COLEGIO DE POSTGRADUADOS

INSTITUCION DE ENSEÑANZA E INVESTIGACION EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO DE SOCIOECONOMÍA, ESTADÍSTICA E INFORMATICA

DESARROLLO RURAL

ELECCIÓN DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN AGRÍCOLA BAJO LA METODOLOGÍA DE MEDIA-VARIANZA Y MEDIA-SEMIVARIANZA.

ALBERT LEÓN HERRERA

T E S I S

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS

MONTECILLO, TEXCOCO, EDO. DE MEXICO

2012

La presente tesis titulada: Elección de un Portafolio de Inversión Agrícola bajo la Metodología de media-varianza y media-semivarianza, realizada por el alumno Albert León Herrera, bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS

SOCIOECONOMÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

DESARROLLO RURAL

CONSEJO PARTICULAR

CONSEJERO ______________________________
DRA. LAURA ELENA GARZA BUENO

ASESOR ______________________________
DR. LUIS EDUARDO CHALITA TOVAR

ASESOR ______________________________
DR. FRANCISCO PEREZ SOTO

Montecillo, Texcoco, Estado de México, Enero de 2012

ELECCIÓN DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN AGRÍCOLA BAJO LA METODOLOGÍA DE MEDIA-VARIANZA Y MEDIA- SEMIVARIANZA.

Albert León Herrera, Mtro.

Colegio de Postgraduados, (2012)

RESUMEN

El objetivo de esta investigación fue comparar el método propuesto por Harry Markowitz (media y varianza) y el método propuesto por Javier Estrada (media-semivarianza), en la elección de un portafolio de inversión, conformado por una mezcla diversificada de cultivos agrícolas.

Los datos trabajados fueron rentabilidades de cinco productos agrícolas, mismos que fueron deflactados y de ellos se obtuvieron las ganancias del periodo 1979-2009. Ganancias que nos permitieron calcular la matriz de covarianzas de los productos agrícolas por ambos métodos.

Posteriormente se realizo una simulación de 100 repeticiones de tamaño n=30, para obtener las rendimientos de cada producto mediante ambos métodos de solución, para presentar un histograma de frecuencias de cada producto y ver su distribución de frecuencias.

Histogramas que mostraron al maíz como único producto que se distribuía alrededor de su media. De esta forma el final se hizo una prueba de t para ambos métodos y se determino que los resultados son los mismos, por lo tanto, resultaba indiferente utilizar el método de solución de Markowitz o el propuesto por Estrada.

Palaras clave: portafolio de inversión, diversificación, rentabilidad, ganancia.

CHOICE OF A PORTFOLIO OF INVESTMENT AGRICULTURAL UNDER THE METHODOLOGY OF MEDIA-VARIANZA AND MEDIA - SEMIVARIANZA.

Albert León Herrera, Mtro.

Colegio de Postgraduados, (2012)

ABSTRACT

The objective of this research was to compare the method proposed by Harry Markowitz (mean and variance) and the method proposed by Javier Estrada (media-semivarianza), in the choice of an investment portfolio consisting of a diversified mix of agricultural crops.

Elaborate data were returns of five agricultural products themselves which were deflactados and earnings in the period 1979-2009 were obtained from them. Profits that allowed us to calculate the matrix of covariances of agricultural commodities by both methods.

Later we performed a simulation of 100 repetitions of size n = 30, to obtain the yields of each product through both methods of solution, to present a histogram of frequencies for each product and see its frequency distribution.

Histograms showing maize as single product distributed around its mean. In this way the end became a test of t for both methods and is determined that the results are the same, therefore it was indifferent to use solution of Markowitz method or proposed by Estrada.

Key words: portfolio investment, diversification, profitability, profit.

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por financiar mis estudios de maestría.

Al programa de economía del instituto de estadística, socioeconomía e informática del Colegio de Postgraduados, por los recursos humanos y materiales que me permitieron la realización de la presente investigación.

Al Dr. Miguel Ángel Martínez Damián por todo su apoyo y ayuda brindada desde el ingreso hasta la culminación de mis estudios de maestría en el Colegio de Postgraduados (infinitas gracias).

A la Dra. Laura Elena Garza Bueno por su ayuda y comprensión.

A todos mis profesores de la maestría.

A mis padres y hermanos por darme la fortaleza necesaria para salir adelante.

A mis amigos Alejandro, Ernesto, Paula y Sarai por que puedo contar con ellos en cualquier momento.

A todos mis compañeros de la maestría por todo lo que vivimos en estos 2 años juntos.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

I. INTRODUCCIÓN

En la economía como en las finanzas la búsqueda de un mayor beneficio es uno de los objetivos principal de los distintos agentes que interactúan en un mercado, al realizar intercambios de mercancías o transacciones de activos financiero.

En la vida diaria los diferentes agentes económicos, como los inversionistas de activos financieros, se enfrentan a diversas alternativas y tienen que elegir entre ellas en condiciones de incertidumbre.

Una de las medidas tradicionales que los inversionistas toman es la rentabilidad y el riesgo. Tomando en consideración que todos los inversionistas asumen un riesgo, existe un profundo interés por reducirlo. Una forma de minimizar los riesgos es mediante la integración de un portafolio de inversión, ya que así se podrá diversificar una inversión.

La rentabilidad de un activo depende de diversos factores como la tasa de interés, tipo de cambio, movimientos corporativos, y en el caso del sector agrícola la oferta, demanda, condiciones climáticas o bien el comportamiento de productos sustitutos y complementarios, como condicionantes para la rentabilidad.

Ahora bien la seguridad de un instrumento financiero se refiere a la relación existente entre riesgo y rentabilidad. Desafortunadamente éstos guardan una relación directamente proporcional, es decir, a mayor rendimiento mayor riesgo.

Harry Markowitz fue pionero en la cuestión de la optimización de la cartera con su artículo denominado “Portfolio Selection”, publicado en 1952, y más tarde en su libro

Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, publicado en 1959. El método desarrollado por Markowitz se basa en el comportamiento racional del inversor, considerando que el inversor prefiere la rentabilidad y rechaza el riesgo.

De esta forma, Harry Markowitz construye un portafolio de inversión considerando que la rentabilidad de los activos que lo integran será conocida, ya que un inversionista puede decidir sobre la proporción a invertir en un activo, la rentabilidad esperada puede medirse a través de una medida estadística, media o esperanza matemática y para la medición de la incertidumbre o riesgo se considera la varianza, ya que con esta medida de dispersión se puede formar un portafolio con activos que presenten una menor dispersión con respecto a su rendimiento esperado, optimización válida para un sólo periodo.

Con lo anterior, una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

Este gran aporte generado por Harry Markowitz ha conseguido un gran éxito en la optimización teórica de un portafolio de inversión, dando lugar a múltiples desarrollos y derivaciones de su modelo.

Un trabajo desarrollado a partir de la teoría de Markowitz fue el propuesto por James Tobin (1958), quien se concentra en el motivo especulativo de la demanda de dinero. Consideró una cartera de activos financiaros en la que el dinero es una reserva de valor segura pero que no otorga rendimientos, mientras que los otros activos como los bonos y las acciones si brindan rendimientos, pero para ello se debe correr algún riesgo.

Tobin (1958) formula un marco optimizador en el cual la demanda de dinero sale de las decisiones de maximizar una función de utilidad en la que los individuos están afectados no solo por la rentabilidad esperada sino por el riesgo de la cartera.

Este autor supone que los agentes son adversos al riesgo y que dicha aversión al riesgo es creciente, el rendimiento esperado de un activo es igual al valor esperado de los rendimientos E(R), el grado de riesgo es la dispersión de estos rendimientos medidos por la varianza y la desviación estándar y no hay inflación. Para simplificar su modelo considera solo dos activos, dinero y bonos.

De esta forma, si un propietario de activos no le gusta el riesgo, la posibilidad de una perdida de capital lo desanimaría para mantener bonos, aún cuando la probabilidad de una pérdida de capital no fuera mayor que la probabilidad de una ganancia de capital, por lo que, los propietarios de activos no monetarios deber ser compensados por incurrir en un riesgo.

Los agentes mantendrán una cantidad mayor de bonos que de dinero sólo si se les compensa con tasa de interés altas para los bonos. Así, una tasa de interés más alta para los bonos aumentara la demanda de bonos y decrecerá la demanda de dinero. Caso contrario disminuirá la demanda de bonos y aumentara la demanda de dinero.

Otro modelo basado en el estudio de Markowitz es el Capital Asset Pricing Model, o CAPM, el cual es un modelo utilizado para determinar la tasa de rentabilidad teóricamente requerida para un cierto activo, si éste es agregado a un portafolio adecuadamente diversificado. El modelo toma en cuenta la sensibilidad del activo al riesgo no-diversificable (conocido también como riesgo del mercado o riesgo sistémico, representado por el símbolo beta (β)), así como también la rentabilidad esperada del mercado y el rentabilidad esperada de un activo teoréticamente libre de riesgo. Este modelo fue introducido por William Sharpe en 1964.

Modelos que han usado la varianza como medida de riesgo, sin embargo existe una medida alternativa de medir el riesgo, la semivarianza, la cual pudiera optimizar de mejor forma un portafolio de inversión, sin embargo dicha medida tiene como problemas, la dificultad en su cálculo y la carencia de un estimador de la misma para más de dos activos que componen un portafolio de inversión, además de que no se han hecho muchos investigaciones al respecto.

En este sentido, Javier Estrada en su artículo denominado Mean-Semivariance Optimization: A Heuristic Approach (2008), resolvió estos problemas al generar una matriz simétrica y exógena de semicovarianza de una forma sencilla y precisa, la cual según el autor tiende a producir mejores carteras que los basados en varianza[1].

Con estas dos propuestas de solución, que en teoría generan resultados muy parecidos, teniendo como diferencia que el método de media-semivarianza optimiza de mejor forma una cartera de inversión y por lo tanto, sería el método central de análisis.

Ambas metodologías han sido propuestas en primera instancia para optimizar una cartera de activos financieros, sin embargo, estos dos métodos pueden utilizarse para comparar diferentes tipos de activos así como bienes con un nivel de riesgo.

[1] Estrada, Javier (2008). "Mean-Semivarianza Optimization: A Heuristic Approach." Journal.

De esta forma Avilés (2006), ocupa el método desarrollado por Markowitz para optimizar un portafolio con productos agrícolas y más tarde María de Jesús (2007) vuelve a ocupar este método para optimizar su portafolio de inversión, además, genera un estimador que permite utilizar la semivarianza para medir el riesgo.

Por lo anterior y tomando en cuenta que la producción agrícola depende de factores de incertidumbre, como las condiciones climáticas, incidencia de plagas y enfermedades, de cambios en las variables macroeconómicas, entre otras, se aplicaron ambos métodos a un portafolio conformado por cinco productos agrícolas (jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo) con la finalidad de comparar ambas metodologías de solución, ya que la producción agrícola por sí misma es una inversión riesgosa.

Dicho portafolio fue elegido después de generar las correlaciones de los datos obtenidos de 13 diferentes productos (chile verde, jitomate, aguacate, papa, arroz, frijol, maíz, sorgo, manzana, mango, naranja, carne de puerco y carne de res), y seleccionar los productos que presentaran una correlación negativa.

Puesto que al tomador de decisiones una variación positiva no afecta de forma negativa a su ingreso, pero una negativa sí. Una vez que se determinó cuales serian los productos que conforman el portafolio de inversión se aplicó en primera instancia, el método de Markowitz, mismo que se presenta en el capítulo dos, y posteriormente el método planteado por Javier Estrada en el capítulo tres de la presente investigación. Las conclusiones obtenidas se presentan al final de la presente.

CAPITULO 1.

1. JUSTIFICACIÓN.

Cualquier inversionista que deseé invertir, tiene la posibilidad de elegir entre las diferentes alternativas de activos financieros, productos, servicios o bien algún instrumento de deuda que le reditué alguna ganancia. Sin embargo esta decisión la realizan en condiciones de incertidumbre, ya que siempre existirá un riesgo.

Por lo tanto, un inversionista siempre preferirá una inversión con mayor rentabilidad y un menor riesgo. Una forma de minimizar el riesgo es mediante la integración de un portafolio de inversión, el cual estará conformado por diversos activos.

Al diversificar su inversión, disminuirá su riesgo y obtendrá una mayor rentabilidad. Una vez conformado un portafolio de inversión es necesario medir la rentabilidad y el riesgo, para hacer más precisa nuestra elección.

Las dos medidas que se toman para medir estos dos elementos son la media o esperanza matemática para la rentabilidad y la varianza para el riesgo o incertidumbre. Medidas propuesta por Harry Markowitz en 1952, con las cuales optimiza un portafolio de inversión, aumentando la rentabilidad y reduciendo el riesgo.

A partir de este método han surgido varios estudios como el de Villarreal (2005) en el cual, de forma teórica ocupa esté para minimizar el riesgo de mercado de medianas empresas al seleccionar entre las diferentes opciones de cultivo. Avilés (2006) quien lo utilizó para probar si un portafolio medido con la media y varianza es más eficiente que un patrón de cultivos específicos. O bien el de Flores (2009), que lo ocupara para analizar el indicador de riesgo de las afores de diferentes instituciones bancarias en un periodo de 10 años. Estudios que han concluido que el metodo propuesto por Markowitz es una forma adecuada para optimizar un portafolio de inversión.

Ahora bien, aun que este método es la base de varios estudio de elección de carteras de inversión existe una medida alternativa de medir el riesgo, la semivarianza, la cual optimizaría de mejor forma un portafolio de inversión, sin embargo, esta medida ha sido ocupada muy poco para optimizar un portafolio de inversión puesto que presentaba como problema, la dificultad en su cálculo y la carencia de un estimador de la semivarianza, para más de dos activos que componen un portafolio de inversión.

De esta forma en un primer intento María de Jesús (2007), propuso un estimador para la semivariaza y optimizó un portafolio riesgoso conformado por productos agrícolas, sin embargo su estimador no era tan sencillo de utilizar por lo que Javier Estrada propone en su artículo denominado; Mean-Semivariance Optimization: A Heuristic Approach (2008), una forma sencilla de calcular la semivarianza y menciona que esta alternativa generará mejores portafolios de inversión. Estudio en el que utiliza información de S&P and Nikkei para demostrar que su medida era tan fácil de ocupar como la media y varianza propuesta por Markowitz.

Y dado que estos métodos se pueden ocupar no sólo para optimizar un portafolio de activos financieros sino para uno que contenga productos agrícolas, y al contar así con dos alternativas de cálculo para la optimización de un portafolio de inversión, en la cual, la propuesta de Markowitz es la forma comúnmente utilizada de forma teórica para optimizar un portafolio, y el método propuesto por Javier Estrada, de utilizar la semivarianza como medida de medición del riesgo, podría ocupar un lugar central en la optimización de portafolios de inversión. Se compararán ambos métodos, para comprobar si existen diferencias significativas que determinen si algún método es mejor que él otro.

Comparación que ayudara a cualquier agente racional que se encuentre en la necesidad de optimizar su portafolio de inversión con una metodología que sea fácil y de mayor precisión.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Para poder integrar una cartera de inversión equilibrada lo más importante es la diversificación ya que de esta forma se reduce la variación de los precios. La idea de la cartera es, entonces, diversificar las inversiones en diferentes mercados y plazos para así disminuir las fluctuaciones en la rentabilidad total de la cartera y por lo tanto también del riesgo.

El modelo de Markowitz parte de las siguientes tres premisas:

1. La rentabilidad de cualquier título o cartera es una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad para el periodo de referencia es conocida por el inversor. Se acepta como medida de rentabilidad de la inversión la media o esperanza matemática de dicha variable aleatoria.

2. Se acepta como medida del riesgo la dispersión medida por la varianza o la desviación estándar alrededor de la media de la variable aleatoria que describe la rentabilidad, ya sea de un valor individual o de cartera.
3. El inversor elegirá aquellas carteras con una mayor rentabilidad y menor riesgo.

Por lo tanto, una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

Javier Estrada en su artículo denominado Mean-Semivariance Optimization: A Heuristic Approach(2008); propuso un enfoque heurístico que produce una matriz simétrica y exógena de semicovarianza de una forma sencilla y precisa, la cual tiende a producir mejores portafolios que los basados en varianza.

Estrada menciona que las ventajas de su enfoque son dos. En primer lugar, la estimación de la semivarianza de la rentabilidad de la cartera es tan fácil como estimar la varianza de cartera. Y, en segundo lugar, se puede hacer una expresión que sea bien conocida por todos, sin tener que recurrir a cualquier algoritmo numérico con ayuda de una computadora.

Lo que, da la posibilidad de generara mejores carteras de elección que las que se generarían por el método tradicional de varianza. De esta forma al tener dos alternativas de cómo resolver el problema de elección de un portafolio, se ha planteado evaluar las dos alternativas para ver si hay diferencias sustanciales que indique si un método es mejor que el otro y por lo tanto este deber ser elegido para resolver el problema de un portafolio.

1.3. Objetivo.

Contrastar el método propuesto por Harry Markowitz (media y varianza) con el método propuesto por Javier Estrada (media-semivarianza), en la elección de un portafolio de inversión de productos agrícolas, para comprobar si algún método genera mejores resultados o resulta indiferente el uso de alguno de ellos.

1.4. Hipótesis.

El portafolio óptimo sugerido por semivarianza es al menos tan redituable como el sugerido por Markowitz.

1.5. Marco Teórico.

1.5.1. Teoría de la Utilidad

El término utilidad fue mencionado por primera vez por el filósofo Jeremy Bentham, el nos menciona la existencia de que existe la conformidad o inconformidad de complacer el deseo del individuo provocando felicidad o desilusión conforme a su interés. Así podemos decir que la utilidad es la variable cuya magnitud relativa indica la dirección de la preferencia. Al encontrar la posición que más se prefiera, se dice que le individuo maximiza su utilidad (Parkin, 2010).

Se dice que existen diferentes tipos de elecciones las cuales nos dan la posibilidad de optar por la alternativa que nos maximice nuestra utilidad. Estas preferencias se pueden dividir en: a) alternativas sin riesgo; que es en la que el individuo sabe a la perfección de lo que obtendrá y b) alternativas inciertas; que son aquellas en las que el individuo corre un riesgo ya que no sabe lo que obtendrán.

En la teoría de la Utilidad se supone que los consumidores poseen una información completa acerca de todo lo que se relacione con su decisión de consumo, pues conoce todo el conjunto de bienes y servicios que se venden en los mercados, además de conocer el precio exacto que tienen y que no pueden variar como resultado de sus acciones como consumidor, adicionalmente también conocen la magnitud de sus ingresos.

Adam Smith y David Ricardo, quienes fundamentaban sus razones acerca de la utilidad de los objetos por la capacidad que tienen para satisfacer una necesidad. Por tanto, la actitud de consumo de bienes será diferente para cada uno de ellos, independiente de la satisfacción que deseen obtener.

El único medio para medir la utilidad de las cosas consiste en utilizar una escala subjetiva de gustos que muestre teóricamente un registro estadístico de la utilidad del consumo que se hace. Sin embargo, existen otras razones por las cuales también puede obtenerse satisfacción y no es precisamente utilidad.

La teoría de la utilidad toma en cuenta una serie de factores, entre los que se destacan los siguientes:

- Tiempo. El ingreso del consumidor por unidad de tiempo es limitado. Al igual que sucede para medir el rendimiento de una inversión, para medir la utilidad se requiere fijar un plazo de consumo.

- Características del bien o servicio. Es importante conocer las características del producto o servicio que contratamos para poder realizar comparaciones en cuanto a los niveles de satisfacción que ofrecen los mismos productos y servicios de diferentes marcas o compañías.
- Precio. También es necesario medir el precio total del producto o servicio adquirido. Aquí deben tomarse en cuenta todos los gastos que se involucran en la transacción.
- Objetivos. Por último, es necesario conocer los objetivos que perseguimos como consumidores al momento de inclinarnos por cierto bien o servicio. Saber lo que queremos es vital al momento de escoger cualquier cosa.

Así cuando medimos todos estos factores, podemos subjetivamente determinar qué beneficios proporciona el producto o servicio que nos interesa, y por lo tanto la utilidad que aporta en base a los objetivos que perseguimos.

Una forma de lograr una solución a la decisión que encierra incertidumbre es estudiar el valor esperado. El cual en un proyecto contempla la aleatoriedad de los resultados. Cuando se habla del valor esperado se quiere decir que se busca el resultado posible de los resultados económicos que son aleatorios.

Este concepto tiene un elemento fundamental en todo el tratamiento de riesgo, pues el individuo puede perder una suma X y seguramente estaría dispuesto a pagar E(X), el valor esperado, a fin de salvar la posible pérdida. Igualmente, este principio puede no tener toda la validez, pues depende también del tamaño de la pérdida y la relación con la riqueza con que cuenta el que toma la decisión, pues en ocasiones para él se puede convertir en catastrófica y perder todo su patrimonio. Así que dependiendo de la situación, el valor que se esperaría pagar puede ser superior al valor esperado.

Tipos de utilidad.

Utilidad Total: representa la suma de las utilidades que obtiene un consumidor al utilizar cierta cantidad de bienes.

Utilidad Promedio: representa una distribución aritmética como resultado de la acción de dividir la utilidad total entre el número de satisfactores consumidos.

Utilidad marginal: representa el incremento en la utilidad de un artículo "X" en la medida que el consumidor utiliza una unidad más de un mismo satisfactor.

1.5.2. Teoría de la utilidad esperada.

La teoría de la utilidad esperada es una teoría de la utilidad en la que las preferencias de las apuestas de las personas con respecto a los resultados inciertos (juega) están representados por una función de los pagos (ya sea en dinero u otros bienes), las probabilidades de ocurrencia, la aversión al riesgo y los diferentes servicios de la misma, el pago a las personas con diferentes activos o preferencias personales.

El primer antecedente histórico de la teoría de la utilidad esperada se debió a Daniel Bernouilli (1738), teniendo como supuesto básico; que la percepción del riesgo por cada individuo es diferente, y está en relación inversa a su nivel de riqueza: por ejemplo, ante la propuesta de apostar una determinada cantidad de dinero en un juego de azar, una persona rica percibirá un riesgo menor que una persona pobre, dado que en caso de ganar o perder, la persona rica no sufre grandes modificaciones de su nivel de riqueza mientras que la persona pobre sí.

Además el precio de un bien se diferencia de su valor, en el sentido de que mientras el precio es el mismo para todos (todos enfrentan en el mercado el mismo precio de un bien particular), su valor (su utilidad) no es igual para todos (cada uno asignará un valor diferente a un mismo bien).

Lo que propone Bernoulli es que a los individuos no les interesa el premio *x*, sino la utilidad del premio *U*(*x*). Si la distribución de probabilidad es discreta, mientras que el valor esperado está dado por:

$$E[x] = \sum p x_i$$

la utilidad esperada está dada por:

$$E[U(x)] = \sum p_i U(x_i)$$

Bernoulli propuso en particular una utilidad logarítmica, que es cóncava y lleva a una utilidad marginal decreciente del ingreso:

$$U(x] = \ln x \Rightarrow E[U(x)] = E[\ln x] = \sum p_i \ln x_i$$

Por lo que cualquier individuo con utilidad decreciente no estaría dispuesto apostar mucho. Además esta función de utilidad logarítmica no alcanzaba para explicar por qué no se acepta apostar mucho por otras loterías que tienen también un valor esperado infinito.

1.5.3. Axiomas de Von Neumann y Morgenstern

Posteriormente, Von Neumann y Morgenstern (1944) dieron forma axiomática al comportamiento del individuo ante la decisión en riesgo.

Hay cuatro axiomas de la teoría de la utilidad esperada que definen a un tomador de decisiones racional. Ellos son la integridad, la transitividad, la independencia y la continuidad.

Estos axiomas se describen a continuación, ejemplificándolo con un juego de lotería:

1.- Integridad asume que un individuo tiene sus preferencias bien definidas y siempre se puede decidir entre dos alternativas.

Axioma (Integridad): Por cada A y B sea $A \succ B$ o $A \prec B$.

Esto significa que el individuo prefiere A a B, o se muestra indiferente entre A y B, o si prefiere B a A.

2.- Transitividad asume que, como un individuo decide de acuerdo con el axioma de completitud, el individuo también decide constantemente.

Axioma (transitividad): Para cada A, B y C con $A \geq B$ y $B \geq C$ tenemos que tener $A \geq C$.

3.- La independencia también se refiere a las preferencias bien definidas y se supone que dos apuestas se mezcla con una tercera, manteniendo el orden de preferencia independientemente de una tercera opción. El axioma de independencia es el más controvertido.

Axioma (Independencia): Sean A, B y C tres loterías con $A \geq B$, y dejar que $t \in (0,1]$ y luego $tA+(1-t)C \geq tB+(1-t)C.$

4.- La continuidad da por supuesto que cuando hay tres loterías (A, B y C) y el individuo prefiere A a B y B a C, entonces debe haber una posible combinación de A y C en el que el individuo se muestra indiferente entre la mezcla y la lotería B.

Axioma (continuidad): Sean A, B y C con las loterías $A \geq B \geq C$, Entonces existe una probabilidad *p* tal que B es igual de bueno como *p A* + (1 - *p) C.*

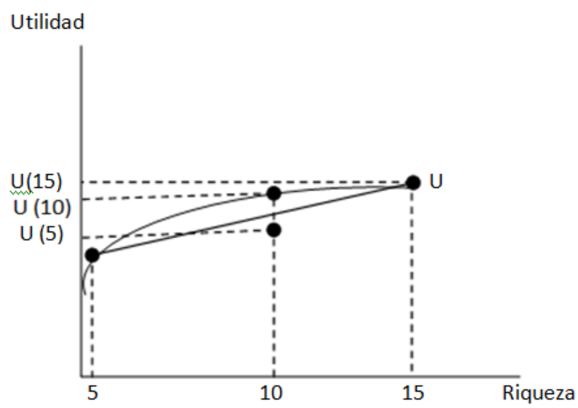
Si todos estos axiomas se cumplen, entonces el individuo se dice que es racional y las preferencias pueden ser representadas por una función de utilidad, es decir, se puede asignar números (utilidades) a cada resultado de la lotería de tal manera que la elección de la mejor lotería de acuerdo a la preferencia $\geq$ equivale a la elección de la lotería con la mayor utilidad esperada. El individuo maximiza la utilidad esperada toma decisiones racionalmente sobre la base de los axiomas de la teoría.

1.5.4. La aversión al riesgo

La aversión al riesgo es la renuencia de una persona a aceptar un trato con un beneficio incierto en lugar de otro trato con uno más seguro, pero posiblemente más bajos, pago esperado. Considerando el hecho de que todo inversionista es adverso al riesgo, puesto que, busca siempre maximizar su ganancia con un menor riesgo.

La actitud ante el riesgo está directamente relacionado con la curvatura de la función de utilidad: el riesgo de los individuos neutrales tienen funciones de utilidad lineales, mientras que las personas que están en la búsqueda de riesgo tienen funciones convexas y las personas con aversión al riesgo tienen funciones de utilidad cóncava, estas formas se pueden aprecian en las figuran 1, 2 y 3.

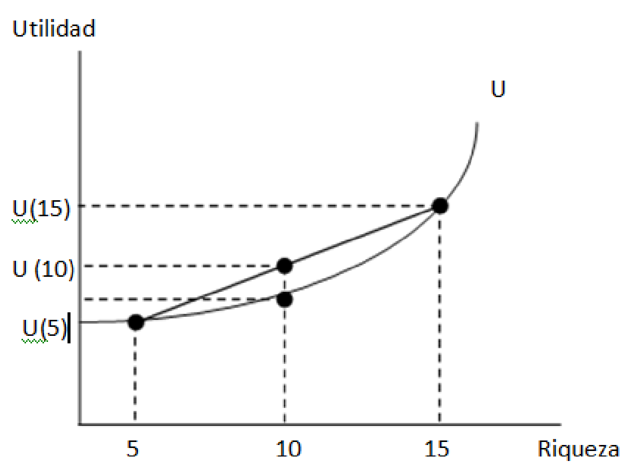
Figura 1. Aversión al riesgo.



Tomado de: Varian. R. Hald (2006), pagina 229.

En esta figura se puede apreciar el comportamiento de una persona que es adversa al riesgo, prefiere tener el valor esperado de su riqueza a realizar algún juego.

Figura 2. Mayor riesgo.

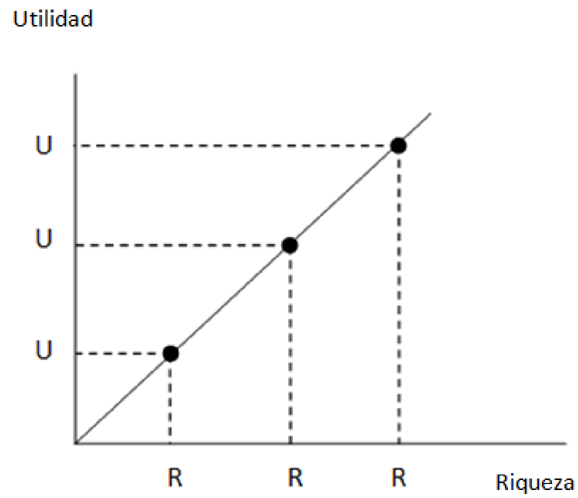


Tomado de: Varian. R. Hald (2006), pagina 229.

En esta figura se puede apreciar el comportamiento de una persona que no es adversa al riesgo, prefiere tener una distribución aleatoria de la riqueza a su valor esperado.

En general, cuanto más cóncava es la función de utilidad, mas contrario a correr riesgo es un persona y cuanto más convexa es, más amante al riesgo es la persona.

Figura 3. Indiferencia al riesgo.



Tomado de: Varian. R. Hald (2006), pagina 229.

En este caso el comportamiento de una persona es neutral al riesgo, la utilidad esperada de la riqueza es la utilidad de su valor esperado, no le preocupa el riesgo de su riqueza, sino solo su valor esperado.

En ausencia de incertidumbre, la maximización de la utilidad esperada se reduce a maximizar la probabilidad de lograr un objetivo fijo. Si la incertidumbre se distribuye uniformemente, entonces la maximización de la utilidad esperada se convierte en la maximización del valor esperado.

1.5.5. Aversión absoluta al riesgo

Aversión absoluta al riesgo (ARA); esta medida fue propuesta por Kenneth J. Arrow (1964) y John W. Pratt (1965), conocida también como el coeficiente de aversión absoluta al riesgo, la cual es definida de la siguiente manera:

$$A(c) = -\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

A lo cual; si $A(c) \succ 0$ su *u* tienen incrementos monotónicos y es estrictamente cóncava, $A(c) = 0$ para el individuo neutral o indiferente al riesgo con una función de utilidad lineal y $A(c) \prec 0$ para el individuo con propensión al riesgo con una función de utilidad estrictamente convexa.

Este indicador Arrow-Pratt de aversión absoluta al riesgo omite situaciones como cuando un agente pasa de un punto de aversión al riesgo y cuando pasa de riesgo a aversión. Por lo tanto, una alternativa seria obtener un indicador de aversión al riesgo basado en el nivel de riqueza, x. En este caso se obtiene la medida Arrow-Pratt de Aversión Relativa al Riesgo.

1.5.6. Aversión al riesgo relativo

La medida de Arrow-Pratt de aversión al riesgo relativo (RRA) o el coeficiente de aversión relativa al riesgo se define como:

$$R(c) = cA(c) = \frac{-cu''(c)}{u'(c)}.$$

Bajo esta medida aun sin inflexiones, incrementos o decrementos en la riqueza pueden cambiar el grado de aversión al riesgo. Específicamente, recuerde que la aversión al riesgo se define basada en la prima de riesgo. Así que, se define lo siguiente, donde *w* es la riqueza y, x es el riesgo donde $E(x)=0$.

Esta medida es aun una medida válida de la aversión al riesgo, ya que la función de utilidad no es estrictamente convexa o cóncava sobre todas las *c*.

Una propuesta para medir el riesgo.

En el contexto de análisis de media y varianza, la varianza se utiliza como una medida de riesgo para el retorno de la cartera, sin embargo, esto sólo es válido si la devolución es una distribución normal.

De Bell (1988) propuso una medida de riesgo que se deriva de una clase de función de utilidad Von Neumann-Morgenstern. Donde la utilidad esperada está dada por:

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}[u(w)] &= \mathrm{E}[w] - b\,\mathrm{E}[e^{-aw}] \\
&= \mathrm{E}[w] - b\,\mathrm{E}[e^{-a\,\mathrm{E}[w]-a(w-\mathrm{E}[w])}] \\
&= \mathrm{E}[w] - be^{-a\,\mathrm{E}[w]}\,\mathrm{E}[e^{-a(w-\mathrm{E}[w])}] \\
&= \text{Expected wealth} - b\cdot e^{-a\cdot\text{Expected wealth}}\cdot\text{Risk}.
\end{aligned}$$

Por lo tanto la medida de riesgo es $E(e^{-a(w-Ew)})$, lo que permite que diferentes personas estén en desacuerdo sobre el grado de riesgo asociado con cualquier cartera determinada.

1.5.7. Tipos de riesgo.

El riesgo es la posibilidad de perder y ninguna inversión está libre de él. El riesgo de un activo se puede expresar como la varianza o desviación estándar de los rendimientos de dichos instrumentos. La desviación estándar y el riesgo son proporcionales, es decir, una desviación menor representa un nivel de riesgo bajo, y una desviación mayor representa un nivel de riesgo alto.

El riesgo de una cartera no sólo depende del riesgo de los valores que forman la cartera, sino también de la relación que existe entre los mismos. Esta relación se puede medir mediante la covarianza de los posibles rendimientos de los valores implícitos.

Existen muchos riesgos a los que está expuesta una inversión, y la suma de todos ellos se conoce como riesgo total. Este riesgo total está formado por dos partes:

Riesgos sistemáticos y no sistemáticos.

- Riesgos sistemáticos: Se trata de uno de los riesgos que afectan al rendimiento de un valor esperado. El riesgo sistemático o de mercado no depende de las características individuales de la actividad productiva como objeto de inversión, sino de otros factores como la coyuntura económica general o acontecimientos de carácter político, que a su vez, inciden sobre el comportamiento de los precios en el mercado (Sánchez, 2001).
- Riesgo no sistemático: es otro tipo de riesgo que afecta al rendimiento de un valor esperado y depende de las características especificas de la empresa agrícola: naturaleza de su actividad productiva, planes de

expansión, investigación y desarrollo, solvencia financiera, capacidad de planta, entre otros, por eso, este riesgo puede ser reducido mediante la diversificación de las actividades productivas como objeto de inversión (Sánchez, 2001).

No es posible eliminar por completo, mediante la diversificación, el riesgo que implica una inversión, ya que permanecerá el riesgo sistemático que es inherente al mercado en que se opera. (Avilés, et. al, 2006).

De acuerdo con Torres y Quintana (2002), citado por Avilés, González, y Martínez (2006), los riesgos que afectan a las actividades agropecuarias se clasifican en:

- ✓ Riesgos de producción: Se asocian a la naturaleza impredecible de los fenómenos climáticos (sequía, lluvias excesivas, inundaciones, granizo, heladas y vientos fuertes), a los cambios tecnológicos y a la incertidumbre acerca de cuanto rendirán los cultivos.
- ✓ Riesgos de precios o mercado.- Están determinados por la posible caída en los precios de venta de la producción o el incremento en el precio de los insumos, luego de que se ha decidido producir.
- ✓ Riesgo de activo fijo: Se relaciona con el hurto, el incendio, los daños o pérdidas de equipos, construcciones y otros bienes empleados en la producción.

- ✓ Riesgos humanos o personales.- Se vinculan con las enfermedades o accidentes que pueden sufrir el producto o sus colaboradores; además de su propensión al riesgo en la toma de diaria de decisiones.
- ✓ Riesgos institucionales.- Se origina en la incertidumbre del impacto que pueden tener las políticas gubernamentales sobre las rentas agropecuarias.
- ✓ Riesgos Financieros: Tienen que ver con la forma en que se financia la explotación agropecuaria, en especial con los préstamos y sus tasas de interés.

1.5.8. Portafolio de inversión.

El portafolio de inversión es la combinación de activos que un agente puede seleccionar a fin de reducir el riesgo mediante la diversificación, se integran con los diferentes instrumentos que el inversionista seleccione. Para hacer su elección, debe tomar en cuenta aspectos básicos como el nivel de riesgo que está dispuesto a correr y los objetivos que busca alcanzar con su inversión.

De acuerdo con Trambauery Voulminot (2002), citado por Avilés, González, y Martínez (2006), el valor esperado del portafolio es el promedio esperado de los rendimientos de las distintas acciones del portafolio.

El riesgo del portafolio depende de los activos que lo constituyen, el riesgo de cada uno y la correlación entre los mismos. Por lo tanto, un activo que posea una rentabilidad media o baja y un riesgo relativamente alto puede resultar beneficioso para el portafolio si su correlación con el resto de los activos es baja (cercana a cero) o negativa.

Los aspectos que hacen que la elección de los activos sea diferente en cada inversionista, seda por las necesidades y preferencias de cada persona, tomando en cuenta:

- Capacidad de ahorro.
- Determinar los objetivos perseguidos al comenzar a invertir.
- Tasa de rendimiento.
- El plazo en el que se puede mantener la inversión.
- Considerar el riesgo que se está dispuesto a asumir.

Aspectos fundamentales para que un inversionista pueda comenzar con la integración de su portafolio de inversión. Los portafolios pueden clasificarse de tres diferentes formas según su grado de riesgo, los cuales son:

- Un portafolio de inversión moderado; acepta un grado de riesgo menor.
- Un portafolio de inversión agresivo; acepta un grado de riesgo mayor.
- Un portafolio de inversión conservador; no acepta grado de riesgo alguno.

CAPITULO II

2. MODELO BÁSICO DE UN PORTAFOLIO DE INVERSION PROPUESTO POR MARKOWITZ (MEDIA-VARIANZA).

Para realizar la elección de los diferentes instrumentos de inversión que conformarán un portafolio es necesario considerar tanto el nivel de rendimiento individual como el conjunto, así como el riesgo individual y conjunto.

En general esto se hace a través de dos medidas la media o esperanza matemática y la varianza, en lo individual estas medidas están bien definidas pero para la medición conjunta de riesgo se requiere de la correlación que existe entre éstos.

Harry Markowitz fue pionero en la cuestión de la optimización de la cartera con un artículo publicado en 1952, y más tarde en su libro publicado en 1959. El método desarrollado por Markowitz considera que el inversor prefiere la rentabilidad y rechaza el riesgo.

Por lo tanto, una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

En el método de Markowitz las decisiones sólo se basan en los rendimientos esperados y en las desviaciones estándar. Es decir, se estima el rendimiento esperado y la desviación estándar de cada cartera y se escoge la mejor con base en las siguientes suposiciones:

Primera suposición, cuando se tiene que elegir entre dos carteras similares, siempre se escogerá la que tenga el rendimiento esperado más alto, es decir, siempre se preferirá los niveles más altos de riqueza final y no los niveles más bajos.

Segunda suposición, dadas las dos carteras con la misma desviación estándar, se escogerá la que tenga el rendimiento esperado más alto.

Por lo que para obtener un rendimiento a un riesgo aceptable la inversión se debe diversificar en una cartera de inversión. Una cartera de inversión es una combinación de activos o títulos individuales, de tal forma que una combinación de ellos casi siempre será menos arriesgada que cualquier título individual. Por tanto, la selección de una cartera de inversión será una combinación de acciones que disminuya el riesgo y aumente la utilidad.

La rentabilidad de un portafolio la define por la media ponderada de las rentabilidades esperadas de los *n* valores que la componen, mientras que el riesgo es función de los tres factores que se enuncian a continuación:

1. La proporción o ponderación de cada valor en el portafolio.
2. La varianza o la desviación estándar de la rentabilidad de cada valor.
3. La covarianza o el coeficiente de correlación entre las rentabilidades de cada par de valores.

Planteado el problema, Markowitz (1952) establece el objetivo de fijar las posibles combinaciones de rentabilidad (R) y riesgo que se puede elegir, siendo el peso asignado a los activos (W) la variable sobre la cual va a tener capacidad de decisión el agente.

Si sólo tuviésemos que decidir entre dos activos la formulación estadística sería:

$$R_P = (w)(R_1) + (1-w)(R_2)$$

$$Riesgo_p = (w^2 * VAR_1^2 + (1-w)^2 * VAR_2^2 + 2 * w * (1-w) * VAR_1 * VAR_2 * correlación_{12})$$

Si w = 0, posición cerrada en el activo 1

Si w > 0, posición larga en el activo 1

Si w < 0, posición corta en el activo 1

Al ir cambiando el valor de w, obtenemos pares de rentabilidad y riesgo, que representan las distintas alternativas posibles, comprendiendo de esta manera al conjunto factible. Una vez conocida ésta, el inversor, de acuerdo con sus preferencias, elegirá su cartera óptima.

Si fuera un conjunto de carteras eficientes Markowitz propuso; que este conjunto de carteras puede calcularse resolviendo el siguiente programa cuadrático paramétrico:

$$\min \ \sigma^2\left(R_p\right) = \sum_{i=1}^{n} \ \sum_{j=1}^{n} x_i x_j p_{ij}$$

Sujeto a:

$$E\left(R_p\right) = \sum_{i=1}^{n} x_i E\left(R_i\right) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$x_i \geq 0 \quad (i = 1,2,..., n)$

Donde x_i es la incógnita del problema, esto es la proporción del presupuesto destinado al activo financiero *i*, $\sigma^2(R_p)$ es la varianza de la cartera *p*, p_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de los valores *i* y *j*. $E(R_p)$ es la rentabilidad o rendimiento esperado de la cartera *p*, de tal forma que al variar el parámetro *V** obtendremos en cada caso el conjunto de proporciones x_i que minimizan el riesgo de la cartera, así como su valor correspondiente.

El problema de esta modelo tiene que ver con los supuestos de inicio. Los cuales son:

- Los inversores actúan de forma racional.
- Se conoce la rentabilidad esperada de cada uno de los activos financieros.
- Se supone constante la varianza de cada uno de los activos financieros y la covarianza entre ellos.
- Los rendimientos de los diferentes activos financieros se comportan de acuerdo con una distribución normal.
- El modelo optimiza para un solo período.
- Además de que el modelo de Markowitz es extremadamente sensible a los valores de las rentabilidades esperadas, de tal forma que unas pequeñas variaciones de las rentabilidades esperadas suponen carteras con estructuras muy diferentes (o por lo menos aparentemente muy diferentes) en su composición.

Pero si el modelo tiene varios problemas porque los investigadores siguen usando este método, la respuesta es por la facilidad que representan estos cálculos.

2.1. CALCULO DEL MÉTODO DE MARKOWITZ

Para realizar un ejemplo con el método de media y varianza, se utilizó información estadística procede del Anuario Estadístico de los Estados Unidos Mexicanos (2010) que emite el INEGI. De ahí se obtuvieron las rentabilidades anuales por hectárea cosechada en México, para el periodo de 1979-2009, de los siguientes productos; chile verde, jitomate, aguacate, papa, arroz, frijol, maíz, sorgo, manzana, mango, naranja, carne de puerco y carne de res.

La información obtenida fue deflactada para trabajar con datos reales, se generaron las ganancias como $G = Dif[Log(VR)]$, donde G es la ganancia del bien y PRes el valor real de la rentabilidad ($PR = (P / IPC)*100$) de cada uno de los diferentes productos agrícolas.

De los datos obtenidos se generaron las correlaciones de los trece diferentes productos y se seleccionó los productos que presentaban correlaciones negativas, para conformar nuestro portafolio de inversión, mismo que fue integrado por jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo.

Puesto que al tomador de decisiones una variación positiva no afecta de forma negativa a su ingreso, pero una negativa sí. Para lo anterior y en todo el desarrollo de los cálculos, se utilizó como herramientas de apoyo al paquete SAS System para Windows versión 9.2 y Microsoft Excel. La forma en que se procedió se encuentra en el anexo 1.

En la tabla 1 se muestran las ganancias de jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo del periodo de 1979-2009. Se muestran datos a partir de 1980 ya que en general, cuando se calcula la ganancia mediante una diferencia logarítmica se pierde una observación.

Tabla 1: Ganancias de jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo del periodo 1979-2009.

Año	Jitomate	Papa	Frijol	Maíz	Sorgo
1980	-0.38894	-0.11099	0.06549	0.28862	-0.02239
1981	-0.1387	0.57526	-2.229	-0.16771	0.04732
1982	0.13447	0.06043	2.14068	-0.01099	0.14273
1983	0.13396	-0.34545	-0.39143	0.1263	-0.30346
1984	0.00171	0.07937	-0.15413	-0.10983	0.15309
1985	-0.15859	-0.53471	0.585	0.16521	0.02471
1986	0.18982	-0.62165	0.08003	-0.05743	0.13341
1987	0.06266	-0.84083	-0.2792	0.00063	-0.13746
1988	0.301	-0.76156	-0.34612	-0.71707	-0.02844
1989	-0.75263	-0.18239	-0.18364	0.39276	-0.352
1990	0.23094	2.84678	0.81183	0.25919	-0.03154
1991	0.08524	0.37407	-0.05313	-0.02707	-0.02539
1992	0.05546	-0.1752	-0.26724	0.063	0.0985
1993	0.04543	-0.03584	0.07197	-0.04481	-0.39869
1994	-0.23714	0.59353	-0.24361	-0.31631	-0.11329
1995	-0.12874	-0.23031	-0.20859	0.23658	0.56627
1996	0.33888	0.04254	0.42853	-0.04402	-0.07782
1997	0.17882	-0.28362	-0.03586	-0.18273	-0.36205
1998	0.09659	0.21948	-0.06591	-0.09916	-0.0254
1999	-0.23055	0.07065	-0.23899	-0.09408	-0.29601
2000	-0.10585	-0.1152	-0.14458	-0.05877	0.00914
2001	-0.25923	-0.07497	0.17473	-0.05412	-0.02686
2002	-0.00162	0.2386	0.05086	0.03477	0.01383
2003	0.34067	0.01797	-0.17993	0.04617	0.17532
2004	0.34769	-0.10307	0.00515	0.01433	0.08786
2005	-0.40483	0.09277	0.09183	-0.06266	-0.24566
2006	0.28687	-0.0452	0.07747	0.23146	0.23155
2007	-0.11774	-0.02926	-0.12242	0.22162	0.181
2008	0.1935	0.03214	0.32342	0.12885	0.15596
2009	-0.02329	0.42407	0.37759	-0.08344	-0.10899

Fuente: Elaboración propia con datos obtenidas del INEGI .

A partir de estos datos se obtuvo la matriz de varianzas y covarianzas, mismas que se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Matriz de varianzas y covarianzas.

Varianzas y Covarianzas				
0.039153	0.0115362	0.0214308	0.0059753	0.016506
0.0115362	0.0789144	0.0272424	0.0221646	0.0149759
0.0214308	0.0272424	0.1912278	0.0263132	0.0121209
0.0059753	0.0221646	0.0263132	0.0251198	0.0072913
0.016506	0.0149759	0.0121209	0.0072913	0.0244644

Fuente: Elaboración propia con datos obtenidas del INEGI .

Una vez generada esta matriz, y plantear el problema de elección del portafolio de inversión como un problema de programación cuadrático se generaron 100 repeticiones de tamaño n=30 para cada uno, simulando el comportamiento de estos productos (programa que se encuentre en el anexo II).

Con los cuales se obtuvieron los w de cada repetición, consiguiendo de esta manera 100 posibles soluciones del problema. Estos resultados se muestran en la tabla 3 de rendimientos del portafolio de jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo.

Tabla 3. Valor de los rendimientos (w) en la simulación del comportamiento del portafolio seleccionado.

NO.	**X1**	**X2**	**X3**	**X4**	**X5**
1	0.139198	1.05E-19	1.34E-17	0.722744	0.138058
2	2.16E-17	-1.52E-20	0.034249	0.673333	0.292418
3	0.135112	2.68E-18	-5.08E-19	0.270426	0.594462
4	0.197991	0.004343	0.078896	0.321622	0.397149
5	0.085429	0.139218	0.154881	0.298816	0.321655
6	0.116445	-5.16E-18	0.156304	0.234354	0.492897
7	0.100683	0.074959	0.042617	0.220771	0.56097

8	0.077149	0.255952	0.057703	0.088637	0.52056
9	0.179311	0.138334	0.06875	0.389115	0.22449
10	0.063006	0.076445	-9.49E-20	0.529597	0.330952
11	0.181937	0.10012	0.010067	0.324797	0.383079
12	0.032447	-4.81E-19	-1.15E-18	0.420396	0.547157
13	0.418198	-3.35E-19	0.023199	0.535054	0.023549
14	0.251194	-6.99E-18	0.011267	0.316709	0.420829
15	0.113093	4.50E-18	0.039168	0.354368	0.493372
16	0.257143	0.164232	0.06107	0.483677	0.033878
17	0.010922	0.138705	-3.44E-17	0.463692	0.386681
18	0.315368	0.058964	1.02E-17	0.1476	0.478068
19	0.000596	0.152429	0.084219	0.746908	0.015848
20	0	-5.62E-21	0.240081	0.444824	0.315095
21	0.519286	-4.21E-19	2.52E-20	0.450211	0.030502
22	0.133789	0.052644	0.143883	0.176521	0.493163
23	0.089166	6.51E-19	0.042541	0.868294	-1.44E-18
24	0.205644	0.180854	-7.13E-18	0.531994	0.081508
25	3.46E-18	-1.22E-18	0.118342	0.372174	0.509483
26	0.247284	0.126841	0.027984	0.394808	0.203083
27	0.272774	0.088295	-2.39E-18	0.533486	0.105445
28	0.119751	-3.38E-18	4.68E-18	0.527985	0.352263
29	0.073441	-4.90E-18	-2.93E-18	0.593951	0.332608
30	0.095554	8.10E-21	5.81E-18	0.23631	0.668137
31	1.46E-18	6.10E-20	0.130712	0.176871	0.692416
32	0.140173	0.098575	-2.93E-18	0.648907	0.112345
33	0.427673	0.173118	1.35E-17	0.283477	0.115732
34	0.128368	0.167653	-5.87E-18	0.29105	0.41293
35	0.015126	0.984874	2.62E-17	-5.76E-19	-2.38E-19
36	-1.62E-17	0.202974	1.05E-18	0.298746	0.498281
37	0.150877	-1.89E-17	-6.83E-19	0.441732	0.40739
38	0.38335	0.321378	0.033434	8.67E-18	0.261838
39	0.135055	0.031928	0.188271	0.313341	0.331406
40	0.115893	0.132526	-3.05E-19	0.176629	0.574952
41	0.190896	2.40E-20	2.85E-18	0.197014	0.612091
42	0.094877	1.98E-18	0.030273	0.87485	6.40E-18
43	0.189203	0.810797	1.36E-18	-3.18E-18	-7.98E-19
44	0	0.483313	-8.98E-19	-2.24E-19	0.516687
45	0.463483	1.11E-17	0.536517	2.16E-17	-9.61E-18
46	0.060152	-1.19E-17	-9.97E-18	0.939848	4.00E-18
47	0.078722	8.83E-18	1.12E-18	0.3908	0.530478
48	0.244468	-1.56E-17	0.034952	0.223877	0.496703
49	0.253045	0.102096	0.013801	0.620138	0.010921
50	6.45E-19	0.061609	3.90E-20	0.3925	0.545892

51	0.171449	0.195988	1.41E-17	0.386315	0.246248
52	0.413932	0.449695	9.83E-19	-2.41E-18	0.136373
53	0.028378	2.28E-18	-9.00E-19	0.446772	0.52485
54	0.107518	8.76E-18	-8.16E-18	0.557287	0.335195
55	0	0.598435	1.58E-17	0.401565	6.23E-19
56	0.194611	0.017519	-1.26E-17	0.509952	0.277918
57	0.056386	-2.71E-18	-1.73E-18	0.10111	0.842504
58	0.32545	3.26E-18	0.371337	0.303213	-2.12E-19
59	0.103676	0.22152	-2.04E-18	0.402837	0.271967
60	6.63E-19	0.10399	0.031184	0.448368	0.416458
61	0.022649	0.422968	0.141246	0.413136	-4.09E-18
62	0.175123	0.020434	-5.39E-18	0.400829	0.403614
63	-5.48E-19	2.78E-18	0.790462	0.209538	1.07E-18
64	0.23707	1.46E-17	0.092773	0.63349	0.036668
65	0.298416	0.141872	-1.62E-17	0.430495	0.129216
66	0.143168	-2.49E-18	0.132883	0.307283	0.416667
67	-1.08E-19	0.07771	2.22E-18	0.21387	0.708419
68	0.06606	0.014208	0.06186	0.336376	0.521496
69	0.122456	0.045284	1.04E-18	0.627291	0.20497
70	0.169644	-4.49E-18	-1.50E-18	0.265854	0.564502
71	0.132818	0.155943	4.63E-18	0.52795	0.183288
72	0.310423	-6.57E-19	0.013999	0.487211	0.188367
73	0.405848	-1.53E-18	0.061906	0.341526	0.190719
74	0.141267	-2.22E-18	8.07E-20	0.616244	0.242489
75	4.01E-18	9.91E-18	0.771769	0.228231	-4.14E-19
76	0	0.066041	1.74E-18	0.553519	0.38044
77	0.65882	0.296166	-3.02E-18	1.28E-17	0.045014
78	0.460166	0.063238	1.52E-18	0.476596	-2.95E-18
79	0.761639	8.00E-18	0.060802	0.177559	5.78E-18
80	-8.85E-18	-1.36E-18	4.40E-18	0.095571	0.904429
81	0.025285	-1.30E-19	-1.83E-17	0.572525	0.40219
82	0.149135	0.234609	-2.13E-17	0.367937	0.248319
83	0.307017	-7.38E-18	-7.49E-18	0.33821	0.354773
84	0.135104	0.136647	0.087411	0.011004	0.629834
85	0	4.18E-19	-2.34E-18	0.138475	0.861525
86	0.224012	-2.85E-17	0.298642	0.477346	1.71E-19
87	0.143712	0.015896	5.11E-18	0.405939	0.434453
88	0.082197	4.89E-18	0.001543	0.697104	0.219156
89	0.074371	-2.18E-17	9.6235E-05	0.488136	0.437397
90	0.624399	0.130775	0.083327	0.161499	5.49E-18
91	0.381365	-1.04E-17	1.36E-19	0.50953	0.109104
92	0.114696	0.202597	-1.50E-18	0.161108	0.521599
93	0.16158	1.46E-18	-1.14E-18	0.448768	0.389652

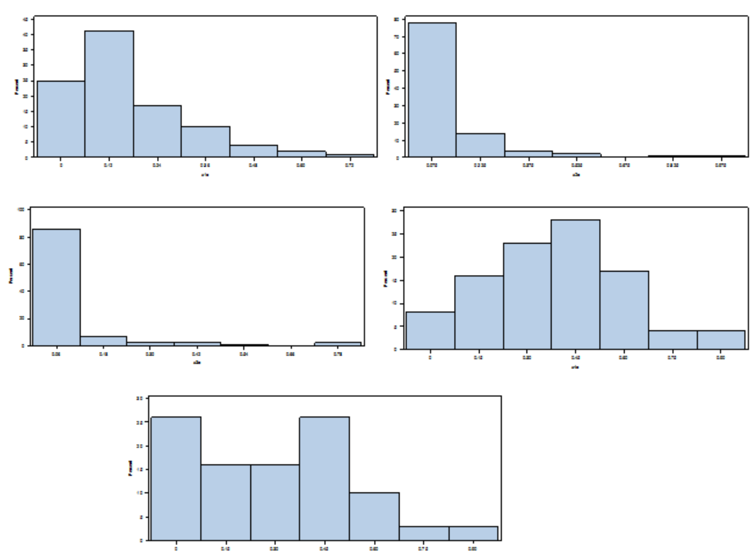
94	0.084378	2.57E-19	-1.54E-17	0.708129	0.207493
95	0.091788	-2.36E-18	-9.38E-18	0.908212	8.16E-18
96	0.28755	0.157157	-1.18E-18	0.555293	8.27E-19
97	0.225424	0.006415	2.98E-18	0.46946	0.2987
98	-1.69E-21	3.32E-19	4.00E-19	0.233717	0.766283
99	0.323863	0.430309	7.51E-18	0.245828	-9.62E-19
100	0	0.133656	0.458833	0.407511	2.37E-20

Fuente: Elaboración propia con datos obtenidas del INEGI .

Para ver qué distribución presentan estos datos se generó un histograma de frecuencias de cada producto, con el cual se puede ver que solo el maíz presentaba o se asemejaba a una distribución normal. Este comportamiento se muestra en la figura 4, mostrando de izquierda a derecha la forma de jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo.

El comportamiento del sorgo podría acercarse a una forma normal, sin embargo se puede notar que existe una mayor varianza de los resultados en comparación con los de maíz. Los demás productos presentan mucha variabilidad.

Figura 4. Histograma de rendimientos con el método de Markowitz.



Fuente: Elaboración propia con datos de INEGI.

Para comparar las soluciones se realizó una prueba de t, misma que nos permitió ver si la distribución presentada en el histograma era correcta, además de que nos permite determinar si los parámetros son estadísticamente significativos. Los resultados de la prueba de t se muestran en la tabla 4.

Tabla 4. Prueba de t para el método de Markowitz.

Prueba de t		
Producto	Valor de t	Pr > |t|
Jitomate	-1.03	0.3648
Papa	-0.55	0.5861
Frijol	-0.67	0.5040
Maíz	1.18	0.2398
Sorgo	0.36	0.7208

Fuente: Elaboración propia con datos obtenidas del INEGI .

Con estos resultados y el histograma mostrado anteriormente se puede comprobar que sólo el maíz presenta datos estadísticamente significativos y que en el caso del portafolio de inversión este sería el producto más óptimo dentro de los elementos seleccionados.

CAPITULO III.

3. MODELO BÁSICO DE UN PORTAFOLIO DE INVERSION PROPUESTO POR JAVIER ESTRADA (MEDIA-SEMIVARIANZA)

La forma tradicional de optimización de un portafolio de inversión es mediante el método de media y varianza. Una forma alternativa de optimizar algún portafolio es con el método de media-semivarianza, sin embargo la dificultad en su cálculo presentaba un obstáculo para que esta medida de solución fuera aplicada.

En este sentido Javier Estrada en su artículo denominado Mean-Semivariance Optimization: A Heuristic Approach; propuso un enfoque heurístico que produce una matriz simétrica y exógena de semicovarianza de una forma sencilla y precisa, la cual según el autor, tiende a producir mejores carteras que los basados en varianza.

Estrada en su artículo antes mencionado propuso una expresión para estimar la semivarianza de una forma fácil de utilizar y sin requerir de la ayuda de algún algoritmo difícil de calcular.

Estrada (2008, 2) menciona que las ventajas de su enfoque son dos; en primer lugar, la estimación de la semivarianza de la rentabilidad de la cartera es tan fácil como estimar la varianza de cartera y en segundo lugar, se puede hacer con una expresión que puede ser bien conocida por todos, sin tener que recurrir a cualquier algoritmo numérico con ayuda de una computadora.

Estrada define la semicovarianza entre los activos de i y j con respecto a un punto de referencia B (Σ_{ijB}) como:

$$\Sigma_{ijB} = \mathrm{E}\{Min(R_i - B,0).Min(R_j - B,0)\} = (1/T).\sum_{t=1}^{T}[Min(R_{it} - B,0).Min(R_{jt} - B,0] \qquad (1)$$

Definición, que de acuerdo con el autor, puede ser adaptada para cualquier B deseado y generar un simétrico $(\Sigma_{ijB} = \Sigma_{jiB})$ y una matriz de semicovarianza exógenos. El retorno esperado (E_p) y la variación (σ_p^2) de una cartera son dadas por:

$$\mathrm{E}_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \mathrm{E}_i \qquad (2)$$

$$\sigma_p^2 = \Sigma_{i=1}^{n}\Sigma_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \qquad (3)$$

donde x_i indica la proporción de la cartera invertido en activos i, E_i el retorno esperado del activo i y n el número de activos en la cartera.

La semivarianza de una cartera con respecto a un punto de referencia B puede ser aproximado con la expresión:

$$\Sigma_{pB}^2 \approx \Sigma_{i=1}^{n}\Sigma_{j=1}^{n} x_i x_j \Sigma_{ijB} \qquad (4)$$

donde Σ_{ijB} se define como en (1). Esta expresión obtiene una matriz de semicovarianza simétrico y exógenos, que puede utilizarse en la misma forma que la matriz de covarianza utilizada en la solución de problemas de varianza.

3.1. CALCULO DEL MÉTODO DE JAVIER ESTRADA

Para utilizar este método se utilizó un programa cuadrático generado en el SAS. La matriz obtenida se muestra en la tabla 5, y a partir de ahí se comenzó a desarrollar el método de media-semivarianza.

Tabla 5. Matriz de semivarianza y covarianza.

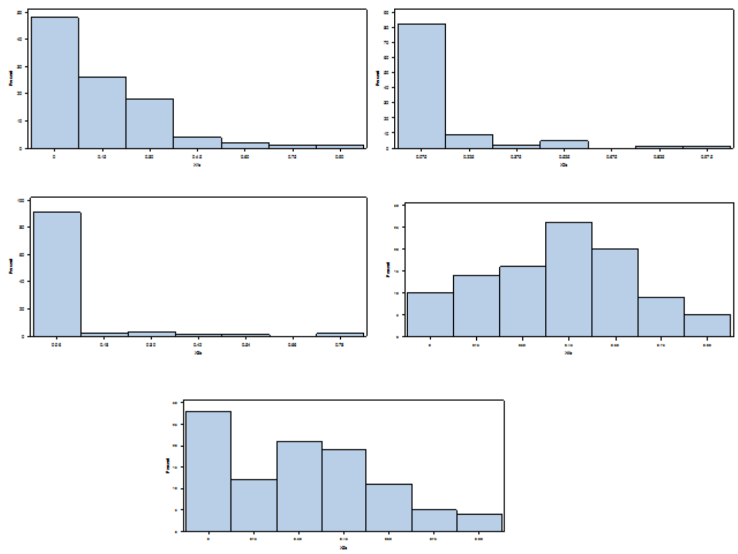
Matriz de Semivarianza y Covarianza				
0.0132184	0.0064931	0.0199868	0.0088247	0.0117935
0.0064931	0.0296237	0.021552	0.0155231	0.0174269
0.0199868	0.021552	0.0873285	0.022174	0.046626
0.0088247	0.0155231	0.022174	0.0409586	0.0175792
0.0117935	0.0174269	0.046626	0.0175792	0.0648378

Fuente: Elaboración propia con datos obtenidas del INEGI.

Una vez generada esta matriz, se procedió con la obtención de 100 repeticiones de tamaño n=30 para cada uno de los productos. De esta manera se crearon los w de cada repetición, consiguiendo de esta forma 100 posibles soluciones del problema. Estos resultados se muestran en el anexo 4.

Para ver qué distribución presentan estos datos se género un histograma de frecuencias de cada producto, con el cual se puede ver que sólo el maíz presentaba un distribución normal. Este comportamiento se muestra en la figura 5.

Figura 5. Histograma de rendimientos con el método de Javier Estrada.



Fuente: Elaboración propia con datos obtenidas del INEGI.

Posteriormente se compararon las soluciones con una prueba de t. Los resultados de esta prueba se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Prueba de t para el método de Javier Estrada.

	Prueba de t	
Producto	Valor de t	Pr > |t|
Jitomate	-1.03	0.3049
Papa	-0.55	0.5861
Frijol	-0.67	0.5040
Maíz	1.18	0.2399
Sorgo	0.36	0.7208

Fuente: Elaboración propia con datos obtenidas del INEGI.

Dichos resultados y el histograma comprueban que sólo el maíz presenta datos estadísticamente significativos y que en el caso del portafolio de inversión este sería el producto más óptimo dentro de elementos seleccionados.

2.2. COMPARACION DE RESULTADOS

Una vez que se desarrollaron ambas metodologías para optimizar un portafolio de inversión agrícola se encontró lo siguiente:

1.- El método tradicional de media-varianza como el de media-semivarianza optimizaron nuestro portafolio dando un mayor peso al maíz.

2.- Los histogramas generados en ambos casos presentaron una distribución similar para los cinco productos que conformaron nuestro portafolio, como se puede observar en las figuras 4 y 5.

3.- La prueba de t, que nos sirvió para comprobar el comportamiento de nuestros resultados, arrojo las mismas estadísticas para las dos pruebas.

4.- A pesar de que el método planteado propuesto por Javier Estrada es fácil de ocupar y no requiere la ayuda de algún algoritmo, no optimiza de mejor forma el portafolio de inversión.

Con los resultados mostrados anteriormente se puede determinar que no existe alguna diferencia significativa que demuestre que método optimiza de mejor forma un portafolio de inversión. Para dar un mayor sustento a nuestro estudio, se repitió nuevamente el experimento con cinco productos diferentes (arroz, chile verde, naranja, aguacate y mango).

En la tabla 7, se muestran los datos ocupados para optimizar el portafolio de inversión agrícola.

Tabla 7: Ganancias de arroz, chile verde, naranja, aguacate y mango del periodo 1979-2009.

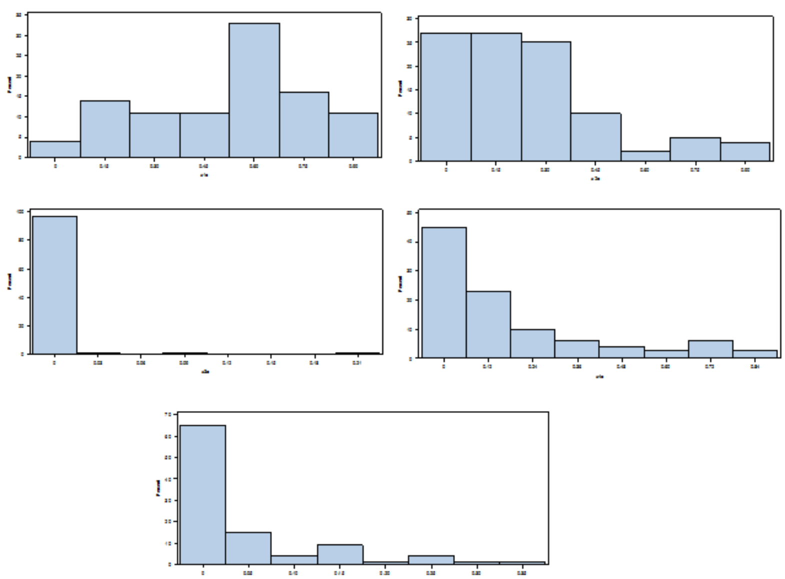
NO.	AR	CV	NA	AG	MA
1	0.1965	-0.29664	-0.20512	0.15762	-0.07372
2	-0.03806	0.28372	0.15304	0.02505	0.09728
3	-0.23629	0.25774	-0.00661	-0.06244	-0.00029
4	0.0189	-0.41298	0.12227	-0.38021	0.03391
5	0.2866	0.36266	0.19545	0.12471	-0.04662
6	-0.03656	-0.27923	-0.27393	-0.20304	-0.23804
7	-0.16909	0.3879	-0.62165	0.34316	-0.62165
8	0.04714	-0.04245	0.05036	-0.27175	-0.84083
9	-0.12344	-0.33859	-0.76156	0.10094	-0.69431
10	-0.08413	0.02126	-0.18239	0.14541	-0.18239
11	-0.08004	0.08431	-0.71091	0.04463	0.12942
12	-0.00154	0.31392	0.1862	0.18328	-0.04405
13	-0.15552	-0.31578	-0.42005	-0.37728	-0.23086
14	-0.02269	0.01454	-0.01031	-0.01767	0.02805
15	0.03121	0.02097	-0.59263	-0.30024	-0.10641
16	0.23307	-0.14252	0.33654	-0.37199	-0.02261
17	0.0909	-0.12996	-0.09945	0.17381	-0.29209
18	-0.34504	0.30974	-0.34437	0.52468	-0.0976
19	0.01764	-0.08434	-0.03759	-0.22304	0.1006
20	-0.17084	-0.29913	0.21597	0.60803	-0.0216
21	-0.26085	0.14733	-0.36025	-0.66392	-0.14788
22	-0.03419	-0.14035	-0.28713	0.11456	-0.08878
23	0.10837	-0.11455	0.07964	-0.2654	0.10006
24	-0.02014	0.12708	0.14656	0.22454	-0.13511
25	0.0241	0.37853	-0.14527	0.03028	-0.02669
26	0.13395	-0.23043	-0.1358	0.1559	-0.00489
27	-0.09107	-0.24999	0.31953	0.12213	0.04436
28	-0.09515	0.43291	0.09425	0.19142	0.003
29	0.57938	-0.03402	-0.18288	-0.03289	-0.14093
30	-0.02034	-0.14054	-0.01785	0.06176	0.01556

Fuente: Elaboración propia con datos del INEGI.

Como anteriormente se había realizado se procedió a deflactar los datos y obtener sus ganancias a través de una diferencia logarítmica, para continuar con la obtención de las matrices de varianza, covarianza y semivarianza.

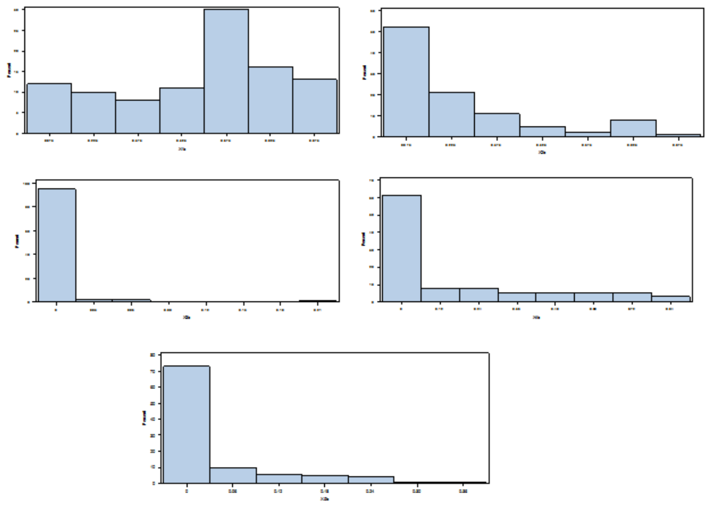
Simulando el comportamiento de estos productos con 100 repeticiones de cada uno y generando los w de cada variable para ver su distribución a través de un histograma, mismo que se muestra en las figuras 6 y 7; y comprobar su distribución con una prueba de t.

Figura 6. Histograma de rendimientos con el método de Markowitz.



Fuente: Elaboración propia con datos del INEGI.

Figura 7. Histograma de rendimientos con el método de Javier Estrada.



Fuente: elaboración propia con datos del INEGI.

Determinando al arroz como la opción más rentable, solución que ambas metodologías generaron al presentar una distribución más cercana a una normal. Los resultados de la prueba de t fueron los mismos, los cuales se muestran en la tabla 7.

Tabla 8. Prueba de t por el método de Markowitz y Javier Estrada.

Prueba de t				
	Markowitz		Estrada	
Producto	Valor de t	Pr > |t|	Valor de t	Pr > |t|
Arroz	1.40	0.1623	1.40	0.1623
chile verde	-0.68	0.4949	-0.68	0.4949
Naranja	0.08	0.936	0.08	0.936
Aguacate	-0.66	0.507	-0.66	0.507
mango	-0.61	0.5439	-0.61	0.5439

Fuente: Elaboración propia con datos obtenidas del INEGI.

Al optimizar nuestros portafolios de inversión con las dos metodologías, objeto de estudio de la presente tesis, y comprobar nuestros resultados con una prueba de t, se puede decir que no hay diferencias significativas que demuestren que el método de semivarianza optimiza de mejor forma un portafolio de inversión.

Por lo tanto, el método tradicional de media y varianza es un método óptimo para la selección de un portafolio.

IV. CONCLUSIONES

El planteamiento de Markowitz de utilizar la varianza en el cálculo de la medida de riesgo es una forma adecuada, sencilla y muy conocida de resolver el problema de elección de un portafolio de inversión.

Estrada propone una forma de evaluar un portafolio con semivarianza como medida de riesgo, sin embargo, se encuentra que no se obtienen resultados estadísticamente diferentes a Markowitz.

El método planteado por Estrada aun que es fácil de utilizar no genera un mejor portafolio de inversión que resuelva el problema de elección entre el riesgo y la ganancia.

Por lo que se puede aceptar la hipótesis planteada, que los dos métodos de optimización de un portafolio de inversión producen los mismos resultados. En nuestro estudio las dos metodologías tienen al maíz como el producto que da un mayor rendimiento, resultado mostrado a través del histograma de frecuencias y con la comprobación del mismo mediante una prueba de t.

De esta forma, utilizar la varianza o semivarianza para medir el riesgo resultaría indiferente al momento de optimizar un portafolio de inversión, puesto que producen los mismos resultados.

V. BIBLIOGRAFIA

Avilés, C. M. González E. A., y Martínez D. M. A. (2006). Análisis de riesgo, portafolios óptimos y diversificación en la agricultura. Agrociencia (39: 409-417).

Arrow K.J. (1965). Aspects or the Theory of Risk-Bearing. Helsinki Yrjo, Hahnsson Fundation.

Bell, D. (1985). Disappointments in decision making under uncertainty. Operations Research, 33, pp. 1-27.

Bernouilli, D. (1954). Exposition of a new theory on the measurement of risk, Econometrica, 22, pp. 23-36.

Estrada, Javier (2008). “Mean-Semivarianza Optimization: A Heuristic Approach.” Journal.

Flores. Castillo. Liliana Alejandra (2009). Análisis comparativo del valor en riesgo entre administradoras de fondos para el retiro que operan en México. El caso de la sociedad de inversión especializada en fondos para el retiro básica 2 de Banamex, Bancomer, Banorte Generali e Inbursa. Tesis, Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Economía.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía. INEGI (2010). Anuario Estadístico de los Estados Unidos Mexicanos.

Markowitz, Harry (1952). “Portfolio Selection.” Journal of Finance, 7, 77-91.

María de Jesús, U. Lizbeth (2007). Métodos de semivarianza y varianza para la selección de un portafolio. Tesis, Colegio de Postgraduados, Montecillos. Estado de México.

Martínez, Garza A. (1983). Introducción al SAS. Statistical Analisis System. Sistema para Análisis Estadístico. Segunda Edición. Colegio de Postgraduados. Centro de Estadística y Cálculo. Montecillos. Estado de México.

Merton. R.C. (1972). Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier, Journal or Financial and Quantitative Analysis, September: 1851-1872.

Parkin. Michael (2010). Microeconomía. Pearson Addison-Wesley, España, novena edición.

Pratt J. W. (1964). Risk Aversion in the small and in the large. Econometrica. 32: 122-136.

Said, Gil. Infante (2003). Métodos Estadísticos. Ed. Trillas, México, séptima edición.

Tobin. James (1958). Liquidity preferences as behavior toward risk. R.E.S. Feb. 65-68.

Varian. R. Hald (2006). Microeconomía Intermedia. Antonio Bosch Editores, España, séptima edición.

Villarreal, G. Amado, González, N. Nora Edith. Aplicación matemática de portafolio en la selección de cultivos en hortalizas como una estrategia de diversificación de riesgo de mercado para una PYME agrícola. Revista Mexicana de Agronegocios (volume IX; 17)

Von Neumann, J. Morgenstern, O. (1944) Theory of games and economic behavior. Princeton University Press, Princeton.

http://www.inegi.org.mx

ANEXOS

ANEXO I

```
DATA VERDURAS;

INPUT CHV JI AG PA AR FR MA SO MN MZ NR CR CP
IPC;PRCHV=(CHV/IPC)*100;PRJI=(JI/IPC)*100;PRAG=(AG/IPC)*100;PRPA=
(PA/IPC)*100;PRAR=(AR/IPC)*100; PRFR=(FR/IPC)*100;
PRMA=(MA/IPC)*100;PRSO=(SO/IPC)*100;

PRMN=(MN/IPC)*100;PRMZ=(MZ/IPC)*100;PRNR=(NR/IPC)*100;
PRCR=(CR/IPC)*100;

PRCP=(CP/IPC)*100;G1=DIF(LOG(PRCHV));G2=DIF(LOG(PRJI));G3=DIF(LOG
(PRAG));G4=DIF(LOG(PRPA));G5=DIF(LOG(PRAR));G6=DIF(LOG(PRFR));G7=
DIF(LOG(PRMA));G8=DIF(LOG(PRSO));G9=DIF(LOG(PRMN));G10=DIF(LOG(PR
MZ));G11=DIF(LOG(PRNR));G12=DIF(LOG(PRCR));G13=DIF(LOG(PRCP));

CARDS;

PROC PRINT;

PROC CORR;

RUN;
```

ANEXO II

```
DATA NUM;

DO I=1 TO 150;

DO J=1 TO 30;

OUTPUT;

END;

PROC IML;
```

```
call randseed(1);
    N=4500;
    Mean = {};
     COV={};
     Y = RANDNORMAL( N, Mean, Cov );
USE NUM; READ ALL INTO INDEX VAR {I J};
PRINT  Y INDEX;
RUN;
QUIT;
```

ANEXO III

```
DATA VERDURAS;
INPUT JI PA FR MA SO;
ONE=1;
CARDS;
PROC IML;
USE VERDURAS; READ ALL INTO ASSETS VAR {JI PA FR MA SO};
USE VERDURAS; READ ALL INTO J VAR {ONE};
A=I(30)-(1/30)*J*J`;
CSV2=(1/30)*(A*ASSETS)`*(A*ASSETS);
PRINT CSV2;
NULL={1 . . . .,
      1 1 . . .,
      1 1 1 . .,
      1 1 1 1 .,
      1 1 1 1 1};
      G2=CSV2#NULL; PRINT G2;
NULL2={ 0 0 0 0 0}; G3=NULL2//G2;
```

```
CREATE G3 FROM G3 [COLNAME={'X1' 'X2' 'X3' 'X4' 'X5'}];

APPEND FROM G3;

m1=j`*assets[ ,1:5]/30||0.0055;

m2={ 1 1 1 1 1 1,

 1 0 0 0 0 0,

 0 1 0 0 0 0,

 0 0 1 0 0 0,

 0 0 0 1 0 0,

 0 0 0 0 1 0};

 m=m1//m2;

CREATE medias FROM m [COLNAME={'X1' 'X2' 'X3' 'X4' 'X5'
'_RHS_'}];

APPEND FROM m;

DATA G; INPUT _TYPE_ $ _NAME_ $;

datalines;

CONST .

QUAD X1

QUAD X2

QUAD X3

QUAD X4

QUAD X5;

DATA G1; MERGE G G3;

data medias1 (type=est);

input _type_ $;

datalines;

eq

eq

ge
```

```
ge
ge
ge
ge ;
data medias1 (type=est); merge medias1 medias;
proc nlp inquad=G1 ALL inest=medias1;
       min ;
       decvar X1 X2 X3 X4 X5;
run;
QUIT;
Se define a: X1=Jitomate, X2=Papa, X3=Frijol, X4=Maíz y X5=Sorgo.
```

ANEXO IV

NO.	X1	X2	X3	X4	X5
1	0.123008	-3.39E-19	3.82E-18	0.716312	0.16068
2	-1.69E-17	1.60E-18	0.011903	0.755434	0.232663
3	0.006837	5.98E-18	4.89E-18	0.43504	0.558123
4	0.229232	2.17E-19	1.21E-17	0.360083	0.410686
5	-9.05E-18	0.072575	0.078308	0.673658	0.175458
6	0.243472	-4.11E-18	0.115748	0.379195	0.261586
7	2.22E-18	-1.18E-18	2.62E-18	0.182928	0.817072
8	0.188888	0.263549	-1.73E-18	0.18569	0.361873
9	0.153218	6.27E-18	1.49E-18	0.788383	0.0584
10	2.39E-18	1.11E-17	2.21E-18	0.640189	0.359811
11	9.55E-19	0.039824	-1.76E-18	0.478491	0.481685
12	2.89E-18	4.46E-18	-9.15E-18	0.485507	0.514493
13	0.360405	0.010636	0.006766	0.622193	3.98E-19

14	0.196756	-5.96E-19	-1.15E-17	0.28234	0.520904
15	-9.70E-18	-4.42E-18	0.028331	0.374676	0.596993
16	0.2466	0.17481	5.42E-19	0.57859	6.23E-18
17	-1.98E-17	0.028441	-1.49E-18	0.599444	0.372114
18	0.584918	0.011387	-1.27E-18	0.025774	0.377921
19	0	0.19207	-1.68E-17	0.779461	0.02847
20	-4.17E-18	7.79E-18	0.244845	0.400081	0.355073
21	0.521176	1.25E-18	6.61E-19	0.478824	-3.16E-18
22	0.122209	0.075352	0.122393	0.052953	0.627093
23	0.107825	7.05E-19	0.054704	0.837471	3.12E-18
24	0.036631	-1.88E-17	1.70E-18	0.886384	0.076985
25	-9.62E-18	3.05E-20	0.11549	0.326557	0.557953
26	0.194279	-4.96E-21	0.024443	0.583839	0.197439
27	0.278114	-5.42E-18	4.45E-18	0.602274	0.119612
28	0.095231	-1.08E-17	-6.13E-18	0.499649	0.40512
29	4.68E-19	-4.85E-18	1.46E-19	0.676981	0.323019
30	0.056451	-6.33E-18	2.56E-18	0.298875	0.644674
31	2.14E-18	-2.70E-18	0.116666	0.150916	0.732419
32	0.145249	0.048691	-6.95E-18	0.782526	0.023535
33	0.42551	0.075128	-3.14E-18	0.472615	0.026747
34	7.62E-20	0.179681	5.34E-18	0.438941	0.381378
35	0.015126	0.984874	-1.48E-18	4.87E-18	-4.24E-21
36	-1.79E-17	0.240359	-1.01E-17	0.12805	0.631591
37	0.156366	-1.18E-17	3.96E-18	0.422497	0.421136
38	0.342291	0.350987	0.039052	-1.63E-17	0.26767

39	0.084936	0.057193	0.183347	0.342548	0.331976
40	0.069778	0.001498	8.52E-18	0.067974	0.86075
41	0.092068	5.29E-18	-8.42E-18	0.225091	0.682841
42	0.189203	0.810797	-2.19E-18	-8.42E-18	2.95E-18
43	0.051338	-1.15E-19	0.00965	0.939012	-2.42E-17
44	2.38E-18	0.483313	-1.78E-17	2.79E-18	0.516687
45	0.463483	-8.40E-19	0.536517	-3.91E-18	-1.06E-17
46	0.060152	5.69E-18	-4.95E-18	0.939848	-2.56E-18
47	0	6.91E-18	-2.41E-18	0.45984	0.54016
48	0.312427	2.98E-18	4.34E-19	0.154693	0.53288
49	0.108373	0.000891	-2.57E-19	0.762134	0.128603
50	5.00E-20	0.039182	-3.44E-18	0.536372	0.424446
51	0.073571	0.144228	1.10E-18	0.340022	0.442179
52	0.10226	0.529738	-5.83E-19	2.88E-18	0.368002
53	0.018177	2.47E-18	-1.29E-18	0.358623	0.6232
54	0.126299	-1.09E-17	1.62E-17	0.467039	0.406662
55	-2.03E-18	0.598435	1.95E-18	0.401565	3.93E-18
56	0.124918	6.64E-19	1.03E-17	0.504715	0.370366
57	0.023115	-2.95E-17	-1.54E-17	0.110074	0.866811
58	0.070246	-1.46E-17	0.339738	0.590016	-9.36E-20
59	0.104885	0.264972	5.88E-18	0.327936	0.302208
60	-4.74E-18	0.080892	-1.02E-18	0.47541	0.443698
61	1.02E-18	0.53011	0.082915	0.386975	-9.55E-19
62	0.057766	-5.83E-18	3.27E-18	0.525161	0.417072
63	5.40E-19	2.55E-17	0.790462	0.209538	-1.76E-18

64	0.31903	2.09E-18	0.055779	0.625191	8.26E-21
65	0.100652	0.136381	1.03E-17	0.43109	0.331877
66	0.137819	2.49E-18	-4.24E-18	0.526763	0.335417
67	0	0.044588	1.23E-17	0.15082	0.804592
68	0.02489	6.51E-19	-1.89E-18	0.554804	0.420306
69	0.27393	0.08009	-6.31E-20	0.640648	0.005333
70	0.106975	-1.22E-18	6.37E-22	0.286	0.607025
71	0.060066	0.155273	6.64E-19	0.568267	0.216394
72	0.369969	1.10E-17	1.69E-20	0.418868	0.211162
73	0.254391	-1.65E-18	1.05E-17	0.422159	0.32345
74	0.02194	-2.60E-17	6.86E-18	0.661945	0.316116
75	0	-8.88E-19	0.771769	0.228231	-3.97E-20
76	5.36E-19	1.40E-18	5.18E-19	0.644283	0.355717
77	0.536713	0.417603	5.61E-18	-8.56E-19	0.045683
78	0.420558	0.065046	-1.69E-18	0.514396	2.48E-19
79	0.906071	-5.27E-18	-8.33E-18	0.093929	8.77E-18
80	7.55E-18	3.21E-18	2.70E-19	0.095571	0.904429
81	-1.48E-18	5.12E-18	-1.63E-18	0.585944	0.414056
82	0.137249	0.251749	1.06E-17	0.435077	0.175925
83	0.344179	7.37E-18	-5.83E-18	0.203041	0.45278
84	0.299505	0.105577	0.004119	0.123658	0.467141
85	0	8.01E-18	1.58E-18	0.138475	0.861525
86	0.19183	1.42E-18	0.290301	0.517869	9.09E-18
87	0.027837	8.70E-18	-8.13E-19	0.458282	0.513881
88	0.100541	-3.35E-18	-1.27E-18	0.704715	0.194743

89	0.298324	-1.05E-18	-5.39E-19	0.430455	0.271221
90	0.719274	1.72E-17	0.006824	0.246877	0.027025
91	0.342174	-1.02E-17	-1.30E-19	0.315522	0.342304
92	0.043721	0.183287	-1.94E-18	0.148386	0.624605
93	0.143859	1.78E-18	-5.18E-19	0.583187	0.272954
94	0.117407	-1.27E-17	-6.36E-18	0.70792	0.174673
95	1.16E-18	-2.20E-18	4.40E-18	0.888316	0.111684
96	0.261782	0.133617	-3.90E-18	0.604601	-7.45E-20
97	0.243846	0.009317	2.71E-19	0.464381	0.282457
98	-1.59E-18	-1.91E-17	5.37E-18	0.233717	0.766283
99	0.277189	0.45822	8.10E-18	0.264591	-1.01E-17
100	-1.86E-18	1.54E-19	0.479135	0.520865	5.38E-18

Fuente: Elaboración propia con datos del INEGI.

ANEXO V

```
DATA VERDURAS;

INPUT JI PA FR MA SO;

ONE=1;

S1=MIN(JI-.005,0); S2=MIN(PA-.005,0); S3=MIN(FR-.005,0);
S4=MIN(MA-.005,0); S5=MIN(SO-.005,0);

CARDS;

PROC IML;

USE VERDURAS; READ ALL INTO ASSETS VAR {s1 s2 s3 s4 s5};

USE VERDURAS; READ ALL INTO ASSETS2 VAR {JI PA FR MA SO};

USE VERDURAS; READ ALL INTO J VAR {ONE};

CSV2=(1/30)*(ASSETS)`*(ASSETS);

PRINT CSV2;

NULL={1 . . . .,
```

```
      1 1 . . .,
      1 1 1 . .,
      1 1 1 1 .,
      1 1 1 1 1};
      G2=CSV2#NULL; PRINT G2;
NULL2={ 0 0 0 0 0}; G3=NULL2//G2;
CREATE G3 FROM G3 [COLNAME={'X1' 'X2' 'X3' 'X4' 'X5'}];
APPEND FROM G3;
m1=j`*assets2[ ,1:5]/30||0.0055;
m2={ 1 1 1 1 1 1,
 1 0 0 0 0 0,
 0 1 0 0 0 0,
 0 0 1 0 0 0,
 0 0 0 1 0 0,
 0 0 0 0 1 0};
 m=m1//m2;
CREATE medias FROM m [COLNAME={'X1' 'X2' 'X3' 'X4' 'X5'
'_RHS_'}];
APPEND FROM m;
DATA G; INPUT _TYPE_ $ _NAME_ $;
datalines;
CONST .
QUAD X1
QUAD X2
QUAD X3
QUAD X4
QUAD X5;
DATA G1; MERGE G G3;
```

```
proc print;
data medias1 (type=est);
input _type_ $;
datalines;
eq
eq
ge
ge
ge
ge
ge
data medias1 (type=est); merge medias1 medias;
proc print;
proc nlp inquad=G1 ALL inest=medias1 ;
       min ;
       decvar X1 X2 X3 X4 X5;
run;
QUIT;
```

ANEXO VI

```
data var; input x1a x2a x3a x4a x5a;
datalines;
proc univariate;
histogram x1a;
proc univariate;
histogram x2a;
proc univariate;
histogram x3a;
```

```
proc univariate;
histogram x4a;
proc univariate;
histogram x5a;
data uno; input X1b X2b  X3b  X4b  X5b;
datalines;
proc univariate;
histogram x1b;
proc univariate;
histogram x2b;
proc univariate;
histogram x3b;
proc univariate;
histogram x4b;
proc univariate;
histogram x5b;
run;
quit;
```

ANEXO VII

```
data var; input x1 x2 x3 x4 x5;
var=1;
datalines;
data semi; input X1 X2   X3   X4   X5;
var=0;
datalines;
data all; set var semi;
proc ttest;
```

```
class var;
var x1;
proc ttest;
class var;
var x2;
proc ttest;
class var;
var x3;
proc ttest;
class var;
var x4;
proc ttest;
class var;
var x5;
run;
quit;
```