamaño de muestra aumenta. Esto nos indica que la prueba es consistente, debido a que el número de rechazos será mayor a medida que el intervalo se haga más pequeño.

En el Anexo II encontramos una tabla de valores críticos que contiene valores para una mayor cantidad de  $n$ 's.

## 3.5. Pruebas de bondad de ajuste $T^*$ y $T$

Las siguientes aseveraciones son válidas para ambas estadísticas de prueba.

Considérese una muestra aleatoria de tamaño  $n$ , con alguna función de distribución desconocida y denotada por  $F(x)$ .

*Supuestos:*

1. La muestra  $X_1, X_2, \dots, X_n$  es aleatoria.
2. La escala de medición es al menos de intervalo.

*Proceso de la prueba:*

1. Dada la muestra, calcular la estadística de prueba correspondiente ( $T^*$  ó  $T$ ).
2. Aplicar la regla de decisión correspondiente, mencionada en 3.2.

*Características de las pruebas:*

1. Son pruebas no paramétricas.
2. No requieren de la estimación de parámetros para su realización, ya que las distribuciones nulas de las estadísticas de prueba son libres de parámetros.

### 3.6. Tamaño de las pruebas $T^*$ y $T$

En una prueba de bondad de ajuste es importante que la prueba preserve su tamaño. Para verificarlo se estima la probabilidad de rechazar  $H_0$  cuando las muestras provienen de la distribución exponencial.

El proceso para obtener los tamaños de las pruebas para distintos valores de  $\alpha^*$  se describe a continuación.

*Algoritmo 3. Proceso numérico para obtener los tamaños de las pruebas  $T^*$  y  $T$*

1. Se consideran valores de  $\alpha^* = 0.025, 0.05, 0.075, \dots, 0.225, 0.25, 0.275, 0.3$
2. Se consideran 10000 réplicas de muestras de tamaño  $n = 10, 30, 50, 100, 150, 200$  de la distribución exponencial.
3. Se fija un valor de  $n$ .
4. Se calculan 10000 valores de la estadística de prueba.
5. Se fija un valor de  $\alpha^*$ .
6. Se obtienen los valores críticos  $q_{\frac{\alpha^*}{2}}$  y  $q_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$  de las tablas del Anexo II.
7. Se obtiene el tamaño de la siguiente forma: Si  $Estadística < q_{\frac{\alpha^*}{2}}$  ó  $Estadística > q_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$  la muestra  $i$  toma el valor de uno, de otro modo toma el valor de cero. Se saca el total de 1's, de donde el tamaño estimado es  $Tamaño\ Estimado = \frac{Total\ de\ 1's}{10000}$
8. Se repiten los pasos del 5 al 7 hasta agotar los valores de  $\alpha^*$ .
9. Se repiten los pasos del 3 al 8 hasta agotar los valores de  $n$ .

### 3.6.1. Tamaño de la prueba $T^*$

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
10	0.0270	0.0470	0.0700	0.0960	0.1420	0.1970	0.2440
30	0.0254	0.0578	0.0832	0.1076	0.1530	0.2058	0.2484
50	0.0242	0.0539	0.0758	0.1030	0.1448	0.1988	0.2512
100	0.0258	0.0534	0.0780	0.0980	0.1552	0.2080	0.2550
150	0.0254	0.0570	0.0822	0.1032	0.1520	0.2012	0.2496
200	0.0245	0.0492	0.0716	0.0976	0.1490	0.2008	0.2588

Cuadro 3.3: Tamaños estimados de la prueba  $T^*$  para distintos tamaños de muestra y distintos valores de  $\alpha^*$

Para este caso las muestras mencionadas en el paso 4 del algoritmo 3, fueron tomadas de la distribución exponencial con parámetros 0 y 1.

Nótese en la Tabla 3.3, que se preserva el tamaño de la prueba en todos los casos.

### 3.6.2. Tamaño de la prueba $T$

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
10	0.0276	0.0528	0.0792	0.103	0.1538	0.1996	0.2478
30	0.0244	0.0476	0.0686	0.094	0.1488	0.1978	0.2506
50	0.0259	0.0502	0.0716	0.0974	0.143	0.1976	0.2479
100	0.0243	0.0506	0.0774	0.1034	0.1546	0.206	0.2526
150	0.0254	0.0506	0.0732	0.1028	0.154	0.2036	0.2504
200	0.025	0.0479	0.0724	0.0985	0.1476	0.1996	0.2458

Cuadro 3.4: Tamaños estimados de la prueba  $T$  para distintos tamaños de muestra y distintos valores de  $\alpha^*$

En este caso las muestras mencionadas en el paso 4 del algoritmo tres, fueron generadas usando la distribución exponencial con parámetros (2, 3).

Se puede ver en la Tabla 3.4, que se preserva el tamaño de la prueba en todos los casos.

## 3.7. Potencia de las pruebas $T^*$ y $T$

El estudio de potencias se realizó tomando en consideración algunas distribuciones alternativas para diversos tamaños de muestras y niveles de significancia.

Se tomaron como distribuciones alternativas las siguientes:

- Distribución *Gamma*

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} \exp\left\{-\frac{x}{\beta}\right\}, \quad x \geq 0, \alpha, \beta > 0.$$

- Distribución *Weibull*

$$f(x; a, b) = \frac{a}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{a-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{b}\right)^a\right\}, \quad x > 0, b > 0, a > 0.$$

- Distribución *Pareto Generalizada*

$$f(x; \mu, \sigma, \gamma) = 1 - \left[1 + \frac{\gamma(x - \mu)}{\sigma}\right]^{-\frac{1}{\gamma}}, \quad x > \mu, \sigma > 0, 1 + \frac{\gamma(x - \mu)}{\sigma} > 0$$

Para obtener los resultados para un análisis de potencia de las pruebas  $T$  y  $T^*$  se procede a generar una m.a. con alguna distribución establecida en la hipótesis alternativa considerando un tamaño  $\alpha^* = 0.05$  y tamaños de muestra  $n = 10, 30, 50, 100$ . Este proceso es realizado por el programa A.1 (Anexo I), mediante el algoritmo tres con la modificación en el paso 4 en el que se generan variables aleatorias con la distribución establecida en la hipótesis alternativa.

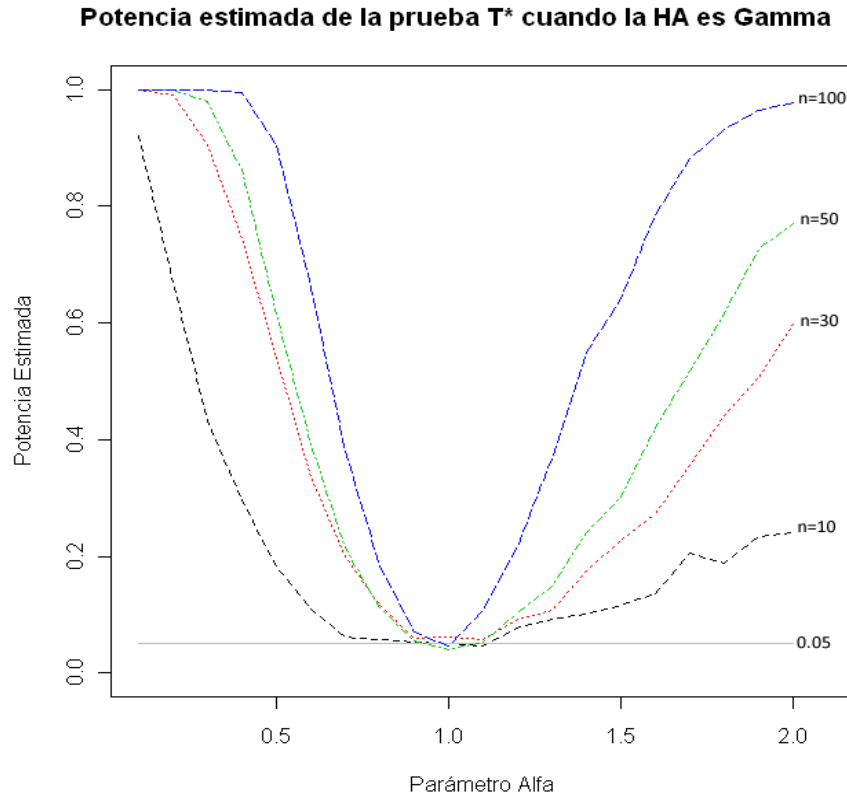
3.7.1. Potencia de la prueba  $T^*$ 

Figura 3.7: Potencias estimadas de la prueba  $T^*$  cuando la hipótesis alternativa es la distribución  $\text{Gamma}(\alpha, 1)$  con  $\alpha^* = 0.05$  y  $n = 10, 30, 50, 100$ .

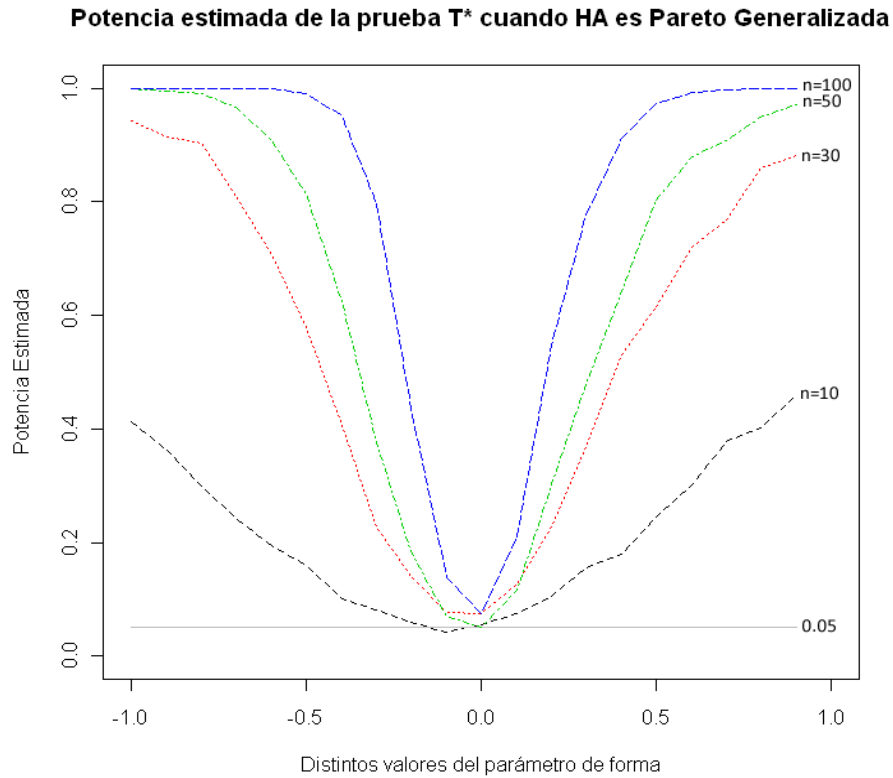


Figura 3.8: Potencias estimadas de la prueba  $T^*$  cuando la hipótesis alternativa es la distribución Pareto Generalizada(1,  $\gamma$ ) con  $\alpha^* = 0.05$  y  $n = 10, 30, 50, 100$ .

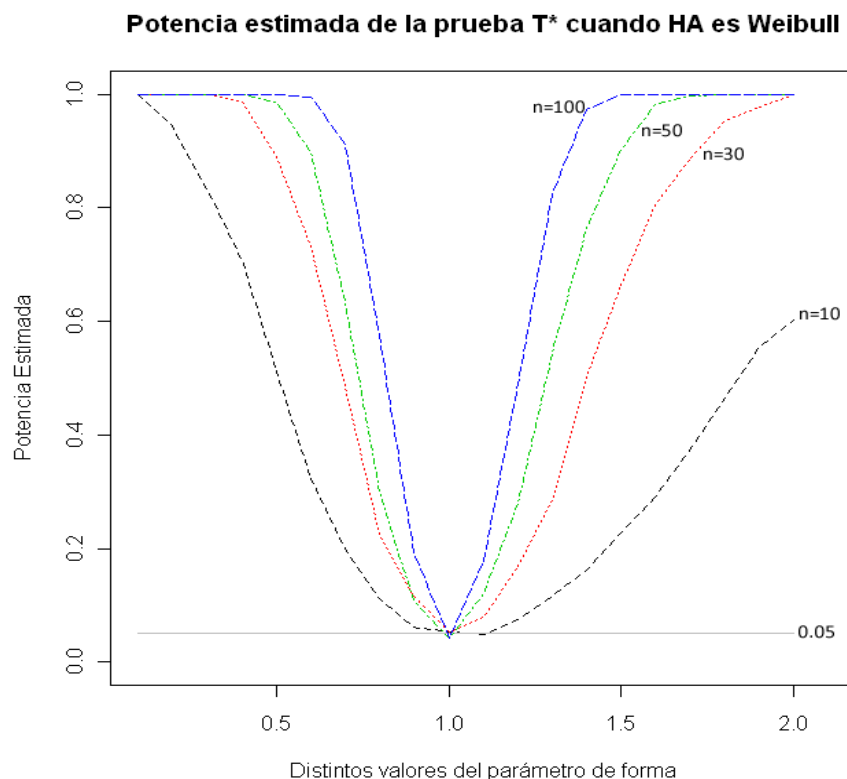


Figura 3.9: Potencias estimadas de la prueba  $T^*$  cuando la hipótesis alternativa es la distribución  $Weibull(a, 1)$  con  $\alpha^* = 0.05$  y  $n = 10, 30, 50, 100$ .

Las potencias aproximadas que se obtienen de la prueba  $T^*$  cuando se tiene una Gamma en la hipótesis alternativa, son representadas en la figura 3.7 (Cuadro 6.13, Anexo III); cuando la hipótesis alternativa es una Pareto Generalizada, los resultados son presentados en la Figura 3.8 (Cuadro 6.14, Anexo III) y cuando la hipótesis es una Weibull, los resultados son representados en la figura 3.9 (Cuadro 6.15, Anexo III).

En las Figuras 3.7 y 3.9 se puede ver que cuando los parámetros  $\alpha$  y  $a$  se aproximan a uno, la probabilidad de Error Tipo I se aproxima al tamaño de la prueba  $\alpha^* = 0.05$  establecida; es decir, la prueba detecta una distribución exponencial con probabilidad de Error Tipo I aproximado a  $\alpha^* = 0.05$  en ese punto.

En la Figura 3.8 se puede notar que cuando el parámetro  $\gamma$  se aproxima a cero, la probabilidad de Error Tipo I se aproxima al tamaño de la prueba  $\alpha^* = 0.05$  establecida; es decir, la prueba detecta una distribución exponencial con probabilidad de Error Tipo I aproximado a  $\alpha^* = 0.05$  en ese punto.



En las tres figuras se puede ver que cuando el tamaño de la prueba crece, la potencia crece, lo cuál indica que  $T^*$  es una prueba consistente.

Las tablas de potencias para  $T^*$  están expresadas en el Anexo III de este trabajo.

### 3.7.2. Potencia de la prueba $T$

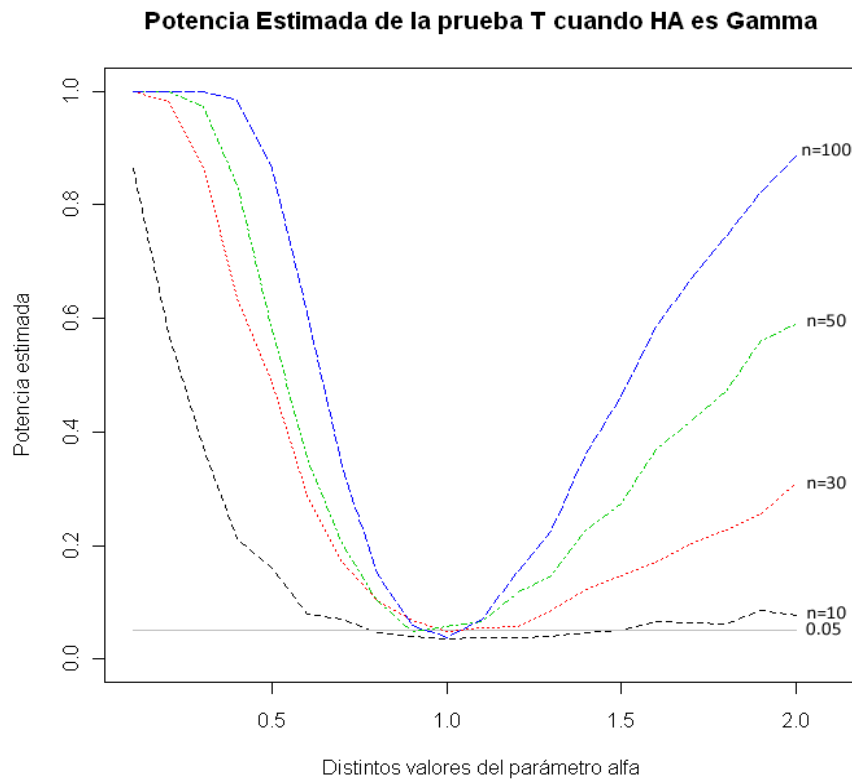


Figura 3.10: Potencias estimadas de la prueba  $T$  cuando la hipótesis alternativa es la distribución  $\text{Gamma}(\alpha, 2)$  con  $\alpha^* = 0.05$  y  $n = 10, 30, 50, 100$ .

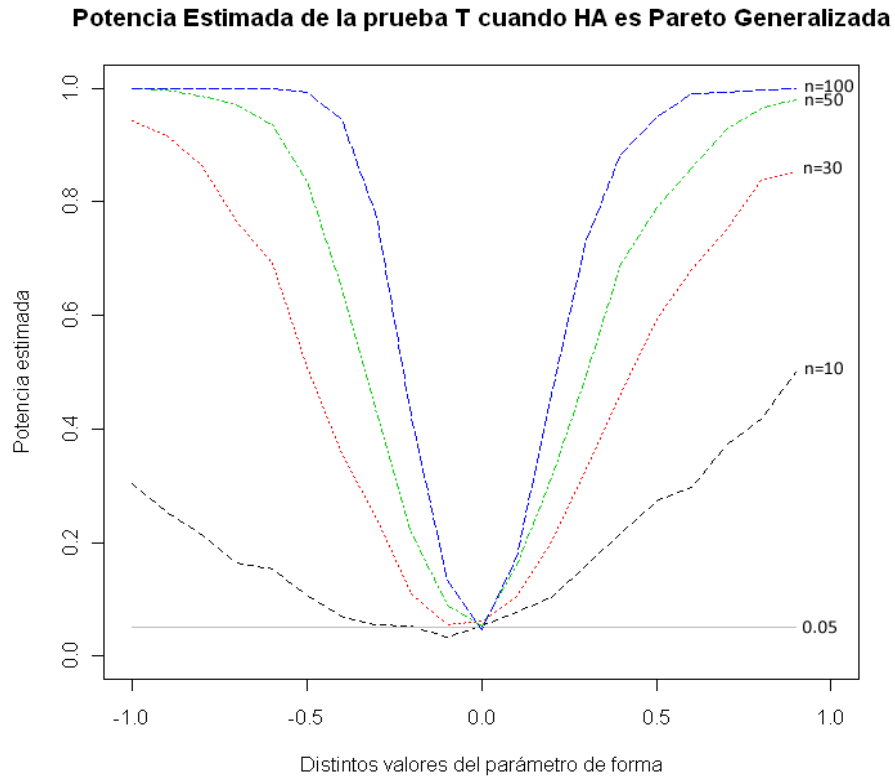


Figura 3.11: Potencias estimadas de la prueba  $T$  cuando la hipótesis alternativa es la distribución Pareto Generalizada(2, 2,  $\gamma$ ) con  $\alpha^* = 0.05$  y  $n = 10, 30, 50, 100$ .

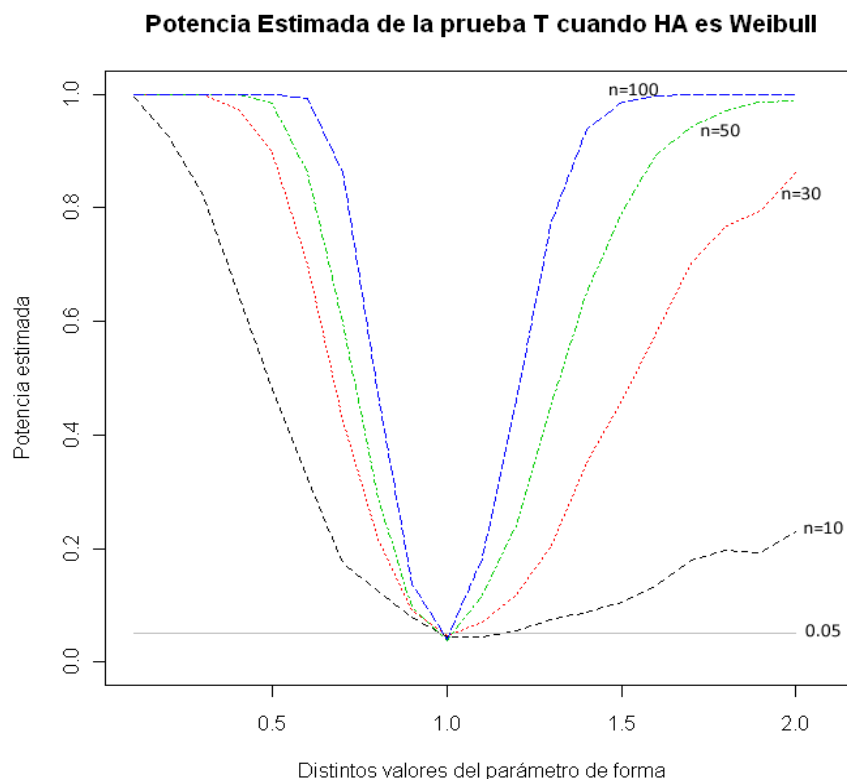


Figura 3.12: Potencias estimadas de la prueba  $T$  cuando la hipótesis alternativa es la distribución  $Weibull(a, 2)$  con  $\alpha^* = 0.05$  y  $n = 10, 30, 50, 100$ .

En las Figuras 3.10 y 3.12 se puede ver que cuando los parámetros  $\alpha$  y  $a$  se aproximan a 1, la probabilidad de Error Tipo I se aproxima al tamaño de la prueba  $\alpha^* = 0.05$  establecida; es decir, la prueba detecta una distribución exponencial con probabilidad de Error Tipo I aproximado a  $\alpha^* = 0.05$  en ese punto.

En la Figura 3.11 se puede observar que cuando el parámetro  $\gamma$  se aproxima a 0, la probabilidad de Error Tipo I se aproxima al tamaño de la prueba  $\alpha^* = 0.05$  establecida; es decir, la prueba detecta una distribución exponencial con probabilidad de Error Tipo I aproximado a  $\alpha^* = 0.05$  en ese punto.

En las tres figuras se puede ver que cuando el tamaño de la prueba crece, la potencia crece, lo cual indica que  $T$  es una prueba consistente.

Las tablas de potencias para  $T$  están contenidas en el Anexo III de este trabajo.

# Capítulo 4

## Estudio comparativo de las potencias de las pruebas $T^*$ y $T$ contra otras pruebas conocidas

### 4.1. Descripción de las pruebas a comparar

En 1990 Ascher realizó el estudio de varias pruebas y llegó a la conclusión de que la prueba de Cox & Oakes (1984) es la más potente. Además se ha considerado la prueba de Shapiro-Wilk (1965) por ser también una prueba potente para probar exponencialidad, cuya estadística de prueba también es una razón de estimadores de  $\beta^2$ .

Como en este trabajo se tienen dos pruebas distintas (una por cada caso), la estadística de Cox-Oakes en el caso en que ambos parámetros son desconocidos, tendrá una modificación para que pueda ser aplicada. Esta modificación será descrita en la sección correspondiente para  $T$ .

#### A. Prueba de Cox y Oakes (1984):

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una m.a. y sean:

$$V_{kk} = \left[ n + \frac{1}{\bar{x}} \sum_{i=1}^n x_i \left[ \log \frac{x_i}{\bar{x}} \right]^2 - \frac{\left[ \sum_{i=1}^n x_i \log \left( \frac{x_i}{\bar{x}} \right) \right]^2}{\bar{x}^2 n} \right]^{-1} \quad y$$

$$U_{k0} = n + \frac{1}{\bar{x}} \sum_{i=1}^n \log x_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \log x_i}{\bar{x}}$$

La estadística de prueba es,

$$CO = U_{k0} [V_{kk}]^{\frac{1}{2}}$$

La estadística Cox tiene distribución aproximadamente normal para probar:

$$H_0 : \text{La m.a. } X_1, X_2, \dots, X_n \text{ proviene de una distribución exponencial} \quad (4.1)$$

$$H_A : \text{La m.a. } X_1, X_2, \dots, X_n \text{ no proviene de una distribución exponencial} \quad (4.2)$$

Considerando una probabilidad del Error Tipo I igual a  $\alpha^*$ ,  $\alpha^* \in (0, 1)$ ,

se rechaza  $H_0$  si  $Cox \leq Z_{\frac{\alpha^*}{2}}$  o  $Cox \geq Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$ , de otro modo no se rechaza  $H_0$ .

Las constantes  $Z_{\frac{\alpha^*}{2}}$  y  $Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$  satisfacen  $P\left(Z \leq z_{\frac{\alpha^*}{2}}\right) = \frac{\alpha^*}{2}$ ,  $P\left(Z \geq z_{1-\frac{\alpha^*}{2}}\right) = 1 - \frac{\alpha^*}{2}$ .

Estas constantes son obtenidas de la distribución normal estándar.

Nota: En este trabajo los valores críticos  $Z_{\frac{\alpha^*}{2}}$  y  $Z_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$  son obtenidos por simulación, esto es debido a que

$n \setminus \alpha^*$	10	30	50	100	150	200
<b>0.025</b>	(-2.1483,2.1150)	(-2.1335,2.2017)	(-2.1958,2.2622)	(-2.2323,2.1945)	(-2.2176,2.2209)	(-2.2284,2.2197)
<b>0.05</b>	(-1.7561,1.9540)	(-1.8649,1.9794)	(-1.8702,1.9707)	(-1.9343,1.9680)	(-1.9378,1.9883)	(-1.9217,1.9490)
<b>0.075</b>	(-1.5422,1.8325)	(-1.6505,1.8359)	(-1.6644,1.8318)	(-1.7411,1.8065)	(-1.7487,1.8165)	(-1.7210,1.7985)
<b>0.1</b>	(-1.3817,1.7390)	(-1.5190,1.7159)	(-1.5051,1.7130)	(-1.6108,1.6890)	(-1.6035,1.6731)	(-1.5771,1.6679)
<b>0.15</b>	(-1.1624,1.5965)	(-1.2946,1.5335)	(-1.2813,1.5293)	(-1.3857,1.5113)	(-1.3961,1.4803)	(-1.3727,1.4879)
<b>0.20</b>	(-0.9762,1.4778)	(-1.1063,1.3954)	(-1.1303,1.3841)	(-1.2062,1.3567)	(-1.2182,1.3402)	(-1.2330,1.3261)
<b>0.25</b>	(-0.8166,1.3814)	(-0.9712,1.2898)	(-0.9995,1.2663)	(-1.0737,1.2376)	(-1.0797,1.2193)	(-1.0949,1.2047)

Cuadro 4.1: Valores críticos de la prueba  $CO$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$ , para distintos valores de  $\alpha^*$

las pruebas sean comparables, se debe de usar su distribución empírica y no su distribución asintótica.

En el Anexo II se incluye un cuadro de valores críticos que contiene una mayor cantidad de  $n$ 's con sus correspondientes valores críticos para esta prueba.

## B. Prueba de Shapiro-Wilk (1965):

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una m.a., la estadística Shapiro-Wilk se define como:

$$SW = \frac{\left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{(1)}) \right]^2}{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

La estadística Shapiro-Wilk se usa para probar el juego de hipótesis (4.1), (4.2).

Considerando una probabilidad del Error Tipo I igual a  $\alpha^*$ ,  $\alpha^* \in (0, 1)$ ,

se rechaza  $H_0$  si  $SW \leq k_{\frac{\alpha^*}{2}}$  o  $SW \geq k_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$ , de otro modo no se rechaza  $H_0$

Las constantes  $k_{\frac{\alpha^*}{2}}$  y  $k_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$  satisfacen  $P(SW \leq k_{\frac{\alpha^*}{2}}) = \frac{\alpha^*}{2}$ ,  $P(SW \geq k_{1-\frac{\alpha^*}{2}}) = 1 - \frac{\alpha^*}{2}$ .

$n \setminus \alpha^*$	10	30	50	100	150	200
0.025	(0.3537,2.7481)	(0.4765,1.9865)	(0.5363,1.7406)	(0.6342,1.5184)	(0.6863,1.4053)	(0.7275,1.3423)
0.05	(0.4040,2.4036)	(0.5327,1.8471)	(0.6008,1.6397)	(0.6848,1.4295)	(0.7248,1.3552)	(0.7603,1.2963)
0.075	(0.4411,2.2157)	(0.5724,1.7385)	(0.6340,1.5689)	(0.7098,1.3819)	(0.7489,1.3157)	(0.7809,1.2724)
0.1	(0.4710,2.0686)	(0.5982,1.6756)	(0.6612,1.5212)	(0.7300,1.3520)	(0.7683,1.2898)	(0.7966,1.2472)
0.15	(0.5157,1.8920)	(0.6445,1.5715)	(0.7013,1.4464)	(0.7642,1.3085)	(0.7955,1.2523)	(0.8237,1.2155)
0.2	(0.5590,1.7655)	(0.6825,1.4952)	(0.7329,1.3983)	(0.7891,1.2742)	(0.8200,1.2229)	(0.8415,1.1921)
0.25	(0.5956,1.6632)	(0.7117,1.4408)	(0.7587,1.3553)	(0.8114,1.2444)	(0.8391,1.2003)	(0.8583,1.1718)

Cuadro 4.2: Valores críticos de la prueba  $SW$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$ , para distintos valores de  $\alpha^*$

Las constantes críticas para esta prueba son obtenidas por simulación, usando el algoritmo 2, haciendo una modificación en el paso 3, donde en este caso se deben de calcular valores de la estadística Shapiro-Wilk.

En el Anexo II se incluye un cuadro de valores críticos que contiene una mayor cantidad de  $n$ 's con sus correspondientes valores críticos para esta prueba.

## C. Prueba Cox-Oakes Corregida:

Como la prueba Cox-Oakes sin corregir sólo puede ser aplicada para exponenciales con un sólo parámetro( $\beta$ ), se hace necesario introducir una corrección para que pueda ser usada en el caso de la exponencial de dos parámetros.

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una m.a. de la distribución exponencial con parámetros  $\mu$  y  $\beta$ .

Sean  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$  las estadísticas de orden de la m.a.

Se introduce la corrección:

$$Y_1 = X_{(1)} - X_{(1)}, Y_2 = X_{(2)} - X_{(1)}, \dots, Y_n = X_{(n)} - X_{(1)}$$

Nótese que  $Y_1 = 0$ , y como la estadística  $COC$  no puede ser calculada para valores cero, se tomarán las últimas  $n - 1$   $Y_i$ 's para aplicar la prueba Cox-Oakes, usando las fórmulas enunciadas en la sección 4.1 parte A.

La estadística para la prueba de Cox corregida, para datos  $Exp(\mu, \beta)$ , la nombraremos como  $COC$ .

La estadística  $COC$  se usa para probar el juego de hipótesis (4.1), (4.2).

Considerando una probabilidad del Error Tipo I igual a  $\alpha^*$ ,  $\alpha^* \in (0, 1)$ ,

se rechaza  $H_0$  si  $COC \leq k_{\frac{\alpha^*}{2}}$  o  $COC \geq k_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$ , de otro modo no se rechaza  $H_0$

Las constantes  $k_{\frac{\alpha^*}{2}}$  y  $k_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$  satisfacen  $P(COC \leq k_{\frac{\alpha^*}{2}}) = \frac{\alpha^*}{2}$ ,  $P(COC \geq k_{1-\frac{\alpha^*}{2}}) = 1 - \frac{\alpha^*}{2}$ .

$\alpha^* \backslash n$	10	30	50	100	150	200
<b>0.025</b>	(-2.1630,2.1684)	(-2.2135,2.2481)	(-2.1803,2.2323)	(-2.2089,2.2609)	(-2.2043,2.2566)	(-2.2350,2.1550)
<b>0.05</b>	(-1.8598,1.9762)	(-1.8951,1.9894)	(-1.8388,2.0006)	(-1.9151,2.0314)	(-1.9134,2.0047)	(-1.9406,1.8998)
<b>0.075</b>	(-1.5953,1.8519)	(-1.6784,1.8317)	(-1.6810,1.8453)	(-1.7203,1.8409)	(-1.7174,1.8411)	(-1.7353,1.7451)
<b>0.1</b>	(-1.4370,1.7780)	(-1.5268,1.7085)	(-1.5205,1.7321)	(-1.5680,1.7121)	(-1.5802,1.7037)	(-1.6015,1.6430)
<b>0.15</b>	(-1.1800,1.6401)	(-1.3265,1.5534)	(-1.3021,1.5355)	(-1.3563,1.5104)	(-1.3719,1.4954)	(-1.3849,1.4619)
<b>0.2</b>	(-0.9609,1.5172)	(-1.1540,1.4039)	(-1.1192,1.3916)	(-1.1950,1.3582)	(-1.2024,1.3615)	(-1.2166,1.3196)
<b>0.25</b>	(-0.8068,1.4186)	(-1.0150,1.2843)	(-0.9877,1.2752)	(-1.0581,1.2296)	(-1.0697,1.2291)	(-1.0764,1.1921)

Cuadro 4.3: Valores críticos de la prueba  $COC$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$ , para distintos valores de  $\alpha^*$

Las constantes críticas para esta prueba serán obtenidas por simulación, usando el algoritmo 2, haciendo una modificación en el paso 3, donde en este caso se deben de calcular valores de la estadística  $COC$ .

En el Anexo II se incluye un cuadro de valores críticos que contiene una mayor cantidad de  $n$ 's con sus correspondientes valores críticos para esta prueba.

## 4.2. Comparación de los tamaños de las pruebas

### 4.2.1. Comparación de tamaños de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T^*$

Para este análisis se procede a generar muestras aleatorias  $Exp(\beta)$  considerando muestras de tamaño  $n = 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160$ . Estas se someten a las tres pruebas para el tamaño de prueba  $\alpha^* = 0.05$ , con 10000 réplicas. Este proceso es realizado por los programas del Anexo I, mediante el siguiente algoritmo.

*Algoritmo 4. Obtención del tamaño de las pruebas*

1. Se establece el tamaño de la prueba  $\alpha^*$  y el tamaño de muestra  $n$ .
2. Se generan 10000 m.a.'s de tamaño  $n$  de la distribución exponencial con parámetro  $\beta$ .
3. Se calculan las estadísticas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$ . Se tendrán 10000 valores de cada estadística.
4. Se obtiene el tamaño de la siguiente forma: Usando los valores críticos de las tablas del Anexo II, y los valores de las estadísticas generadas en 2, mediante el criterio: Si  $Estadística < q_{\frac{\alpha^*}{2}}$  ó  $Estadística > q_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$  la muestra  $i$  toma el valor de uno, de otro modo toma el valor de cero. Se obtiene el total de 1's, de donde el tamaño estimado es  $Tamaño\ Estimado = \frac{Total\ de\ 1's}{10000}$
5. Se repiten los pasos del 1 al 4 hasta agotar los valores de  $n$ .



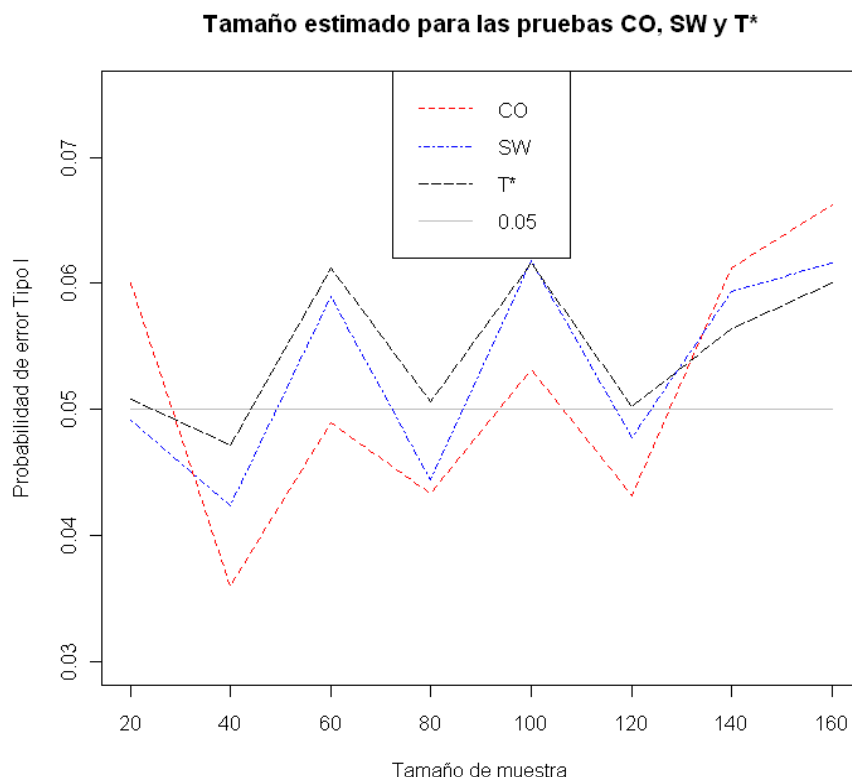


Figura 4.1: Tamaños estimados de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $\alpha^* = 0.05$  y  $n = 20, 40, 60, \dots, 160$  cuando la muestra proviene de la distribución  $Exp(\beta)$ .

Las tablas donde se comparan los tamaños, las encontramos en el Anexo III. Podemos ver en la figura 4.1 el resultado para  $\alpha^* = 0.05$ .

En la figura 4.1 se puede ver que las tres pruebas tienen un buen comportamiento, debido a que conservan el tamaño estimado cercano a  $\alpha^* = 0.05$ . Nótese también, que las pruebas son consistentes, ya que preservan el tamaño estimado que teóricamente debe de ser cercano a  $\alpha^* = 0.05$ .

Este resultado nos da evidencia de que la prueba  $T^*$  es una buena prueba, debido a que iguala en Probabilidad de Error Tipo I a las otras pruebas tradicionales.

#### 4.2.2. Comparación de tamaños de las pruebas $CO$ , $SW$ y $T$

Para este análisis se procede a generar muestras aleatorias  $Exp(\mu, \beta)$  considerando muestras de tamaño  $n = 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160$ . Estas se someten a las tres pruebas para el tamaño de prueba  $\alpha^* = 0.05$ , con 10000 réplicas. Este proceso es realizado por el programa A.1 (Anexo I) en el paquete R, mediante el algoritmo 4,

con la modificación en los pasos 2 y 5. En este caso se deben de generar muestras de la exponencial de dos parámetros.

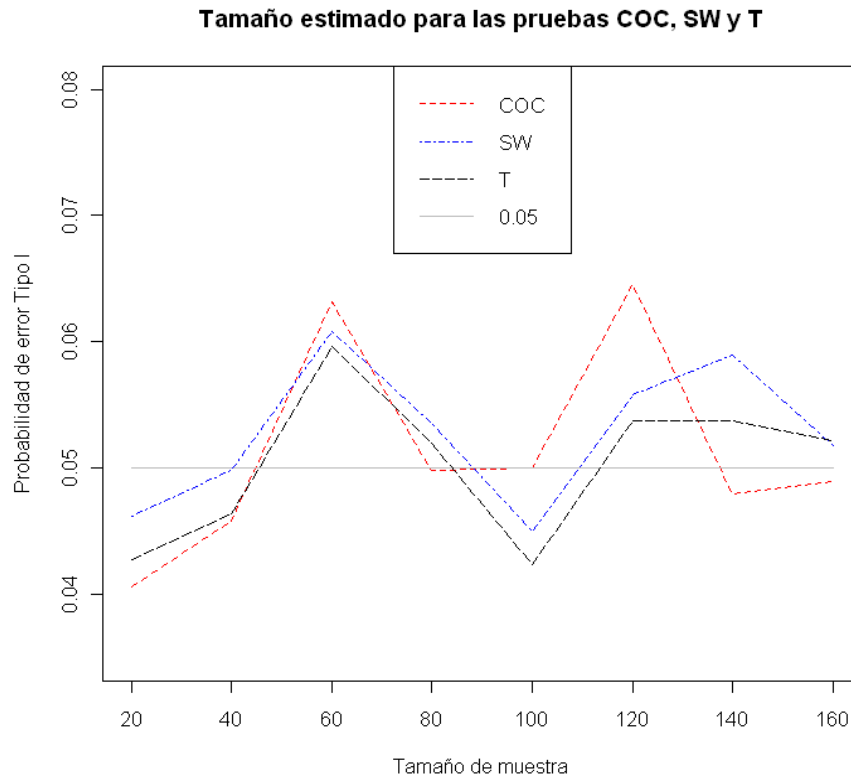


Figura 4.2: Tamaños estimados de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $\alpha^* = 0.05$  y  $n = 20, 40, 60, \dots, 160$  cuando la muestra proviene de la distribución  $Exp(\mu, \beta)$ .

Las tablas de tamaños están contenidas en el Anexo III. Podemos ver en la figura 4.2 los resultados para  $\alpha^* = 0.05$ .

En la figura 4.2 se puede ver que las tres pruebas tienen un buen comportamiento, debido a que conservan el tamaño estimado cercano a  $\alpha^* = 0.05$ . Nótese también, que el tamaño estimado se acerca a  $\alpha^* = 0.05$  conforme  $n$  aumenta. Este resultado nos da evidencia de que la prueba *T* es una buena prueba, debido a que tiene una Probabilidad de Error Tipo I cercana a las de las pruebas tradicionales.

### 4.3. Comparación de pruebas por medio de su potencia

Se tomaron como distribuciones alternativas las siguientes: Weibull( $a, b$ ), Gamma( $\alpha, \beta$ ) y Pareto Generalizada( $\mu, \sigma, \gamma$ ). Estas distribuciones ya fueron definidas en la sección 3.7.

Además de las distribuciones alternativas anteriores, se tomaron otras, las cuales se definen a continuación:

- Distribución *Log – Normal*

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\log x - \mu)^2\right\}, \quad x > 0, \mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0.$$

- Distribución *Chi – Cuadrada*

$$f(x; k) = \frac{x^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)}, \quad x > 0, (x), k > 0$$

- Distribución *Pareto Clásica*

$$F(x; \alpha) = 1 - \frac{1}{|x - 1|^\alpha}, \quad x > 0, \alpha > 0.$$

- Distribución *Log – Beta*

$$f(x; \alpha, \theta) = \frac{e^{-\alpha y} (1 - e^{-y})^{\theta-1}}{B(\alpha, \theta)}, \quad x > 0, \alpha > 0, \theta > 0.$$

- Distribución *Cauchy*

$$f(x; k, \alpha) = \frac{1}{\pi\alpha \left[1 + \left(\frac{x-k}{\alpha}\right)^2\right]}, \quad -\infty \leq x \leq \infty.$$

En el caso de la *Cauchy* se trabajará con  $Y = |X|$ .

#### 4.3.1. Comparación de las potencias de las pruebas *CO*, *SW* y *T*

Para comparar las potencias de las pruebas, se procede con el siguiente algoritmo:

## Algoritmo 5. Obtención de las potencias de las pruebas

1. Se establece el tamaño de la prueba  $\alpha^*$  y el tamaño de muestra  $n$ .
2. Se obtienen los valores críticos  $(\frac{\alpha^*}{2}, 1 - \frac{\alpha^*}{2})$  correspondientes a  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$ , acordes con  $\alpha^*$  y  $n$ , de los cuadros del Anexo II.
3. Se calculan 10000 valores de cada estadística ( $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$ ) usando m.a.'s aleatorias de la distribución alternativa.
4. Se obtiene la potencia de la siguiente forma: Usando los valores críticos obtenidos en 2 y los valores de las estadísticas generadas en 3, mediante el criterio: Si  $Estadística < q_{\frac{\alpha^*}{2}}$  ó  $Estadística > q_{1-\frac{\alpha^*}{2}}$  la muestra  $i$  toma el valor de uno, de otro modo toma el valor de cero. Se obtiene el total de 1's, de donde la potencia es  $Potencia = \frac{Total\ de\ 1's}{10000}$ .
5. Se repiten los pasos del 2 al 4 modificando los parámetros de la distribución alternativa. Esto es con el objeto de estudiar la potencia de las pruebas para distintos valores de los parámetros de la distribución alternativa.

<i>Prueba</i> \ $\alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
<i>CO</i>	1	1	1	1	0.98	0.862	0.545	0.263	0.106	0.039
<i>SW</i>	1	1	0.979	0.884	0.698	0.44	0.257	0.127	0.064	0.055
<i>T*</i>	1	1	0.982	0.872	0.641	0.379	0.23	0.105	0.065	0.049

<i>Prueba</i> \ $\alpha$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
<i>CO</i>	0.072	0.147	0.266	0.401	0.57	0.67	0.781	0.845	0.916	0.959
<i>SW</i>	0.052	0.102	0.161	0.231	0.335	0.428	0.508	0.605	0.706	0.782
<i>T*</i>	0.084	0.128	0.219	0.339	0.429	0.524	0.632	0.729	0.787	0.82

Cuadro 4.4: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $Gamma(\alpha, 1)$  en la hipótesis alternativa.

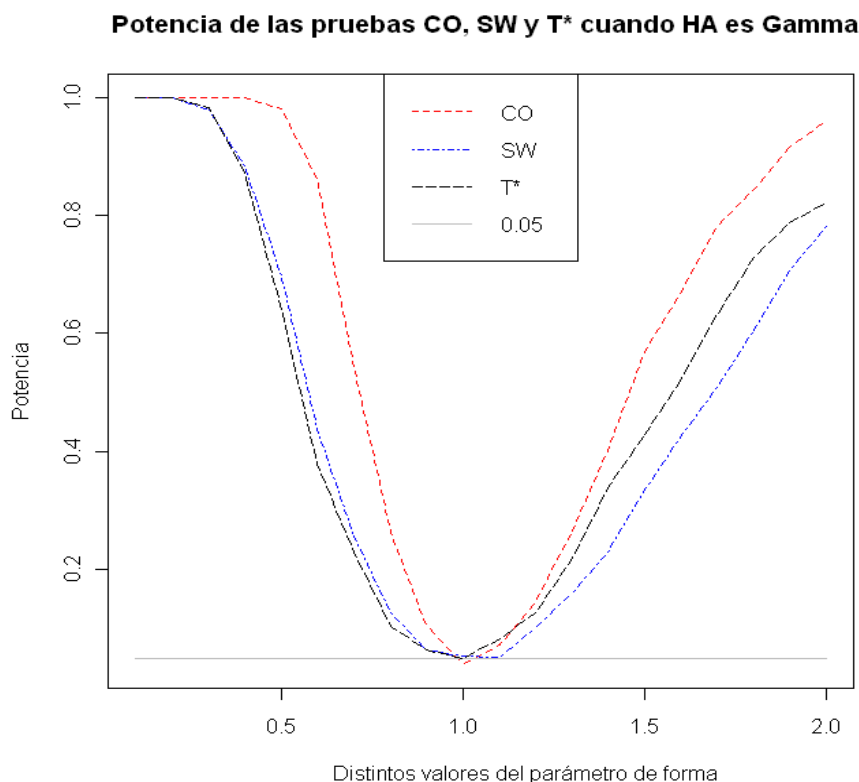


Figura 4.3: Potencias estimadas de las pruebas *CO*, *SW* y *T\** con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Gamma* ( $\alpha, 1$ ) en la hipótesis alternativa.

<i>Prueba</i> \ $\gamma$	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
<i>CO</i>	0.931	0.904	0.845	0.761	0.677	0.575	0.443	0.283	0.165	0.084
<i>SW</i>	0.999	0.991	0.973	0.949	0.879	0.744	0.555	0.329	0.159	0.057
<i>T*</i>	0.999	0.997	0.991	0.975	0.943	0.844	0.681	0.444	0.224	0.105

<i>Prueba</i> \ $\gamma$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
<i>CO</i>	0.056	0.096	0.214	0.424	0.608	0.767	0.849	0.937	0.955	0.976
<i>SW</i>	0.071	0.133	0.336	0.499	0.674	0.809	0.879	0.93	0.962	0.976
<i>T*</i>	0.06	0.135	0.309	0.509	0.692	0.802	0.858	0.909	0.952	0.966

Cuadro 4.5: Potencias estimadas de las pruebas *CO*, *SW* y *T\** con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Pareto generalizada* ( $0, 1, \gamma$ ) en la hipótesis alternativa.

Potencia de las pruebas CO, SW y T\* cuando HA es Pareto Generalizada

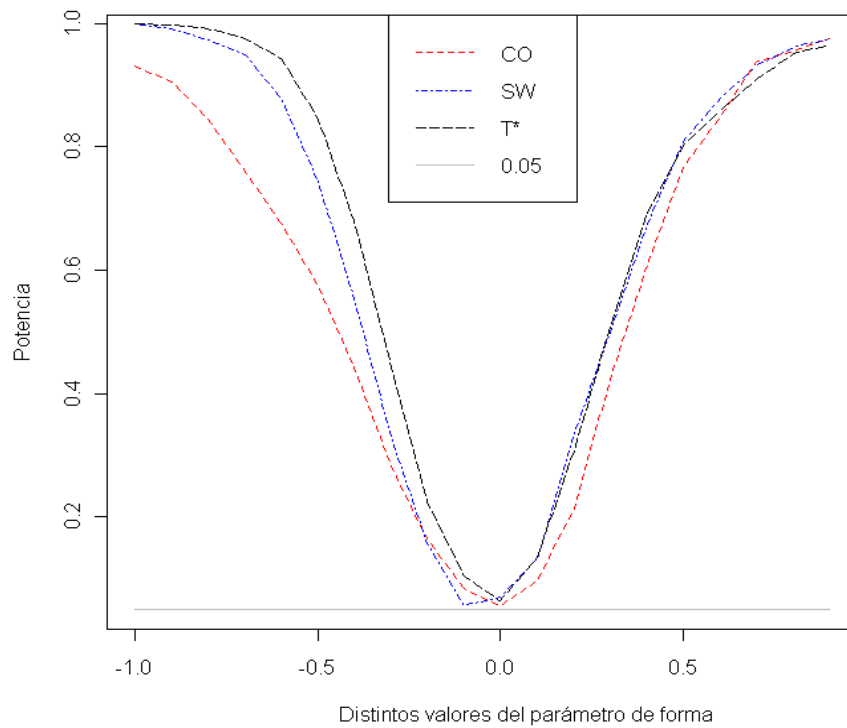


Figura 4.4: Potencias estimadas de las pruebas *CO*, *SW* y *T\** con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Pareto generalizada*  $(0, 1, \gamma)$  en la hipótesis alternativa.

<i>Prueba</i> \ <i>a</i>	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
<i>CO</i>	1	1	1	1	1	0.987	0.848	0.472	0.165	0.055
<i>SW</i>	1	1	1	0.996	0.982	0.855	0.552	0.254	0.092	0.048
<i>T*</i>	1	1	1	1	0.988	0.897	0.632	0.302	0.106	0.049

<i>Prueba</i> \ <i>a</i>	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
<i>CO</i>	0.086	0.242	0.475	0.628	0.775	0.87	0.932	0.944	0.976	0.982
<i>SW</i>	0.092	0.246	0.452	0.628	0.793	0.904	0.944	0.975	0.987	0.993
<i>T*</i>	0.083	0.174	0.377	0.589	0.737	0.864	0.924	0.947	0.983	0.993

Cuadro 4.6: Potencias estimadas de las pruebas *CO*, *SW* y *T\** con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Weibull*  $(a, 2)$  en la hipótesis alternativa.

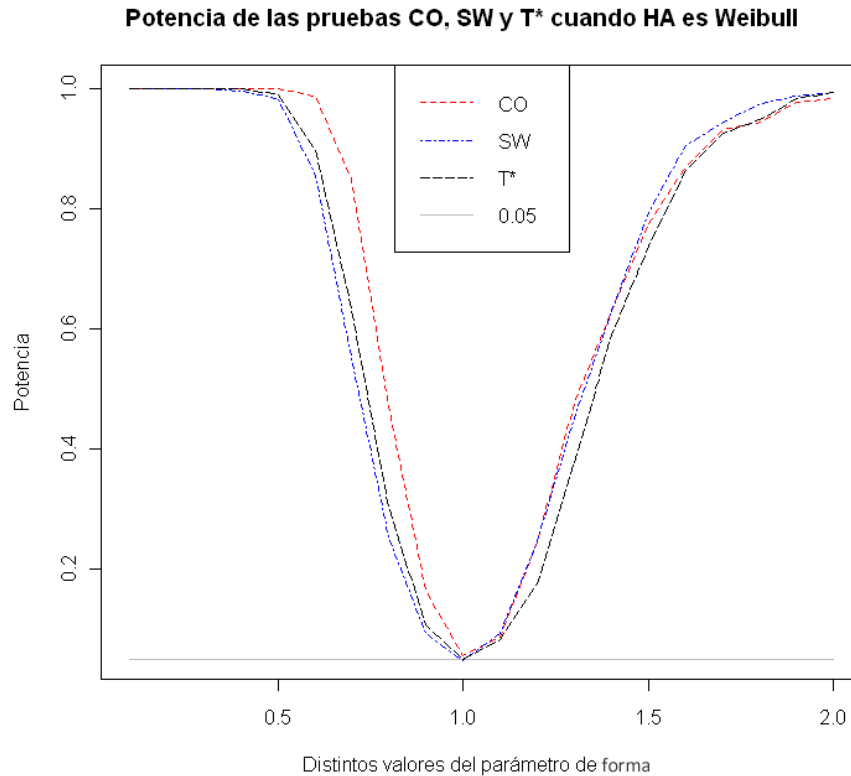


Figura 4.5: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$   $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $Weibull(a, 2)$  en la hipótesis alternativa.

Podemos encontrar las tablas de potencias para distintos valores de  $\alpha^*$  y de  $n$  en el Anexo III de este trabajo. En los cuadros 4.4-4.6 y en las figuras 4.3-4.5, podemos ver la comparación de potencias para  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , para las distribuciones ya mencionadas en la Sección 4.3

1. En el cuadro 4.4 y en la figura 4.3, se puede observar que cuando se tiene a la distribución Gamma en la hipótesis alternativa, la prueba más potente es la de Cox-Oakes. Cuando  $\alpha \geq 1$  la prueba  $T^*$  es más potente que la prueba  $SW$ .
2. En el cuadro 4.5 y en la figura 4.4, se puede ver que cuando se tiene a la distribución Pareto Generalizada en la hipótesis alternativa, la prueba más potente es la  $T^*$ .
3. En el cuadro 4.6 y en la figura 4.5, observamos que cuando se tiene a la distribución Weibull en la hipótesis alternativa, con  $\alpha \geq 1$  las pruebas Cox-Oakes y Shapiro-Wilk son igualmente potentes, pero la prueba Cox-Oakes es la más potente en general.

Prueba \ k	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
CO	0.995	0.969	0.917	0.829	0.713	0.56	0.384	0.243	0.172	0.106	0.056	0.032
SW	0.732	0.586	0.447	0.363	0.289	0.202	0.139	0.089	0.062	0.044	0.036	0.052
T*	0.79	0.662	0.542	0.44	0.287	0.252	0.19	0.12	0.086	0.071	0.052	0.042

Prueba \ k	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3	3.1	3.2
CO	0.028	0.06	0.074	0.104	0.156	0.203	0.249	0.314	0.41	0.483	0.54	0.6
SW	0.062	0.068	0.08	0.115	0.132	0.182	0.222	0.24	0.322	0.367	0.441	0.481
T*	0.064	0.07	0.091	0.114	0.159	0.202	0.223	0.272	0.365	0.366	0.436	0.477

Cuadro 4.7: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Chi – Cuadrada* ( $k$ ) en la hipótesis alternativa.

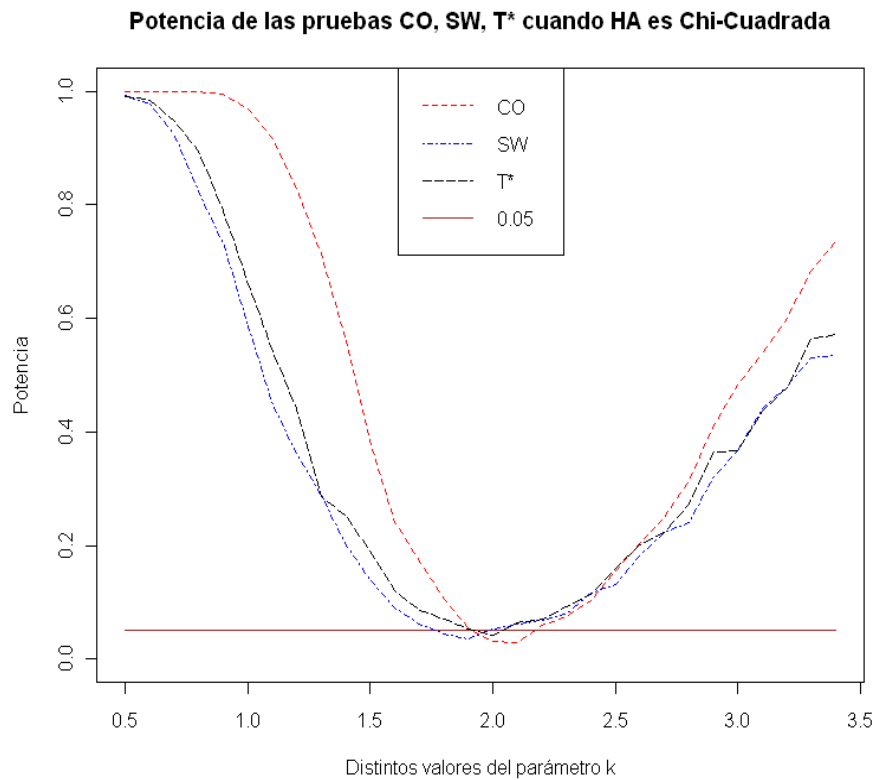


Figura 4.6: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Chi – Cuadrada* ( $k$ ) en la hipótesis alternativa.



Prueba \ $\theta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
CO	1	1	1	1	0.984	0.849	0.566	0.267	0.097	0.062
SW	1	0.999	0.975	0.864	0.648	0.398	0.208	0.12	0.063	0.046
T*	1	0.999	0.969	0.846	0.596	0.404	0.185	0.094	0.051	0.041

Prueba \ $\theta$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
CO	0.075	0.133	0.25	0.363	0.496	0.641	0.746	0.808	0.897	0.931
SW	0.056	0.083	0.144	0.185	0.301	0.367	0.478	0.59	0.643	0.736
T*	0.066	0.089	0.165	0.25	0.33	0.443	0.522	0.59	0.675	0.746

Cuadro 4.8: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $LogBeta(1, \theta)$  en la hipótesis alternativa.

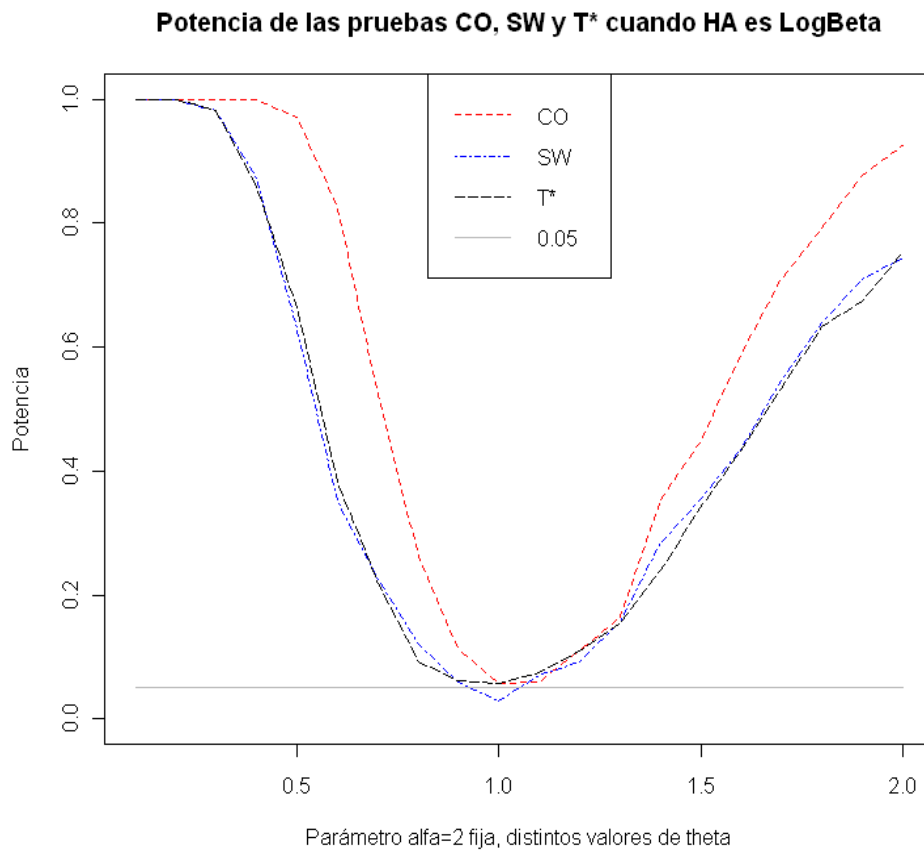


Figura 4.7: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $LogBeta(1, \theta)$  en la hipótesis alternativa.

- En el cuadro 4.7 y en la figura 4.6, se puede ver que la prueba Cox-Oakes es la más potente; sin embargo la prueba T\* es más potente que la prueba Shapiro-Wilk.

- En el cuadro 4.8 y en la figura 4.7, podemos observar que las pruebas  $T^*$  y  $SW$  son igualmente potentes, pero en menor medida que la prueba  $CO$ .

Prueba \ $\sigma$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	5	8	10
$CO$	1	1	0.598	0.103	0.914	1	1	1	1
$SW$	1	0.994	0.341	0.329	0.912	0.999	1	1	1
$T^*$	1	0.993	0.236	0.296	0.904	0.996	1	1	1

Cuadro 4.9: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $LogNormal(1, \sigma)$  en la hipótesis alternativa.

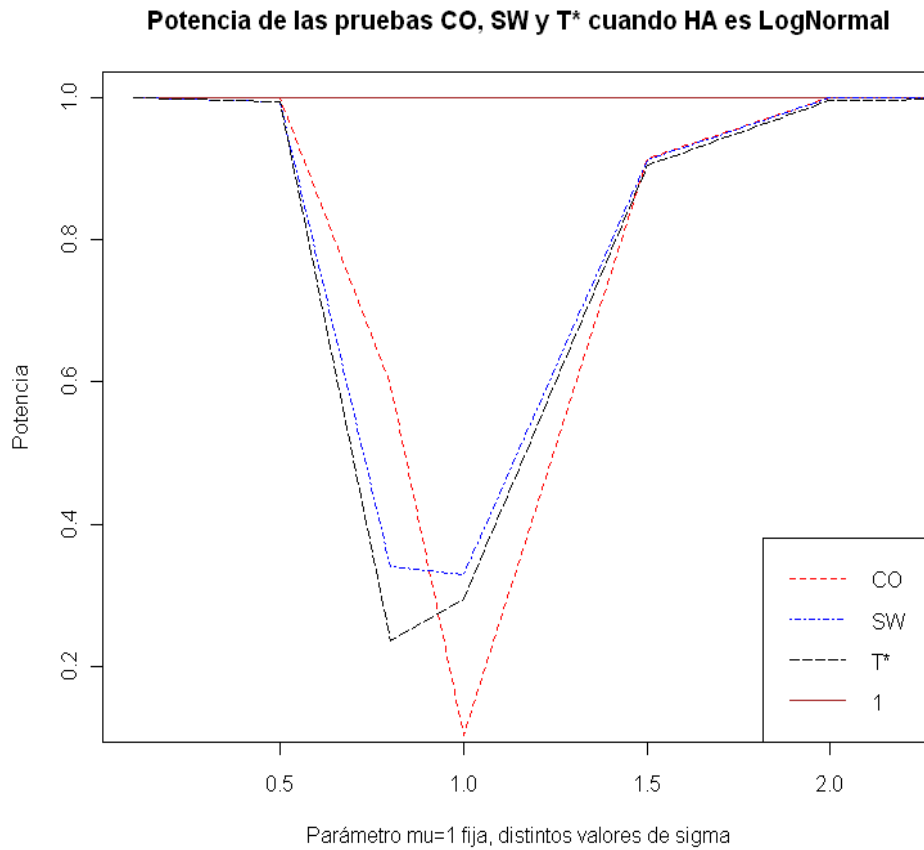


Figura 4.8: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $LogNormal(1, \sigma)$  en la hipótesis alternativa.

Prueba \ $\mu$	-10	-5	-2	-1	0	1	2	5	10
CO	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SW	0.993	0.998	0.994	0.995	0.993	0.995	0.994	0.992	0.991
T*	0.994	0.996	0.996	0.99	0.994	0.995	0.994	0.995	0.995

Cuadro 4.10: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogNormal* ( $\mu, 0.5$ ) en la hipótesis alternativa.

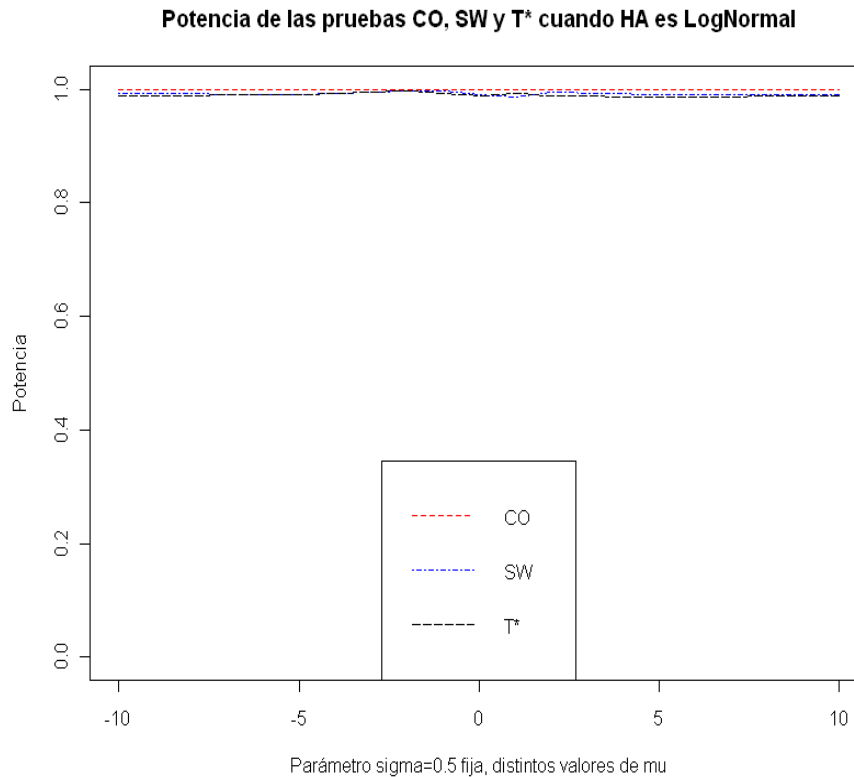


Figura 4.9: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogNormal* ( $\mu, 0.5$ ) en la hipótesis alternativa.

Prueba \ $\mu$	-10	-5	-2	-1	0	1	2	5	10
CO	0.111	0.101	0.127	0.101	0.133	0.129	0.127	0.1	0.107
SW	0.297	0.303	0.303	0.286	0.277	0.297	0.303	0.284	0.274
T*	0.316	0.28	0.295	0.304	0.311	0.307	0.331	0.315	0.302

Cuadro 4.11: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogNormal* ( $\mu, 1$ ) en la hipótesis alternativa.

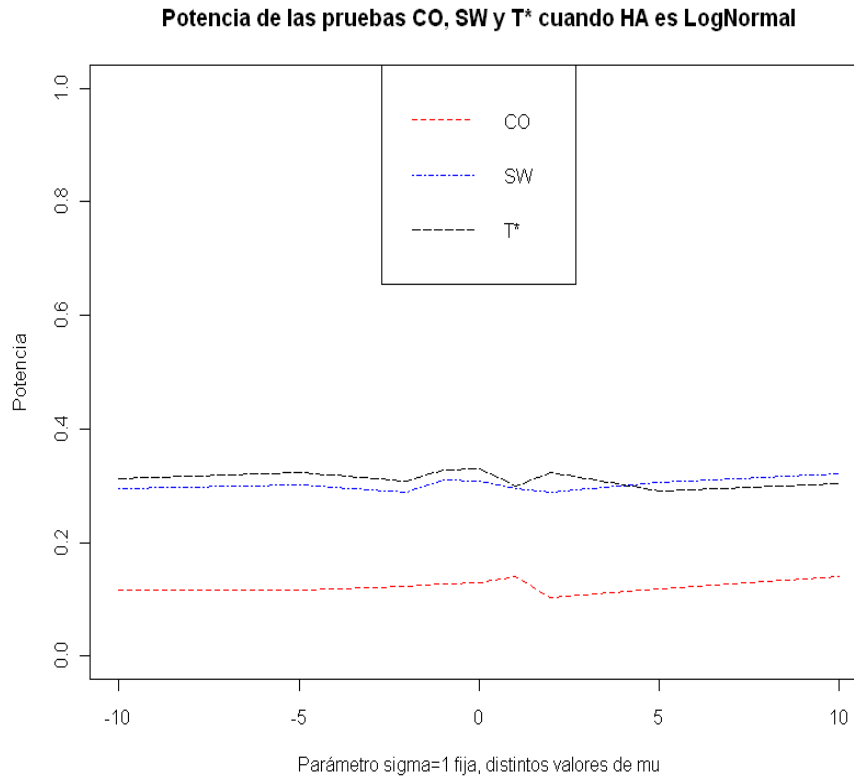


Figura 4.10: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $LogNormal(\mu, 1)$  en la hipótesis alternativa.

<i>Prueba</i> \ $\mu$	-10	-5	-2	-1	0	1	2	5	10
$CO$	1	1	0.997	1	1	1	1	0.998	1
$SW$	0.998	0.999	0.997	0.997	0.996	0.998	0.997	0.999	1
$T^*$	0.999	0.994	0.999	0.994	0.998	0.999	0.995	0.999	0.996

Cuadro 4.12: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $LogNormal(\mu, 2)$  en la hipótesis alternativa.

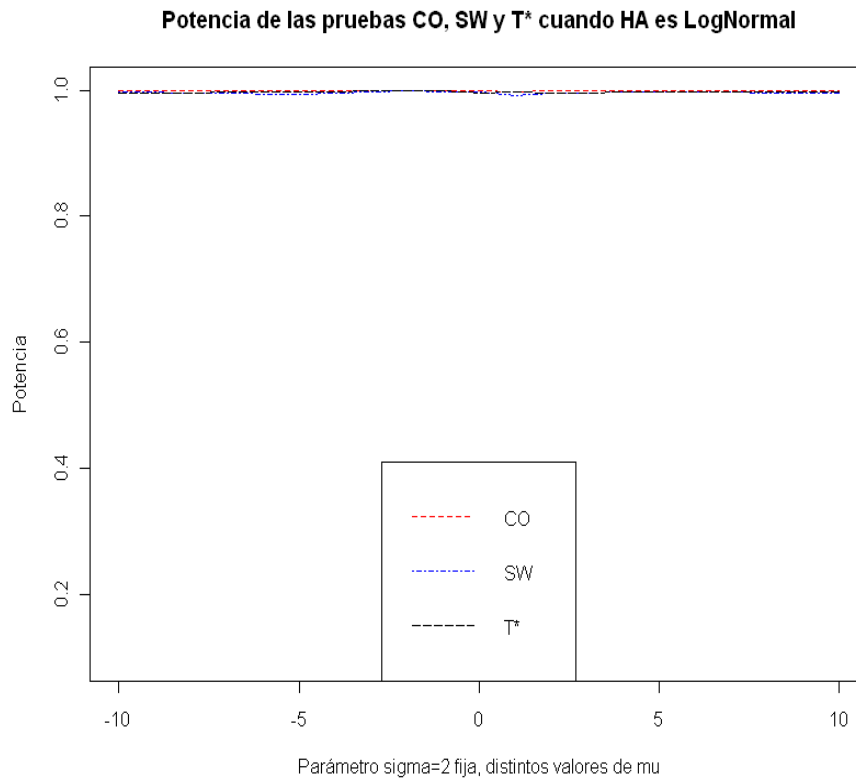


Figura 4.11: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $LogNormal(\mu, 2)$  en la hipótesis alternativa.

Los cuadros 4.9-4.12 y las figuras 4.8-4.11 muestran las potencias para las tres pruebas cuando en  $H_A$  se tiene a la distribución  $LogNormal(\mu, \sigma)$ . Acerca de estos cuadros podemos comentar lo siguiente:

1. Cuando hacemos variar a  $\sigma$  manteniendo  $\mu=1$ , la prueba  $CO$  tiene mayor potencia en el intervalo(0.1, 0.9). Luego, cuando  $\sigma > 1$  la prueba con mayor potencia es la  $SW$
2. Cuando fijamos  $\sigma = 0.5$  y hacemos variar a  $\mu$ , las tres pruebas tienen potencia casi iguales, aproximadamente uno.
3. Cuando fijamos  $\sigma = 1$  y hacemos variar a  $\mu$ , la prueba  $T^*$  es la más potente.
4. Cuando fijamos  $\sigma = 2$  y hacemos variar a  $\mu$ , las tres pruebas tienen potencia aproximadamente iguales, cercanas a uno.

Prueba \ $\theta$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	3	5
CO	1	1	0.978	0.941	0.759	0.613	0.327	0.173
SW	1	1	0.999	0.997	0.95	0.777	0.43	0.165
T*	1	1	1	0.999	0.972	0.851	0.519	0.231

Cuadro 4.13: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Beta ( $1, \theta$ ) en la hipótesis alternativa.

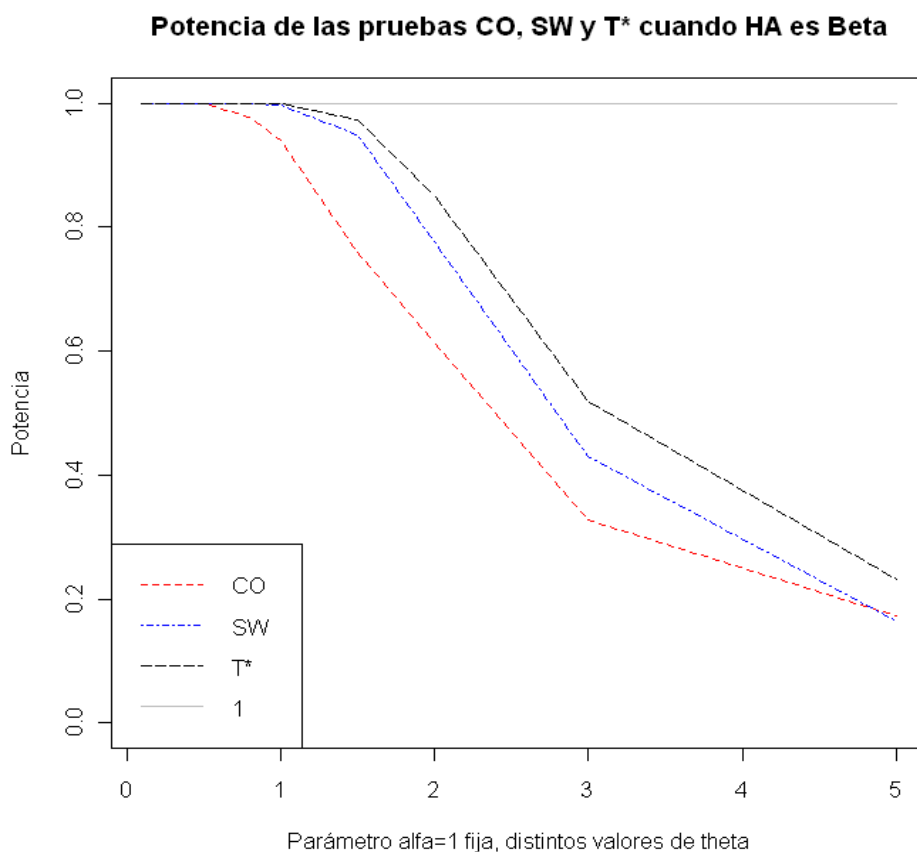


Figura 4.12: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Beta ( $1, \theta$ ) en la hipótesis alternativa.

Prueba \ $\alpha$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	3	5
CO	1	0.502	0.513	0.941	1	1	1	1
SW	1	0.062	0.925	0.998	1	1	1	1
T*	1	0.081	0.933	0.998	1	1	1	1

Cuadro 4.14: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Beta ( $\alpha, 1$ ) en la hipótesis alternativa.

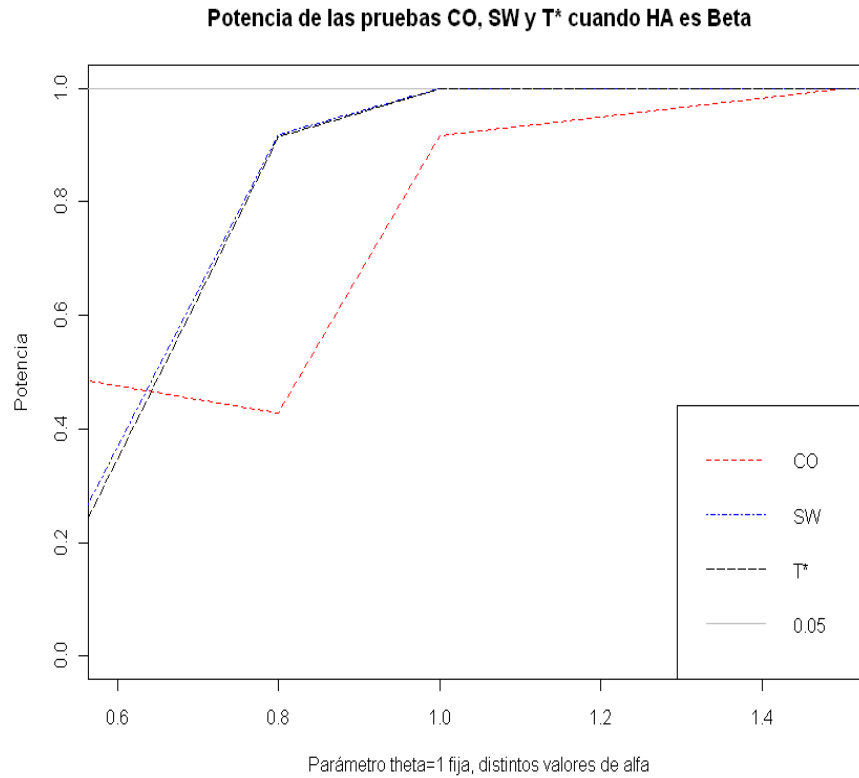


Figura 4.13: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $Beta(\alpha, 1)$  en la hipótesis alternativa.

<i>Prueba</i> \ $\alpha$	<b>0.1</b>	<b>0.5</b>	<b>0.8</b>	<b>1</b>	<b>1.5</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>
<i>CO</i>	1	0.804	0.101	0.588	1	1	1	1
<i>SW</i>	1	0.056	0.309	0.797	1	1	1	1
<i>T*</i>	1	0.039	0.273	0.808	1	1	1	1

Cuadro 4.15: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $Beta(\alpha, 2)$  en la hipótesis alternativa.

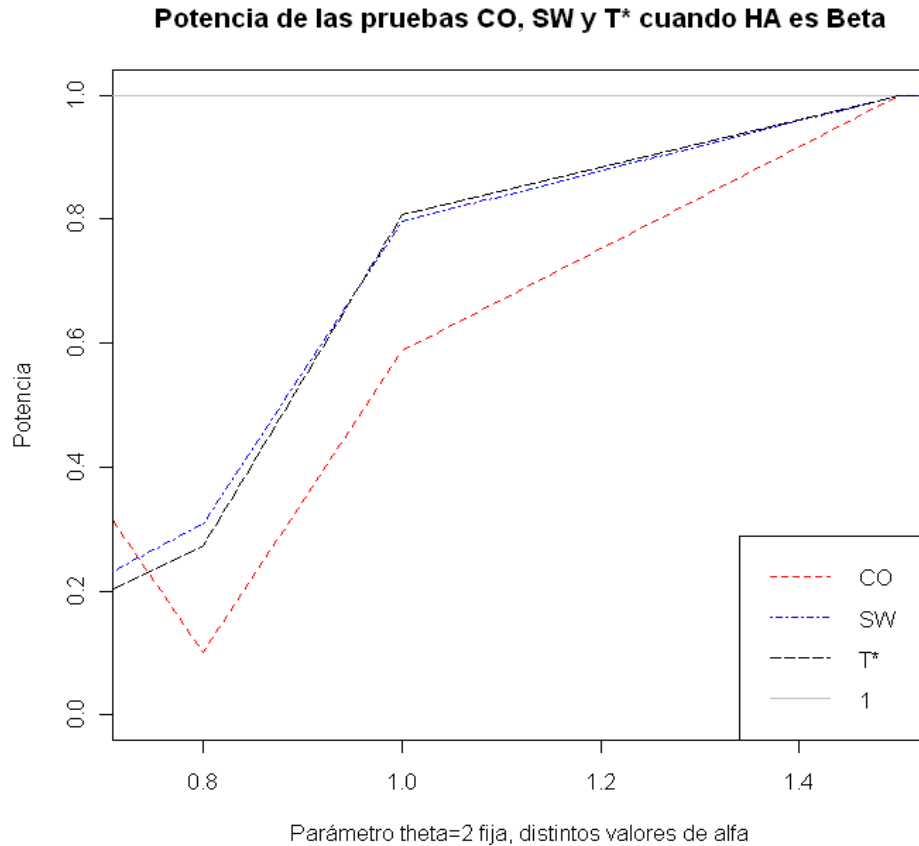


Figura 4.14: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $Beta(\alpha, 2)$  en la hipótesis alternativa.

Los cuadros 4.13-4.15 y las figuras 4.12-4.14 muestran las potencias para las tres pruebas cuando en  $H_A$  se tiene a la distribución  $Beta(\alpha, \theta)$ . Acerca de estos cuadros podemos comentar lo siguiente:

- Cuando establecemos  $\alpha = 1$  y hacemos variar a  $\theta$ , la prueba más potente es la  $T^*$ .
- Cuando establecemos  $\theta = 1$  y hacemos variar a  $\alpha$ , la prueba  $T^*$  es más potente cuando  $\alpha > 0.8$ .
- Cuando establecemos  $\theta = 2$  y hacemos variar a  $\alpha$ , la prueba  $T^*$  es más potente cuando  $\alpha > 0.8$ .



Prueba \ $\alpha$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	5	8	10
CO	0.853	0.519	0.65	0.712	0.83	0.852	0.896	0.894	0.907
SW	0.839	0.759	0.837	0.859	0.899	0.935	0.948	0.944	0.952
T*	0.846	0.751	0.856	0.882	0.914	0.927	0.942	0.936	0.937

Cuadro 4.16: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Cauchy  $(1, \alpha)$  en la hipótesis alternativa.

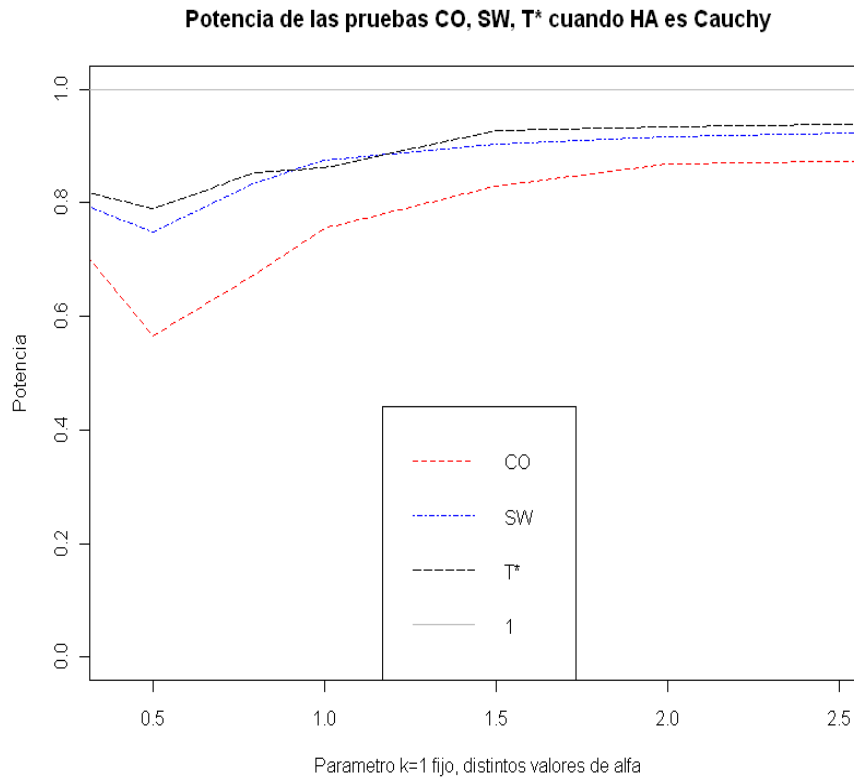


Figura 4.15: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Cauchy  $(1, \alpha)$  en la hipótesis alternativa.

Prueba \ $\alpha$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	5	8	10
CO	0.935	0.653	0.551	0.591	0.633	0.721	0.883	0.881	0.912
SW	0.911	0.746	0.721	0.76	0.832	0.891	0.919	0.944	0.936
T*	0.906	0.725	0.733	0.767	0.833	0.883	0.935	0.949	0.942

Cuadro 4.17: Potencias estimadas de las pruebas CO, SW y T\* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Cauchy  $(2, \alpha)$  en la hipótesis alternativa.

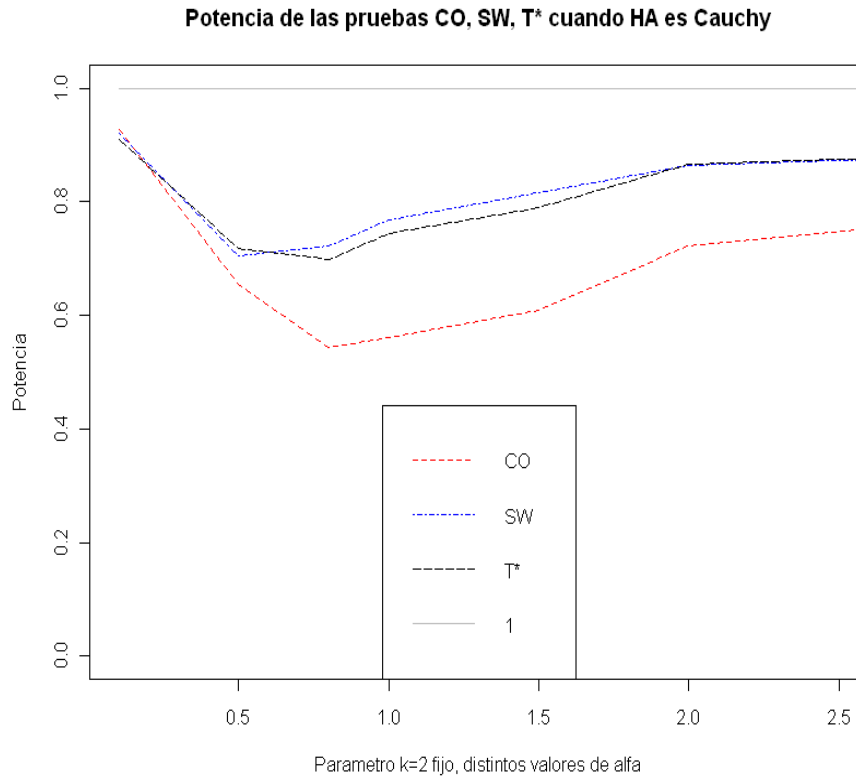


Figura 4.16: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $Cauchy(2, \alpha)$  en la hipótesis alternativa.

Los cuadros 4.16, 4.17 y las figuras 4.15, 4.16, muestran las potencias para las tres pruebas cuando en  $H_A$  se tiene a la distribución  $Cauchy(k, \alpha)$ . Acerca de estos cuadros se puede comentar lo siguiente:

1. Cuando  $k = 1$  y se hace variar a  $\alpha$ , la prueba  $T^*$  es la más potente a partir de  $\alpha > 0.8$ .
2. Cuando  $k = 2$  y se hace variar a  $\alpha$ , la prueba  $T^*$  es la más potente a partir de  $\alpha > 0.8$ .
3. En los dos casos anteriores la prueba  $T^*$  es ligeramente más potente que la prueba  $SW$ .

Prueba \ $\alpha$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	5	8	10
CO	1	0.997	0.845	0.624	0.56	0.856	1	1	1
SW	1	1	0.968	0.865	0.597	0.659	0.998	1	1
T*	1	1	0.959	0.84	0.574	0.68	0.998	1	1

Cuadro 4.18: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Pareto Clásica* ( $\alpha$ ) en la hipótesis alternativa.

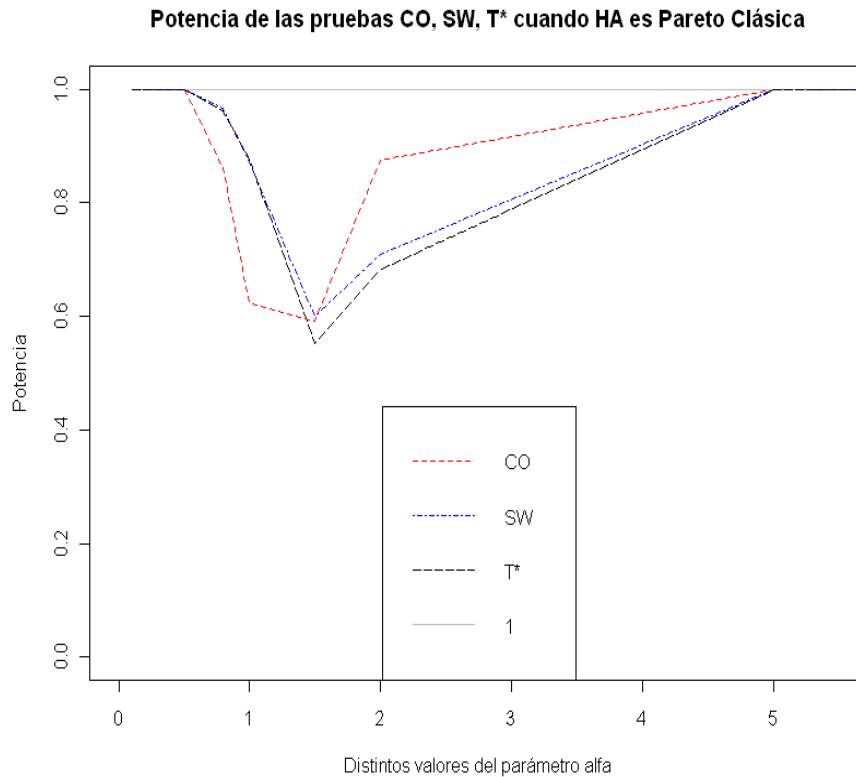


Figura 4.17: Potencias estimadas de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Pareto Clásica* ( $\alpha$ ) en la hipótesis alternativa.

En el cuadro 4.18 y la figura 4.17 correspondientes a la distribución *Pareto Clásica* ( $\alpha$ ) en  $H_A$ , se puede ver que cuando  $\alpha \in (0.1, 1.5)$  las pruebas  $T^*$  y  $SW$  son más potentes que la prueba  $CO$ ; y cuando  $\alpha \in (1.5, 5)$  la prueba más potente es la  $CO$ .

### 4.3.2. Comparación de potencias de las pruebas *COC*, *SW* y *T*

<i>Prueba</i> \ $\alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
<i>COC</i>	1	1	1	0.997	0.94	0.75	0.457	0.218	0.082	0.056
<i>SW</i>	1	0.998	0.978	0.866	0.656	0.41	0.232	0.116	0.065	0.063
<i>T</i>	1	0.998	0.965	0.839	0.618	0.351	0.205	0.099	0.049	0.05

<i>Prueba</i> \ $\alpha$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
<i>COC</i>	0.077	0.138	0.224	0.247	0.383	0.461	0.537	0.601	0.643	0.702
<i>SW</i>	0.07	0.107	0.15	0.212	0.273	0.34	0.405	0.472	0.519	0.576
<i>T</i>	0.058	0.106	0.153	0.19	0.264	0.327	0.395	0.454	0.52	0.582

Cuadro 4.19: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Gamma* ( $\alpha, 2$ ) en la hipótesis alternativa.

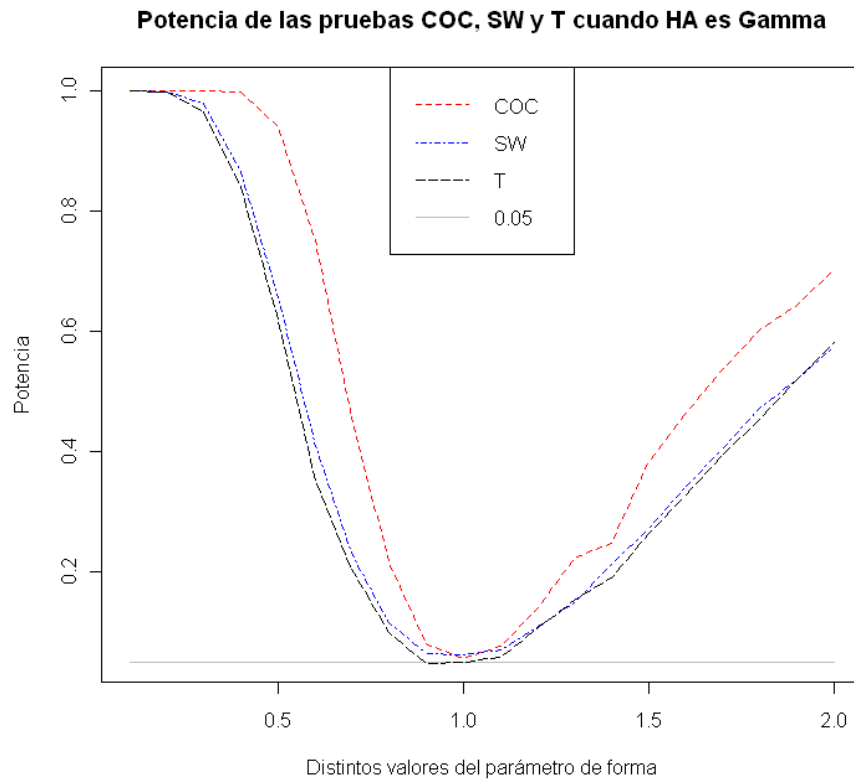


Figura 4.18: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Gamma* ( $\alpha, 2$ ) en la hipótesis alternativa.

Prueba \ $\alpha$	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
COC	0.948	0.917	0.878	0.838	0.747	0.66	0.486	0.341	0.188	0.109
SW	0.999	0.991	0.985	0.964	0.911	0.805	0.647	0.395	0.206	0.088
T	0.998	0.999	0.994	0.967	0.936	0.835	0.682	0.434	0.231	0.085

Prueba \ $\alpha$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
COC	0.061	0.12	0.232	0.438	0.63	0.733	0.867	0.923	0.965	0.979
SW	0.05	0.128	0.294	0.468	0.65	0.766	0.857	0.908	0.962	0.971
T	0.06	0.19	0.334	0.517	0.693	0.802	0.876	0.928	0.961	0.974

Cuadro 4.20: Potencias estimadas de las pruebas COC, SW y T con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Pareto generalizada  $(2, 2, \gamma)$  en la hipótesis alternativa.

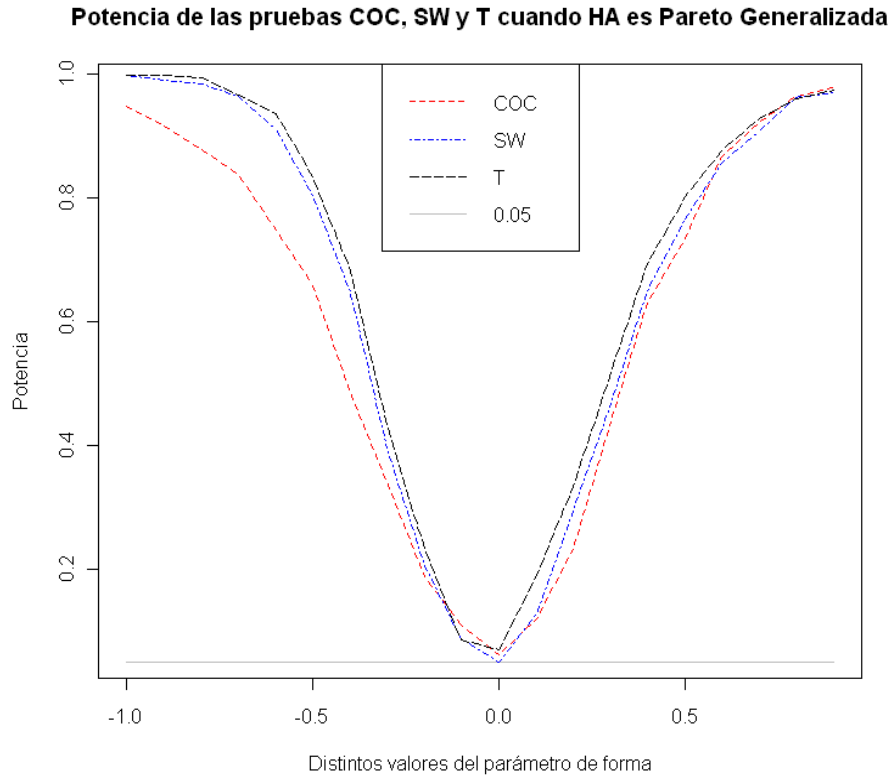


Figura 4.19: Potencias estimadas de las pruebas COC, SW y T con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Pareto Generalizada  $(2, 2, \gamma)$  en la hipótesis alternativa.

<i>Prueba</i> \ $\alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
<i>COC</i>	1	1	1	1	1	0.991	0.837	0.481	0.117	0.06
<i>SW</i>	1	1	1	0.999	0.978	0.87	0.585	0.285	0.113	0.03
<i>T</i>	1	1	1	0.999	0.985	0.867	0.617	0.316	0.106	0.06

<i>Prueba</i> \ $\alpha$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
<i>COV</i>	0.104	0.283	0.455	0.657	0.783	0.891	0.929	0.959	0.969	0.977
<i>SW</i>	0.068	0.203	0.385	0.575	0.743	0.858	0.907	0.955	0.979	0.989
<i>T</i>	0.102	0.272	0.48	0.64	0.791	0.892	0.951	0.987	0.988	0.993

Cuadro 4.21: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Weibull* ( $\alpha, 2$ ) en la hipótesis alternativa.

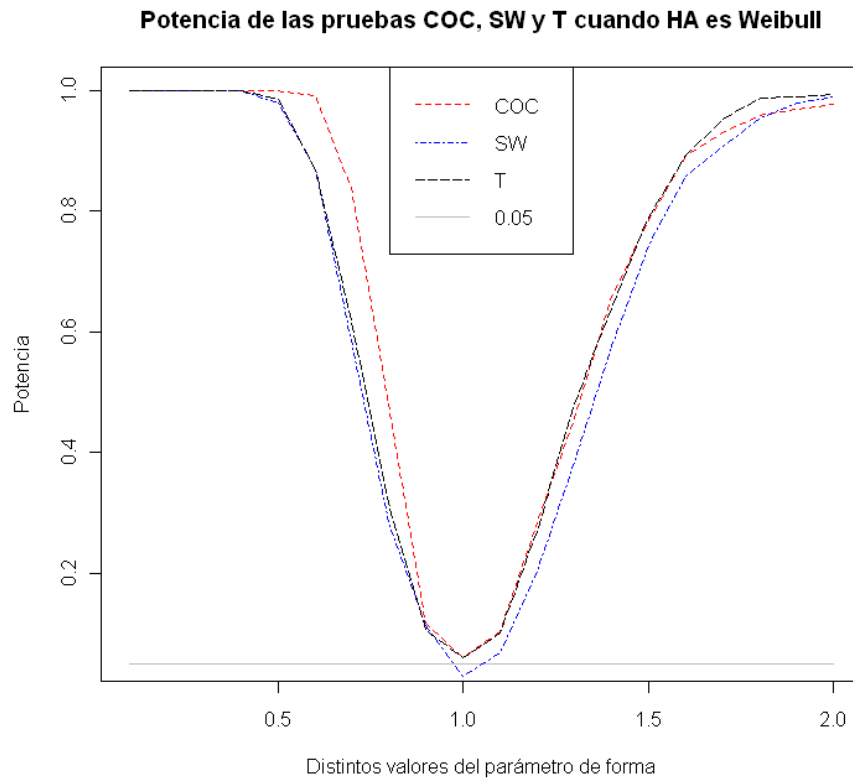


Figura 4.20: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $\Gamma(\alpha, 2)$  en la hipótesis alternativa.

Para calcular las potencias se utiliza el Algoritmo 5.

1. En el cuadro 4.20 y en la figura 4.19, se puede ver que cuando se tiene a la distribución Pareto Generalizada en la hipótesis alternativa, la prueba más potente es la *T* y la más débil es la prueba Cox-Oakes-Corregida.

2. En el cuadro 4.21 y en la figura 4.20, observamos que cuando se tiene a la distribución Weibull en la hipótesis alternativa, con  $\alpha \geq 1$  las pruebas Cox-Oakes-Corregida y  $T$  son igualmente potentes.

<i>Prueba</i> \ <i>k</i>	<b>0.9</b>	<b>1</b>	<b>1.1</b>	<b>1.2</b>	<b>1.3</b>	<b>1.4</b>	<b>1.5</b>	<b>1.6</b>	<b>1.7</b>	<b>1.8</b>	<b>1.9</b>	<b>2</b>
<i>COC</i>	0.989	0.957	0.908	0.744	0.669	0.523	0.379	0.254	0.138	0.102	0.075	0.065
<i>SW</i>	0.723	0.57	0.479	0.376	0.293	0.193	0.141	0.075	0.086	0.048	0.041	0.042
<i>T</i>	0.721	0.582	0.488	0.336	0.282	0.186	0.158	0.095	0.057	0.058	0.043	0.044

<i>Prueba</i> \ <i>k</i>	<b>2.1</b>	<b>2.2</b>	<b>2.3</b>	<b>2.4</b>	<b>2.5</b>	<b>2.6</b>	<b>2.7</b>	<b>2.8</b>	<b>2.9</b>	<b>3</b>	<b>3.1</b>	<b>3.2</b>
<i>COC</i>	0.057	0.051	0.088	0.111	0.16	0.186	0.199	0.214	0.289	0.323	0.388	0.396
<i>SW</i>	0.04	0.049	0.068	0.083	0.091	0.097	0.135	0.166	0.184	0.202	0.263	0.291
<i>T</i>	0.057	0.057	0.073	0.102	0.105	0.155	0.171	0.193	0.246	0.257	0.308	0.314

Cuadro 4.22: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Chi – Cuadrada* ( $k$ ) en la hipótesis alternativa.

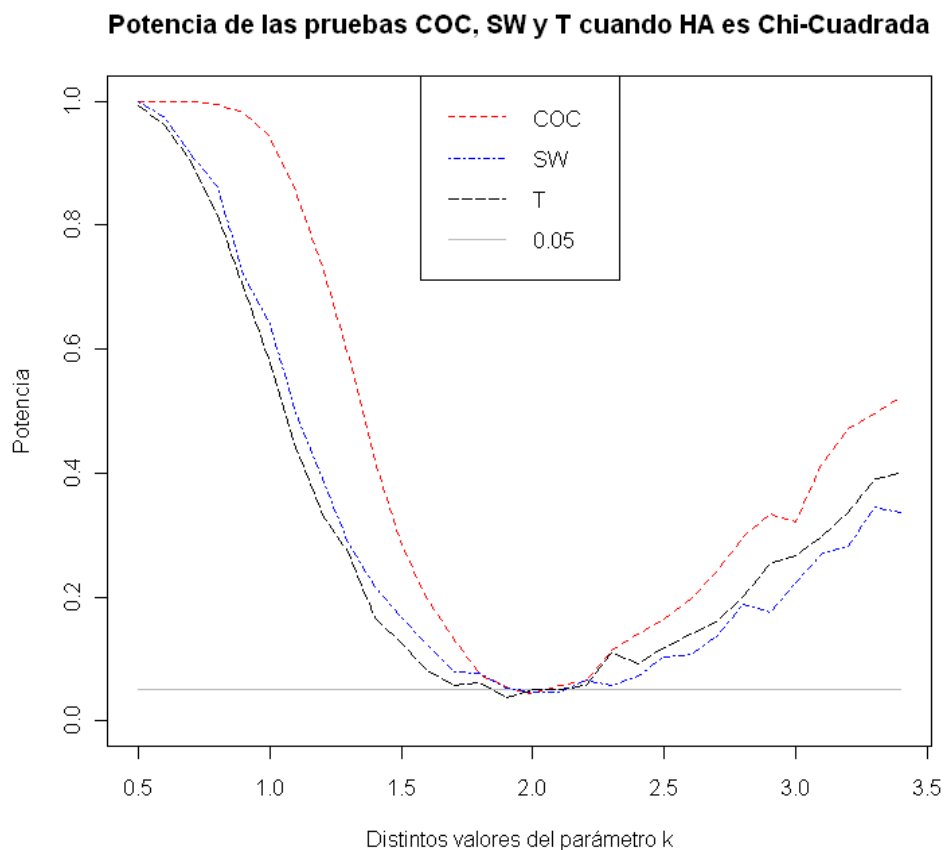


Figura 4.21: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Chi – Cuadrada* ( $k$ ) en la hipótesis alternativa.

<i>Prueba</i> \ $\theta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
<i>COC</i>	1	1	1	0.989	0.935	0.726	0.433	0.185	0.077	0.048
<i>SW</i>	0.999	0.996	0.95	0.807	0.58	0.317	0.217	0.082	0.065	0.058
<i>T</i>	1	0.998	0.985	0.884	0.645	0.422	0.256	0.138	0.089	0.063

<i>Prueba</i> \ $\theta$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
<i>COC</i>	0.067	0.09	0.167	0.25	0.294	0.374	0.447	0.552	0.581	0.634
<i>SW</i>	0.073	0.094	0.151	0.218	0.286	0.313	0.405	0.438	0.502	0.541
<i>T</i>	0.076	0.105	0.147	0.218	0.232	0.316	0.366	0.449	0.485	0.51

Cuadro 4.23: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogBeta* ( $2, \theta$ ) en la hipótesis alternativa.



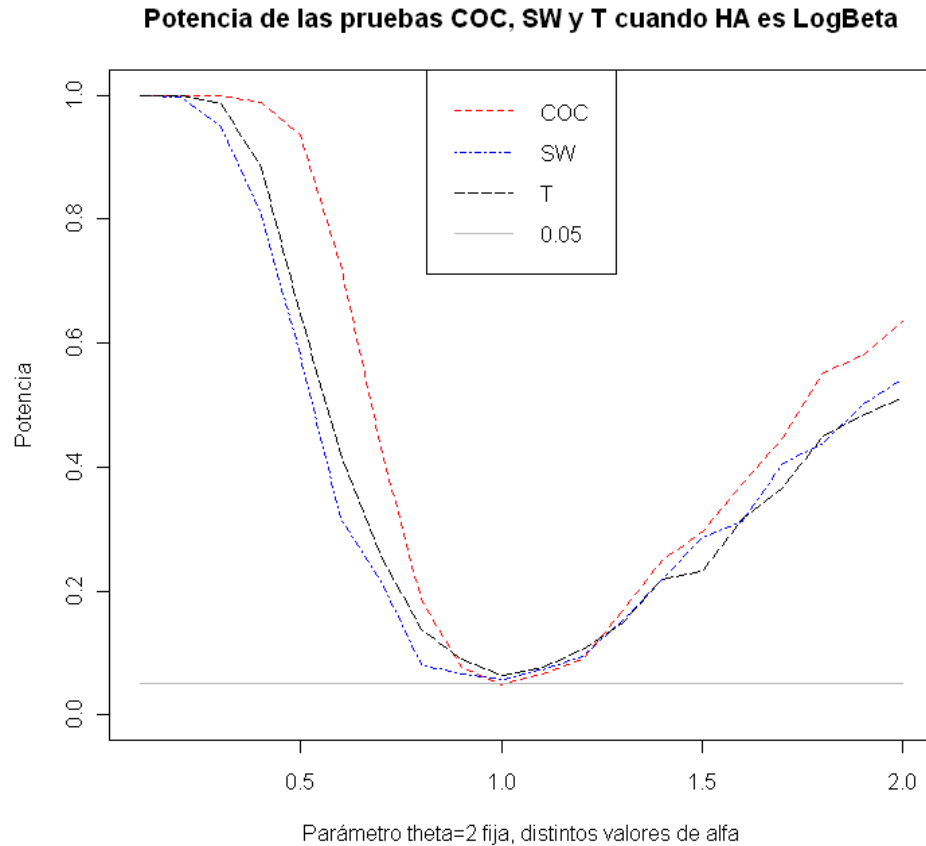


Figura 4.22: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogBeta* ( $2, \theta$ ) en la hipótesis alternativa.

- En el cuadro 4.22 y en la figura 4.21 (distribución Chi-Cuadrada), se puede ver que la prueba Cox-Oakes-Corregida es la más potente.
- En el cuadro 4.23 y en la figura 4.22 (distribución LogBeta), la prueba Cox-Oakes-Corregida es la más potente. Nótese que cuando  $\theta < 1$ , la prueba *T* es más potente que la prueba *SW*. Cuando  $\theta > 1$  las pruebas *T* y *SW* son igualmente potentes.

<i>Prueba</i> \ $\sigma$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	5	8	10
<i>COC</i>	0.999	0.869	0.167	0.157	0.933	1	1	1	1
<i>SW</i>	1	0.628	0.156	0.351	0.909	1	1	1	1
<i>T</i>	1	0.695	0.133	0.318	0.925	0.995	1	1	1

Cuadro 4.24: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogNormal* ( $1, \sigma$ ) en la hipótesis alternativa.

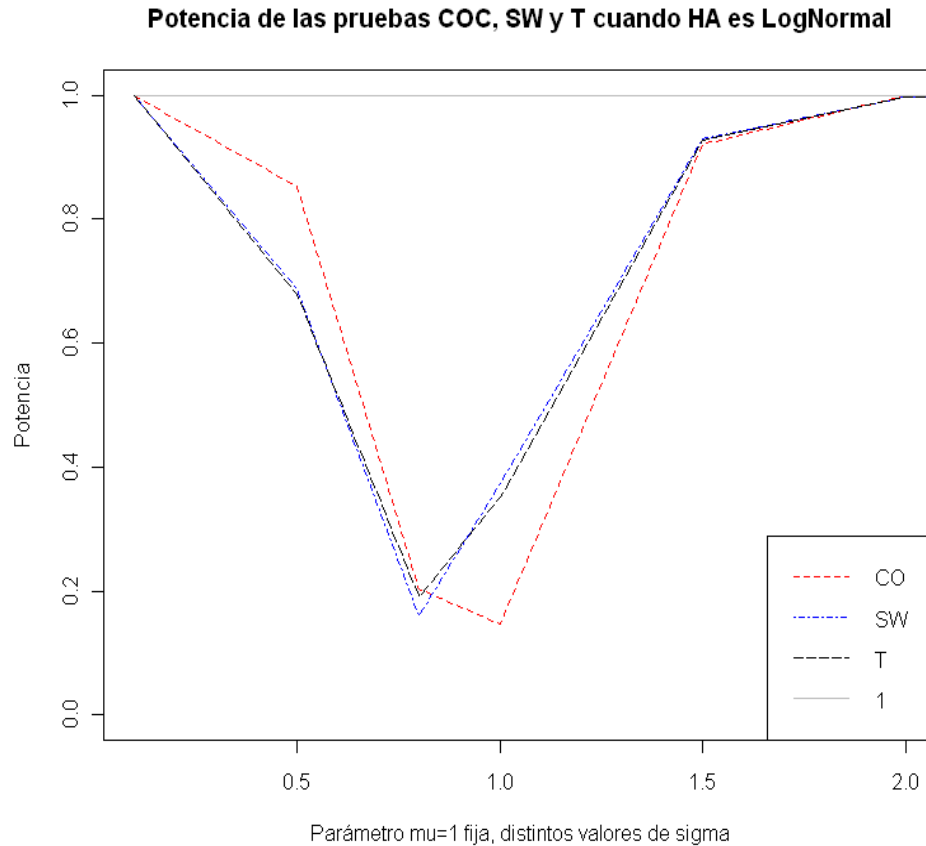


Figura 4.23: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogNormal*  $(1, \sigma)$  en la hipótesis alternativa.

<i>Prueba</i> \ $\mu$	-10	-5	-2	-1	0	1	2	5	10
<i>COC</i>	0.86	0.849	0.849	0.851	0.839	0.857	0.851	0.862	0.844
<i>SW</i>	0.631	0.66	0.642	0.677	0.648	0.657	0.635	0.653	0.664
<i>T</i>	0.7	0.686	0.681	0.701	0.694	0.687	0.694	0.676	0.679

Cuadro 4.25: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogNormal*  $(\mu, 0.5)$  en la hipótesis alternativa.

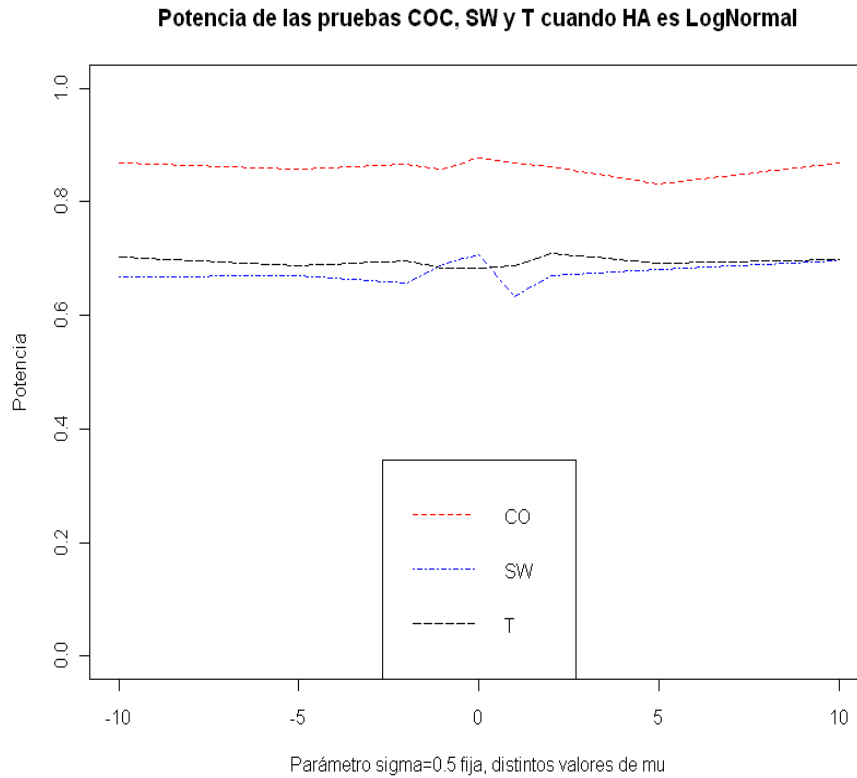


Figura 4.24: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $LogNormal(\mu, 0.5)$  en la hipótesis alternativa.

Prueba \ $\mu$	-10	-5	-2	-1	0	1	2	5	10
<i>COC</i>	0.182	0.179	0.175	0.148	0.17	0.179	0.15	0.166	0.154
<i>SW</i>	0.374	0.341	0.349	0.376	0.36	0.343	0.342	0.371	0.339
<i>T</i>	0.391	0.384	0.36	0.374	0.369	0.382	0.414	0.381	0.38

Cuadro 4.26: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $LogNormal(\mu, 1)$  en la hipótesis alternativa.

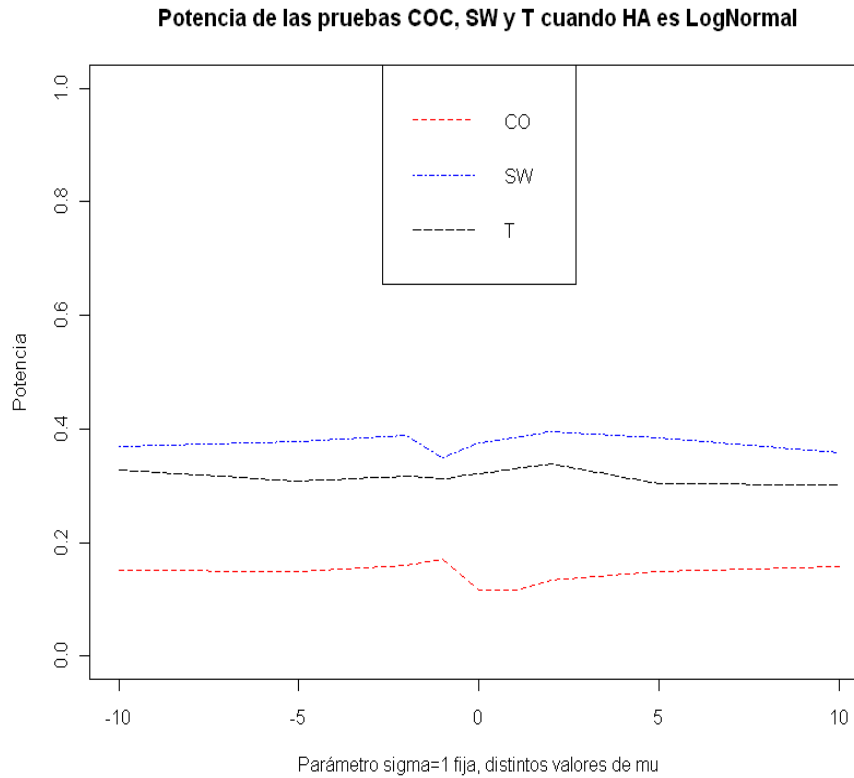


Figura 4.25: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogNormal* ( $\mu, 1$ ) en la hipótesis alternativa.

Prueba \ $\mu$	-10	-5	-2	-1	0	1	2	5	10
<i>COC</i>	1	0.998	1	0.999	0.999	0.999	1	0.999	1
<i>SW</i>	1	0.995	0.998	0.996	0.999	0.997	1	0.995	0.999
<i>T</i>	0.995	0.995	0.997	0.998	0.996	0.995	0.998	0.998	0.996

Cuadro 4.27: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogNormal* ( $\mu, 2$ ) en la hipótesis alternativa.

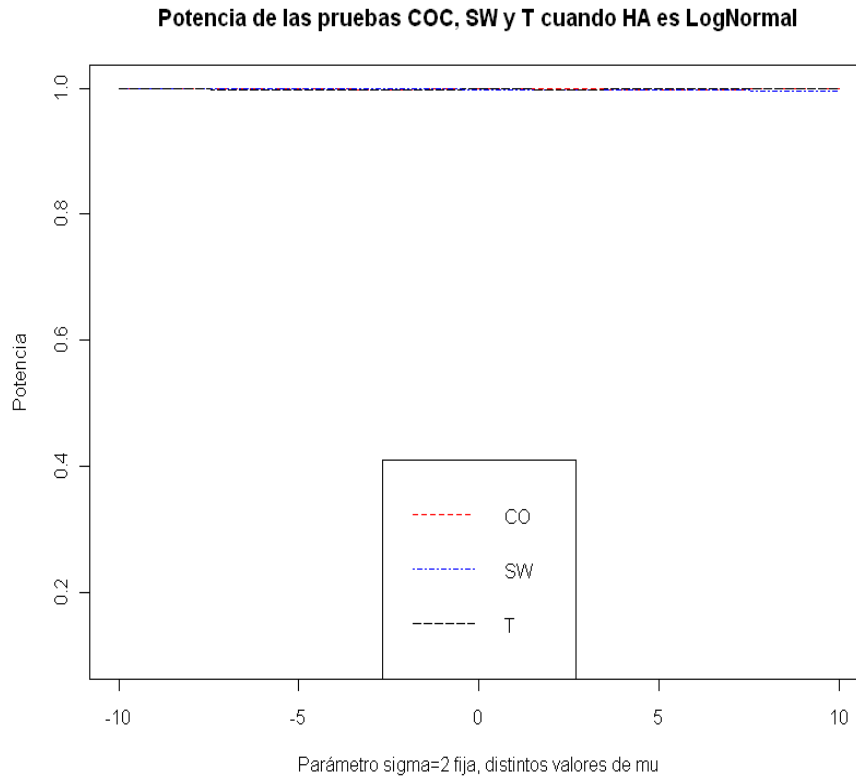


Figura 4.26: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *LogNormal*  $(\mu, 2)$  en la hipótesis alternativa.

Los cuadros 4.24-4.27 y las figuras 4.23-4.26, muestran las potencias para las tres pruebas cuando en  $H_A$  se tiene a la distribución *LogNormal*  $(\mu, \sigma)$ . Acerca de estos cuadros podemos comentar lo siguiente:

1. Cuando hacemos variar a  $\sigma$  manteniendo  $\mu=1$ , la prueba *COC* tiene mayor potencia cuando  $\sigma \leq 8$ . Luego, cuando  $\sigma > 1$  las pruebas *SW* y *T* tienen potencia similar y mayor que la potencia de *COC*.
2. Cuando fijamos  $\sigma = 0.5$  y hacemos variar a  $\mu$ , la prueba *COC* tiene mayor potencia que las otras pruebas..
3. Cuando fijamos  $\sigma = 1$  y hacemos variar a  $\mu$ , las pruebas *SW* y *T* tienen potencias casi iguales y mayores a la potencia de la prueba *COC*.
4. Cuando fijamos  $\sigma = 2$  y hacemos variar a  $\mu$ , las tres pruebas tienen potencia casi iguales, aproximadamente uno.

Prueba \ $\theta$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	3	5
COC	1	0.997	0.965	0.927	0.726	0.525	0.311	0.129
SW	1	1	1	0.994	0.944	0.76	0.44	0.181
T	1	1	1	1	0.959	0.805	0.478	0.196

Cuadro 4.28: Potencias estimadas de las pruebas COC, SW y T con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Beta ( $1, \theta$ ) en la hipótesis alternativa.

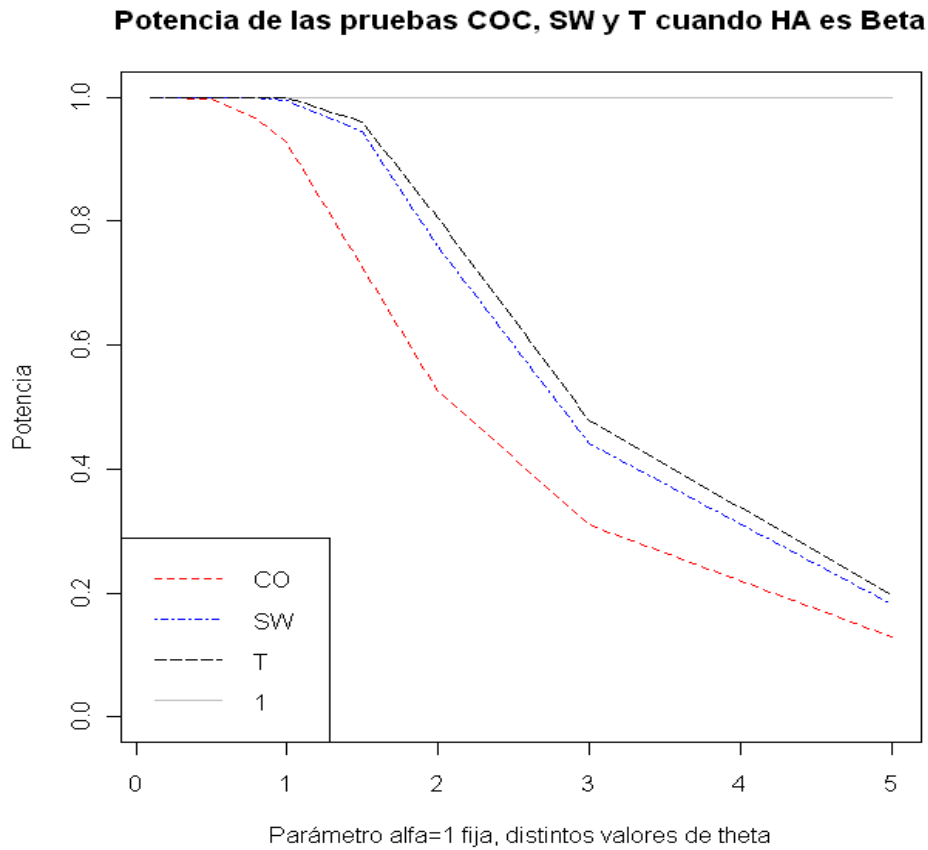


Figura 4.27: Potencias estimadas de las pruebas COC, SW y T con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Beta ( $1, \theta$ ) en la hipótesis alternativa.

Prueba \ $\alpha$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	3	5
COC	1	0.302	0.528	0.899	0.999	1	1	1
SW	1	0.067	0.908	0.997	1	1	1	1
T	1	0.106	0.926	1	1	1	1	1

Cuadro 4.29: Potencias estimadas de las pruebas COC, SW y T con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución Beta ( $\alpha, 1$ ) en la hipótesis alternativa.

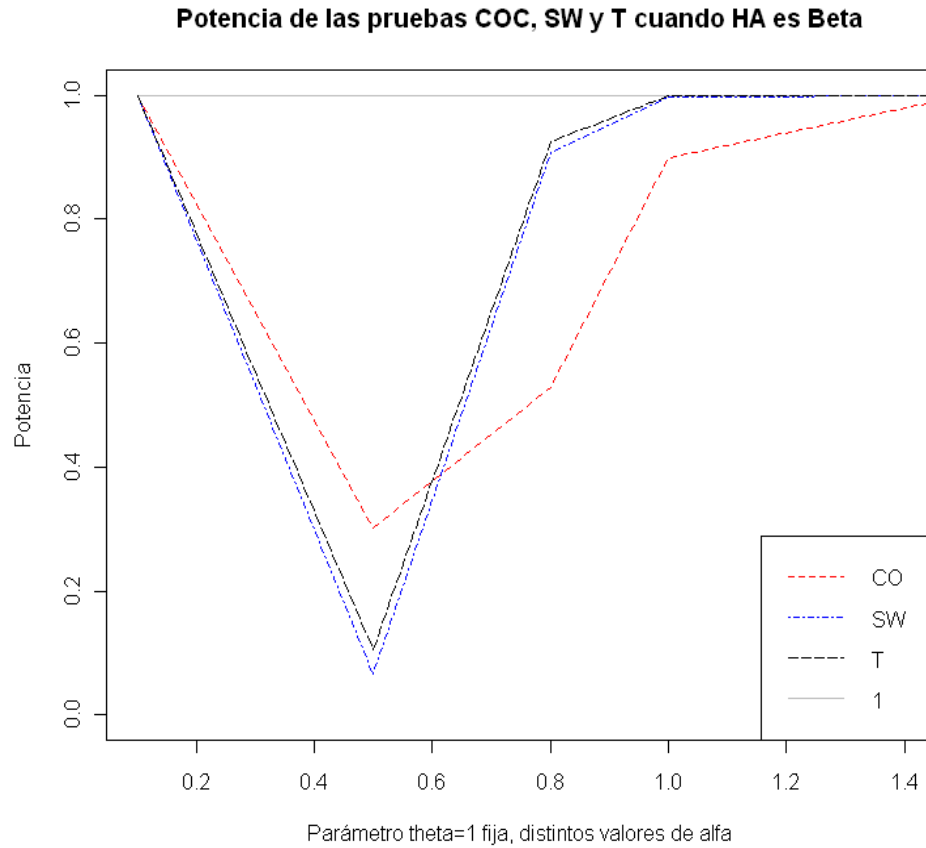


Figura 4.28: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $Beta(\alpha, 1)$  en la hipótesis alternativa.

<i>Prueba</i> \ $\alpha$	<b>0.1</b>	<b>0.5</b>	<b>0.8</b>	<b>1</b>	<b>1.5</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>
<i>COC</i>	1	0.693	0.156	0.562	0.972	0.999	1	1
<i>SW</i>	1	0.021	0.333	0.816	0.996	1	1	1
<i>T</i>	1	0.043	0.356	0.826	1	1	1	1

Cuadro 4.30: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $Beta(\alpha, 2)$  en la hipótesis alternativa.

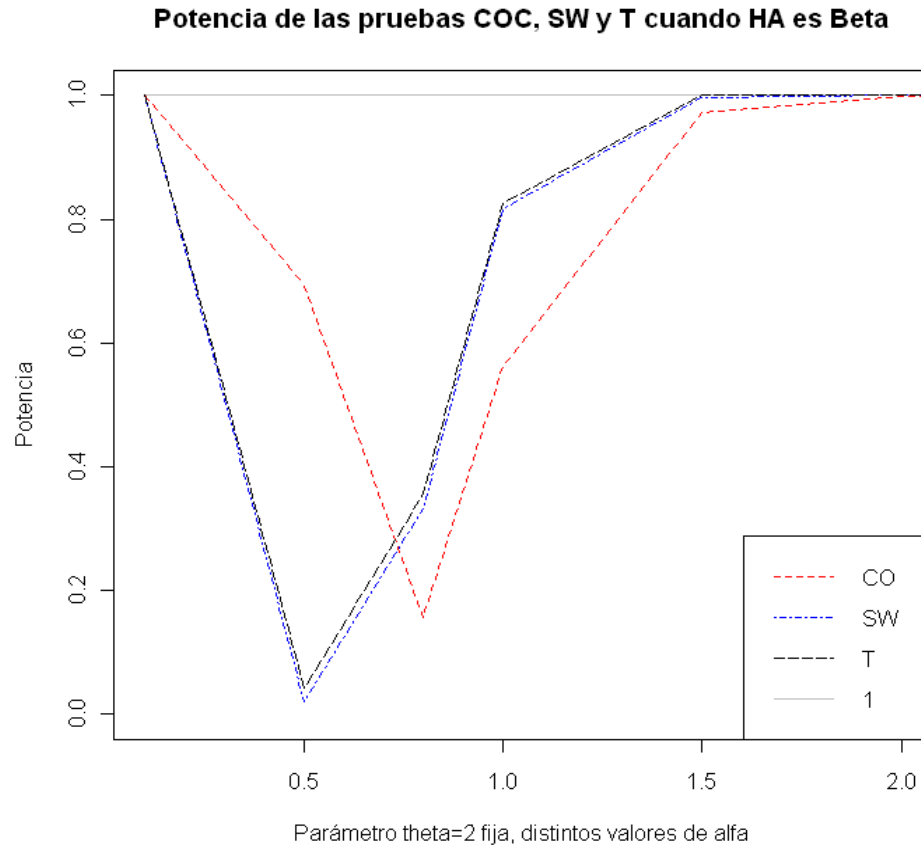


Figura 4.29: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución  $Beta(\alpha, 2)$  en la hipótesis alternativa.

Los cuadros 4.28-4.30 y las figuras 4.27-4.29, muestran las potencias para las tres pruebas cuando en  $H_A$  se tiene a la distribución  $Beta(\alpha, \theta)$ . Acerca de estos cuadros podemos comentar lo siguiente:

- Cuando establecemos  $\alpha = 1$  y hacemos variar  $\theta$ , la prueba más potente es la *T*.
- Cuando establecemos  $\theta = 1$  y hacemos variar a  $\alpha$ , la prueba *T* es la más potente cuando  $\alpha \geq 0.8$ .
- Cuando establecemos  $\theta = 2$  y hacemos variar a  $\alpha$ , la prueba *T* es la más potente cuando  $\alpha \geq 0.8$ .



Prueba \ $\alpha$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	5	8	10
COC	0.828	0.591	0.694	0.758	0.854	0.853	0.902	0.898	0.924
SW	0.797	0.784	0.865	0.885	0.922	0.933	0.941	0.947	0.937
T	0.794	0.778	0.875	0.874	0.932	0.937	0.943	0.95	0.951

Cuadro 4.31: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Cauchy*  $(1, \alpha)$  en la hipótesis alternativa.

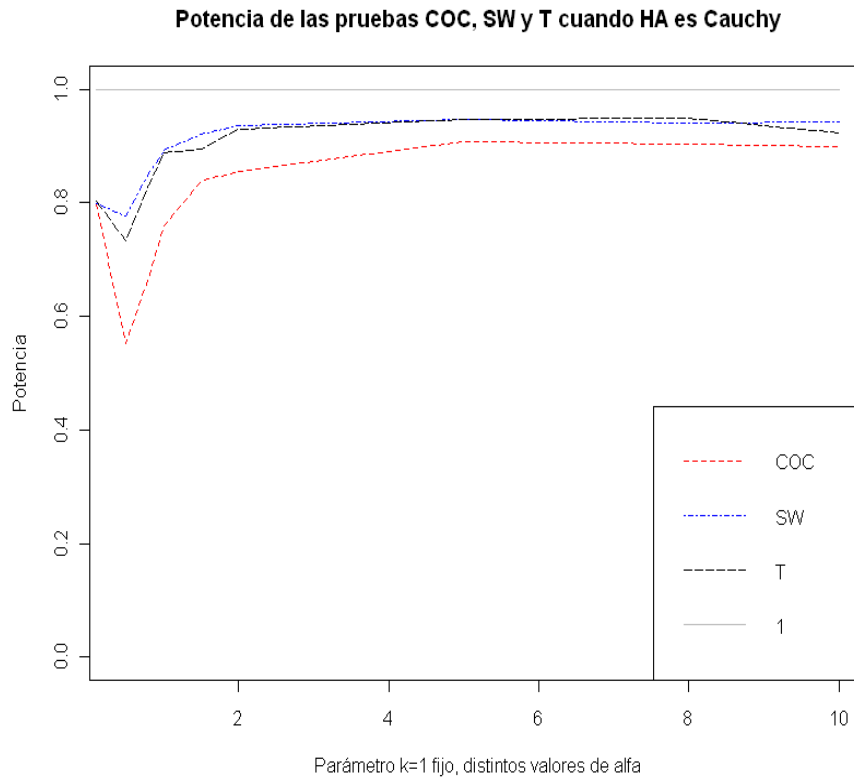


Figura 4.30: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Cauchy*  $(1, \alpha)$  en la hipótesis alternativa.

Prueba \ $\alpha$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	5	8	10
COC	0.866	0.621	0.578	0.552	0.641	0.729	0.874	0.879	0.892
SW	0.87	0.708	0.77	0.778	0.836	0.877	0.94	0.948	0.952
T	0.861	0.743	0.744	0.771	0.827	0.881	0.922	0.945	0.936

Cuadro 4.32: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Cauchy*  $(2, \alpha)$  en la hipótesis alternativa.

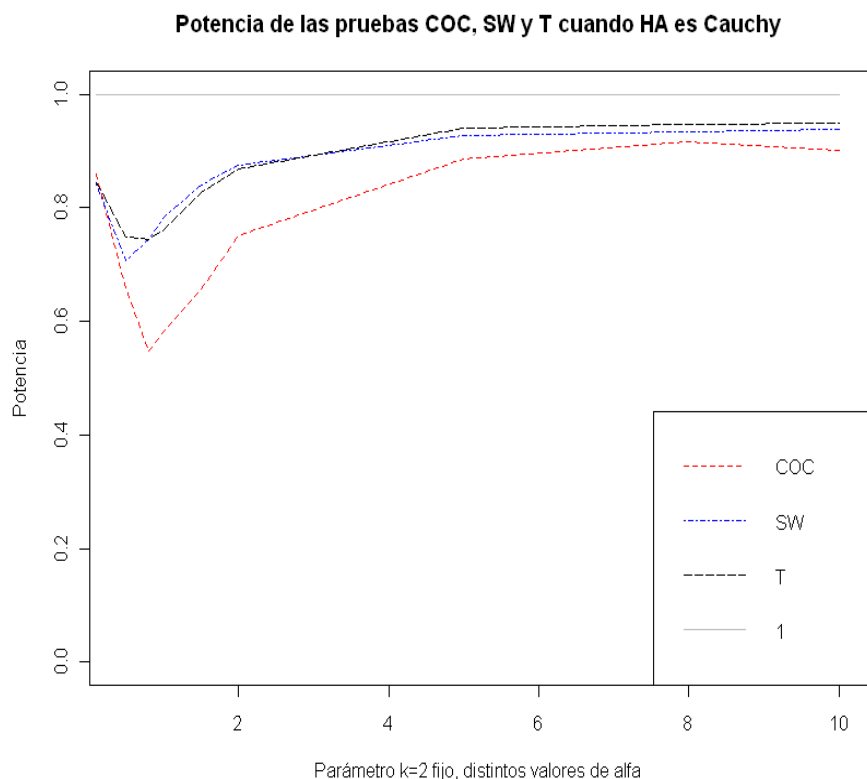


Figura 4.31: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Cauchy* ( $2, \alpha$ ) en la hipótesis alternativa.

Los cuadros 4.31, 4.32 y las figuras 4.30, 4.31, muestran las potencias para las tres pruebas cuando en  $H_A$  se tiene a la distribución *Cauchy* ( $k, \alpha$ ). Acerca de estos cuadros se puede comentar lo siguiente:

1. Cuando  $k = 1$  y se hace variar a  $\alpha$ , las pruebas *SW* y *T* tienen potencias casi iguales y mayores a la potencia de *COC*.
2. Cuando  $k = 2$  y se hace variar a  $\alpha$ , las pruebas *SW* y *T* tienen potencias casi iguales y mayores a la potencia de *COC*.

Prueba \ $\alpha$	0.1	0.5	0.8	1	1.5	2	5	8	10
<i>COC</i>	1	1	0.998	0.98	0.913	0.763	0.234	0.126	0.093
<i>SW</i>	1	1	0.994	0.986	0.913	0.772	0.295	0.179	0.139
<i>T</i>	1	1	0.993	0.987	0.93	0.812	0.318	0.207	0.149

Cuadro 4.33: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Pareto Clasica* ( $\alpha$ ) en la hipótesis alternativa.

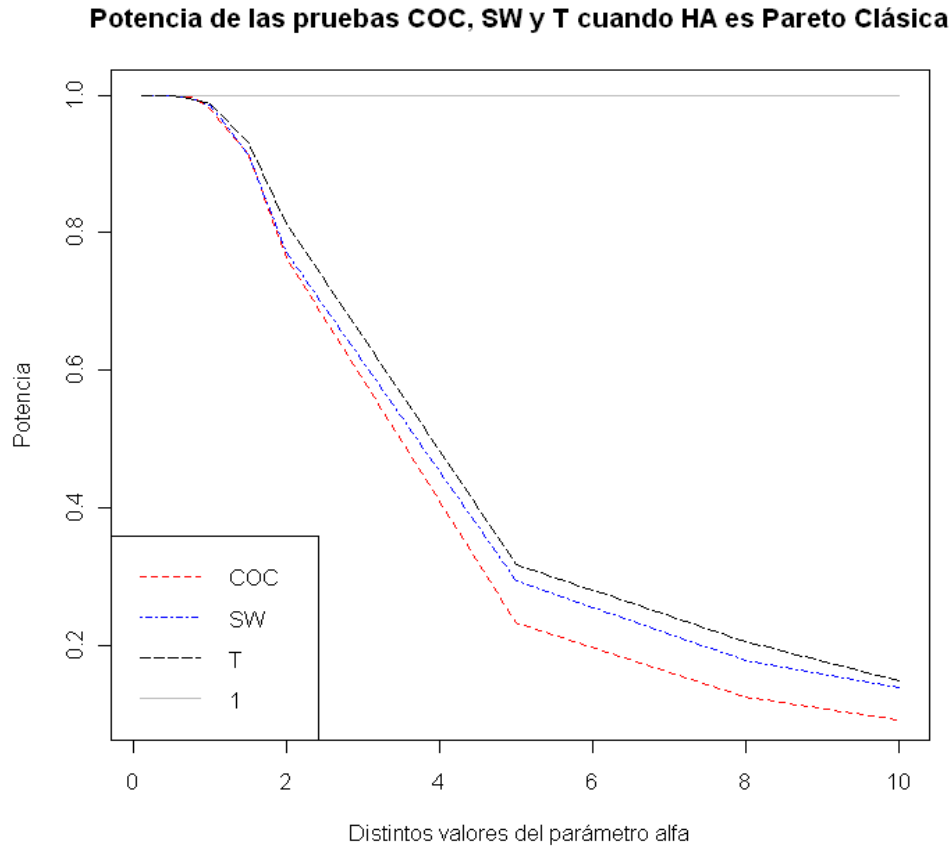


Figura 4.32: Potencias estimadas de las pruebas *COC*, *SW* y *T* con  $n = 50$  y  $\alpha^* = 0.05$ , usando la distribución *Pareto Clásica* ( $\alpha$ ) en la hipótesis alternativa.

En el cuadro 4.33 y en la figura 4.32 correspondientes a la distribución *Pareto Clásica* ( $\alpha$ ) en  $H_A$ , se puede ver que la prueba *T* es la más potente de entre todas las pruebas consideradas.

# Capítulo 5

## Conclusiones y Recomendaciones

### 5.1. Conclusiones y Recomendaciones respecto a $T^*$

- En lo correspondiente al tamaño de la prueba, la prueba  $T^*$  fue consistente con los niveles de significancia  $\alpha^*$  utilizados; lo que nos indica que la prueba trabaja adecuadamente para cualquier  $n$  y niveles de significancia, rechazando o no  $H_0$  cuando sea necesario. Además se mostró que la prueba  $T^*$  tiene Probabilidad de Error Tipo I similar al de sus competidoras.
- Cuando se consideran las distribuciones Gamma, Weibull, Chi-Cuadrada, LogBeta en la hipótesis alternativa, la prueba Cox-Oakes resulta ser la más potente de entre todas las pruebas consideradas.
- Cuando se considera a la distribución Pareto Generalizada en la hipótesis alternativa, la prueba  $T^*$  resulta ser la más potente de entre todas las pruebas consideradas.
- Cuando se considera a la distribución LogNormal en la hipótesis alternativa, en dos de los casos estudiados las pruebas  $CO$  y  $T^*$  resultan tener potencias casi iguales y mayores que  $SW$ . En uno de los casos, la prueba  $T^*$  tuvo mayor potencia que las otras. Por lo tanto se puede afirmar que la prueba  $T^*$  es más potente cuando se tiene a la distribución LogNormal en  $H_A$ .
- Cuando se tiene a la distribución Beta en la hipótesis alternativa, la prueba  $T^*$  es la más potente a partir de  $\alpha \geq 0.8$ .
- Cuando se tiene a la distribución Cauchy en la hipótesis alternativa, la prueba  $T^*$  es la más potente a partir de  $\alpha \geq 0.8$ .
- Cuando se tiene a la distribución Pareto Clásica en la hipótesis alternativa, las pruebas  $T^*$  y  $SW$  tienen potencia aproximadamente iguales y mayores a la potencia de la prueba  $CO$  en  $\alpha < 1.5$ .

- La prueba  $T^*$  tiene propiedades similares a las propiedades de las pruebas  $SW$  y  $CO$ ; por lo tanto se puede concluir que  $T^*$  es una buena prueba.

## 5.2. Conclusiones y Recomendaciones respecto a $T$

- En lo correspondiente al tamaño de la prueba, la prueba  $T$  fue consistente con los niveles de significancia  $\alpha^*$  utilizados; lo que nos indica que la prueba trabaja adecuadamente para cualquier  $n$  y niveles de significancia, rechazando o no  $H_0$  cuando sea necesario. Además se mostró que  $T$  tiene Probabilidad de Error Tipo I similar al de sus competidoras.
- Cuando se consideran las distribuciones Gamma, Weibull, Chi-Cuadrada, LogBeta en la hipótesis alternativa, la prueba Cox-Oakes resulta ser la más potente de entre todas las pruebas consideradas.
- Cuando se considera a la distribución Pareto Generalizada en la hipótesis alternativa, la prueba  $T$  resulta ser la más potente de entre todas las pruebas consideradas.
- Cuando se considera a la distribución LogNormal en la hipótesis alternativa, en todos los casos las pruebas  $SW$  y  $T$  tienen potencias aproximadamente iguales. En un caso, la prueba  $T$  supera a las otras, en otro caso la prueba  $COC$  supera a las otras y en otro las tres pruebas son aproximadamente iguales. Las tres pruebas son buenas en general.
- Cuando se tiene a la distribución Beta en la hipótesis alternativa, la prueba  $T$  es la más potente a partir de  $\alpha \geq 0.8$ .
- Cuando se tiene a la distribución Cauchy en la hipótesis alternativa, las pruebas  $SW$  y  $T$  tienen potencias casi iguales, sin embargo la prueba  $T$  es ligeramente más potente que la  $SW$ .
- Cuando se tiene a la distribución Pareto Clásica en la hipótesis alternativa, la prueba  $T$  tiene mayor potencia que las otras pruebas.
- La prueba  $T$  tiene propiedades similares a las propiedades de las pruebas  $SW$  y  $COC$ ; por lo tanto se puede concluir que  $T$  es una buena prueba.

# Capítulo 6

## Bibliografía

- Ascher S. (1990). A Survey of Test for Exponentiality. Commun. Statist. Theory Meth., 19(5). p.p. 1811-1825.
- Baklizi, Ayman.(2004). Preliminary test estimation in the two parameter exponential distribution with time censored data. Yamouk University. 2-6.
- Baringhaus, L. y Henze, N. (2000). "Tests of fit for exponentiality based on a characterization via the mean residual life function," Statistical Papers 41, 225-236.
- Bickel P., Doksum K.(1969).Test for Monotone Failure Rate Based on Normalized Spacings. The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 40, No. 4, pp. 1216-1235.
- Cox D. y Oakes D. (1984). Analysis of Survival Data. Chapman and Hall. First edition.
- D'Agostino R. y Stephens M. (1984) Goodness-Of-Fit Techniques. Marcel Dekker.
- Gail M. y Gastwirth J. (1978). A Scale-Free Goodness-of-Fit Test for the Exponential Distribution Based on the Gini Statistic. Journal of Royal Statistical Society. Series B (Methodological), Vol. 40. pp. 350-357.
- Grané y Fortiana.(2009). A location- and scale-free goodness of fit statistics for the exponential distribution based on maximum correlations. Statistics, 43. 1.1-12.
- Hollander, M. y Proschan, F. (1972).Testing Whether New is Better than Used. The Annals of Methematical Statistics Vol. 13 No.4 1136-1146.
- Hollander, M. y Wolfe, D.(1999). Nonparametric Statistical Methods, Wiley-Interscience. Second Edition.
- Jammalamadaka, S.R. y Taufer, E. (2006). Use of mean residual life in testing departures from exponentiality. Journal of Nonparametric Statistics, 18(3), 277-292.

- Johnson, N., Kotz, S. y Balakrishnan L.(1994). Continuous Univariate Distributions. John Wiley & Sons Inc. New York. Vol. I, Second Edition. 207, 298, 337, 415, 494.
- Kantun-Chim, D.(2005). Una prueba para exponencialidad basada en la razón de dos estimadores. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados,Campus Montecillo, Texcoco Edo. México.
- Klar, B. (2001). Goodness of fit tests for the exponential and the normal distribution based on the integrated distribution function. The Institute of Statistical Mathematics. 338-346
- Park, S. y Park, D. (2003). Correcting moments for goodness of fit tests based on two entropy estimates, Journal of Statistical Computation and Simulation, 73, pp. 685–69.
- **R** Development Core Team (2011). R: A lenguaje and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.
- Shapiro S. y Wilk M. (1972). An analysis of variance test for the exponential distribution (complete samples), Technometrics 14 (1972), pp. 355–370.
- Suárez Espinoza J.(2000). Una prueba de bondad de ajuste para la Distribución Pareto Generalizada. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados,Campus Montecillo, Texcoco Edo. México.
- Spurrier J. (1984). An Overview of test for exponentiality. Commun. Statistic.-Theor. Meth., 13(13), 1635-1654 .
- Taufer, E. (2000). A new test for exponentiality against omnibus alternatives. Stochastic Modeling and Applications 3, 23-36.

# Anexo I. Programas Utilizados

## A.1 Programas correspondientes a las estadísticas $CO$ , $SW$ y $T^*$

```
#Estadística Cox-Oakes sin modificaciones#
t1.as<- function(x){
n<-length(x)
xbar<- mean(x)
sum2<- (1/xbar)*sum(x*(log(x/xbar))^2)
sum3<- ((sum(x*log(x/xbar)))^2)/(n*(xbar^2))
vkk<- (n+sum2-sum3)^(-1)
uk0<- n+sum(log(x))-sum(x*log(x))/xbar
cox.est<- uk0*(vkk^(1/2))
return(cox.est)
}
#Estadística Shapiro-Wilk#
t2.as<- function(x){
n<-length(x)
media.x<- mean(x)
num=(n/(n-1))*(media.x^2)
den=var(x)
t2=num/den
return(t2)
}
#Estadística  $T^*$ #
t5.as <- function(x){
n<-length(x)
numerador<- (1/(2*n))*(sum(x^2))
denominador<- var(x)
T3=(numerador/denominador)
return(T3)
}
#Calcula  $m$  estadísticas de tamaño  $n$  para cada prueba#
simul.ts = function(m,n,u,Bta){
vector=matrix(0, nrow=3, ncol=m)
for(j in 1:m){
xm <- rexp(n, rate=1/Bta)
vector[1,j]=t1.as(xm)
vector[2,j]=t2.as(xm)
vector[3,j]=t5.as(xm)
}
return(vector)
}
#Calcula los cuantiles o valores críticos para un conjunto de valores#
cuantil.ts<- function(valores){
r<- length(valores)
datos<- sort(valores, decreasing=FALSE)
nInter<- 12
valfa=matrix(0, nrow=nInter, ncol=1)
vcuan1=matrix(0, nrow=nInter, ncol=1)
vcuan2=matrix(0, nrow=nInter, ncol=1)
for(j in 1:nInter){
alfa<- j*0.025
```



```

q12= datos[c(alfa/2,1-(alfa/2))*r]
a= q12[1] #cuantil(datos,alfa/2)
b= q12[2] #cuantil(datos,1-alfa/2)
valfa[j,1]=alfa
vcuan1[j,1]=a
vcuan2[j,1]=b
quan=cbind(valfa,vcuan1,vcuan2)
}
return(quan)
}
#Calcula tamaños de prueba y potencias de acuerdo a los valores dados#
#valores se refiere al vector numerico correspondiente a las m estadísticas
#tabla se refiere a la tabla de valores críticos generados por la función cuantil.ts
Pot.prueba.ts<- function(valores,tabla){
nrt<- nrow(tabla)
a<- length(valores)
alfa.tabla<- matrix(0, nrow=nrt, ncol=1)
pot.tabla<- matrix(0, nrow=nrt, ncol=1)
tabla.fin<- matrix(0, nrow=nrt, ncol=2)
for (j in 1:nrt){
b=0
rech<- matrix(0, nrow=1, ncol=a)
for (i in 1:a){
if ((valores[i]>tabla[j,2]) & (valores[i]<tabla[j,3])){
b=0
}
else b=1
rech[1,i]=b
}
pot=(sum(rech))/a
alfa.tabla[j,1]=tabla[j,1]
pot.tabla[j,1]=(sum(rech))/a
}
tabla.fin= cbind(alfa.tabla, pot.tabla)
return(tabla.fin)
}
#Calcula m estadísticas para cada prueba, usando números aleatorios de una distribución especificada#
alternativa.ts<- function(m,n,[parametros]){
vector=matrix(0, nrow=3, ncol=m)
for (j in 1:m){
GENERADOR
vector[1,j]=t1.as(gamma.x)
vector[2,j]=t2.as(gamma.x)
vector[3,j]=t5.as(gamma.x)
}
return(vector)
}
#Para generar estadísticas usando números aleatorios de otras distribuciones, en el programa anterior se debe
de reemplazar en el renglón "GENERADOR", el generador de números aleatorios de la distribución de la cual
se quieran calcular estadísticas.#
#Para la Gamma#
gamma.x<- rgamma(n, shape=forma, scale=escala)+Mu
#Para la Pareto Generalizada#
pg.x<- rgpd(n, loc=MU,scale=sigma, shape=x1)
#Para la Weibull#
weibull.x<- rweibull(n, shape=forma,scale=escala)
#Para la LogNormal#
lnorm.x<- rlnorm(n, meanlog=media, sdlog=std)
#Para la Beta#
beta.x<- rbeta(n, shape1=forma1, shape2=forma2, ncp = centr)
#Para la Chi-Cuadrada#
chisq.x<- rchisq(n, df=gl, ncp=centr)
#Para la Cauchy#
cau.x<- rcauchy(n, location = loc, scale = sca)
#Para la Pareto#

```

```

par.x<- rpareto(n, location = loc, shape = forma)
#Calcula m estadísticas para cada prueba, usando números aleatorios LogBeta#
ts.logbeta<-function(m,n,forma1,forma2,centr){
VC=matrix(0, nrow=3, ncol=m)
beta.mat<- matrix(0, nrow=n, ncol=1)
for (j in 1:m){
i=0
while (i<n){
i=i+1
b.x<- rbeta(1, shape1=forma1, shape2=forma2, ncp = centr)
if (temp==0){
i=i-1
}
else {
beta.mat[i,1]=b.x
}
}
logbeta.x<- -log(beta.mat)
VC[1,j]=t1.as(logbeta.x)
VC[2,j]=t2.as(logbeta.x)
VC[3,j]=t5.as(logbeta.x)
}
return(VC)
}

```

## 1.2 Programas correspondientes a las estadísticas *COC*, *SW* y *T*

```

# Simulación de números aleatorios de una distribución exponencial con parámetros  $\mu$  y  $\beta$ #
Rexp2p=function(n,u,Bta){
v=u-Bta*log(1-runif(n)) return(v)
}
# Estadística Cox-Oakes con modificaciones #
t1<- function(s){
h<- length(s)
n<- h-1
v<- sort(s, decreasing=FALSE)
w<- v-min(v)
x<- matrix(0, nrow=n, ncol=1)
for (i in 1:n){
x[i,1]= w[i+1]
}
xbar<- mean(x) #Cox-oakes con modificaciones#
sum2<- (1/xbar)*sum(x*(log(x/xbar))^2)
sum3<- ((sum(x*log(x/xbar)))^2)/(n*(xbar^2))
vkk<- (n+sum2-sum3)^(-1)
uk0<- n+sum(log(x))-sum(x*log(x))/xbar
cox.est<- uk0*(vkk^(1/2))
return(cox.est)
}
# Estadística Shapiro-Wilk #
t.sw<- function(x){
n<-length(x)
minimo=min(x)
ybar2=((sum(x-minimo))/n)^2
s2y= (sum((x-mean(x))^2))/(n-1)
sw=(ybar2/s2y)
return(sw)
}
# Estadística T #
t5<- function(x){
n<-length(x)
min=min(x)
numerador<- (1/(2*(n-1)))*(sum((x-min)^2))

```

```
denominador<- (sum((x-mean(x))^2))/(n-1) #var(x)
T=(numerador/denominador)
return(T)
}
# Calcula m estadísticas de tamaño n para cada prueba #
simul.ts=function(m,n,u,Bta){
vector=matrix(0, nrow=3, ncol=m)
for(j in 1:m){ # simulación de distr. exponencial de dos parámetros#
xm<- Rexp2p(n,u, Bta) #rexp(n, mu,rate=1/Bta)
vector[1,j]=t1(xm)
vector[2,j]=t.sw(xm)
vector[3,j]=t5(xm)
}
return(vector)
}
```

NOTA:

Los valores críticos, los tamaños y potencias se obtienen, en este caso, con los programas definidos para ese propósito en A.1.

Las estadísticas para distribuciones en  $H_A$  se obtienen, en este caso, con los programas definidos para ese propósito en A.1.

# Anexo II. Tablas de Valores Críticos

Cuadro 6.1: Valores Críticos de la prueba  $T^*$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$  para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
5	(0.5956,5.7949)	(0.6198,3.9818)	(0.6416,3.3512)	(0.6631,3.0121)	(0.6960,2.5814)	(0.7245,2.2427)	(0.7473,2.0466)
10	(0.6518,2.5482)	(0.6807,2.2292)	(0.7029,2.0383)	(0.7210,1.9206)	(0.7492,1.7552)	(0.7779,1.6463)	(0.8005,1.5645)
15	(0.6816,2.0015)	(0.7122,1.7988)	(0.7347,1.6950)	(0.7497,1.6241)	(0.7753,1.5349)	(0.8017,1.4697)	(0.8233,1.4193)
20	(0.7125,1.7896)	(0.7385,1.6563)	(0.7622,1.5711)	(0.7788,1.5136)	(0.8040,1.4415)	(0.8234,1.3849)	(0.8430,1.3431)
25	(0.7194,1.6557)	(0.7537,1.5521)	(0.7753,1.4922)	(0.7915,1.4444)	(0.8149,1.3820)	(0.8336,1.3372)	(0.8521,1.2984)
30	(0.7312,1.5723)	(0.7676,1.4842)	(0.7857,1.4345)	(0.8009,1.4005)	(0.8245,1.3403)	(0.8451,1.2987)	(0.8612,1.2667)
35	(0.7451,1.5195)	(0.7723,1.4410)	(0.7928,1.3911)	(0.8079,1.3611)	(0.8328,1.3098)	(0.8538,1.2744)	(0.8687,1.2442)
40	(0.7500,1.4749)	(0.7763,1.4017)	(0.7965,1.3611)	(0.8111,1.3302)	(0.8347,1.2805)	(0.8556,1.2455)	(0.8722,1.2240)
45	(0.7640,1.4285)	(0.7922,1.3669)	(0.8124,1.3265)	(0.8254,1.3017)	(0.8465,1.2606)	(0.8640,1.2318)	(0.8784,1.2083)
50	(0.7750,1.4137)	(0.8000,1.3499)	(0.8200,1.3112)	(0.8329,1.2827)	(0.8545,1.2479)	(0.8694,1.2179)	(0.8835,1.1941)
55	(0.7796,1.3726)	(0.8045,1.3210)	(0.8232,1.2903)	(0.8387,1.2659)	(0.8586,1.2316)	(0.8735,1.2068)	(0.8861,1.1861)
60	(0.7928,1.3489)	(0.8129,1.3072)	(0.8284,1.2715)	(0.8408,1.2494)	(0.8609,1.2176)	(0.8773,1.1936)	(0.8901,1.1738)
65	(0.7930,1.3449)	(0.8169,1.2956)	(0.8315,1.2631)	(0.8449,1.2419)	(0.8650,1.2101)	(0.8809,1.1867)	(0.8943,1.1695)
70	(0.7963,1.3134)	(0.8214,1.2753)	(0.8394,1.2493)	(0.8512,1.2291)	(0.8686,1.1985)	(0.8853,1.1772)	(0.8968,1.1598)
75	(0.7977,1.3188)	(0.8228,1.2714)	(0.8390,1.2417)	(0.8514,1.2226)	(0.8684,1.1934)	(0.8846,1.1732)	(0.8974,1.1563)
80	(0.8094,1.3013)	(0.8311,1.2615)	(0.8466,1.2369)	(0.8596,1.2190)	(0.8759,1.1896)	(0.8911,1.1695)	(0.9029,1.1513)
85	(0.8131,1.2974)	(0.8354,1.2563)	(0.8475,1.2337)	(0.8592,1.2149)	(0.8785,1.1818)	(0.8928,1.1626)	(0.9038,1.1443)
90	(0.8084,1.2840)	(0.8338,1.2458)	(0.8489,1.2172)	(0.8606,1.1976)	(0.8795,1.1756)	(0.8941,1.1555)	(0.9061,1.1376)
95	(0.8167,1.2773)	(0.8396,1.2349)	(0.8532,1.2131)	(0.8641,1.1949)	(0.8813,1.1706)	(0.8945,1.1517)	(0.9061,1.1348)
100	(0.8159,1.2628)	(0.8398,1.2277)	(0.8540,1.2056)	(0.8648,1.1893)	(0.8828,1.1644)	(0.8963,1.1454)	(0.9082,1.1318)
110	(0.8222,1.2509)	(0.8464,1.2180)	(0.8602,1.1913)	(0.8704,1.1784)	(0.8877,1.1555)	(0.9001,1.1385)	(0.9106,1.1232)
120	(0.8311,1.2333)	(0.8561,1.2033)	(0.8694,1.1854)	(0.8794,1.1681)	(0.8946,1.1473)	(0.9069,1.1325)	(0.9167,1.1187)
130	(0.8358,1.2254)	(0.8565,1.1977)	(0.8709,1.1805)	(0.8816,1.1652)	(0.8966,1.1417)	(0.9091,1.1260)	(0.9191,1.1122)
140	(0.8434,1.2210)	(0.8623,1.1872)	(0.8760,1.1687)	(0.8868,1.1551)	(0.9014,1.1349)	(0.9124,1.1225)	(0.9219,1.1090)
150	(0.8487,1.2117)	(0.8676,1.1820)	(0.8784,1.1628)	(0.8872,1.1489)	(0.9013,1.1312)	(0.9120,1.1161)	(0.9213,1.1040)
160	(0.8505,1.1997)	(0.8673,1.1723)	(0.8805,1.1567)	(0.8900,1.1454)	(0.9048,1.1263)	(0.9154,1.1132)	(0.9251,1.1025)
170	(0.8505,1.1865)	(0.8704,1.1638)	(0.8807,1.1484)	(0.8901,1.1375)	(0.9052,1.1218)	(0.9158,1.1084)	(0.9245,1.0979)

Cuadro 6.2: Continuación del cuadro 6.1. Valores Críticos de la prueba  $T^*$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$  para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
180	(0.8566,1.1838)	(0.8756,1.1597)	(0.8867,1.1463)	(0.8944,1.1345)	(0.9075,1.1189)	(0.9193,1.1064)	(0.9282,1.0960)
190	(0.8617,1.1818)	(0.8810,1.1570)	(0.8913,1.1406)	(0.8981,1.1294)	(0.9124,1.1131)	(0.9219,1.1019)	(0.9306,1.0919)
200	(0.8675,1.1729)	(0.8840,1.1512)	(0.8938,1.1363)	(0.9021,1.1267)	(0.9134,1.1121)	(0.9232,1.1006)	(0.9318,1.0907)
210	(0.8640,1.1750)	(0.8809,1.1481)	(0.8919,1.1345)	(0.9006,1.1230)	(0.9145,1.1074)	(0.9242,1.0958)	(0.9322,1.0868)
220	(0.8675,1.1720)	(0.8848,1.1473)	(0.8959,1.1348)	(0.9037,1.1252)	(0.9180,1.1092)	(0.9267,1.0958)	(0.9346,1.0863)
230	(0.8695,1.1655)	(0.8876,1.1422)	(0.8987,1.1289)	(0.9059,1.1194)	(0.9184,1.1054)	(0.9270,1.0941)	(0.9345,1.0850)
240	(0.8697,1.1641)	(0.8880,1.1425)	(0.9007,1.1291)	(0.9093,1.1179)	(0.9199,1.1021)	(0.9291,1.0910)	(0.9365,1.0824)
250	(0.8699,1.1556)	(0.8876,1.1358)	(0.8979,1.1215)	(0.9061,1.1114)	(0.9186,1.0969)	(0.9285,1.0855)	(0.9368,1.0773)
260	(0.8765,1.1506)	(0.8919,1.1305)	(0.9020,1.1185)	(0.9100,1.1097)	(0.9212,1.0944)	(0.9301,1.0844)	(0.9371,1.0750)
270	(0.8816,1.1489)	(0.8962,1.1288)	(0.9056,1.1166)	(0.9130,1.1075)	(0.9233,1.0946)	(0.9323,1.0840)	(0.9402,1.0757)
280	(0.8814,1.1483)	(0.8961,1.1308)	(0.9063,1.1185)	(0.9133,1.1094)	(0.9240,1.0963)	(0.9328,1.0851)	(0.9398,1.0771)
290	(0.8819,1.1427)	(0.8949,1.1228)	(0.9041,1.1122)	(0.9117,1.1053)	(0.9230,1.0925)	(0.9330,1.0816)	(0.9406,1.0744)
300	(0.8826,1.1416)	(0.8968,1.1233)	(0.9089,1.1109)	(0.9165,1.1023)	(0.9266,1.0891)	(0.9346,1.0795)	(0.9420,1.0713)

Cuadro 6.3: Valores Críticos de la prueba  $T$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$  para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
5	(0.6867,2.1497)	(0.7065,2.0141)	(0.7233,1.9079)	(0.7393,1.8272)	(0.7672,1.7028)	(0.7879,1.6151)	(0.8098,1.5444)
10	(0.6889,2.0251)	(0.7171,1.8321)	(0.7380,1.7328)	(0.7541,1.6521)	(0.7796,1.5511)	(0.8034,1.4883)	(0.8239,1.4339)
15	(0.7104,1.8281)	(0.7364,1.6844)	(0.7529,1.6066)	(0.7709,1.5455)	(0.7953,1.4610)	(0.8177,1.4027)	(0.8380,1.3586)
20	(0.7210,1.6869)	(0.7505,1.5777)	(0.7716,1.5100)	(0.7887,1.4605)	(0.8116,1.3977)	(0.8325,1.3522)	(0.8519,1.3123)
25	(0.7357,1.5860)	(0.7674,1.4972)	(0.7860,1.4380)	(0.8001,1.4010)	(0.8223,1.3428)	(0.8411,1.3036)	(0.8569,1.2684)
30	(0.7462,1.5342)	(0.7732,1.4513)	(0.7892,1.4062)	(0.8062,1.3748)	(0.8292,1.3217)	(0.8474,1.2829)	(0.8655,1.2523)
35	(0.7530,1.4885)	(0.7808,1.4161)	(0.8001,1.3690)	(0.8144,1.3345)	(0.8366,1.2874)	(0.8546,1.2540)	(0.8717,1.2283)
40	(0.7652,1.4452)	(0.7930,1.3713)	(0.8119,1.3419)	(0.8258,1.3151)	(0.8484,1.2723)	(0.8660,1.2431)	(0.8824,1.2164)
45	(0.7655,1.4059)	(0.7941,1.3410)	(0.8105,1.3066)	(0.8255,1.2808)	(0.8467,1.2444)	(0.8651,1.2202)	(0.8788,1.1985)
50	(0.7760,1.3797)	(0.7984,1.3289)	(0.8177,1.2985)	(0.8315,1.2738)	(0.8555,1.2374)	(0.8713,1.2129)	(0.8846,1.1926)
55	(0.7924,1.3625)	(0.8121,1.3110)	(0.8304,1.2851)	(0.8433,1.2610)	(0.8613,1.2245)	(0.8769,1.1995)	(0.8893,1.1804)
60	(0.7884,1.3453)	(0.8151,1.3005)	(0.8316,1.2673)	(0.8449,1.2440)	(0.8641,1.2104)	(0.8788,1.1875)	(0.8930,1.1664)
65	(0.7962,1.3248)	(0.8204,1.2863)	(0.8372,1.2569)	(0.8481,1.2351)	(0.8675,1.2065)	(0.8815,1.1847)	(0.8944,1.1650)
70	(0.7983,1.3095)	(0.8226,1.2683)	(0.8398,1.2430)	(0.8508,1.2220)	(0.8688,1.1949)	(0.8844,1.1737)	(0.8969,1.1569)
75	(0.8013,1.3013)	(0.8255,1.2590)	(0.8412,1.2351)	(0.8536,1.2156)	(0.8714,1.1878)	(0.8854,1.1662)	(0.8984,1.1488)
80	(0.8048,1.3044)	(0.8316,1.2611)	(0.8470,1.2366)	(0.8592,1.2169)	(0.8769,1.1866)	(0.8919,1.1655)	(0.9029,1.1473)
85	(0.8137,1.2788)	(0.8345,1.2356)	(0.8470,1.2134)	(0.8601,1.1991)	(0.8796,1.1755)	(0.8924,1.1565)	(0.9040,1.1406)
90	(0.8166,1.2707)	(0.8373,1.2383)	(0.8511,1.2126)	(0.8615,1.1948)	(0.8803,1.1711)	(0.8949,1.1534)	(0.9061,1.1370)
95	(0.8231,1.2681)	(0.8449,1.2377)	(0.8583,1.2111)	(0.8700,1.1957)	(0.8862,1.1680)	(0.8991,1.1495)	(0.9099,1.1349)
100	(0.8197,1.2538)	(0.8427,1.2172)	(0.8561,1.1971)	(0.8664,1.1801)	(0.8839,1.1576)	(0.8976,1.1407)	(0.9084,1.1269)
110	(0.8267,1.2504)	(0.8500,1.2118)	(0.8623,1.1904)	(0.8729,1.1755)	(0.8893,1.1544)	(0.9020,1.1350)	(0.9121,1.1214)
120	(0.8324,1.2381)	(0.8549,1.2037)	(0.8673,1.1816)	(0.8768,1.1674)	(0.8922,1.1473)	(0.9047,1.1315)	(0.9147,1.1188)
130	(0.8370,1.2244)	(0.8575,1.1941)	(0.8716,1.1755)	(0.8810,1.1612)	(0.8972,1.1409)	(0.9096,1.1244)	(0.9191,1.1125)
140	(0.8366,1.2116)	(0.8612,1.1888)	(0.8745,1.1691)	(0.8847,1.1571)	(0.8989,1.1370)	(0.9096,1.1206)	(0.9205,1.1091)
150	(0.8446,1.2005)	(0.8663,1.1737)	(0.8784,1.1574)	(0.8872,1.1463)	(0.9014,1.1281)	(0.9130,1.1143)	(0.9222,1.1036)

Cuadro 6.4: Continuación del cuadro 6.3. Valores Críticos de la prueba  $T$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$  para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
160	(0.8533,1.1990)	(0.8748,1.1712)	(0.8860,1.1554)	(0.8940,1.1434)	(0.9066,1.1253)	(0.9169,1.1117)	(0.9261,1.1002)
170	(0.8588,1.1984)	(0.8755,1.1727)	(0.8875,1.1550)	(0.8973,1.1417)	(0.9115,1.1222)	(0.9208,1.1100)	(0.9297,1.0979)
180	(0.8595,1.1823)	(0.8774,1.1589)	(0.8884,1.1462)	(0.8970,1.1331)	(0.9100,1.1184)	(0.9205,1.1057)	(0.9300,1.0946)
190	(0.8606,1.1858)	(0.8796,1.1586)	(0.8904,1.1426)	(0.8993,1.1315)	(0.9123,1.1153)	(0.9217,1.1034)	(0.9299,1.0929)
200	(0.8621,1.1780)	(0.8805,1.1533)	(0.8904,1.1369)	(0.8984,1.1259)	(0.9117,1.1105)	(0.9218,1.0995)	(0.9298,1.0894)
210	(0.8672,1.1698)	(0.8854,1.1469)	(0.8956,1.1331)	(0.9028,1.1215)	(0.9148,1.1058)	(0.9240,1.0938)	(0.9325,1.0857)
220	(0.8715,1.1660)	(0.8863,1.1443)	(0.8966,1.1318)	(0.9042,1.1202)	(0.9167,1.1052)	(0.9252,1.0943)	(0.9337,1.0847)
230	(0.8701,1.1607)	(0.8873,1.1393)	(0.8982,1.1263)	(0.9066,1.1153)	(0.9178,1.1016)	(0.9268,1.0902)	(0.9347,1.0808)
240	(0.8738,1.1556)	(0.8895,1.1375)	(0.9004,1.1225)	(0.9079,1.1122)	(0.9200,1.0990)	(0.9301,1.0883)	(0.9371,1.0791)
250	(0.8748,1.1534)	(0.8911,1.1355)	(0.9013,1.1225)	(0.9092,1.1113)	(0.9206,1.0973)	(0.9298,1.0862)	(0.9378,1.0778)
260	(0.8770,1.1516)	(0.8904,1.1330)	(0.9023,1.1192)	(0.9099,1.1106)	(0.9216,1.0971)	(0.9307,1.0858)	(0.9380,1.0771)
270	(0.8794,1.1498)	(0.8951,1.1312)	(0.9034,1.1180)	(0.9104,1.1067)	(0.9222,1.0931)	(0.9309,1.0824)	(0.9380,1.0741)
280	(0.8806,1.1465)	(0.8965,1.1276)	(0.9067,1.1142)	(0.9132,1.1056)	(0.9236,1.0922)	(0.9325,1.0821)	(0.9401,1.0735)
290	(0.8847,1.1414)	(0.8988,1.1252)	(0.9069,1.1144)	(0.9159,1.1055)	(0.9261,1.0928)	(0.9345,1.0809)	(0.9418,1.0727)
300	(0.8863,1.1413)	(0.9009,1.1218)	(0.9100,1.1095)	(0.9160,1.1008)	(0.9253,1.0895)	(0.9340,1.0794)	(0.9408,1.0712)

Cuadro 6.5: Valores Críticos de la prueba  $CO$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$  para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
5	(-2.0878,1.9824)	(-1.6601,1.8747)	(-1.4261,1.7881)	(-1.2764,1.7291)	(-1.0296,1.6255)	(-0.8160,1.5206)	(-0.6629,1.4423)
10	(-2.1483,2.1150)	(-1.7561,1.9540)	(-1.5422,1.8325)	(-1.3817,1.7390)	(-1.1624,1.5965)	(-0.9762,1.4778)	(-0.8166,1.3814)
15	(-2.1241,2.1836)	(-1.7979,1.9917)	(-1.5962,1.8350)	(-1.4442,1.7415)	(-1.2016,1.5762)	(-1.0546,1.4566)	(-0.9103,1.3429)
20	(-2.2467,2.2274)	(-1.8628,2.0158)	(-1.6312,1.8644)	(-1.4673,1.7659)	(-1.2227,1.6004)	(-1.0436,1.4752)	(-0.9077,1.3610)
25	(-2.1762,2.2473)	(-1.8182,2.0271)	(-1.6223,1.8761)	(-1.4679,1.7547)	(-1.2535,1.5749)	(-1.0938,1.4297)	(-0.9533,1.3219)
30	(-2.1335,2.2017)	(-1.8649,1.9794)	(-1.6505,1.8359)	(-1.5190,1.7159)	(-1.2946,1.5335)	(-1.1063,1.3954)	(-0.9712,1.2898)
35	(-2.2605,2.2071)	(-1.9076,1.9645)	(-1.7032,1.8141)	(-1.5352,1.6883)	(-1.3008,1.5363)	(-1.1197,1.3871)	(-0.9880,1.2687)
40	(-2.2347,2.2650)	(-1.9064,2.0348)	(-1.7013,1.8761)	(-1.5299,1.7765)	(-1.2970,1.5935)	(-1.1176,1.4391)	(-0.9820,1.3107)
45	(-2.2681,2.3033)	(-1.9086,2.0361)	(-1.7025,1.8630)	(-1.5377,1.7356)	(-1.2969,1.5423)	(-1.1518,1.3971)	(-1.0092,1.2772)
50	(-2.1958,2.2622)	(-1.8702,1.9707)	(-1.6644,1.8318)	(-1.5051,1.7130)	(-1.2813,1.5293)	(-1.1303,1.3841)	(-0.9995,1.2663)
55	(-2.1771,2.2600)	(-1.8766,2.0074)	(-1.6932,1.8525)	(-1.5334,1.7237)	(-1.3084,1.5358)	(-1.1358,1.3832)	(-0.9898,1.2718)
60	(-2.1943,2.2301)	(-1.8884,1.9870)	(-1.6760,1.8281)	(-1.5349,1.7083)	(-1.3136,1.5268)	(-1.1580,1.3774)	(-1.0119,1.2570)
65	(-2.2532,2.2338)	(-1.8999,2.0114)	(-1.6972,1.8281)	(-1.5499,1.7123)	(-1.3103,1.5222)	(-1.1307,1.3879)	(-0.9964,1.2645)
70	(-2.2795,2.2361)	(-1.9718,1.9732)	(-1.7795,1.8324)	(-1.6450,1.7287)	(-1.4078,1.5200)	(-1.2444,1.3839)	(-1.0949,1.2542)
75	(-2.1457,2.2574)	(-1.8798,2.0143)	(-1.6789,1.8518)	(-1.5225,1.7376)	(-1.2922,1.5407)	(-1.1460,1.3824)	(-1.0044,1.2560)
80	(-2.1956,2.1979)	(-1.9097,1.9695)	(-1.7168,1.8203)	(-1.5584,1.7019)	(-1.3441,1.5209)	(-1.1788,1.3694)	(-1.0347,1.2469)
85	(-2.1844,2.2479)	(-1.9060,1.9968)	(-1.6896,1.8325)	(-1.5521,1.6994)	(-1.3407,1.5046)	(-1.1750,1.3560)	(-1.0367,1.2397)
90	(-2.2340,2.2374)	(-1.9251,1.9642)	(-1.7449,1.8150)	(-1.5741,1.7046)	(-1.3617,1.5342)	(-1.1986,1.3867)	(-1.0594,1.2496)
95	(-2.1941,2.2368)	(-1.8588,2.0026)	(-1.6711,1.8443)	(-1.5435,1.7265)	(-1.3509,1.5473)	(-1.1670,1.3860)	(-1.0307,1.2842)
100	(-2.2323,2.1945)	(-1.9343,1.9680)	(-1.7411,1.8065)	(-1.6108,1.6890)	(-1.3857,1.5113)	(-1.2062,1.3567)	(-1.0737,1.2376)
110	(-2.2508,2.2617)	(-1.9223,1.9835)	(-1.6990,1.8010)	(-1.5585,1.6741)	(-1.3460,1.4849)	(-1.1979,1.3375)	(-1.0614,1.2201)
120	(-2.1638,2.2014)	(-1.9158,1.9777)	(-1.7337,1.8156)	(-1.5906,1.6812)	(-1.3726,1.5022)	(-1.2225,1.3636)	(-1.0787,1.2359)



Cuadro 6.6: Continuación del cuadro 6.5. Valores Críticos de la prueba  $CO$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$  para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
130	(-2.2330,2.2704)	(-1.9197,2.0385)	(-1.7125,1.8612)	(-1.5667,1.7218)	(-1.3606,1.5156)	(-1.2019,1.3518)	(-1.0606,1.2251)
140	(-2.2793,2.2805)	(-1.9400,2.0198)	(-1.7254,1.8493)	(-1.6064,1.7151)	(-1.3839,1.4991)	(-1.2169,1.3501)	(-1.0789,1.2354)
150	(-2.2176,2.2209)	(-1.9378,1.9883)	(-1.7487,1.8165)	(-1.6035,1.6731)	(-1.3961,1.4803)	(-1.2182,1.3402)	(-1.0797,1.2193)
160	(-2.2403,2.2743)	(-1.9478,2.0074)	(-1.7490,1.8390)	(-1.6019,1.7125)	(-1.3795,1.5032)	(-1.1991,1.3567)	(-1.0678,1.2212)
170	(-2.2705,2.2251)	(-1.9723,1.9730)	(-1.7489,1.8129)	(-1.6335,1.7067)	(-1.3959,1.4991)	(-1.2344,1.3491)	(-1.1081,1.2395)
180	(-2.2325,2.2131)	(-1.9389,1.9620)	(-1.7716,1.8199)	(-1.6070,1.6817)	(-1.3967,1.4991)	(-1.2273,1.3516)	(-1.1017,1.2274)
190	(-2.2211,2.2025)	(-1.9381,1.9727)	(-1.7662,1.8086)	(-1.6178,1.6891)	(-1.4068,1.5156)	(-1.2348,1.3729)	(-1.0965,1.2310)
200	(-2.2284,2.2197)	(-1.9217,1.9490)	(-1.7210,1.7985)	(-1.5771,1.6679)	(-1.3727,1.4879)	(-1.2330,1.3261)	(-1.0949,1.2047)
210	(-2.1622,2.2712)	(-1.8848,1.9635)	(-1.7101,1.8042)	(-1.5652,1.6686)	(-1.3643,1.4648)	(-1.2215,1.3152)	(-1.0961,1.1896)
220	(-2.2154,2.2629)	(-1.9193,2.0154)	(-1.7212,1.8434)	(-1.5897,1.7082)	(-1.3964,1.5150)	(-1.2229,1.3554)	(-1.0812,1.2172)
230	(-2.2264,2.2483)	(-1.9197,1.9542)	(-1.7296,1.7914)	(-1.5911,1.6771)	(-1.3713,1.4784)	(-1.2222,1.3259)	(-1.0897,1.2042)
240	(-2.2959,2.2630)	(-1.9927,1.9800)	(-1.8060,1.8052)	(-1.6426,1.6608)	(-1.4267,1.4808)	(-1.2566,1.3146)	(-1.1125,1.1776)
250	(-2.2116,2.2596)	(-1.9109,1.9918)	(-1.7371,1.8416)	(-1.6217,1.6962)	(-1.4114,1.5140)	(-1.2468,1.3625)	(-1.0939,1.2182)
260	(-2.2279,2.2555)	(-1.9153,1.9892)	(-1.7349,1.8324)	(-1.5995,1.6907)	(-1.3820,1.4851)	(-1.2102,1.3310)	(-1.0671,1.1979)
270	(-2.2143,2.2050)	(-1.9468,1.9625)	(-1.7423,1.7889)	(-1.6082,1.6524)	(-1.3807,1.4718)	(-1.2089,1.3144)	(-1.0778,1.1879)
280	(-2.2363,2.1840)	(-1.9531,1.9653)	(-1.7662,1.7875)	(-1.6063,1.6694)	(-1.3919,1.4822)	(-1.2284,1.3301)	(-1.1091,1.2075)
290	(-2.2225,2.2206)	(-1.9054,2.0111)	(-1.7093,1.8424)	(-1.5803,1.6939)	(-1.3748,1.4983)	(-1.2230,1.3377)	(-1.0905,1.2117)
300	(-2.2359,2.3704)	(-1.9183,2.0191)	(-1.7481,1.8281)	(-1.6009,1.6813)	(-1.3875,1.4829)	(-1.2269,1.3363)	(-1.0971,1.2156)

Cuadro 6.7: Valores Críticos de la prueba  $SW$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$ , para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
5	(0.2980,2.6520)	(0.3284,2.4367)	(0.3583,2.2388)	(0.3816,2.1083)	(0.4282,1.9319)	(0.4630,1.7825)	(0.4945,1.6605)
10	(0.3537,2.7481)	(0.4040,2.4036)	(0.4411,2.2157)	(0.4710,2.0686)	(0.5157,1.8920)	(0.5590,1.7655)	(0.5956,1.6632)
15	(0.3944,2.4671)	(0.4419,2.2228)	(0.4837,2.0644)	(0.5109,1.9626)	(0.5588,1.7985)	(0.5966,1.6885)	(0.6304,1.5959)
20	(0.4227,2.2800)	(0.4693,2.0048)	(0.5087,1.9028)	(0.5419,1.8142)	(0.5918,1.6914)	(0.6341,1.5977)	(0.6690,1.5322)
25	(0.4422,2.0759)	(0.5070,1.9007)	(0.5434,1.7980)	(0.5718,1.7254)	(0.6220,1.6226)	(0.6624,1.5441)	(0.6935,1.4772)
30	(0.4765,1.9865)	(0.5327,1.8471)	(0.5724,1.7385)	(0.5982,1.6756)	(0.6445,1.5715)	(0.6825,1.4952)	(0.7117,1.4408)
35	(0.4851,1.8930)	(0.5473,1.7471)	(0.5858,1.6749)	(0.6128,1.6154)	(0.6592,1.5347)	(0.6947,1.4707)	(0.7269,1.4203)
40	(0.5227,1.8471)	(0.5700,1.6953)	(0.6034,1.6216)	(0.6339,1.5602)	(0.6772,1.4856)	(0.7088,1.4348)	(0.7390,1.3790)
45	(0.5347,1.7844)	(0.5851,1.6654)	(0.6223,1.5905)	(0.6472,1.5323)	(0.6908,1.4610)	(0.7210,1.4018)	(0.7489,1.3562)
50	(0.5363,1.7406)	(0.6008,1.6397)	(0.6340,1.5689)	(0.6612,1.5212)	(0.7013,1.4464)	(0.7329,1.3983)	(0.7587,1.3553)
55	(0.5611,1.7019)	(0.6111,1.5925)	(0.6451,1.5252)	(0.6693,1.4839)	(0.7043,1.4190)	(0.7317,1.3693)	(0.7598,1.3284)
60	(0.5678,1.6536)	(0.6210,1.5739)	(0.6543,1.5178)	(0.6789,1.4785)	(0.7169,1.4098)	(0.7476,1.3641)	(0.7732,1.3249)
65	(0.5819,1.6311)	(0.6323,1.5514)	(0.6615,1.4974)	(0.6841,1.4609)	(0.7205,1.3936)	(0.7517,1.3442)	(0.7785,1.3083)
70	(0.5876,1.6204)	(0.6339,1.5310)	(0.6687,1.4775)	(0.6902,1.4412)	(0.7289,1.3809)	(0.7609,1.3356)	(0.7895,1.2994)

Cuadro 6.8: Continuación del cuadro 6.7. Valores Críticos de la prueba  $SW$ , basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$ , para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
75	(0.5942,1.5909)	(0.6409,1.5109)	(0.6732,1.4522)	(0.6946,1.4172)	(0.7342,1.3606)	(0.7650,1.3200)	(0.7902,1.2865)
80	(0.6021,1.5667)	(0.6464,1.4878)	(0.6776,1.4401)	(0.7011,1.4032)	(0.7420,1.3485)	(0.7700,1.3117)	(0.7947,1.2764)
85	(0.6176,1.5530)	(0.6632,1.4738)	(0.6914,1.4243)	(0.7125,1.3915)	(0.7483,1.3441)	(0.7729,1.3024)	(0.7978,1.2729)
90	(0.6187,1.5396)	(0.6638,1.4649)	(0.6980,1.4049)	(0.7172,1.3714)	(0.7531,1.3266)	(0.7823,1.2853)	(0.8052,1.2566)
95	(0.6374,1.5114)	(0.6767,1.4407)	(0.7045,1.3974)	(0.7272,1.3625)	(0.7622,1.3125)	(0.7875,1.2778)	(0.8085,1.2481)
100	(0.6342,1.5184)	(0.6848,1.4295)	(0.7098,1.3819)	(0.7300,1.3520)	(0.7642,1.3085)	(0.7891,1.2742)	(0.8114,1.2444)
110	(0.6474,1.4800)	(0.6952,1.4212)	(0.7242,1.3768)	(0.7433,1.3427)	(0.7725,1.3003)	(0.7981,1.2646)	(0.8206,1.2357)
120	(0.6620,1.4703)	(0.7007,1.3971)	(0.7256,1.3594)	(0.7476,1.3318)	(0.7794,1.2845)	(0.8032,1.2536)	(0.8237,1.2272)
130	(0.6800,1.4321)	(0.7193,1.3720)	(0.7432,1.3375)	(0.7626,1.3091)	(0.7899,1.2716)	(0.8125,1.2403)	(0.8319,1.2134)
140	(0.6832,1.4245)	(0.7143,1.3671)	(0.7403,1.3301)	(0.7618,1.3042)	(0.7920,1.2671)	(0.8164,1.2357)	(0.8361,1.2143)
150	(0.6863,1.4053)	(0.7248,1.3552)	(0.7489,1.3157)	(0.7683,1.2898)	(0.7955,1.2523)	(0.8200,1.2229)	(0.8391,1.2003)
160	(0.6982,1.3898)	(0.7386,1.3413)	(0.7589,1.3104)	(0.7760,1.2866)	(0.8064,1.2491)	(0.8269,1.2206)	(0.8448,1.1973)
170	(0.7011,1.3718)	(0.7359,1.3205)	(0.7595,1.2918)	(0.7797,1.2681)	(0.8099,1.2351)	(0.8311,1.2088)	(0.8497,1.1864)
180	(0.7087,1.3694)	(0.7485,1.3162)	(0.7699,1.2864)	(0.7849,1.2626)	(0.8101,1.2297)	(0.8340,1.2037)	(0.8500,1.1825)
190	(0.7150,1.3520)	(0.7550,1.3050)	(0.7764,1.2741)	(0.7937,1.2528)	(0.8172,1.2182)	(0.8376,1.1953)	(0.8543,1.1750)
200	(0.7275,1.3423)	(0.7603,1.2963)	(0.7809,1.2724)	(0.7966,1.2472)	(0.8237,1.2155)	(0.8415,1.1921)	(0.8583,1.1718)
210	(0.7336,1.3373)	(0.7667,1.2921)	(0.7853,1.2623)	(0.7997,1.2431)	(0.8256,1.2147)	(0.8474,1.1934)	(0.8629,1.1719)
220	(0.7381,1.3241)	(0.7705,1.2877)	(0.7921,1.2606)	(0.8061,1.2384)	(0.8304,1.2068)	(0.8501,1.1837)	(0.8645,1.1660)
230	(0.7446,1.3211)	(0.7735,1.2785)	(0.7935,1.2490)	(0.8082,1.2256)	(0.8309,1.1974)	(0.8494,1.1731)	(0.8658,1.1546)
240	(0.7448,1.3101)	(0.7788,1.2716)	(0.7989,1.2448)	(0.8135,1.2256)	(0.8345,1.1980)	(0.8535,1.1770)	(0.8681,1.1601)
250	(0.7453,1.2989)	(0.7784,1.2612)	(0.8008,1.2382)	(0.8150,1.2210)	(0.8400,1.1928)	(0.8594,1.1731)	(0.8735,1.1578)
260	(0.7549,1.2942)	(0.7842,1.2568)	(0.8016,1.2319)	(0.8163,1.2132)	(0.8413,1.1854)	(0.8578,1.1643)	(0.8727,1.1461)
270	(0.7523,1.2959)	(0.7810,1.2573)	(0.7990,1.2327)	(0.8156,1.2149)	(0.8399,1.1861)	(0.8585,1.1637)	(0.8734,1.1470)
280	(0.7661,1.2830)	(0.7958,1.2483)	(0.8123,1.2265)	(0.8283,1.2063)	(0.8491,1.1827)	(0.8661,1.1609)	(0.8795,1.1433)
290	(0.7629,1.2867)	(0.7944,1.2442)	(0.8128,1.2187)	(0.8276,1.2020)	(0.8493,1.1736)	(0.8654,1.1544)	(0.8781,1.1375)
300	(0.7669,1.2723)	(0.7946,1.2431)	(0.8133,1.2226)	(0.8284,1.2059)	(0.8504,1.1801)	(0.8656,1.1604)	(0.8799,1.1424)

Cuadro 6.9: Valores Críticos de la prueba *COC*, basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$  para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
5	(-2.0932,1.8790)	(-1.6874,1.8061)	(-1.4326,1.7461)	(-1.2283,1.7011)	(-0.9582,1.6156)	(-0.7587,1.5322)	(-0.6018,1.4590)
10	(-2.1630,2.1684)	(-1.8598,1.9762)	(-1.5953,1.8519)	(-1.4370,1.7780)	(-1.1800,1.6401)	(-0.9609,1.5172)	(-0.8068,1.4186)
15	(-2.1734,2.2320)	(-1.7868,1.9922)	(-1.5514,1.8626)	(-1.3949,1.7651)	(-1.1843,1.5925)	(-1.0200,1.4691)	(-0.8917,1.3701)
20	(-2.1909,2.2086)	(-1.8047,1.9921)	(-1.6096,1.8557)	(-1.4657,1.7541)	(-1.2500,1.5923)	(-1.0765,1.4490)	(-0.9276,1.3368)
25	(-2.0690,2.2391)	(-1.7953,2.0163)	(-1.6247,1.8628)	(-1.4603,1.7492)	(-1.2286,1.5597)	(-1.0565,1.4278)	(-0.9245,1.3109)
30	(-2.2135,2.2481)	(-1.8951,1.9894)	(-1.6784,1.8317)	(-1.5268,1.7085)	(-1.3265,1.5534)	(-1.1540,1.4039)	(-1.0150,1.2843)
35	(-2.1544,2.2246)	(-1.8543,2.0034)	(-1.6516,1.8449)	(-1.4910,1.7331)	(-1.2739,1.5575)	(-1.1072,1.4113)	(-0.9699,1.2979)
40	(-2.1986,2.2094)	(-1.8789,1.9671)	(-1.6783,1.8191)	(-1.5157,1.7237)	(-1.3005,1.5514)	(-1.1253,1.4118)	(-0.9991,1.2972)
45	(-2.1803,2.2323)	(-1.8388,2.0006)	(-1.6810,1.8453)	(-1.5205,1.7321)	(-1.3021,1.5355)	(-1.1192,1.3916)	(-0.9877,1.2752)
50	(-2.1543,2.2818)	(-1.8488,2.0273)	(-1.6517,1.8551)	(-1.5172,1.7276)	(-1.3051,1.5437)	(-1.1407,1.4002)	(-1.0044,1.2684)
55	(-2.2425,2.2322)	(-1.9151,1.9903)	(-1.7130,1.8321)	(-1.5562,1.7176)	(-1.3289,1.5494)	(-1.1557,1.3960)	(-1.0269,1.2646)
60	(-2.1863,2.2698)	(-1.8788,2.0169)	(-1.6968,1.8468)	(-1.5325,1.7352)	(-1.3273,1.5345)	(-1.1581,1.3973)	(-1.0160,1.2754)
65	(-2.1681,2.2551)	(-1.8684,2.0121)	(-1.6885,1.8559)	(-1.5596,1.7324)	(-1.3376,1.5325)	(-1.1741,1.3657)	(-1.0335,1.2345)
70	(-2.2149,2.2312)	(-1.9071,1.9761)	(-1.7423,1.8174)	(-1.5809,1.6907)	(-1.3462,1.5188)	(-1.1779,1.3705)	(-1.0307,1.2426)
75	(-2.1954,2.2413)	(-1.9266,2.0051)	(-1.6977,1.8508)	(-1.5506,1.7316)	(-1.3256,1.5255)	(-1.1621,1.3758)	(-1.0293,1.2618)
80	(-2.2171,2.2129)	(-1.9136,1.9786)	(-1.7391,1.8340)	(-1.5810,1.7088)	(-1.3561,1.5025)	(-1.1998,1.3446)	(-1.0589,1.2342)
85	(-2.2295,2.1981)	(-1.9384,1.9703)	(-1.7322,1.8072)	(-1.5660,1.6769)	(-1.3398,1.5025)	(-1.1799,1.3523)	(-1.0294,1.2346)
90	(-2.1517,2.2524)	(-1.8427,2.0141)	(-1.6599,1.8742)	(-1.5223,1.7293)	(-1.3140,1.5357)	(-1.1609,1.3984)	(-1.0410,1.2568)
95	(-2.2089,2.2609)	(-1.9151,2.0314)	(-1.7203,1.8409)	(-1.5680,1.7121)	(-1.3563,1.5104)	(-1.1950,1.3582)	(-1.0581,1.2296)
100	(-2.2116,2.2031)	(-1.8902,1.9862)	(-1.7128,1.8285)	(-1.5670,1.6977)	(-1.3706,1.5031)	(-1.2174,1.3581)	(-1.0869,1.2201)
110	(-2.3287,2.2703)	(-1.9744,1.9829)	(-1.7627,1.8113)	(-1.6249,1.6885)	(-1.3911,1.4981)	(-1.2064,1.3523)	(-1.0605,1.2228)
120	(-2.1792,2.1884)	(-1.8694,1.9647)	(-1.6883,1.8096)	(-1.5702,1.6930)	(-1.3366,1.4992)	(-1.1907,1.3566)	(-1.0469,1.2421)
130	(-2.2184,2.2319)	(-1.9225,1.9651)	(-1.7163,1.8047)	(-1.5625,1.6692)	(-1.3776,1.4657)	(-1.2157,1.3181)	(-1.0895,1.2066)
140	(-2.1506,2.2488)	(-1.8725,1.9869)	(-1.6882,1.8218)	(-1.5501,1.7093)	(-1.3759,1.5003)	(-1.2228,1.3443)	(-1.0834,1.2116)
150	(-2.2043,2.2566)	(-1.9134,2.0047)	(-1.7174,1.8411)	(-1.5802,1.7037)	(-1.3719,1.4954)	(-1.2024,1.3615)	(-1.0697,1.2291)
160	(-2.2367,2.2472)	(-1.9263,1.9754)	(-1.7506,1.7956)	(-1.6036,1.6728)	(-1.3789,1.4794)	(-1.2192,1.3366)	(-1.0761,1.2180)
170	(-2.2333,2.1982)	(-1.8987,1.9764)	(-1.7403,1.8081)	(-1.5964,1.6649)	(-1.3685,1.4754)	(-1.2031,1.3274)	(-1.0661,1.2001)
180	(-2.1695,2.2503)	(-1.8756,1.9803)	(-1.6924,1.8335)	(-1.5532,1.7052)	(-1.3470,1.5072)	(-1.1875,1.3501)	(-1.0532,1.2111)
190	(-2.1931,2.2532)	(-1.9282,1.9733)	(-1.7495,1.8339)	(-1.6140,1.7106)	(-1.3795,1.5076)	(-1.2077,1.3538)	(-1.0766,1.2406)
200	(-2.2350,2.1550)	(-1.9406,1.8998)	(-1.7353,1.7451)	(-1.6015,1.6430)	(-1.3849,1.4619)	(-1.2166,1.3196)	(-1.0764,1.1921)
210	(-2.1971,2.2131)	(-1.9017,2.0047)	(-1.7228,1.8341)	(-1.5908,1.6850)	(-1.3884,1.4913)	(-1.2348,1.3370)	(-1.0931,1.2122)
220	(-2.1483,2.2825)	(-1.8840,1.9895)	(-1.6919,1.8390)	(-1.5652,1.7023)	(-1.3573,1.4984)	(-1.2192,1.3402)	(-1.0855,1.2093)
230	(-2.1810,2.3103)	(-1.9136,1.9958)	(-1.7388,1.8283)	(-1.5880,1.6990)	(-1.3632,1.5047)	(-1.2096,1.3610)	(-1.0740,1.2269)
240	(-2.2319,2.2275)	(-1.9061,1.9507)	(-1.7319,1.7891)	(-1.5983,1.6676)	(-1.3915,1.4656)	(-1.2309,1.3289)	(-1.1013,1.2121)
250	(-2.2449,2.2251)	(-1.9463,1.9769)	(-1.7517,1.7994)	(-1.5956,1.6699)	(-1.3696,1.4657)	(-1.2156,1.3159)	(-1.0848,1.1894)
260	(-2.2046,2.2834)	(-1.9419,2.0039)	(-1.7373,1.8598)	(-1.5918,1.7381)	(-1.3668,1.5239)	(-1.2135,1.3732)	(-1.0840,1.2438)

Cuadro 6.10: Continuación del cuadro 6.9. Valores Críticos de la prueba *COC*, basada en 10000 réplicas de tamaño  $n$  para distintos tamaños de  $\alpha^*$ .

$n \setminus \alpha^*$	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
<b>270</b>	(-2.2033,2.2498)	(-1.9006,1.9947)	(-1.7457,1.8327)	(-1.6242,1.6784)	(-1.4202,1.4847)	(-1.2349,1.3329)	(-1.1064,1.2029)
<b>280</b>	(-2.2349,2.2668)	(-1.9212,1.9966)	(-1.7444,1.8422)	(-1.6089,1.7060)	(-1.3971,1.4984)	(-1.2498,1.3414)	(-1.1189,1.1979)
<b>290</b>	(-2.1394,2.2740)	(-1.8453,1.9971)	(-1.6787,1.8179)	(-1.5490,1.6820)	(-1.3486,1.4696)	(-1.1984,1.3330)	(-1.0661,1.2079)
<b>300</b>	(-2.1900,2.2776)	(-1.9400,2.0026)	(-1.7309,1.8359)	(-1.6127,1.6973)	(-1.3956,1.4898)	(-1.2311,1.3229)	(-1.0935,1.1963)

# Anexo III. Tamaños y Potencias de $T^*$ y $T$

Cuadro 6.11: Tamaños estimados de las pruebas  $CO$ ,  $SW$  y  $T^*$  con  $\alpha^* = 0.025, 0.05$  y  $n = 20, 40, 60, \dots, 160$  cuando la muestra proviene de la distribución  $Exp(\beta)$ .

<i>Prueba \ n</i>	<b>20</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	<b>120</b>	<b>140</b>
<i>CO</i>	0.019	0.02	0.0202	0.0224	0.0174	0.0278	0.0178
<i>SW</i>	0.0242	0.0286	0.019	0.0236	0.0178	0.0334	0.0224
<i>T*</i>	0.0284	0.0272	0.0194	0.0294	0.0196	0.0318	0.0216

<i>Prueba \ n</i>	<b>20</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	<b>120</b>	<b>140</b>
<i>CO</i>	0.06	0.036	0.049	0.0434	0.0532	0.0432	0.0612
<i>SW</i>	0.0492	0.0424	0.059	0.0444	0.0618	0.0478	0.0594
<i>T*</i>	0.0508	0.0472	0.0612	0.0506	0.0616	0.0502	0.0564

Cuadro 6.12: Tamaños estimados de las pruebas  $COC$ ,  $SW$  y  $T$  con  $\alpha^* = 0.025, 0.05$  y  $n = 20, 40, 60, \dots, 160$  cuando la muestra proviene de la distribución  $Exp(\mu, \beta)$ .

<i>Prueba \ n</i>	<b>20</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	<b>120</b>	<b>140</b>
<i>COC</i>	0.0286	0.0189	0.0276	0.0348	0.0274	0.0308	0.0204
<i>SW</i>	0.0308	0.0194	0.0336	0.0248	0.023	0.0326	0.0282
<i>T</i>	0.0346	0.0196	0.0296	0.0316	0.0256	0.0296	0.0268

<i>Prueba \ n</i>	<b>20</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	<b>120</b>	<b>140</b>
<i>COC</i>	0.0538	0.056	0.0588	0.0524	0.0514	0.0454	0.0508
<i>SW</i>	0.058	0.0468	0.0586	0.0416	0.0494	0.0474	0.0496
<i>T</i>	0.0596	0.05	0.0636	0.0444	0.049	0.045	0.0532

Cuadro 6.13: Potencia de la prueba  $T^*$  cuando  $H_A$  es  $Gamma(\alpha, 1)$ , para  $\alpha^* = 0.05$  y distintos tamaños de muestra.  $\alpha^* = 0.05$

$n \setminus \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
10	0.921	0.67	0.432	0.296	0.182	0.109	0.061	0.058	0.053	0.051
30	1	0.99	0.906	0.744	0.542	0.336	0.199	0.117	0.059	0.061
50	1	0.999	0.979	0.862	0.616	0.392	0.215	0.111	0.055	0.04
100	1	1	1	0.995	0.903	0.662	0.379	0.183	0.071	0.047

$n \setminus \alpha$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
10	0.047	0.076	0.093	0.1	0.117	0.136	0.205	0.187	0.234	0.241
30	0.058	0.093	0.107	0.176	0.228	0.272	0.356	0.44	0.506	0.597
50	0.053	0.103	0.149	0.24	0.302	0.42	0.518	0.615	0.726	0.771
100	0.108	0.217	0.368	0.549	0.641	0.785	0.881	0.931	0.964	0.978

Cuadro 6.14: Potencia de la prueba  $T^*$  cuando  $H_A$  es  $Pareto Generalizada(0, 1, \gamma)$ , para  $\alpha^* = 0.05$  y distintos tamaños de muestra.

$n \setminus \gamma$	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
10	0.412	0.362	0.299	0.243	0.194	0.16	0.1	0.081	0.06	0.043
30	0.942	0.915	0.904	0.809	0.707	0.578	0.407	0.228	0.141	0.077
50	0.998	0.994	0.99	0.966	0.908	0.813	0.623	0.377	0.183	0.071
100	1	1	1	1	0.999	0.991	0.951	0.797	0.436	0.137

$n \setminus \gamma$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10	0.054	0.075	0.106	0.156	0.179	0.244	0.301	0.377	0.402	0.461
30	0.075	0.127	0.227	0.37	0.53	0.615	0.719	0.769	0.86	0.882
50	0.05	0.116	0.301	0.479	0.642	0.802	0.879	0.908	0.949	0.971
100	0.075	0.21	0.547	0.777	0.912	0.972	0.992	0.996	0.999	1

Cuadro 6.15: Potencia de la prueba  $T^*$  cuando  $H_A$  es *Weibull*  $(a, 1)$ , para  $\alpha^* = 0.05$  y distintos tamaños de muestra.

$n \setminus a$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
10	0.998	0.945	0.832	0.706	0.513	0.323	0.199	0.112	0.062	0.052
30	1	1	0.998	0.987	0.89	0.73	0.484	0.226	0.116	0.053
50	1	1	1	0.999	0.986	0.899	0.633	0.302	0.107	0.041
100	1	1	1	1	1	0.995	0.911	0.574	0.193	0.042

$n \setminus a$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
10	0.048	0.075	0.115	0.161	0.227	0.291	0.376	0.464	0.554	0.603
30	0.078	0.169	0.286	0.503	0.664	0.804	0.888	0.953	0.977	0.998
50	0.121	0.279	0.543	0.763	0.9	0.982	0.996	0.998	1	1
100	0.178	0.488	0.825	0.972	0.998	1	1	1	1	1

Cuadro 6.16: Potencia de la prueba  $T$  cuando  $H_A$  es *gamma*  $(\alpha, 2)$ , para  $\alpha^* = 0.05$  y distintos tamaños de muestra.

$n \setminus \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
10	0.863	0.576	0.373	0.211	0.159	0.079	0.07	0.047	0.04	0.036
30	0.999	0.982	0.865	0.634	0.487	0.289	0.17	0.102	0.068	0.048
50	1	0.999	0.973	0.835	0.58	0.353	0.204	0.103	0.049	0.057
100	1	1	0.999	0.984	0.864	0.608	0.339	0.152	0.06	0.038

$n \setminus \alpha$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
10	0.038	0.037	0.04	0.046	0.05	0.065	0.064	0.062	0.086	0.076
30	0.055	0.057	0.086	0.123	0.146	0.17	0.204	0.227	0.256	0.31
50	0.066	0.117	0.147	0.228	0.274	0.37	0.42	0.471	0.56	0.59
100	0.071	0.154	0.225	0.362	0.463	0.585	0.67	0.745	0.822	0.886

Cuadro 6.17: Potencia de la prueba  $T$  cuando  $H_A$  es *Pareto Generalizada*  $(2, 2, \gamma)$ , para  $\alpha^* = 0.05$  y distintos tamaños de muestra.

$n \setminus \gamma$	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
10	0.304	0.254	0.215	0.164	0.153	0.108	0.071	0.056	0.053	0.034
30	0.943	0.916	0.864	0.766	0.691	0.509	0.356	0.242	0.11	0.056
50	0.999	0.996	0.986	0.971	0.936	0.836	0.648	0.427	0.218	0.09
100	1	1	1	1	0.999	0.992	0.944	0.773	0.422	0.133

$n \setminus \gamma$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10	0.053	0.077	0.102	0.16	0.216	0.274	0.297	0.371	0.418	0.5
30	0.062	0.106	0.201	0.329	0.463	0.594	0.681	0.751	0.838	0.853
50	0.053	0.159	0.313	0.493	0.69	0.789	0.859	0.928	0.964	0.979
100	0.047	0.175	0.46	0.734	0.883	0.949	0.99	0.993	0.997	1

Cuadro 6.18: Potencia de la prueba  $T$  cuando  $H_A$  es *Weibull*  $(a, 2)$ , para  $\alpha^* = 0.05$  y distintos tamaños de muestra.

$n \setminus a$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
10	0.994	0.928	0.823	0.649	0.481	0.323	0.174	0.125	0.078	0.045
30	1	1	1	0.973	0.897	0.701	0.425	0.216	0.09	0.047
50	1	1	1	0.999	0.983	0.861	0.597	0.291	0.096	0.038
100	1	1	1	1	1	0.992	0.861	0.472	0.137	0.04

$n \setminus a$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
10	0.044	0.055	0.074	0.088	0.106	0.133	0.18	0.197	0.193	0.229
30	0.07	0.119	0.206	0.352	0.46	0.578	0.702	0.767	0.795	0.862
50	0.119	0.24	0.453	0.65	0.793	0.892	0.943	0.97	0.986	0.988
100	0.183	0.46	0.776	0.937	0.985	0.997	0.999	1	1	1