



COLEGIO DE POSTGRADUADOS

INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN
EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

CAMPUS MONTECILLO

SOCIOECONOMÍA, ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA
ESTADÍSTICA

PRUEBAS DE COMPARACIÓN DE MEDIAS PARA DISTRIBUCIONES GUMBEL

LÁZARO MORALES REYES

T E S I S

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS

MONTECILLO, TEXCOCO, EDO. DE MÉXICO, NOVIEMBRE 2014

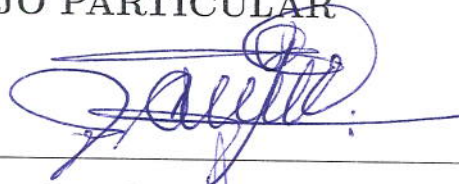
La presente tesis titulada: **PRUEBAS DE COMPARACIÓN DE MEDIAS PARA DISTRIBUCIONES GUMBEL**, realizada por el alumno: **LÁZARO MORALES REYES**, bajo la dirección del Consejo Particular indicado ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS

**SOCIOECONOMÍA, ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA
ESTADÍSTICA**

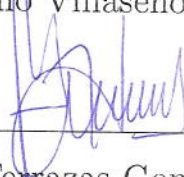
CONSEJO PARTICULAR

CONSEJERO



Dr. José Aurelio Villaseñor Alva

ASESOR



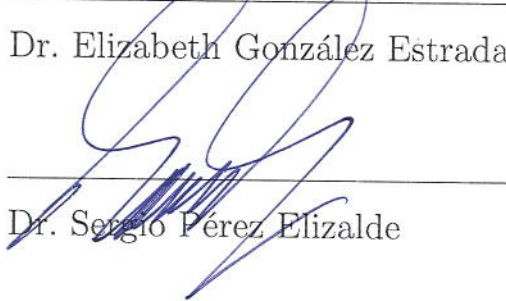
Dr. Gerardo Terrazas González

ASESOR



Dr. Elizabeth González Estrada

ASESOR



Dr. Sergio Pérez Elizalde

Montecillo, Texcoco, México, Noviembre de 2014

PRUEBAS DE COMPARACIÓN DE MEDIAS PARA DISTRIBUCIONES GUMBEL

La distribución Gumbel es una de las distribuciones más comunes usada para modelar valores extremos. Debido a la importancia de esta distribución, en este trabajo se propone una prueba de comparación de medias para poblaciones Gumbel independientes, basada en la razón de verosimilitudes generalizada y el método de Bootstrap paramétrico. La prueba fue desarrollada en cuatro posibles casos en los que se puede presentar el parámetro de escala β , bajo la hipótesis nula de igualdad de medias, cuando se comparan dos poblaciones Gumbel independientes. Cuando el parámetro β se conoce, la prueba se obtiene utilizando el método de razón de verosimilitudes generalizada y por medio de simulación Montecarlo se calcula el tamaño y potencia de la prueba propuesta comparándola con la prueba basada en la distribución asintótica de la razón de verosimilitudes y la prueba no paramétrica de Mann-Whitney. Cuando se desconoce el valor del parámetro β y se tiene que estimar, la prueba se obtiene utilizando el método de Bootstrap paramétrico.

Palabras clave: Bootstrap paramétrico, tamaño de la prueba, potencia de la prueba, Simulación de Montecarlo, distribución asintótica de la razón de verosimilitudes, Prueba de Mann-Whitney.

TESTS OF COMPARISON OF MEANS FOR GUMBEL DISTRIBUTIONS

The Gumbel distribution is one of the most commonly used distributions to model extreme values. Given its importance, in this paper we propose a means comparison test for independent Gumbel populations based on the generalized likelihood ratio and the parametric bootstrap methods. The test was done with four possible cases where the β scale parameter might come up, under the null hypothesis of means equality when two independent Gumbel populations are compared. When the β parameter is known, the means comparison test is obtained using the generalized likelihood ratio method, and through a Montecarlo simulation, the size and power of the proposed test are calculated by comparing them against the test based on the asymptotic distribution of the likelihood ratio and the Mann-Whitney nonparametric test. When the value of the β parameter is unknown and has to be estimated, the test is obtained using the parametric bootstrap method.

key words: Parametric bootstrap, test size, test power, Montecarlo simulation, asymptotic distribution of the likelihood ratio, Man-Whitney test.

Índice

1. Introducción	1
2. Objetivos	4
2.1. Objetivo general	4
2.2. Objetivos particulares	4
3. Marco Teórico	5
3.1. Desarrollo histórico de la teoría de valores extremos	5
3.2. Teoría de valores extremos y modelos	6
3.3. La distribución Gumbel con parámetros θ, β	9
3.4. Prueba de razón de verosimilitudes generalizada	11
4. Prueba de comparación de medias de dos poblaciones Gumbel basada en la razón de verosimilitudes generalizada	15
4.1. Caso 1. β_1 y β_2 conocidas e iguales	16
4.2. Caso 2. β_1 y β_2 desconocidas pero se sabe que son iguales	23
4.3. Caso 3. β_1 y β_2 conocidas diferentes	25

ÍNDICE

4.4. Caso 4. β_1 y β_2 desconocidas	30
4.5. Tamaño de la prueba T para los casos 1 y 3	31
4.6. Potencia de la prueba T para los casos 1 y 3	33
5. Estudio comparativo de la prueba T propuesta contra otras pruebas conocidas	36
5.1. Descripción de las pruebas que se comparan	36
5.1.1. Prueba utilizando la distribución asintótica de las pruebas de razón de verosimilitudes generalizada	37
5.1.2. Prueba de Mann-Whitney	38
5.2. Comparación de los tamaños de las pruebas	39
5.2.1. Comparación de tamaños de la prueba T propuesta para caso 1 y 3, la prueba utilizando la distribución asintótica de la razón de verosimilitudes y la prueba de Mann-Whitney	39
5.3. Comparación de las pruebas por medio de sus potencias	42
5.3.1. Comparación de las potencias de la prueba T propuesta del caso 1 y 3, la prueba utilizando la distribución asintótica de la razón de verosimilitudes y la prueba de Mann-whitney	42
6. Ejemplo de Aplicación de la prueba propuesta	45
6.1. Cambio climático	45
6.2. Metodología	46
6.3. Realización de la prueba	47
7. Conclusiones y recomendaciones	57

ÍNDICE

Referencias	59
Anexos	61
7.1. Anexo I. Programas utilizados	61
7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos	71

Índice de tablas

4.1. Tamaños estimados de la prueba T para diferentes valores de α y distintos tamaños muestrales con $m = n$	33
6.1. P-valor observado en las muestras para las pruebas de bondad de ajuste.	51
6.2. Valores estimados de los parámetros para cada muestra aleatoria.	52
6.3. Valores de las medias por periodo y por estación del año.	54
7.1. Valores críticos de la prueba utilizando la distribución asintótica de las pruebas de razón de verosimilitudes para diferentes valores de α y distintos valores de ν	71
7.2. Valores críticos de U en la prueba de Mann-Whitney para una prueba de una cola con $\alpha = 0.025$ o para una prueba de dos colas con $\alpha = 0.05$	72
7.3. Valores críticos de U en la prueba de Mann-Whitney para una prueba de una cola con $\alpha = 0.05$ o para una prueba de dos colas con $\alpha = 0.10$	73
7.4. Valores críticos de la distribución Normal Estándar $P[Z > Z_\alpha]$	74
7.5. Tamaños estimados de las pruebas con $\alpha = 0.025$ y distintos tamaños muestrales con $m = n$	75
7.6. Tamaños estimados de las pruebas con $\alpha = 0.1$ y distintos tamaños muestrales con $m = n$	75

ÍNDICE DE TABLAS

7.7. Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.01$	76
7.8. Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.025$	84
7.9. Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.05$	92
7.10. Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.1$	100
7.11. Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.2$	108

Índice de figuras

4.1. Gráfica de la función $G(t)$	21
4.2. Gráfica de la función $G(T)$ donde $G(a) = G(b) = k_1$	22
4.3. Potencias estimadas de la prueba T para diferentes tamaños de muestra con $m = n$	35
5.1. Tamaños estimados de las pruebas con $\alpha = 0.05$ y $n = m = 10, 30, 50, 70, 100, 150, 200$, cuando los pares de muestras provienen de la misma población.	41
5.2. Potencias estimadas de las pruebas con $\alpha = 0.05$ y $n = m = 30$, cuando se comparan los pares de muestras aleatorias generadas con la metodología descrita anteriormente.	43
5.3. Potencias estimadas de las pruebas con $\alpha = 0.05$ y $n = m = 70$, cuando se comparan los pares de muestras aleatorias generadas con la metodología descrita anteriormente.	43
6.1. Observaciones de temperaturas máximas mensuales de dos periodos de tiempo de la estación meteorológica Pueblo Nuevo, Tabasco.	47
6.2. Autocorrelación para el periodo 1 de las temperaturas máximas mensuales de la estación meteorológica de Pueblo Nuevo, Tabasco.	48

ÍNDICE DE FIGURAS

6.3. Autocorrelación para el periodo 2 de las temperaturas máximas mensuales de la estación meteorológica de Pueblo Nuevo, Tabasco.	49
6.4. Observaciones de temperaturas máximas anuales por estación del año de dos periodos de tiempo.	50
6.5. Comparación del percentil $P_{.95}$ para dos muestras aleatorias con diferentes medias.	55
6.6. Comparación del percentil $P_{.95}$ por estación del año.	56

Capítulo 1

Introducción

El objetivo de la Estadística es hacer inferencias acerca de una o más poblaciones con base en las observaciones obtenidas en las muestras, debido a que pocas veces se conocen todos los elementos de una población. Las poblaciones se caracterizan por medidas descriptivas numéricas llamadas parámetros. Típicamente, los parámetros estudiados en una población son la media μ , la mediana M , desviación estándar σ o una proporción π .

La mayoría de los problemas de inferencia se pueden formular como una inferencia sobre uno o más parámetros de una población. Por ejemplo, suponga que un médico desea estudiar la eficiencia de un nuevo medicamento para reducir la ansiedad de sus pacientes o un metalúrgico desea determinar si una nueva aleación posee las características de resistencia necesarias para su uso en la fabricación de automóviles. Las inferencias producidas por estos investigadores deben basarse en las observaciones muestrales con las que cuentan y de acuerdo a la finalidad de la investigación, se estudiarán las características de uno o más parámetros. Por ejemplo, el metalúrgico seguramente está interesado en estimar la media de la resistencia de dicha aleación o la proporción de resultados obtenidos por arriba de un valor estándar, que designa que la nueva aleación cumple con las características deseadas.

Uno de los métodos más comunes para hacer inferencias acerca de los parámetros de una población son las pruebas de hipótesis. Dicho método nos ayuda a responder si el parámetro de una población satisface una condición específica, por ejemplo, si la media de la nueva aleación está por arriba de un valor estándar previamente establecido.

1. Introducción

En las situaciones descritas anteriormente solamente se habla de los parámetros de una sola población; sin embargo, muy a menudo se encuentran situaciones en donde es necesario hacer una comparación de los parámetros de dos o más poblaciones. Por ejemplo, si se desea comparar la efectividad media de dos tratamientos que combaten cierta enfermedad, el rendimiento medio de dos variedades de cierto cultivo, la precipitación anual media de dos regiones diferentes, etc.

En muchas situaciones se colectan muestras aleatorias independientes de dos poblaciones para comparar los valores de sus parámetros. Generalmente para hacer estas inferencias se utiliza la diferencia de los estimadores de dichos parámetros de las muestras correspondientes. Por ejemplo, si se tienen dos muestras aleatorias independientes de n_1 observaciones de una población y n_2 observaciones de la segunda población, se utiliza la diferencia entre las medias muestrales, $\bar{y}_1 - \bar{y}_2$, para hacer una inferencia acerca de la diferencia entre las medias poblacionales $\mu_1 - \mu_2$.

Para el primer caso que se describió, si se quiere hacer inferencia acerca de la media de una población y se conoce el valor de su varianza, el Teorema Central del Límite nos proporciona el estadístico de prueba que se necesita para rechazar o no la prueba de hipótesis planteada. Student (1908) propuso una prueba para la media cuando la población de estudio tiene una distribución normal pero se desconoce el valor de la varianza y se utiliza una estimación de ésta.

Para el segundo caso en donde se quiere comparar la diferencia de medias de dos poblaciones y se conocen los valores de la varianza para ambas poblaciones, el Teorema Central del Límite se puede aplicar para encontrar el estadístico de prueba deseado. Welch (1947) propuso una prueba para la diferencia de medias cuando las poblaciones de estudio tienen una distribución normal pero se desconocen los valores de sus respectivas varianzas y se utiliza una estimación de éstas para encontrar el estadístico de prueba.

En ambas situaciones y para muestras grandes, si se quiere aplicar el Teorema Central del Límite para realizar una prueba con respecto a la media o de comparación de medias, es necesario conocer el valor de la varianza, si es el caso de una población, o varianzas si son dos poblaciones, pero que pocas veces es posible dado que generalmente se trabaja con datos muestrales.

Las pruebas propuestas por Gosset y Welch sólo son aplicables cuando la población bajo estudio sigue una distribución normal, situación que no siempre se cumple, por lo que para otras distribuciones no siempre se cuenta con una prueba de comparación de medias adecuada. La razón es que cuando se trabaja con distribuciones que están definidas por dos o más parámetros, para obtener una prueba de comparación de

1. Introducción

medias es necesario suponer que se conocen los valores de algunos de sus parámetros, situación que en la práctica no siempre es posible, teniéndose que estimar todos los parámetros; por lo que las pruebas obtenidas no resultan ser del todo adecuadas.

El propósito de este trabajo es proponer una prueba de comparación de medias para dos poblaciones independientes Gumbel debido a la importancia de esta distribución en una gran variedad de aplicaciones como por ejemplo: hidrología, ingeniería marítima, diseño de construcciones civiles, teoría de números, etc.

El trabajo de tesis que se presenta está dividido como sigue: en el capítulo dos se definen los objetivos del trabajo de investigación de tesis. En el capítulo tres se muestra una revisión de literatura con respecto a la Teoría de Valores Extremos, principalmente a las propiedades de la distribución Gumbel, su importancia y aplicaciones. En el capítulo cuatro se define la prueba de razón de verosimilitudes generalizada para comparación de medias Gumbel dividida en cuatro posibles situaciones que se pueden presentar al momento de comparar las medias de ambas poblaciones. En el capítulo cinco se presenta un estudio comparativo entre la prueba propuesta, la prueba de Mann-Whitney y una prueba utilizando la distribución asintótica de las pruebas de razón de verosimilitudes generalizada; dicho estudio comparativo está basado en la comparación de tamaños de las pruebas y la comparación de las medias por medio de su potencia. En el capítulo seis se presentan las conclusiones y recomendaciones.

Capítulo 2

Objetivos

2.1. Objetivo general

Proponer una prueba de comparación de medias para dos poblaciones independientes Gumbel que posea buena potencia.

2.2. Objetivos particulares

- Obtener tablas de valores críticos para la prueba propuesta con diferentes niveles de significancia y número de observaciones.
- Estudiar el comportamiento de la prueba con respecto al tamaño de la prueba.
- Comparar la potencia de la prueba propuesta con la potencia de la prueba de Mann-Whitney y la potencia de la prueba utilizando la distribución asintótica de las pruebas de razón de verosimilitudes generalizada.
- Proponer una función en el proyecto R que realice la prueba propuesta.

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1. Desarrollo histórico de la teoría de valores extremos

El desarrollo de distribuciones de valores extremos procedió hasta cierto punto fuera de la corriente principal de la teoría de la distribución estadística, con su primera etapa dominada por el trabajo de ajuste de curvas y posteriormente por problemas encontrados en la inferencia estadística.

La teoría del valor extremo parece haberse originado principalmente por las necesidades de los astrónomos de la utilización o el rechazo de las observaciones periféricas. Los primeros trabajos por Fuller (1914) y Griffith (1920) sobre el tema fueron altamente especializados tanto en el campo de las aplicaciones como en los métodos de análisis matemático.

Un desarrollo sistemático de la teoría general puede haber comenzado con un artículo de Borthiewicz (1922) que se ocupa de la distribución del rango de muestras aleatorias de una distribución normal. Desde el punto de vista actual, es suficiente decir que la importancia del artículo de Borthiewicz reside en el hecho de que el concepto de **distribución del máximo** se introdujo claramente en ella. Von Mises (1936) evaluó el valor esperado de esta distribución y Dodd (1923) calculó la mediana y también discutió sobre algunas distribuciones no normales. De igual relevancia es un trabajo de Frechet (1927) en la que se consideran las distribuciones asintóticas de valores máximos. En el año siguiente Fisher y Tippett publicaron los resultados de una

3.2. Teoría de valores extremos y modelos

investigación independiente sobre el mismo problema. Mientras Fréchet (1927) había identificado una posible distribución límite de la estadística de orden para el máximo, Fisher y Tippett (1928) mostraron que las distribuciones extremas sólo pueden ser de tres tipos.

Fue Gnedenko (1943), quien presentó un fundamento riguroso de la teoría del valor extremo y probó las condiciones necesarias y suficientes para la convergencia débil de las estadísticas de orden extremas. De Hann (1970) perfeccionó el trabajo de Gnedenko.

Los desarrollos teóricos de la década de 1920 y mediados de 1930 se siguieron en las décadas siguientes por una serie de documentos relacionados con las aplicaciones prácticas de las estadísticas de valores extremos en la distribución de vidas humanas, las emisiones radiactivas, resistencia de materiales, análisis de inundaciones, análisis sísmico y análisis de las precipitaciones.

Desde el punto de vista de aplicación, Gumbel hizo varias contribuciones importantes en el análisis de valores extremos.

3.2. Teoría de valores extremos y modelos

Sea X_1, \dots, X_n una sucesión de variables aleatorias independientes que tienen una función de distribución común F .

El modelo se centra en el comportamiento estadístico de:

$$M_n = \text{Max}\{X_1, \dots, X_n\}. \quad (3.1)$$

En aplicaciones, X_i representa los valores de un fenómeno medido en tiempos regulares; por ejemplo, mediciones tomadas cada cierto tiempo del nivel del mar, por lo que M_n representa el máximo de n observaciones unitarias de un fenómeno. Si n es el número de observaciones de un año, entonces M_n corresponde al máximo anual.

3.2. Teoría de valores extremos y modelos

En teoría, la distribución de M_n puede derivarse exactamente de todos los valores de n :

$$\begin{aligned} P(M_n \leq z) &= P(X_1 \leq z, \dots, X_n \leq z) \\ &= P(X_1 \leq z) \times \dots \times P(X_n \leq z) \\ &= \prod_{i=1}^n P(X_i \leq z) \\ &= (F(z))^n. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Note que $P(M_n \leq z) \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$.

Sin embargo, esto no resulta inmediatamente útil en la práctica ya que generalmente la función de distribución F es desconocida. Una posible solución es utilizar técnicas estadísticas para estimar F a partir de las observaciones y sustituir esta estimación en (3.2). Por desgracia, muy pequeñas discrepancias en la estimación de F pueden llevar a discrepancias sustanciales para F^n .

Un enfoque alternativo consiste en aceptar que F sea desconocida y buscar familias aproximadas de modelos para F^n , los cuales pueden ser estimados tomando en cuenta sólo los valores extremos. Esto es similar a la práctica usual de aproximar la distribución de las medias muestrales con la distribución normal que es justificada por el Teorema Central del Límite. Análogo al Teorema Central del Límite se toma este argumento para encontrar las distribuciones límite de valores extremos.

La distribución de valor extremo es la distribución que se ajusta a los máximos de bloques independientes de observaciones adecuadamente normalizadas y surge a partir del desarrollo del teorema de Fisher-Tippett, Gnedenko.

Teorema 1 (Fisher-Tippett, Gnedenko) *Sea $\{X_n\}$ una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con una función de distribución común $F(x)$. Si existen sucesiones de constantes de normalización $\{a_n > 0\}$ y $\{b_n\} \in \mathfrak{R}$ y una función de distribución G no degenerada, tal que:*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq z\right) = G(z), \tag{3.3}$$

entonces $G(z)$ pertenece a alguna de las siguientes tres familias:

3.2. Teoría de valores extremos y modelos

1. Tipo I (Distribución tipo Gumbel)

$$P[Z \leq z] = \exp\{-e^{-\frac{(z-\mu)}{\theta}}\}. \quad (3.4)$$

2. Tipo II (Distribución tipo Fréchet)

$$P[Z \leq z] = \begin{cases} 0, & z < \mu \\ \exp\{-\left(\frac{z-\mu}{\theta}\right)^{-\xi}\}, & z \geq \mu \end{cases} \quad (3.5)$$

3. Tipo III (Distribución tipo Weibull)

$$P[Z \leq z] = \begin{cases} \exp\{-\left(\frac{\mu-z}{\theta}\right)^{\xi}\}, & z \leq \mu \\ 1, & z > \mu \end{cases} \quad (3.6)$$

Donde $\mu \in \Re$, $\theta > 0$ y $\xi > 0$ son los parámetros.

Las distribuciones correspondientes de $(-Z)$ también se llaman distribuciones de valor extremo (Observe que las distribuciones Fréchet y Weibull están relacionadas por un simple cambio de signo). De estas familias de distribuciones, la tipo I es la más comúnmente referida en las discusiones de los valores extremos. De hecho, algunos autores llaman a (3.4) la distribución de valores extremos. En vista de esto, y el hecho de que las distribuciones (3.5) y (3.6) pueden ser transformadas a la distribución tipo I por transformaciones sencillas:

$$Z = \log(X - \mu) \quad y \quad Z = -\log(\mu - X), \quad (3.7)$$

La distribución Gumbel es una distribución fundamental en la teoría de valores extremos. La distribución tipo I también se le llama distribución doblemente exponencial, a causa de la forma funcional de (3.4). Mediante la sustitución de Z por $-Z$, las distribuciones límites de los valores mínimos son obtenidas. Los tres tipos de distribuciones en (3.4) - (3.6) pueden ser representados como miembros de una única familia llamada Distribución de Valores Extremos Generalizada (DVEG) con función de distribución acumulativa:

$$P[Z \leq z] = \exp\left\{-\left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\theta}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\}, \quad 1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\theta}\right) > 0, \quad \xi \in \Re, \quad \mu \in \Re, \theta > 0 \quad (3.8)$$

3.3. La distribución Gumbel con parámetros θ, β

Para $\xi > 0$, la distribución (3.8) es de la misma forma que (3.5). Para $\xi < 0$, la distribución (3.8) toma la forma de (3.6). Finalmente, cuando $\xi \rightarrow 0$, la distribución (3.8) toma la forma de la distribución de valor extremo tipo I (3.4). La función de distribución de (3.8) también es conocida como la Distribución de Valor Extremo tipo Von Mises o la Distribución tipo Mises-Jenkinson.

3.3. La distribución Gumbel con parámetros θ, β

La distribución Gumbel es llamada de esta manera en honor a Emil Julius Gumbel (1891-1966). Es un caso particular de la distribución de valores extremos generalizada. Se emplea frecuentemente para predecir eventos en áreas tales como: hidrología, meteorología, finanzas, resistencia de materiales, emisiones radioactivas, entre otras. Según Reiss y Thomas (2007), la distribución Gumbel tiene la misma importancia que la distribución normal en otras aplicaciones.

Si X es una variable aleatoria con distribución Gumbel, su función de densidad está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \exp\{-e^{-\frac{x-\theta}{\beta}} - \frac{x-\theta}{\beta}\} I_{(-\infty, \infty)}(x), & \theta \in \mathfrak{R}, \beta > 0 \\ 0, & \text{de otra forma.} \end{cases} \quad (3.9)$$

Mientras que su función de distribución está dada por:

$$F_X(x) = \exp\{-e^{-\frac{(x-\theta)}{\beta}}\} I_{(-\infty, \infty)}(x). \quad (3.10)$$

Transformaciones

Sea X una variable aleatoria que se distribuye Gumbel con parámetros θ, β , lo cual se denota como $X \sim Gum(\theta, \beta)$, entonces:

- Si $\theta = 0$ y $\beta = 1$ o equivalentemente si se hace la transformación $Z = \frac{X-\theta}{\beta}$ se obtiene la forma estándar de la distribución Gumbel.

$$f_Z(z) = \exp\{-e^{-z} - z\} I_{(-\infty, \infty)}(z). \quad (3.11)$$

3.3. La distribución Gumbel con parámetros θ, β

- Ahora, sea la transformación $Y = e^{-\frac{X-\theta}{\beta}}$, entonces Y tiene distribución exponencial dada por la siguiente expresión:

$$f_Y(y) = \exp(-y)I_{(0,\infty)}(y). \quad (3.12)$$

Que es la distribución exponencial con parámetro de escala igual a 1.

- Por último, la transformación $Y = e^{-\frac{X}{\beta}}$ tiene distribución exponencial con parámetro $e^{\frac{\theta}{\beta}}$, es decir:

$$f_Y(y) = e^{\frac{\theta}{\beta}} \exp\left\{-e^{\frac{\theta}{\beta}}y\right\} I_{(0,\infty)}(y). \quad (3.13)$$

Función Generatriz de momentos

Sea $Z \sim Gum(0, 1)$, una variable aleatoria Gumbel estándar presentada en (3.11), y $Y \sim Exp(1)$ presentada en (3.12), entonces:

$$\begin{aligned} m_Z(t) &= E\{e^{tZ}\} = E\left\{e^{\frac{t(X-\theta)}{\beta}}\right\} = E\left\{\left(e^{-\frac{X-\theta}{\beta}}\right)^{-t}\right\} = E\{Y^{-t}\} \\ &= \int_0^\infty y^{-t}e^{-y}dy = \int_0^\infty y^{(1-t)-1}e^{-y}dy = \Gamma(1-t) \text{ para } t < 1. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Observe que $X = \theta + \beta Z$ y debido a la propiedad de la función generatriz de momentos que nos dice que si se transforma una variable aleatoria Z con una función lineal $X = a + bZ$, entonces la función generatriz de momentos para X está dada por:

$$m_X(t) = e^{at}m_Z(bt), \quad (3.15)$$

por lo tanto:

$$m_X(t) = e^{\theta t}\Gamma(1 - \beta t) \text{ para } \beta t < 1. \quad (3.16)$$

3.4. Prueba de razón de verosimilitudes generalizada

Media y Varianza

A partir de la función generatriz de momentos se puede obtener la media y la varianza de la distribución, dadas por:

$$\mu = E(X) = \left. \frac{\partial M_X(t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \theta + \beta\gamma_0. \quad (3.17)$$

Donde $\gamma_0 = 0.577216$ es llamada la constante de Euler.

De la misma forma para la varianza

$$\sigma^2 = E\{(X - \mu)^2\} = \frac{\pi^2\beta^2}{6}. \quad (3.18)$$

Generación de variables aleatorias Gumbel

Sea U una variable aleatoria uniforme en el intervalo $(0, 1)$, entonces la variable aleatoria $X = \theta - \beta \ln(-\ln(U))$ tiene distribución $Gum(\theta, \beta)$, lo que se demuestra con el método de la transformada inversa.

3.4. Prueba de razón de verosimilitudes generalizada

El método de máxima verosimilitud es, por mucho, la técnica más popular para obtener estimadores. Recuerde que si X_1, \dots, X_n es una muestra aleatoria de variables (independientes e idénticamente distribuidas) de una población con función de densidad de probabilidades $f(x|\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$, la función de verosimilitud está definida por:

$$L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}) = L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k|x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i|\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k). \quad (3.19)$$

Que nos dice que dada una realización de la muestra \mathbf{x} , se define $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x})$ como los valores de los parámetros para los cuales la función de verosimilitud $L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ obtiene su máximo, como función de $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$. Por lo tanto, los valores de los estimadores de máxima verosimilitud son los valores de los parámetros que garantizan con mayor

3.4. Prueba de razón de verosimilitudes generalizada

probabilidad que se puede obtener una muestra como la observada.

Además de la estimación de parámetros, el método de máxima verosimilitud es clave para el contraste de pruebas de hipótesis estadísticas.

Razón de verosimilitudes

Suponga que se tiene X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de una población con función de densidad de probabilidades dada por $f(x|\theta)$; y sea $\Omega = \{\theta_0, \theta_1\}$ que denota el espacio paramétrico, y se quiere realizar el siguiente contraste de hipótesis simples:

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

vs

$$H_1 : \theta = \theta_1.$$

Para obtener una buena prueba se requiere de un método que sea estadísticamente razonable en la comparación de las verosimilitudes de la hipótesis nula y alterna. Luego, recordando los estimadores de máxima verosimilitud que involucran parámetros y variables aleatorias, parece lógico proponer una razón de verosimilitudes entre las funciones de verosimilitud bajo la hipótesis nula y la hipótesis alterna.

Definición 3.1 *La prueba de razón de verosimilitudes para probar $H_0 : \theta = \theta_0$ vs $H_1 : \theta = \theta_1$ es:*

$$\lambda(\mathbf{x}) = \frac{L(\theta_0|\mathbf{X})}{L(\theta_1|\mathbf{X})} = \frac{f(\mathbf{x}; \theta_0)}{f(\mathbf{x}; \theta_1)}. \quad (3.20)$$

Una prueba de razón de verosimilitudes es cualquier prueba que tiene una región de rechazo de la forma $\{\mathbf{X}|\lambda(\mathbf{x}) \leq k\}$, donde k es cualquier número que satisface $0 \leq k \leq 1$.

Es razonable tomar como regla de decisión: rechazar la hipótesis nula cuando la función de verosimilitud $L(\theta_0|\mathbf{X})$ sea más pequeña que $L(\theta_1|\mathbf{X})$.

Es decir, que la razón $\lambda(\mathbf{x})$ sea pequeña y por tanto, obtener una función de prueba

3.4. Prueba de razón de verosimilitudes generalizada

tal que:

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \lambda(\mathbf{x}) < k \\ 0 & \text{si } \lambda(\mathbf{x}) > k \\ c & \text{si } \lambda(\mathbf{x}) = k. \end{cases} \quad (3.21)$$

Donde k es el valor crítico y $\lambda(\mathbf{x})$ es la estadística de prueba con la que se toma la decisión de rechazar H_0 con probabilidad $\phi(\mathbf{x})$ dado un nivel de significancia $\alpha \in (0, 1)$, donde:

$$\alpha = P(\lambda(\mathbf{X}) < k | \theta_0) + c \times P(\lambda(\mathbf{X}) = k | \theta_0). \quad (3.22)$$

Cuando se están trabajando con variables aleatorias continuas, $c = 0$.

En el caso de las pruebas simple contra simple, el lemma de Neyman-Pearson garantiza que utilizando el método de razón de verosimilitudes se encuentra la prueba más potente de tamaño α , para $\alpha \in (0, 1)$.

Prueba de la razón de verosimilitudes generalizada

La prueba de razón de verosimilitudes se puede usar cuando se tienen diferentes contrastes de hipótesis: simple contra simple, simple contra compuesta, compuesta contra simple y compuesta contra compuesta; y de esta manera obtener la prueba más potente de tamaño α o la prueba uniformemente más potente de tamaño α según sea el caso.

Sin embargo, en el caso de los contrastes de hipótesis compuesta contra compuesta la prueba uniformemente más potente de tamaño α no siempre existe o su obtención resulta un tanto laboriosa, sin embargo, debido a su utilidad en diversas aplicaciones, se buscan nuevos métodos que sean fáciles de manejar para determinar dicha prueba. También suele darse el caso en el que para X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de variables (independientes e idénticamente distribuidas) de una población no sólo se quiere probar sobre un parámetro sino que se quiere probar un conjunto de ellos, es decir: $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$, donde la hipótesis a probar está dada por:

$$H_0 : \boldsymbol{\theta} \in \omega$$

vs

$$H_1 : \boldsymbol{\theta} \in \Omega - \omega.$$

3.4. Prueba de razón de verosimilitudes generalizada

Donde Ω es el espacio paramétrico y $\omega \in \Omega$.

Definición 3.2 Sea $L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k | x_1, x_2, \dots, x_n)$ la función de verosimilitud con base en una muestra aleatoria X_1, \dots, X_n que tiene función de densidad conjunta $f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n; \boldsymbol{\theta})$, donde $\boldsymbol{\theta} \in \Omega$ y $\omega \subset \Omega$. La razón de verosimilitudes generalizada para probar $H_0 : \boldsymbol{\theta} \in \omega$ vs $H_1 : \boldsymbol{\theta} \in \Omega$ se define como:

$$\lambda(\mathbf{x}) = \frac{\max_{\boldsymbol{\theta} \in \omega} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k | x_1, \dots, x_n)}{\max_{\boldsymbol{\theta} \in \Omega} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k | x_1, \dots, x_n)}. \quad (3.23)$$

Igual que en la prueba anterior $0 \leq \lambda(\mathbf{x}) \leq 1$ y de igual manera:

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \lambda(\mathbf{x}) < k \\ 0 & \text{si } \lambda(\mathbf{x}) > k \\ c & \text{si } \lambda(\mathbf{x}) = k. \end{cases} \quad (3.24)$$

Donde k es la constante crítica y $\lambda(\mathbf{x})$ es la estadística de prueba con la que se tomará la decisión de rechazar o no la hipótesis nula dado un nivel de significancia α , donde:

$$\alpha = \text{Sup}_{\boldsymbol{\theta} \in \omega} P(\lambda(\mathbf{X}) < k | \boldsymbol{\theta} \in \omega) + c \times P(\lambda(\mathbf{X}) = k | \boldsymbol{\theta} \in \omega). \quad (3.25)$$

$c = 0$ cuando se está trabajando con variables aleatorias continuas.

Una de las principales complicaciones al utilizar esta prueba es realizar las transformaciones adecuadas para hacer que $\lambda(\mathbf{x})$ tenga una distribución conocida y una vez obtenida calcular la constante crítica al nivel de significancia indicado y establecer la regla de decisión $\phi(\mathbf{x})$.

En caso de que la estadística de prueba no tenga distribución conocida, se hace uso de simulación.

Capítulo 4

Prueba de comparación de medias de dos poblaciones Gumbel basada en la razón de verosimilitudes generalizada

Una forma de obtener una prueba para comparar las medias de dos poblaciones Gumbel independientes es mediante el método de la razón de verosimilitudes generalizada, que en términos generales consiste en lo siguiente:

Sea X_1, X_2, \dots, X_m una muestra aleatoria de tamaño m de una distribución Gumbel $Gum(\theta_1, \beta_1)$ y sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución Gumbel $Gum(\theta_2, \beta_2)$, independientes.

Se desea verificar que:

$$H_0 : \theta_1 + \gamma_0 \beta_1 = \theta_2 + \gamma_0 \beta_2$$

vs

$$H_1 : \theta_1 + \gamma_0 \beta_1 \neq \theta_2 + \gamma_0 \beta_2.$$

Siguiendo la metodología para obtener dicha prueba, lo primero que se debe calcular es la función de verosimilitud $L_X(\theta_1, \theta_2, \beta_1, \beta_2)$, identificando ω y Ω , donde Ω es el espacio paramétrico, $H_0 : \boldsymbol{\theta} \in \omega$ y $H_1 : \boldsymbol{\theta} \in \Omega - \omega$. Una vez obtenida la función de verosimilitud, se determinan los estimadores de máxima verosimilitud bajo ω y Ω

4.1. Caso 1. β_1 y β_2 conocidas e iguales

para calcular así $\lambda(\mathbf{x})$ y por medio de reducciones encontrar una estadística de prueba. Con dicha estadística se calcula la constante crítica a un nivel de significancia deseado y se establece la regla de decisión.

Observe que si se aborda de manera directa la metodología presentada para obtener dicha prueba no es posible obtenerla en este caso por las consideraciones siguientes: El espacio paramétrico de Ω es de cuatro dimensiones, es decir, cuenta con cuatro parámetros $(\theta_1, \theta_2, \beta_1, \beta_2)$. En el espacio paramétrico de ω , aunque se reduce a tres dimensiones, no es posible la obtención de los estimadores de máxima verosimilitud de manera analítica. De igual forma, al momento de encontrar los estimadores de máxima verosimilitud bajo Ω , no es posible obtener de manera analítica una expresión para $\hat{\beta}_1$ ni para $\hat{\beta}_2$, imposibilitando así la obtención de una expresión para $\lambda(\mathbf{x})$. Para hacer frente a esta dificultad, se dividió la prueba en los cuatro posibles escenarios en donde β_1 y β_2 pueden satisfacer algunas condiciones, para que de esta manera se obtenga la prueba deseada.

4.1. Caso 1. β_1 y β_2 conocidas e iguales

Sea X_1, X_2, \dots, X_m una muestra aleatoria de tamaño m de una distribución Gumbel $Gum(\theta_1, \beta_1)$ y sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución Gumbel $Gum(\theta_2, \beta_2)$, independientes.

Además se supone que $\beta_1 = \beta_2 = \beta > 0$ por lo que la prueba de hipótesis para comparar las medias de ambas poblaciones queda de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccc} H_0 : \theta_1 + \gamma_0\beta = \theta_2 + \gamma_0\beta & & H_0 : \theta_1 = \theta_2 \\ vs & \iff & vs \\ H_1 : \theta_1 + \gamma_0\beta \neq \theta_2 + \gamma_0\beta & & H_1 : \theta_1 \neq \theta_2. \end{array}$$

Donde $\gamma_0 = 0.577216$.

Para realizar el contraste de hipótesis anterior, recuerde que la transformación $Y = e^{-\frac{X}{\beta}}$ tiene distribución exponencial presentada en la ecuación (3.13); por lo que si se define para $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2, \dots, n$ a:

$$\begin{aligned} V_i &= e^{-\frac{X_i}{\beta}} \sim \exp\left(e^{-\frac{\theta_1}{\beta}}\right) \\ W_j &= e^{-\frac{Y_j}{\beta}} \sim \exp\left(e^{-\frac{\theta_2}{\beta}}\right). \end{aligned} \tag{4.1}$$

4.1. Caso 1. β_1 y β_2 conocidas e iguales

Por lo tanto, el juego de hipótesis anterior se puede replantear de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccc}
 H_0 : e^{-\frac{\theta_1}{\beta}} = e^{-\frac{\theta_2}{\beta}} & H_0 : \frac{\theta_1}{\beta} = \frac{\theta_2}{\beta} & H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \theta \\
 \text{vs} & \iff & \text{vs} \\
 H_1 : e^{-\frac{\theta_1}{\beta}} \neq e^{-\frac{\theta_2}{\beta}} & H_1 : \frac{\theta_1}{\beta} \neq \frac{\theta_2}{\beta} & H_1 : \theta_1 \neq \theta_2.
 \end{array}$$

Función de verosimilitud

$$\begin{aligned}
 L_{VW}(\theta_1, \theta_2) &= \prod_{i=1}^m e^{\frac{\theta_1}{\beta}} \exp\left\{-e^{\frac{\theta_1}{\beta}} v_i\right\} \prod_{j=1}^n e^{\frac{\theta_2}{\beta}} \exp\left\{-e^{\frac{\theta_2}{\beta}} w_j\right\} \\
 &= \left(e^{\frac{\theta_1}{\beta}}\right)^m \left(e^{\frac{\theta_2}{\beta}}\right)^n \exp\left\{-\left(e^{\frac{\theta_1}{\beta}} \sum_{i=1}^m v_i + e^{\frac{\theta_2}{\beta}} \sum_{j=1}^n w_j\right)\right\}. \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

Estimadores de máxima verosimilitud bajo Ω

$$\begin{aligned}
 \ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_{\Omega} &= \frac{m\theta_1}{\beta} + \frac{n\theta_2}{\beta} - e^{\frac{\theta_1}{\beta}} \sum_{i=1}^m v_i - e^{\frac{\theta_2}{\beta}} \sum_{j=1}^n w_j \\
 \frac{\partial \ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_{\Omega}}{\partial \theta_1} &= \frac{m}{\beta} - \frac{1}{\beta} e^{\frac{\theta_1}{\beta}} \sum_{i=1}^m v_i = 0 \Rightarrow e^{\frac{\theta_1}{\beta}} = \frac{m}{\sum_{i=1}^m v_i} \\
 \hat{\theta}_1 &= \beta \ln \left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m v_i} \right). \quad (4.3) \\
 \frac{\partial \ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_{\Omega}}{\partial \theta_2} &= \frac{n}{\beta} - \frac{1}{\beta} e^{\frac{\theta_2}{\beta}} \sum_{j=1}^n w_j = 0 \Rightarrow e^{\frac{\theta_2}{\beta}} = \frac{n}{\sum_{j=1}^n w_j} \\
 \hat{\theta}_2 &= \beta \ln \left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n w_j} \right).
 \end{aligned}$$

4.1. Caso 1. β_1 y β_2 conocidas e iguales

Estimadores de máxima verosimilitud bajo ω , es decir, $\theta_1 = \theta_2 = \theta$

$$L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\omega = \left(e^{\frac{\theta}{\beta}}\right)^{m+n} \exp \left\{ -e^{\frac{\theta}{\beta}} \left(\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j \right) \right\}$$

$$\ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\omega = \frac{(m+n)\theta}{\beta} - e^{\frac{\theta}{\beta}} \left(\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j \right)$$

$$\frac{\partial \ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\omega}{\partial \theta} = \frac{m+n}{\beta} - \frac{1}{\beta} e^{\frac{\theta}{\beta}} \left(\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j \right) = 0 \Rightarrow e^{\frac{\theta}{\beta}} = \frac{m+n}{\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j}$$

$$\hat{\theta} = \beta \ln \left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j} \right). \quad (4.4)$$

Razón de verosimilitudes

$$\lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \frac{L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\omega}{L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\Omega} = \frac{\left(e^{\frac{\hat{\theta}}{\beta}}\right)^{m+n} \exp \left\{ -e^{\frac{\hat{\theta}}{\beta}} \left(\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j \right) \right\}}{\left(e^{\frac{\hat{\theta}_1}{\beta}}\right)^m \left(e^{\frac{\hat{\theta}_2}{\beta}}\right)^n \exp \left\{ - \left(e^{\frac{\hat{\theta}_1}{\beta}} \sum_{i=1}^m v_i + e^{\frac{\hat{\theta}_2}{\beta}} \sum_{j=1}^n w_j \right) \right\}}. \quad (4.5)$$

4.1. Caso 1. β_1 y β_2 conocidas e iguales

Sustituyendo $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ y $\hat{\theta}$ en la expresión anterior:

$$\begin{aligned}
 \lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) &= \frac{\left(e^{\frac{\beta \ln \left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j} \right)}{\beta}} \right)^{m+n} \exp \left\{ -e^{\frac{\beta \ln \left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j} \right)}{\beta}} \left(\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j \right) \right\}}{\left(e^{\frac{\beta \ln \left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m v_i} \right)}{\beta}} \right)^m \left(e^{\frac{\beta \ln \left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n w_j} \right)}{\beta}} \right)^n \exp \left\{ -e^{\frac{\beta \ln \left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m v_i} \right)}{\beta}} \sum_{i=1}^m v_i - e^{\frac{\beta \ln \left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n w_j} \right)}{\beta}} \sum_{j=1}^n w_j \right\}} \\
 &= \frac{\left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j} \right)^{m+n} \exp \left\{ - \left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j} \right) \left(\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j \right) \right\}}{\left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m v_i} \right)^m \left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n w_j} \right)^n \exp \left\{ - \frac{m}{\sum_{i=1}^m v_i} \sum_{i=1}^m v_i - \frac{n}{\sum_{j=1}^n w_j} \sum_{j=1}^n w_j \right\}} \\
 &= \frac{\left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m v_i + \sum_{j=1}^n w_j} \right)^{m+n} \exp \{ -(m+n) \}}{\left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m v_i} \right)^m \left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n w_j} \right)^n \exp \{ -(m+n) \}}. \tag{4.6}
 \end{aligned}$$

Estadística de prueba

Sea $L = \sum_{j=1}^n W_j$ y $Z = \sum_{i=1}^m V_i$.

Debido a que tanto V_i como W_j tienen distribución exponencial, entonces L tiene distribución Gamma con parámetros n y $e^{\frac{\theta_2}{\beta}}$ y se denota como: $L \sim \Gamma \left(n, e^{\frac{\theta_2}{\beta}} \right)$ y de igual forma: $Z \sim \Gamma \left(m, e^{\frac{\theta_1}{\beta}} \right)$ por lo que:

$$\begin{aligned}
 \lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) &= \frac{\left(\frac{m+n}{z+l} \right)^{m+n}}{\left(\frac{m}{z} \right)^m \left(\frac{n}{l} \right)^n} = \frac{(m+n)^{m+n}}{m^m n^n} \frac{z^m l^n}{(z+l)^{m+n}} = \frac{(m+n)^{m+n}}{m^m n^n} \left(\frac{z}{z+l} \right)^m \left(\frac{l}{z+l} \right)^n < k \\
 &= \left(\frac{m/n}{m/n} \right)^m \left(\frac{z}{z+l} \right)^m \left(\frac{n/m}{n/m} \right)^n \left(\frac{l}{z+l} \right)^n < k_1 \\
 &= \left(\frac{m/n}{m/n} \right)^m \left(\frac{1}{1 + \frac{l}{z}} \right)^m \left(\frac{n/m}{n/m} \right)^n \left(\frac{1}{1 + \frac{z}{l}} \right)^n < k_1 \\
 &= \left(\frac{m/n}{\frac{m}{n} + \frac{l/n}{z/m}} \right)^m \left(\frac{n/m}{\frac{n}{m} + \frac{z/m}{l/n}} \right)^n < k_1. \tag{4.7}
 \end{aligned}$$

Sea $R = \frac{L/n}{Z/m}$, entonces, para una realización r de R :

$$\lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \left(\frac{m/n}{\frac{m}{n} + r} \right)^m \left(\frac{n/m}{\frac{n}{m} + \frac{1}{r}} \right)^n = \left(\frac{1}{1 + \frac{n}{m} r} \right)^m \left(\frac{1}{1 + \frac{m}{n} \frac{1}{r}} \right)^n < k_1. \tag{4.8}$$

4.1. Caso 1. β_1 y β_2 conocidas e iguales

Observe que bajo $H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \theta$ se tiene que:

$$R = \frac{L/n}{Z/m} = \frac{2e^{\frac{\theta}{\beta}} \Gamma\left(\frac{2n}{2}, 2\right) / n}{2e^{\frac{\theta}{\beta}} \Gamma\left(\frac{2m}{2}, 2\right) / m} = \frac{\chi_{2n}^2 / 2n}{\chi_{2m}^2 / 2m} \sim F_{2m}^{2n}. \quad (4.9)$$

Donde χ_{2n}^2 representa a la distribución ji-cuadrada con $2n$ grados de libertad y F_{2m}^{2n} representa a la distribución F con $2n$ y $2m$ grados de libertad.

Si se realiza bajo la hipótesis nula la transformación $T = \frac{1}{1 + \frac{n}{m}R}$ se obtiene:

$$\begin{aligned} F_T(t) &= P(T \leq t) = P\left(\frac{1}{1 + \frac{n}{m}R} \leq t\right) = P\left(1 \leq t\left(1 + \frac{n}{m}R\right)\right) = P\left(1 \leq t\left(\frac{m+n}{m}R\right)\right) \\ &= P(m \leq tm + tnR) = P(m - tnR \leq tm) = P(-tnR \leq tm - m) \\ &= P\left(R > \frac{m(t-1)}{-tn}\right) = 1 - P\left(R \leq \frac{m(1-t)}{tn}\right) = 1 - F_R\left(\frac{m(1-t)}{tn}\right). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Por lo tanto, $f_T(t) = f_R\left(\frac{m(1-t)}{tn}\right) \frac{m}{t^2n}$, donde $R \sim F_{2m}^{2n}$.

$$\begin{aligned} f_T(t) &= \frac{1}{B(m, n)} \left(\frac{n}{m}\right)^n \left(\frac{m(1-t)}{tn}\right)^{n-1} \left(1 + \frac{n}{m} \left(\frac{m(1-t)}{tn}\right)\right)^{-(n+m)} \frac{m}{t^2n} \\ &= \frac{1}{B(m, n)} n^n m^{-n} m^{n-1} (1-t)^{n-1} t^{-(n-1)} n^{-(n-1)} \left(\frac{1}{t}\right)^{-(m+n)} \frac{m}{t^2n} \\ &= \frac{1}{B(m, n)} t^{m-1} (1-t)^{n-1} \sim Beta(m, n). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Donde $B(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$ y T tiene distribución Beta con parámetros m, n.

Recuerde que si $T \sim Beta(m, n)$, entonces $1 - T \sim Beta(n, m)$, por lo tanto:

$$\lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \left(\frac{1}{1 + \frac{n}{m}r}\right)^m \left(\frac{1}{1 + \frac{m}{n}r}\right)^n = T^m (1 - T)^n = G(T). \quad (4.12)$$

De aquí que la función de prueba está dada por:

$$\phi(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \begin{cases} 1 & \text{si } T^m (1 - T)^n < k_1 \\ 0 & \text{si } T^m (1 - T)^n > k_1. \end{cases} \quad (4.13)$$

4.1. Caso 1. β_1 y β_2 conocidas e iguales

Para obtener la estadística de prueba, se encontró que bajo H_0 , $T \sim Beta(m, n)$, donde:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^m e^{-\frac{x_i}{\beta}}}{\sum_{i=1}^m e^{-\frac{x_i}{\beta}} + \sum_{j=1}^n e^{-\frac{y_j}{\beta}}}. \quad (4.14)$$

Debido a que $G(t) = t^m(1-t)^n$ no es monótona en t , la obtención de las constantes críticas no se pueden obtener de manera analítica y por lo tanto, se emplea la siguiente metodología.

Constante crítica

Si se considera la función $G(t) = t^m(1-t)^n$ y se traza su gráfica se obtiene:

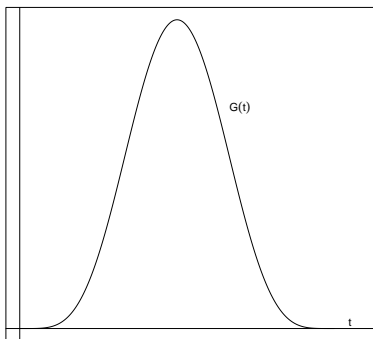


Figura 4.1: Gráfica de la función $G(t)$.

De acuerdo al problema original, para determinar la constante crítica k_1 , tal que $\lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = t^m(1-t)^n < k_1$, es equivalente determinar los valores del argumento de la función $G(t)$ tal que $G(t) < k_1$. En la figura siguiente se denotan por a y b , pero el argumento es t , que como variable aleatoria, $T \sim Beta(m, n)$.

$\lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) < k_1$, es equivalente a decir que $T < a$ ó $T > b$, donde se debe cumplir que $G(a) = G(b)$ para una prueba de tamaño α .

4.1. Caso 1. β_1 y β_2 conocidas e iguales

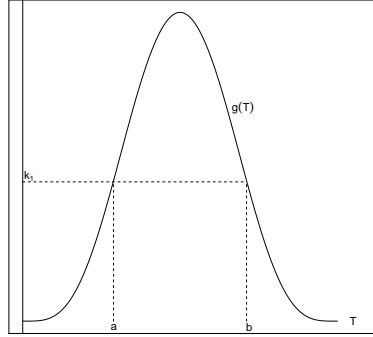


Figura 4.2: Gráfica de la función $G(T)$ donde $G(a) = G(b) = k_1$.

Recuerde que de (3.25) se tiene que:

$$\alpha = \max_{\theta} P(\text{Error tipo I} | H_0) = P(T^m(1-T)^n < k_1 | H_0) = P(T < a \text{ ó } T > b)$$

$$\alpha = 1 - P(a < T < b) \Rightarrow 1 - \alpha = P(a < T < b)$$

$$1 - \alpha = F_T(b) - F_T(a). \quad (4.15)$$

Junto con la restricción de que $G(a) = G(b)$, por lo que:

$$a^m(1-a)^n = b^m(1-b)^n \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^m \left(\frac{1-a}{1-b}\right)^n = 1. \quad (4.16)$$

Con (4.15) y (4.16) se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que nos ayudarán a encontrar las constantes críticas para un nivel de significancia α previamente establecido. Es decir:

$$\begin{aligned} 1 - \alpha &= F_T(b) - F_T(a) \\ 1 &= \left(\frac{a}{b}\right)^m \left(\frac{1-a}{1-b}\right)^n. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Donde F_T es la función de distribución de la distribución $Beta(m, n)$.

Obteniendo los valores de a y b , la función de prueba queda definida de la siguiente manera:

$$\phi(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \begin{cases} 1 & \text{si } T < a \text{ ó } T > b \\ 0 & \text{si } a < T < b. \end{cases} \quad (4.18)$$

La tabla de constantes críticas para diferentes valores de m , n y α , se presenta en el

Anexo II.

4.2. Caso 2. β_1 y β_2 desconocidas pero se sabe que son iguales

Sea X_1, X_2, \dots, X_m una muestra aleatoria de tamaño m de una distribución Gumbel $Gum(\theta_1, \beta_1)$ y sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución Gumbel $Gum(\theta_2, \beta_2)$, independientes.

Se tiene que $\beta_1 = \beta_2 = \beta > 0$ desconocida, por lo que (ver sección 4.1) la prueba de hipótesis queda de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccc} H_0 : \theta_1 + \gamma_0\beta = \theta_2 + \gamma_0\beta & & H_0 : \theta_1 = \theta_2 \\ vs & \iff & vs \\ H_1 : \theta_1 + \gamma_0\beta \neq \theta_2 + \gamma_0\beta & & H_1 : \theta_1 \neq \theta_2. \end{array}$$

Para este caso no es posible utilizar el método de razón de verosimilitudes generalizada ya que el estimador de máxima verosimilitud para β no se puede obtener de manera analítica y por lo tanto no es posible encontrar una estadística de prueba adecuada.

De igual manera, si se utiliza la transformación (4.14) que se empleó en el caso 1, la estadística de prueba es:

$$T_* = \frac{\sum_{i=1}^m e^{-\frac{X_i}{\hat{\beta}}}}{\sum_{i=1}^m e^{-\frac{X_i}{\hat{\beta}}} + \sum_{j=1}^n e^{-\frac{Y_j}{\hat{\beta}}}}. \quad (4.19)$$

Donde $\hat{\beta}$ es el estimador de máxima verosimilitud de β , que bajo H_0 , T_* no necesariamente tiene una distribución $Beta(m, n)$ como en el caso 1.

Para este caso la función de prueba es:

$$\phi(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \begin{cases} 1 & \text{si } T_*^m(1 - T_*)^n < k_1 \\ 0 & \text{si } T_*^m(1 - T_*)^n > k_1. \end{cases} \quad (4.20)$$

Por lo anterior, este caso se resolverá mediante el método de Bootstrap paramétrico. El método original de Bootstrap fue introducido por (B. Efron) en 1979, el Bootstrap

4.2. Caso 2. β_1 y β_2 desconocidas pero se sabe que son iguales

paramétrico es una versión del original.

El Bootstrap paramétrico es un método de simulación en el que se conoce la función de densidad $f(\theta)$ de la cual proviene una muestra aleatoria \mathbf{x} , aunque se desconocen los valores de los parámetros de la misma.

De la muestra aleatoria \mathbf{x} se obtiene un estimador $\hat{\theta}$ y con éste valor, se generan muestras aleatorias de la función de densidad $f(x, \hat{\theta})$ y el conjunto de todas estas muestras generadas se utilizan para hacer inferencias a cerca de la muestra original.

Debido a que se asume que β_1 y β_2 son iguales aunque desconocidas, una prueba de comparación de medias necesariamente implica que, bajo H_0 , ambas muestras aleatorias provienen de la misma población.

La metodología que se propone para resolver la prueba de comparación de medias para el caso 2 es mediante Bootstrap se describe a continuación:

1. Se conjuntan las observaciones x_1, x_2, \dots, x_m y y_1, y_2, \dots, y_n en una sola muestra \mathbf{z} de tamaño $m + n$.
2. Con la muestra \mathbf{z} se encuentran los estimadores de máxima verosimilitud (EMV) de θ y β , llamados $\hat{\theta}_0$ y $\hat{\beta}_0$ respectivamente, mediante Newton-Rhapson, ya que no se pueden obtener de manera analítica.
3. Con el valor de $\hat{\beta}_0$, se calcula el valor de $T_{*,0}$ dado en (4.19), y se obtiene $G_{*,0} = T_{*,0}^m(1 - T_{*,0})^n$.
4. Se extrae una muestra aleatoria $Gum(\hat{\theta}_0, \hat{\beta}_0)$ de tamaño $m + n$ y se obtiene el EMV de β .
5. La nueva muestra generada se divide en dos partes (z_1, z_2, \dots, z_m) y $(z_{m+1}, z_{m+2}, \dots, z_{m+n})$ y se calcula el valor de $T_{*,1}$ y el de $G_{*,1} = T_{*,1}^m(1 - T_{*,1})^n$.
6. Se repiten los pasos 4 y 5 r veces para calcular $G_{*,1}, G_{*,2}, \dots, G_{*,r}$, donde r es la cantidad de estimaciones Bootstrap para determinar los cuantiles Bootstrap.
7. Se ordenan de forma no decreciente los valores de $G_{*,i}$ y se obtienen los cuantiles $G_{*,\frac{\alpha}{2}}$ y $G_{*,1-\frac{\alpha}{2}}$.
8. Regla de decisión: Se comparan los cuantiles del paso anterior con $G_{*,0}$.
 - Si $G_{*,0} < G_{*,\frac{\alpha}{2}}$ ó $G_{*,0} > G_{*,1-\frac{\alpha}{2}}$ se rechaza H_0 al nivel de significancia α .
 - Si $G_{*,\frac{\alpha}{2}} < G_{*,0} < G_{*,1-\frac{\alpha}{2}}$ no se rechaza H_0 al nivel de significancia α .

4.3. Caso 3. β_1 y β_2 conocidas diferentes

En el Anexo I se presenta el código con el software R para resolver mediante Bootstrap el caso 2 descrito anteriormente.

4.3. Caso 3. β_1 y β_2 conocidas diferentes

Sea X_1, X_2, \dots, X_m una muestra aleatoria de tamaño m de una distribución Gumbel $Gum(\theta_1, \beta_1)$ y sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución Gumbel $Gum(\theta_2, \beta_2)$, independientes.

Se desea verificar que:

$$H_0 : \theta_1 + \gamma_0 \beta_1 = \theta_2 + \gamma_0 \beta_2$$

vs

$$H_1 : \theta_1 + \gamma_0 \beta_1 \neq \theta_2 + \gamma_0 \beta_2.$$

Para simplificar el contraste anterior, note que si $X \sim Gum(\theta, \beta)$, la transformación $Y = \frac{X}{\beta}$ tiene distribución Gumbel con parámetros $Gum(\frac{\theta}{\beta}, 1)$. Por lo tanto, si se define para $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2, \dots, n$ a:

$$\begin{aligned} V_i &= \frac{X_i}{\beta_1} \sim Gum\left(\frac{\theta_1}{\beta_1}, 1\right) \\ W_j &= \frac{Y_j}{\beta_2} \sim Gum\left(\frac{\theta_2}{\beta_2}, 1\right). \end{aligned} \tag{4.21}$$

Por lo tanto, el juego de hipótesis anterior se puede replantear de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} H_0 : \frac{\theta_1}{\beta_1} + \gamma_0 &= \frac{\theta_2}{\beta_2} + \gamma_0 & H_0 : \frac{\theta_1}{\beta_1} &= \frac{\theta_2}{\beta_2} = \psi \\ vs & & vs & \\ H_1 : \frac{\theta_1}{\beta_1} + \gamma_0 &\neq \frac{\theta_2}{\beta_2} + \gamma_0 & H_1 : \frac{\theta_1}{\beta_1} &\neq \frac{\theta_2}{\beta_2}. \end{aligned} \iff$$

Función de verosimilitud

$$\begin{aligned}
 L_{VW}(\theta_1, \theta_2) &= \prod_{i=1}^m \exp \left\{ -e^{-\left(v_i - \frac{\theta_1}{\beta_1}\right)} - \left(v_i - \frac{\theta_1}{\beta_1}\right) \right\} \prod_{j=1}^n \exp \left\{ -e^{-\left(w_j - \frac{\theta_2}{\beta_2}\right)} - \left(w_j - \frac{\theta_2}{\beta_2}\right) \right\} \\
 &= \exp \left\{ -\sum_{i=1}^m e^{-\left(v_i - \frac{\theta_1}{\beta_1}\right)} \right\} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^m \left(v_i - \frac{\theta_1}{\beta_1}\right) \right\} \times \\
 &\quad \exp \left\{ -\sum_{j=1}^n e^{-\left(w_j - \frac{\theta_2}{\beta_2}\right)} \right\} \exp \left\{ -\sum_{j=1}^n \left(w_j - \frac{\theta_2}{\beta_2}\right) \right\} \\
 &= \exp \left\{ -e^{\frac{\theta_1}{\beta_1}} \sum_{i=1}^m e^{-v_i} \right\} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^m v_i \right\} \exp \left\{ \frac{m\theta_1}{\beta_1} \right\} \times \\
 &\quad \exp \left\{ -e^{\frac{\theta_2}{\beta_2}} \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right\} \exp \left\{ -\sum_{j=1}^n w_j \right\} \exp \left\{ \frac{n\theta_2}{\beta_2} \right\}. \quad (4.22)
 \end{aligned}$$

Estimadores de máxima verosimilitud bajo Ω

$$\begin{aligned}
 \ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\Omega &= -e^{\frac{\theta_1}{\beta_1}} \sum_{i=1}^m e^{-v_i} - \sum_{i=1}^m v_i + \frac{m\theta_1}{\beta_1} - e^{\frac{\theta_2}{\beta_2}} \sum_{j=1}^n e^{-w_j} - \sum_{j=1}^n w_j + \frac{n\theta_2}{\beta_2} \\
 \frac{\partial \ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\Omega}{\partial \theta_1} &= -\frac{1}{\beta_1} e^{\frac{\theta_1}{\beta_1}} \sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \frac{m}{\beta_1} = 0 \Rightarrow e^{\frac{\theta_1}{\beta_1}} \sum_{i=1}^m e^{-v_i} = m \\
 \hat{\theta}_1 &= \beta_1 \ln \left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i}} \right) \\
 \frac{\partial \ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\Omega}{\partial \theta_2} &= -\frac{1}{\beta_2} e^{\frac{\theta_2}{\beta_2}} \sum_{j=1}^n e^{-w_j} + \frac{n}{\beta_2} = 0 \Rightarrow e^{\frac{\theta_2}{\beta_2}} \sum_{j=1}^n e^{-w_j} = n \\
 \hat{\theta}_2 &= \beta_2 \ln \left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n e^{-w_j}} \right). \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

4.3. Caso 3. β_1 y β_2 conocidas diferentes

Estimadores de máxima verosimilitud bajo ω , es decir, $\frac{\theta_1}{\beta_1} = \frac{\theta_2}{\beta_2} = \psi$

$$\begin{aligned}
 L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\omega &= \exp \left\{ -e^\psi \sum_{i=1}^m e^{-v_i} - e^\psi \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right\} \exp \{m\psi + n\psi\} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^m v_i - \sum_{j=1}^n w_j \right\} \\
 \ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\omega &= -e^\psi \sum_{i=1}^m e^{-v_i} - e^\psi \sum_{j=1}^n e^{-w_j} + m\psi + n\psi - \sum_{i=1}^m v_i - \sum_{j=1}^n w_j \\
 \frac{\partial \ln L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\omega}{\partial \psi} &= -e^\psi \left(\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right) + m + n = 0 \\
 \hat{\psi} &= \ln \left(\frac{m + n}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j}} \right). \tag{4.24}
 \end{aligned}$$

Razón de verosimilitudes

$$\begin{aligned}
 \lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) &= \frac{L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\omega}{L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\Omega} \\
 &= \frac{\exp \left\{ -e^{\hat{\psi}} \left(\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right) \right\} \exp \left\{ \hat{\psi}(m + n) \right\} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^m v_i - \sum_{j=1}^n w_j \right\}}{\exp \left\{ -e^{\frac{\hat{\theta}_1}{\beta_1}} \sum_{i=1}^m e^{-v_i} - e^{\frac{\hat{\theta}_2}{\beta_2}} \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right\} \exp \left\{ \frac{\hat{\theta}_1}{\beta_1} m + \frac{\hat{\theta}_2}{\beta_2} n \right\} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^m v_i - \sum_{j=1}^n w_j \right\}}. \tag{4.25}
 \end{aligned}$$

4.3. Caso 3. β_1 y β_2 conocidas diferentes

Sustituyendo $\hat{\psi}$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ en la expresión anterior:

$$\begin{aligned}
\lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) &= \frac{\exp \left\{ -e^{\ln \left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right)} \left(\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right) \right\}}{\exp \left\{ -e^{\ln \left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} \right)} \sum_{i=1}^m e^{-v_i} - e^{\ln \left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right)} \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right\}} \times \\
&\quad \frac{\exp \left\{ \ln \left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right) (m+n) \right\}}{\exp \left\{ \frac{\beta_1 \ln \left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} \right)} m + \frac{\beta_2 \ln \left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right)} n \right\}} \\
&= \frac{\exp \left\{ - \left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right) \left(\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right) \right\} \exp \left\{ \ln \left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right)^{(m+n)} \right\}}{\exp \left\{ - \frac{m}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i}} \sum_{i=1}^m e^{-v_i} - \frac{n}{\sum_{j=1}^n e^{-w_j}} \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right\} \exp \left\{ \ln \left[\left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} \right)^m \right] + \ln \left[\left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right)^n \right] \right\}} \\
&= \frac{\exp \{ -(m+n) \} \left(\frac{m+n}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} + \sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right)^{(m+n)}}{\exp \{ -(m+n) \} \left(\frac{m}{\sum_{i=1}^m e^{-v_i} \right)^m \left(\frac{n}{\sum_{j=1}^n e^{-w_j} \right)^n}.} \tag{4.26}
\end{aligned}$$

Recuerde que si $V_i \sim Gum \left(\frac{\theta_1}{\beta_1}, 1 \right)$, entonces $e^{-V_i} \sim \exp \left(e^{\frac{\theta_1}{\beta_1}} \right)$, presentada en la ecuación (3.13).

Sea $Z = \sum_{i=1}^m e^{-V_i}$ y $L = \sum_{j=1}^n e^{-W_j}$.

Debido a que tanto e^{-V_i} como e^{-W_j} tienen distribución exponencial, entonces $Z \sim \Gamma \left(m, e^{\frac{\theta_1}{\beta_1}} \right)$ y $L \sim \Gamma \left(n, e^{\frac{\theta_2}{\beta_2}} \right)$ por lo que:

4.3. Caso 3. β_1 y β_2 conocidas diferentes

$$\begin{aligned}
 \lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) &= \frac{\left(\frac{m+n}{z+l}\right)^{m+n}}{\left(\frac{m}{z}\right)^m \left(\frac{n}{l}\right)^n} = \frac{(m+n)^{m+n}}{m^m n^n} \frac{z^m l^n}{(z+l)^{m+n}} = \frac{(m+n)^{m+n}}{m^m n^n} \left(\frac{z}{z+l}\right)^m \left(\frac{l}{z+l}\right)^n < k \\
 &= \left(\frac{m/n}{m/n}\right)^m \left(\frac{z}{z+l}\right)^m \left(\frac{n/m}{n/m}\right)^n \left(\frac{l}{z+l}\right)^n < k_1 \\
 &= \left(\frac{m/n}{m/n}\right)^m \left(\frac{1}{1+\frac{l}{z}}\right)^m \left(\frac{n/m}{n/m}\right)^n \left(\frac{1}{1+\frac{z}{l}}\right)^n < k_1 \\
 &= \left(\frac{m/n}{\frac{m}{n} + \frac{l/n}{z/m}}\right)^m \left(\frac{n/m}{\frac{n}{m} + \frac{z/m}{l/n}}\right)^n < k_1. \tag{4.27}
 \end{aligned}$$

De igual manera al caso 1, sea $R = \frac{L/n}{Z/m}$, entonces, para una realización r de R :

$$\lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \left(\frac{m/n}{\frac{m}{n} + r}\right)^m \left(\frac{n/m}{\frac{n}{m} + \frac{1}{r}}\right)^n = \left(\frac{1}{1 + \frac{n}{m}r}\right)^m \left(\frac{1}{1 + \frac{m}{n}\frac{1}{r}}\right)^n < k_1. \tag{4.28}$$

Observe que la razón de verosimilitudes obtenida en este tercer caso, es exactamente igual a la obtenida en el primer caso, expresada en la ecuación (4.8).

Note de igual manera que bajo $H_0 : \frac{\theta_1}{\beta_1} = \frac{\theta_2}{\beta_2} = \psi$ se tiene:

$$R = \frac{L/n}{Z/m} = \frac{2e^\psi \Gamma\left(\frac{2n}{2}, 2\right)/n}{2e^\psi \Gamma\left(\frac{2m}{2}, 2\right)/m} = \frac{\chi_{2n}^2/2n}{\chi_{2m}^2/2m} \sim F_{2m}^{2n}. \tag{4.29}$$

Que es la misma distribución de R bajo H_0 que en el primer caso, expresada en la ecuación (4.9).

Esto quiere decir que la obtención de la estadística de prueba y la constante crítica es exactamente igual que para el caso 1 (ver sección 4.1), en donde un sistema de ecuaciones con dos incógnitas son necesarios para obtener la constante crítica, dado un nivel de significancia α previamente establecido; es decir, encontrar a y b que satisfagan las dos ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned}
 1 - \alpha &= F_T(b) - F_T(a) \\
 1 &= \left(\frac{a}{b}\right)^m \left(\frac{1-a}{1-b}\right)^n. \tag{4.30}
 \end{aligned}$$

Donde F_T es la función de distribución de la distribución $Beta(m, n)$.

4.4. Caso 4. β_1 y β_2 desconocidas

Sea X_1, X_2, \dots, X_m una muestra aleatoria de tamaño m de una distribución Gumbel $Gum(\theta_1, \beta_1)$ y sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución Gumbel $Gum(\theta_2, \beta_2)$, independientes.

Se desea verificar que:

$$H_0 : \theta_1 + \gamma_0 \beta_1 = \theta_2 + \gamma_0 \beta_2$$

vs

$$H_1 : \theta_1 + \gamma_0 \beta_1 \neq \theta_2 + \gamma_0 \beta_2.$$

Igual que en el caso 2, no es posible utilizar el método de razón de verosimilitudes generalizada ya que los estimadores de máxima verosimilitud para β_1 y para β_2 no se pueden obtener de manera analítica y por tanto no es posible obtener una estadística de prueba adecuada.

De igual manera, si se utiliza la transformación que se empleó en el caso 3, la estadística de prueba es:

$$T_* = \frac{\sum_{i=1}^m e^{-\frac{X_i}{\hat{\beta}_1}}}{\sum_{i=1}^m e^{-\frac{X_i}{\hat{\beta}_1}} + \sum_{j=1}^n e^{-\frac{Y_j}{\hat{\beta}_2}}}. \quad (4.31)$$

Donde $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$ son los estimadores de máxima verosimilitud de β_1 y β_2 respectivamente, que bajo H_0 , T_* no necesariamente tiene una distribución $Beta(m, n)$ como en el caso 3.

Para este caso, la función de prueba es:

$$\phi(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \begin{cases} 1 & \text{si } T_*^m (1 - T_*)^n < k_1 \\ 0 & \text{si } T_*^m (1 - T_*)^n > k_1. \end{cases} \quad (4.32)$$

Por lo anterior, igual que en el caso 2, este caso se abordará mediante el método de Bootstrap paramétrico.

Debido a que en el caso 4 se asume que bajo $H_0 : \theta_1 + \gamma_0 \beta_1 = \theta_2 + \gamma_0 \beta_2$, necesariamente bajo la hipótesis nula $\theta_1 = \theta_2 + \gamma_0(\beta_2 - \beta_1)$, por lo que sólo serán tres los parámetros que se estimarán y $\hat{\theta}_1$ quedará en función de los valores que se estimen de los otros parámetros.

La metodología que se emplea para resolver este caso se ilustra a continuación.

4.5. Tamaño de la prueba T para los casos 1 y 3

1. Se obtiene el estimador de máxima verosimilitud (EMV) de β_1 para la muestra aleatoria x_1, x_2, \dots, x_m y los estimadores de máxima verosimilitud (EMV) de θ_2 y β_2 para la muestra aleatoria y_1, y_2, \dots, y_n mediante Newton-Rhapson.
2. Se obtiene el valor de $\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2 + \gamma_0(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_1)$.
3. Con los valores de $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$, se calcula el valor de $T_{*,0}$ dado en (4.31), y se obtiene $G_{*,0} = T_{*,0}^m(1 - T_{*,0})^n$.
4. Se extrae una muestra aleatoria $Gum(\hat{\theta}_1, \hat{\beta}_1)$ de tamaño m y se obtiene el EMV de β llamado β_1^* .
5. Se extrae una muestra aleatoria $Gum(\hat{\theta}_2, \hat{\beta}_2)$ de tamaño n y se obtiene el EMV de β llamado β_2^* .
6. Con $\hat{\beta}_1^*$ y $\hat{\beta}_2^*$ y el nuevo par de muestras aleatorias generadas, se calcula el valor de $T_{*,1}$ y el de $G_{*,1} = T_{*,1}^m(1 - T_{*,1})^n$.
7. Se repiten los pasos 4 al 6 r veces para calcular $G_{*,1}, G_{*,2}, \dots, G_{*,r}$, donde r es la cantidad de estimaciones Bootstrap para determinar los cuantiles Bootstrap.
8. Se ordenan de forma no decreciente los valores de $G_{*,i}$ y se obtienen los cuantiles $G_{*,\frac{\alpha}{2}}$ y $G_{*,1-\frac{\alpha}{2}}$.
9. Regla de decisión: Se comparan los cuantiles del paso anterior con $G_{*,0}$.
 - Si $G_{*,0} < G_{*,\frac{\alpha}{2}}$ ó $G_{*,0} > G_{*,1-\frac{\alpha}{2}}$ se rechaza H_0 al nivel de significancia α .
 - Si $G_{*,\frac{\alpha}{2}} < G_{*,0} < G_{*,1-\frac{\alpha}{2}}$ no se rechaza H_0 al nivel de significancia α .

En el Anexo I se presenta el código con el software R para resolver mediante Bootstrap el caso 4 descrito anteriormente.

4.5. Tamaño de la prueba T para los casos 1 y 3

Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra de variables aleatorias denotadas por \mathbf{X} .

En todo problema concreto, se requiere trabajar no con una muestra aleatoria, sino con sus realizaciones; así que se representa a R como el conjunto de todas las realizaciones de \mathbf{X} . En realidad una prueba de hipótesis es una partición de R en dos

4.5. Tamaño de la prueba T para los casos 1 y 3

subconjuntos, denotados por R_a y R_r llamados región de no rechazo y región de rechazo o región crítica, respectivamente, mediante una regla de decisión.

Sin embargo, en Estadística, los resultados no son 100 % confiables ya que siempre dependen de las condiciones aleatorias del fenómeno en estudio. Por tal razón, al tomar una decisión con respecto a la validez de una hipótesis, el decisor está propenso a cometer uno de dos posibles errores, los que obviamente se tratarán de que sean lo más pequeños posibles.

Definición 4.1 Se llama **Error tipo I** a la probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo que en realidad es verdadera. Por otro lado, se llama **Error tipo II**, a la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula siendo que en realidad es falsa.

Para que una prueba de hipótesis sea buena, se debe diseñar de una forma que minimice la probabilidad de los errores de decisión. En la práctica, un tipo de error puede tener más importancia que otro, luego, el decisor tiene que elegir el tipo de error que se fijará dándole una mayor importancia.

Recuerde que para un contraste de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0 : \boldsymbol{\theta} \in \omega \\ vs \\ H_1 : \boldsymbol{\theta} \in \Omega - \omega. \end{aligned}$$

Donde Ω es el espacio paramétrico y $\omega \subset \Omega$.

Definición 4.2 Se llama prueba de tamaño α , si $\alpha \in (0, 1)$ y $Sup_{\boldsymbol{\theta} \in \omega} P(\phi(\mathbf{X}) = 1 | \boldsymbol{\theta}) = Sup_{\boldsymbol{\theta} \in \omega} P(\lambda(\mathbf{X}) < k | \boldsymbol{\theta}) \leq \alpha$ y cuando se cumple la igualdad, entonces α se llama nivel de significancia.

Donde k es la constante crítica.

Debido a que no es posible obtener la estadística de prueba de manera analítica para los casos 1 y 3, no se puede obtener una expresión para el tamaño de la prueba.

Para verificar por medio de simulación el comportamiento del tamaño de la prueba propuesta, se estimó la probabilidad de rechazar la hipótesis nula para dos muestras aleatorias independientes Gumbel ($Gum(\theta_1, \beta_1)$ y $Gum(\theta_2, \beta_2)$) provenientes de la misma población, para diferentes niveles de $\alpha = 0.01, 0.025, 0.05, 0.075, 0.1, 0.15, 0.2$

4.6. Potencia de la prueba T para los casos 1 y 3

y 0.25 y diferentes tamaños de muestra 10, 30, 50, 100, 150 y 200.

El algoritmo fue el siguiente:

- Se generaron dos muestras aleatorias independientes de la distribución Gumbel con igual valor en los parámetros, a saber $\beta_1 = \beta_2 = 1$ y $\theta_1 = \theta_2 = 10$.
- Se les aplicó la prueba obtenida.
- Si se rechaza H_0 , se le asocia el valor de 1, sino vale cero.
- Se repitió la prueba 100,000 veces.
- Se contaron cuantas veces se rechazó la prueba y se dividió entre 100,000.
- El resultado es la probabilidad estimada del error tipo I de la prueba.

$n \backslash \alpha$	0.01	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
10	0.00994	0.02489	0.04915	0.07509	0.09988	0.14859	0.19935	0.25033
30	0.01035	0.02496	0.04855	0.07489	0.09789	0.15039	0.20038	0.25168
50	0.01026	0.02549	0.05094	0.07470	0.10076	0.15083	0.20170	0.24935
100	0.00977	0.02509	0.05195	0.07495	0.09939	0.15077	0.19859	0.25127
150	0.00989	0.02563	0.04921	0.07514	0.09998	0.14927	0.20269	0.24920
200	0.00971	0.02547	0.05070	0.07481	0.10046	0.14999	0.19970	0.24936

Tabla 4.1: Tamaños estimados de la prueba T para diferentes valores de α y distintos tamaños muestrales con $m = n$.

Como se observa, en la mayoría de los casos el tamaño estimado de la prueba está muy cerca de sus respectivos valores de α , lo que indica que la prueba se comporta de acuerdo a los niveles de significancia, establecidos.

4.6. Potencia de la prueba T para los casos 1 y 3

Para el contraste de hipótesis

$$H_0 : \boldsymbol{\theta} \in \omega$$

vs

$$H_1 : \boldsymbol{\theta} \in \Omega - \omega$$

4.6. Potencia de la prueba T para los casos 1 y 3

Donde Ω es el espacio paramétrico y $\omega \subset \Omega$.

Si en la prueba, $\theta \in \Omega - \omega$, entonces:

$$P(\phi(\mathbf{X}) = 1 | \theta \in \Omega - \omega) = 1 - P(\phi(\mathbf{X}) = 0 | \theta \in \Omega - \omega) = 1 - P(\text{Error tipo II} | H_1) \quad (4.33)$$

Se le llamará β_P , a la probabilidad del error tipo II.

Definición 4.3 Se llama **potencia de la prueba** a $1 - \beta_P$, donde $\beta_P = P(\text{Error tipo II} | H_1)$, es decir: *Potencia de la prueba* = $1 - \beta_P$ para $\theta \in \Omega - \omega$.

En términos generales, la potencia de la prueba cuantifica la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es falsa; es decir, rechazar la hipótesis nula acertadamente.

De igual manera que en el caso del tamaño de la prueba, no es posible obtener una expresión analítica para la potencia de la prueba para los casos 1 y 3, por lo que se recurre a simulación.

Para verificar por medio de simulación el comportamiento de la potencia de la prueba propuesta, se estimó la probabilidad de rechazar la hipótesis nula para dos muestras aleatorias independientes Gumbel ($Gum(\theta_1, \beta_1)$ y $Gum(\theta_2, \beta_2)$) para diferentes tamaños de muestra $n=m$.

El algoritmo fue el siguiente:

- Se generaron dos muestras aleatorias independientes de la distribución Gumbel con valores en los parámetros dados por: $\beta_1 = \beta_2 = 1$, $\theta_1 = 10$ y $\theta_2 \in (8, 12)$.
- Se les aplicó la prueba obtenida para un $\alpha = 0.05$.
- Si se rechaza H_0 , se le asocia el valor de 1, sino vale cero.
- Se repitió la prueba 100,000 veces.
- Se contaron cuantas veces se rechazó la prueba y se dividió entre 100,000.

El resultado de la simulación se muestra en la siguiente figura.

4.6. Potencia de la prueba T para los casos 1 y 3

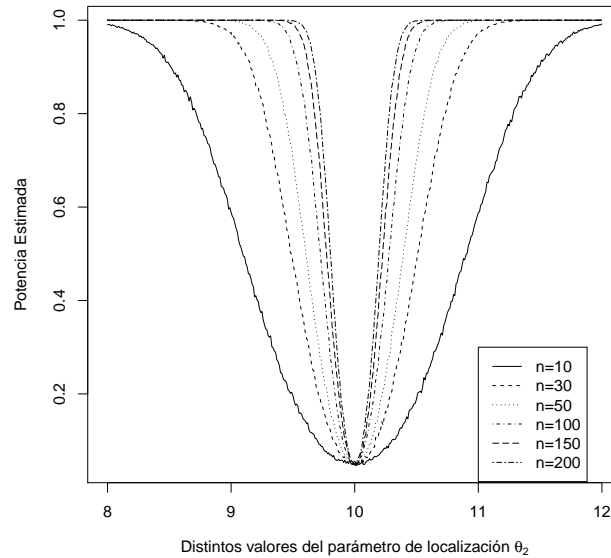


Figura 4.3: Potencias estimadas de la prueba T para diferentes tamaños de muestra con $m = n$.

De acuerdo a los resultados de la simulación podemos observar en la Figura 4.3 que cuando θ_2 se acerca al valor fijo de θ_1 , la probabilidad del error tipo I se aproxima al nivel de significancia previamente establecido, $\alpha = 0.05$, es decir, la prueba detecta que ambas poblaciones tienen igual media. Cuando se aleja de ese valor, la potencia aumenta, que es como debe suceder.

La prueba funciona mejor mientras el tamaño de la muestra va creciendo, esto es evidencia que la prueba podría ser consistente con el tamaño de la muestra, característica deseable en una prueba estadística.

Capítulo 5

Estudio comparativo de la prueba T propuesta contra otras pruebas conocidas

5.1. Descripción de las pruebas que se comparan

Debido a que no se encontró en la bibliografía alguna otra prueba de comparación de medias para poblaciones Gumbel independientes; se comparará la prueba propuesta de los casos 1 y 3 contra pruebas construidas para cualquier distribución en general, a saber: contra la prueba utilizando la distribución asintótica de las pruebas de razón de verosimilitudes y contra la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney.

5.1. Descripción de las pruebas que se comparan

5.1.1. Prueba utilizando la distribución asintótica de las pruebas de razón de verosimilitudes generalizada

Suponga que Ω es de dimensión r y se desea probar

$$\begin{aligned} H_0 : \theta_i &= \theta_i^0, \quad i = 1, 2, \dots, k \\ &vs \\ H_1 : \theta_i &\neq \theta_i^0, \quad i = 1, 2, \dots, k. \end{aligned}$$

Donde $k \leq r$ y $\theta_1^0, \dots, \theta_k^0$ son valores conocidos. Note que bajo H_0 , $\boldsymbol{\theta}$ toma valores de la forma

$$(\theta_1^0, \dots, \theta_k^0, \underbrace{\theta_{k+1}, \dots, \theta_r}_{\text{libres}}). \quad (5.1)$$

Teorema 2 (Propiedad asintótica de las pruebas de razón de verosimilitudes)

Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una función de densidad de probabilidades $f(x|\boldsymbol{\theta})$. Bajo H_0 y ciertas condiciones de regularidad, la distribución del estadístico $-2 \log \lambda(\mathbf{x})$ converge a una distribución ji-cuadrada con k grados de libertad (χ_k^2), cuando el tamaño de muestra $n \rightarrow \infty$.

Donde $\lambda(\mathbf{x}) = \frac{\max_{\boldsymbol{\theta} \in \omega} L(\boldsymbol{\theta}; x_1, \dots, x_n)}{\max_{\boldsymbol{\theta} \in \Omega} L(\boldsymbol{\theta}; x_1, \dots, x_n)}$.

Rechazar $H_0 : \boldsymbol{\theta} \in \omega$ para valores pequeños de $\lambda(\mathbf{x})$ es equivalente a rechazar para valores grandes de $-2 \log \lambda(\mathbf{x})$; por lo que la función de prueba queda definida de la siguiente manera:

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } -2 \log \lambda(\mathbf{x}) \geq \chi_{\nu, 1-\alpha}^2 \\ 0 & \text{si } -2 \log \lambda(\mathbf{x}) < \chi_{\nu, 1-\alpha}^2. \end{cases} \quad (5.2)$$

Donde $\chi_{\nu, 1-\alpha}^2$ es el cuantil $1 - \alpha$ de una distribución ji-cuadrada con ν grados de libertad especificados en el teorema anterior.

La tabla (7.1) muestra los valores de las constantes críticas de esta prueba, para diferentes tamaños de prueba α y diferentes grados de libertad.

5.1. Descripción de las pruebas que se comparan

5.1.2. Prueba de Mann-Whitney

La prueba U de Mann-Whitney (también llamada prueba de Mann-Whitney-Wilcoxon o prueba de suma de rangos de Wilcoxon) es una prueba no paramétrica empleada para probar si dos grupos independientes han sido tomados de la misma población. Es una de las pruebas no paramétricas más poderosas para probar la igualdad de dos medianas y es una prueba que compite con la prueba paramétrica de t.

Debido a que la prueba de Mann-Whitney sirve para contrastar si dos muestras provienen de la misma población, dicha prueba fue elaborada para contrastar igualdad de las medianas. Sin embargo, bajo el supuesto de que un par de muestras aleatorias independientes provienen de la misma población, ambas tienen igual mediana y por tanto igual media, por lo que si la prueba realiza el contraste de hipótesis para la mediana, de manera implícita compara igualdad de medias.

La elaboración de la prueba se describe enseguida:

Sea n_1 el número de casos del más pequeño de los dos grupos independientes y n_2 el número de casos del grupo más grande.

1. Se empieza por combinar las observaciones o puntajes de ambos grupos, para clasificarlos de menor a mayor.
2. Se obtienen los valores de:

$$\begin{aligned}U_1 &= n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1, \\U_2 &= n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2.\end{aligned}\tag{5.3}$$

Donde R_1 y R_2 son las sumas de los rangos de las observaciones de las muestras 1 y 2, respectivamente.

3. El estadístico U se define como el mínimo entre U_1 y U_2 .
4. Se compara el valor obtenido con el valor en tablas de constantes críticas para un α previamente establecido y se rechaza la hipótesis nula si $U_{cal} \leq U_{tablas}$.
5. Cuando los valores de n_1 y n_2 aumentan de tamaño, se ha demostrado que la distribución muestral de U se distribuye aproximadamente normal con media y

5.2. Comparación de los tamaños de las pruebas

desviación estándar dados por:

$$\begin{aligned}\mu_U &= \frac{n_1 \times n_2}{2}. \\ \sigma_U &= \sqrt{\frac{n_1 \times n_2 \times (n_1 + n_2 + 1)}{12}}.\end{aligned}\tag{5.4}$$

Por lo tanto, la transformación $Z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U}$ que se comparará con los valores de una distribución normal estándar para un valor de α previamente establecido y así decidir si se rechaza o no la hipótesis nula.

Las tablas (7.2) y (7.3) muestran los valores de las constantes críticas para la prueba de Mann-Whitney así como la tabla (7.4) muestra los valores de las constantes críticas para la prueba aproximándola a la distribución normal.

5.2. Comparación de los tamaños de las pruebas

5.2.1. Comparación de tamaños de la prueba T propuesta para caso 1 y 3, la prueba utilizando la distribución asintótica de la razón de verosimilitudes y la prueba de Mann-Whitney

Para este análisis se proceden a generar pares de muestras aleatorias $Gum(\theta_1, \beta_1)$ y $Gum(\theta_2, \beta_2)$ de tamaño $m = n = 10, 30, 50, 70, 100, 150, 200$. Estos pares de muestras se someten a las tres pruebas cuyo tamaño de prueba es $\alpha = 0.05$ con 100,000 réplicas. Este proceso es realizado por el programa expuesto en el Anexo I, mediante el siguiente algoritmo.

- Se generaron pares de muestras aleatorias independientes con distribución Gumbel de tamaño $m=n$, pertenecientes a la misma población.
- Se les aplicaron las tres pruebas propuestas.
- Si para cada par de muestras y cada prueba se rechaza la hipótesis de que tienen igual media, se le asocia el valor de 1, sino vale cero.

5.2. Comparación de los tamaños de las pruebas

- Se evaluaron las pruebas 100,000 veces.
- Se contaron cuántas veces se rechazaron cada una de las pruebas y se dividieron esos resultados entre 100,000.
- El resultado es la probabilidad estimada del error tipo I para cada una de las pruebas.

NOTA:

Debido a que los casos 1 y 3 se simplifican a un mismo caso, la simulación se realizó comparando pares de muestras aleatorias de poblaciones $Gum(\theta, \beta)$, donde $\beta = 1$. Para el caso de la prueba utilizando la distribución asintótica de la razón de verosimilitudes generalizada cabe aclarar lo siguiente:

Si X_1, X_2, \dots, X_m es una muestra aleatoria de una distribución Gumbel $Gum(\theta_1, 1)$; y sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n una muestra aleatoria de una distribución Gumbel $Gum(\theta_2, 1)$.

Si se define para $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2, \dots, n$:

$$\begin{aligned} V_i &= e^{-X_i} \sim \exp(e^{\theta_1}) \\ W_j &= e^{-Y_j} \sim \exp(e^{\theta_2}). \end{aligned} \tag{5.5}$$

Entonces el juego de hipótesis a probar es:

$$H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \theta$$

vs

$$H_1 : \theta_1 \neq \theta_2$$

Por lo que la función de verosimilitud conjunta se expresa de la siguiente forma:

$$L_{XY}(\theta_1, \theta_2) = L_{VW}(\theta_1, \theta_2) = \prod_{i=1}^m f_{V_i}(v_i; \theta_1) \prod_{j=1}^n f_{W_j}(w_j; \theta_2). \tag{5.6}$$

Y de esta manera:

$$\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \frac{L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\omega}{L_{VW}(\theta_1, \theta_2)_\Omega}. \tag{5.7}$$

5.2. Comparación de los tamaños de las pruebas

Por lo tanto, $-2\log(\lambda(\mathbf{v}, \mathbf{w})) \sim \chi_1^2$.

En la Figura siguiente se ilustra el comportamiento de las tres pruebas para un $\alpha = 0.05$, utilizando pares de muestras aleatorias de poblaciones $Gum(\theta = 10, 1)$.

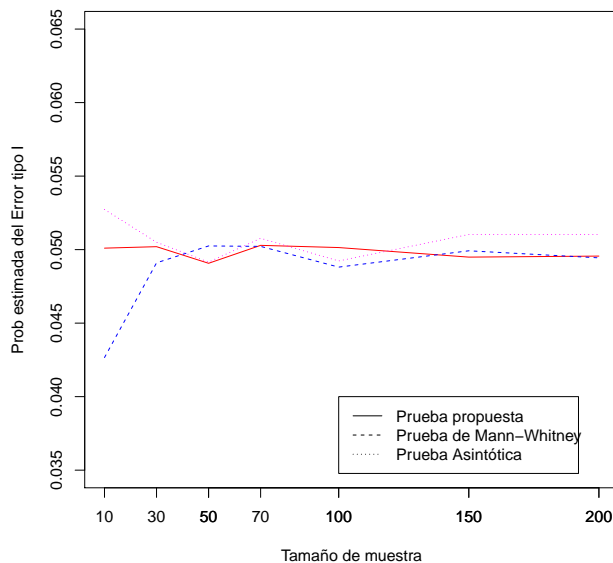


Figura 5.1: Tamaños estimados de las pruebas con $\alpha = 0.05$ y $n = m = 10, 30, 50, 70, 100, 150, 200$, cuando los pares de muestras provienen de la misma población.

De la Figura 5.1 se observa que las tres pruebas tienen un buen comportamiento en términos del tamaño de la prueba, ya que están muy cercanas a $\alpha = 0.05$, excepto la prueba U para $n < 30$.

Observe que en el caso de la prueba utilizando propiedad asintótica de la razón de verosimilitudes, ésta siempre se encuentra por arriba del valor α establecido, por lo que es la menos eficiente de las tres para tamaños de muestra pequeños; sin embargo, para tamaños de muestra grandes la prueba presenta una probabilidad estimada del error tipo I muy cercana al valor α establecido.

Hay que observar que la prueba propuesta es la que fluctúa más cerca del valor de α , con respecto a las otras dos pruebas, aunque para muestras pequeñas se observa que la prueba de Mann-Whitney presenta una probabilidad estimada por abajo de 0.05.

5.3. Comparación de las pruebas por medio de sus potencias

En las tablas (7.5) y (7.6) del Anexo II se pueden observar el comportamiento de las tres pruebas para diferentes valores de α .

5.3. Comparación de las pruebas por medio de sus potencias

5.3.1. Comparación de las potencias de la prueba T propuesta del caso 1 y 3, la prueba utilizando la distribución asintótica de la razón de verosimilitudes y la prueba de Mann-whitney

Este proceso es realizado por el programa expuesto en el Anexo I, mediante es siguiente algoritmo.

- Se generaron pares de muestras aleatorias independientes con distribución Gumbel $Gum(\theta_1, \beta_1)$ y $Gum(\theta_2, \beta_2)$ de tamaño $m = n$, con valores en los parámetros dados por: $\beta_1 = \beta_2$, θ_1 fija y θ_2 con valores dentro de un intervalo que contenga a el valor de θ_1 .
- Se les aplicaron las tres pruebas propuestas utilizando un $\alpha = 0.05$.
- Si para cada par de muestras y cada prueba se rechaza la hipótesis de que tienen igual media, se le asocia el valor de 1, sino vale cero.
- Se evaluaron las pruebas 100,000 veces.
- Se contaron cuántas veces se rechazaron cada una de las pruebas y se dividieron esos resultados entre 100,000.
- El resultado es una estimación de la potencia de la prueba.

En la figura siguiente se ilustra la potencia estimada de las tres pruebas para un $\alpha = 0.05$, $n = m = 30$, $\beta_1 = \beta_2 = 1$, $\theta_1 = 10$ y $\theta_2 \in (8, 12)$.

5.3. Comparación de las pruebas por medio de sus potencias

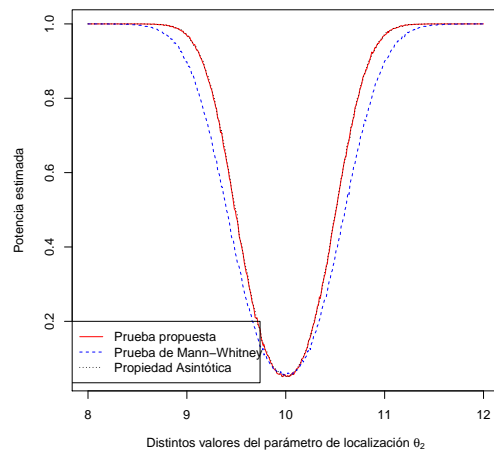


Figura 5.2: Potencias estimadas de las pruebas con $\alpha = 0.05$ y $n = m = 30$, cuando se comparan los pares de muestras aleatorias generadas con la metodología descrita anteriormente.

Como se esperaba, la prueba propuesta y la prueba de razón de verosimilitudes asintótica presentan la misma potencia estimada, no así la prueba de Mann-Whitney que presenta una potencia estimada menor, debido a que se están comparando dos pruebas paramétricas con una no paramétrica.

A manera de observación, se presenta otra comparación de las potencias estimadas para las tres pruebas con $n = m = 70$ y $\alpha = 0.05$.

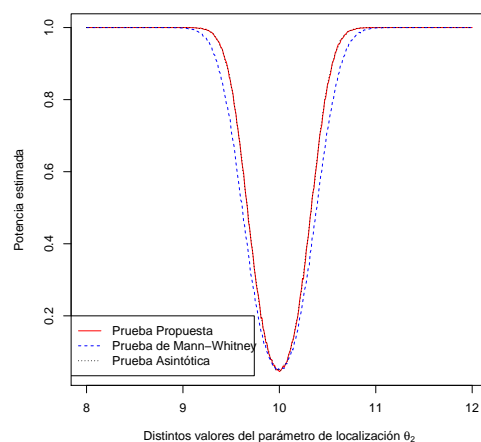


Figura 5.3: Potencias estimadas de las pruebas con $\alpha = 0.05$ y $n = m = 70$, cuando se comparan los pares de muestras aleatorias generadas con la metodología descrita anteriormente.

5.3. Comparación de las pruebas por medio de sus potencias

Se sabe que la prueba asintótica de la razón de verosimilitudes mejora cuando el tamaño de muestra aumenta y es lo que se observa en la gráfica anterior, sin embargo, se comportó de igual manera que la prueba propuesta ya que aparecen en la gráfica sobrepuestas. En el caso de la prueba de Mann-Whitney, ésta permanece con menor potencia estimada comparada con las pruebas paramétricas.

A manera de observación hay que aclarar que tanto en los cálculos de los tamaños de prueba estimados y las potencias estimadas, se utilizaron muestras de igual tamaño $m = n$, sin embargo, la prueba está construida para comparar valores de m y n no necesariamente iguales.

Se verificaron los comportamientos de los tamaños de prueba y potencias para cuando $m \neq n$ y se obtuvieron las mismas conclusiones con respecto a la comparación de las tres pruebas descritas anteriormente.

Capítulo 6

Ejemplo de Aplicación de la prueba propuesta

6.1. Cambio climático

Uno de los principales debates que existe en la actualidad es con respecto a la modificación del clima con respecto al historial climático a una escala global o regional. Debido a que el sistema climático está conformado por un conjunto de variables que interactúan entre sí, divididas en: variables naturales (temperatura, presión atmosférica, precipitación, nubosidad, etc.) así como variables de tipo antropogénicas (producto de la acción del hombre), es difícil obtener un modelo que evalúe todas las variables en su conjunto y obtener una conclusión certera, aunado al hecho de la existencia de la *variabilidad natural del clima*, producto de procesos cíclicos naturales del sistema climático.

Una de las hipótesis del cambio climático dice que el ser humano es uno de los principales agentes de dicho cambio, debido a su influencia en actividades a gran escala tales como: uso irracional de recursos naturales, emisión abundante de gases a la atmósfera, efecto invernadero, etc.

Debido a la complejidad del problema, los estudios que se realizan para medir si existe un cambio significativo en el sistema climático involucran solamente algunas variables.

Una de las principales variables que reflejan si existe o no una alteración en el cam-

6.2. Metodología

bio climático es la temperatura, ya que ésta es una de las principales consecuencias observables de un posible cambio.

El objetivo de esta aplicación es analizar por medio de la prueba propuesta las temperaturas máximas de una región a través del tiempo y determinar si las observaciones de temperaturas máximas de cierto periodo son semejantes a las observaciones de temperaturas máximas décadas después, en una misma región.

6.2. Metodología

El CLICOM es un sistema de software de manejo de datos climatológicos desarrollado por las Naciones Unidas, administrado por el Servicio Meteorológico Nacional (SMN), que significa Climate Computing project. Presenta las observaciones diarias de datos recopilados durante las 24 horas en cada una de las diferentes estaciones meteorológicas del país y contiene datos a partir de 1920 hasta 2010 en algunas de las estaciones meteorológicas. Las bases de datos del CLICOM contiene observaciones de diferentes variables: temperatura, precipitación, unidades de calor y evaporación.

1. Se selecciona una estación meteorológica.
Para la selección de datos, se busca una estación meteorológica que esté en operación y tenga observaciones de décadas pasadas. Otra de las características para la selección es que ésta esté situada en una región rural, debido a que las observaciones de estaciones meteorológicas situadas en ambientes urbanos pueden ser afectadas por actividades del hombre (contaminación, cambio de uso de suelo, construcciones, deforestación, etc.).
2. Se toman las observaciones de las temperaturas máximas mensuales de los primeros 10 años de operación de la estación meteorológica y las observaciones de las temperaturas máximas mensuales de los últimos 10 años que la estación meteorológica reportó. Los dos periodos de tiempo que se tomen deben ser lo más alejados posibles para asegurar independencia entre las muestras seleccionadas.
3. Se verifica que los datos muestrales se ajusten a una distribución Gumbel y se realiza la prueba de comparación de medias propuesta.

6.3. Realización de la prueba

Estación meteorológica

Se seleccionó la estación meteorológica número 27037 localizada en Pueblo Nuevo Tabasco a una latitud de 17.9, longitud de -93.9 y una altitud de 21 msnm. Dicha estación se localiza en una región rural y cuenta con observaciones a partir de 01/10/1948 hasta el 31/12/2012, por lo que resulta idónea para realizar la prueba. Otra de las razones por las que se tomó esta estación es debido al hecho de que el estado de Tabasco en años recientes se ve afectado por fuertes lluvias e inundaciones atribuidas a un posible cambio climático.

Selección de datos

El primer conjunto de datos comprende el periodo del 01/01/1949 al 31/12/1958 y el segundo conjunto comprende del 01/01/2003 al 31/12/2012.

En la siguiente imagen se observan los datos seleccionados para realizar la prueba.

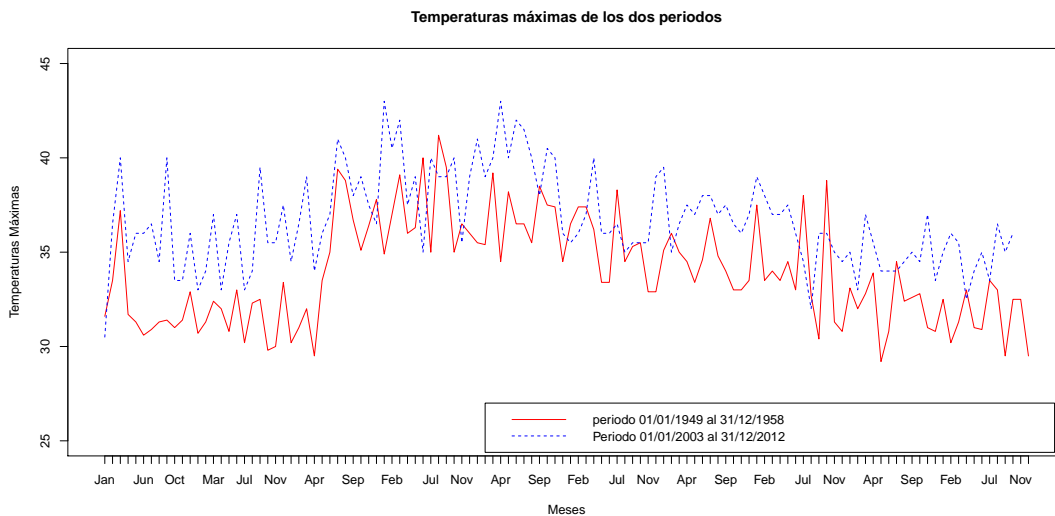


Figura 6.1: Observaciones de temperaturas máximas mensuales de dos periodos de tiempo de la estación meteorológica Pueblo Nuevo, Tabasco.

6.3. Realización de la prueba

Se observa la existencia de autocorrelación en la serie de tiempo de las observaciones en ambos periodos, debido al hecho de que las temperaturas máximas mensuales dependen del mes en que fueron tomadas, es decir, se observan ciclos a través del tiempo.

Para verificar la existencia de autocorrelación parcial para cada uno de los periodos de tiempo, se obtendrá la gráfica de autocorrelación.

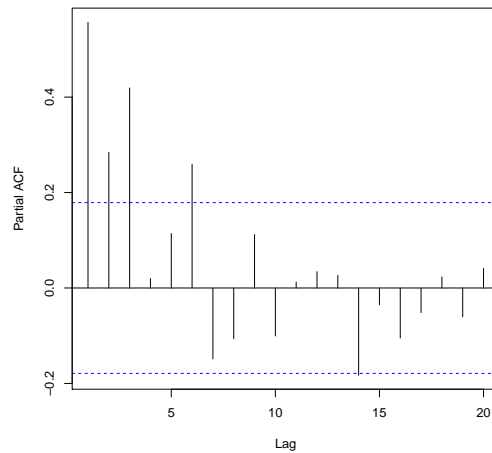


Figura 6.2: Autocorrelación para el periodo 1 de las temperaturas máximas mensuales de la estación meteorológica de Pueblo Nuevo, Tabasco.

La figura 6.2 muestra el grado de autocorrelación entre observaciones, con un valor muy alto de autocorrelación, lo que explica la presencia de los ciclos observados a través del periodo 1.

De igual manera, se presenta la gráfica de autocorrelación para el periodo 2.

6.3. Realización de la prueba

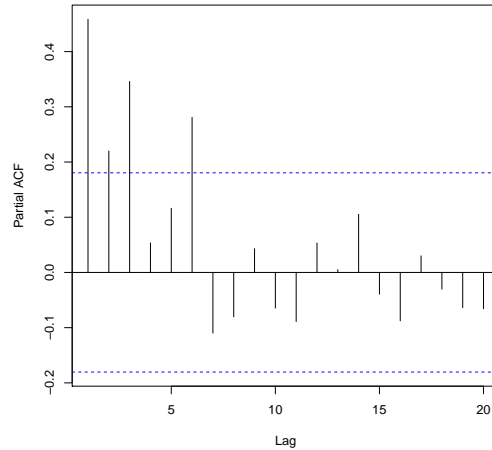


Figura 6.3: Autocorrelación para el periodo 2 de las temperaturas máximas mensuales de la estación meteorológica de Pueblo Nuevo, Tabasco.

Observe que de igual manera, la autocorrelación entre observaciones presenta un valor alto; por lo que para eliminar la influencia de la autocorrelación, ambos periodos de tiempo fueron divididos en las estaciones que se presentan a lo largo del año, por lo que la prueba de comparación de medias se efectuará para cada estación del año entre periodos.

De igual manera, para eliminar la autocorrelación entre las observaciones mensuales por estación, se tomó sólo la observación máxima de los tres meses para cada estación del año.

La figura 6.4 nos presenta las observaciones máximas de cada estación del año en que fue dividida la muestra.

6.3. Realización de la prueba

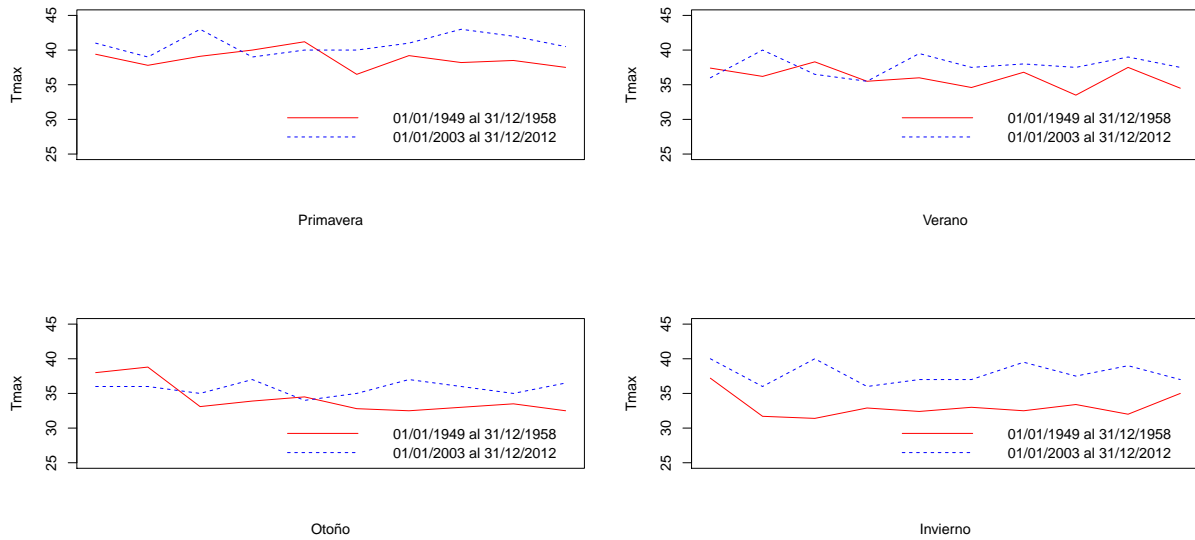


Figura 6.4: Observaciones de temperaturas máximas anuales por estación del año de dos periodos de tiempo.

Una vez eliminada la autocorrelación dentro de cada periodo, se procede a realizar la prueba de comparación de medias por estaciones del año.

Ajuste de las observaciones a una distribución Gumbel

Se verificó que las observaciones tuvieran una distribución Gumbel utilizando la prueba de bondad de ajuste de Anderson-Darling. Dicha prueba se realizó con el Software R utilizando el paquete nsRFA.

En las pruebas de bondad de ajuste, las hipótesis que se prueban son:

H_0 : Las observaciones se ajustan a una distribución Gumbel.

vs

H_1 : Las observaciones no se ajustan a una distribución Gumbel.

Por lo tanto, no se quiere rechazar la hipótesis nula, es decir, el p-value resultante se esperaría que fuese mayor al nivel de significancia α establecido y por tanto, se interpretaría como la probabilidad observada de que la hipótesis nula sea verdadera.

6.3. Realización de la prueba

Los resultados de la prueba se muestran enseguida.

Tabla 6.1: P-valor observado en las muestras para las pruebas de bondad de ajuste.

	Periodo 1 1949-1958	Periodo 2 2003-2012
Primavera	0.8937	0.60259
Verano	0.6892	0.67995
Otoño	0.0240	0.21413
Invierno	0.6132	0.15947

Para $\alpha = 0.05$ solamente en otoño del primer periodo las observaciones no se ajustan a una distribución Gumbel; sin embargo, se procederá a realizar la prueba de comparación de medias debido a que a excepción de ésta, las demás muestras si se ajustan a dicha distribución.

Realización de la prueba

Si $X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{mi}$ con $i = 1, 2, 3, 4$, es la muestra aleatoria del primer periodo para cada estación del año con distribución $Gum(\theta_{1i}, \beta_{1i})$ y si $Y_{1i}, Y_{2i}, \dots, Y_{ni}$ con $i = 1, 2, 3, 4$, es la muestra aleatoria del segundo periodo para cada estación del año con distribución $Gum(\theta_{2i}, \beta_{2i})$. El juego de hipótesis a probar es:

$$H_0 : \theta_{1i} + \gamma_0 \beta_{1i} = \theta_{2i} + \gamma_0 \beta_{2i}, \quad \gamma_0 = 0.5777216$$

vs

$$H_1 : \theta_{1i} + \gamma_0 \beta_{1i} \neq \theta_{2i} + \gamma_0 \beta_{2i}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Debido a que en este caso se desconocen los valores de los parámetros de cada una de las muestras aleatorias Gumbel, se procede a obtener los estimadores de máxima verosimilitud para cada una de las muestras aleatorias por estación del año y por periodo.

Los valores estimados de sus parámetros son los siguientes:

6.3. Realización de la prueba

Tabla 6.2: Valores estimados de los parámetros para cada muestra aleatoria.

	Primer periodo		Segundo periodo	
	θ	β	θ	β
Primavera	38.112	1.178	40.183	1.167
Verano	35.298	1.375	37.009	1.251
Otoño	33.359	1.286	35.275	0.916
Invierno	32.452	1.070	37.176	1.235

Debido a que no se observan diferencias significativas entre β_1 y β_2 se utilizará el caso 2 (β_1 y β_2 desconocidas pero se sabe que son iguales) para realizar la prueba de comparación de medias mediante el método de Bootstrap paramétrico con 10000 réplicas y un nivel de significancia de 0.05.

Primavera

Para el primer periodo, el tamaño de la muestra es $m = 10$ y para el segundo periodo es $n = 10$.

Se obtuvo de la simulación Bootstrap paramétrico que $G_{*,0} = 1.549779e - 08$ y que los valores de los cuantiles $G_{*,\frac{\alpha}{2}} = 9.289597e - 08$ y $G_{*,1-\frac{\alpha}{2}} = 9.535531e - 07$, como $G_{*,0} < G_{*,\frac{\alpha}{2}}$ se rechaza H_0 y se concluye que las muestras de ambos periodos no tienen igual media.

Verano

Para el primer periodo, el tamaño de la muestra es $m = 10$ y para el segundo periodo es $n = 10$.

Se obtuvo de la simulación Bootstrap paramétrico que $G_{*,0} = 5.476442e - 08$ y que los valores de los cuantiles $G_{*,\frac{\alpha}{2}} = 8.600692e - 08$ y $G_{*,1-\frac{\alpha}{2}} = 9.536181e - 07$, como $G_{*,0} < G_{*,\frac{\alpha}{2}}$ se rechaza H_0 y se concluye que las muestras de ambos periodos no tienen igual media.

6.3. Realización de la prueba

Otoño

Para el primer periodo, el tamaño de la muestra es $m = 10$ y para el segundo periodo es $n = 10$.

Se obtuvo de la simulación Bootstrap paramétrico que $G_{*,0} = 1.525635e - 08$ y que los valores de los cuantiles $G_{*,\frac{\alpha}{2}} = 6.402176e - 08$ y $G_{*,1-\frac{\alpha}{2}} = 9.535684e - 07$, como $G_{*,0} < G_{*,\frac{\alpha}{2}}$ se rechaza H_0 y se concluye que las muestras de ambos periodos no tienen igual media.

Invierno

Para el primer periodo, el tamaño de la muestra es $m = 10$ y para el segundo periodo es $n = 10$.

Se obtuvo de la simulación Bootstrap paramétrico que $G_{*,0} = 3.130334e - 10$ y que los valores de los cuantiles $G_{*,\frac{\alpha}{2}} = 7.730926e - 08$ y $G_{*,1-\frac{\alpha}{2}} = 9.533848e - 07$, como $G_{*,0} < G_{*,\frac{\alpha}{2}}$ se rechaza H_0 y se concluye que las muestras de ambos periodos no tienen igual media.

Consideraciones y conclusiones de la aplicación

En las cuatro pruebas realizadas, una por estación del año, se rechaza la hipótesis de que ambas muestras tengan igual media, lo que indica que los valores de sus parámetros son diferentes y por tanto las poblaciones de las que fueron extraídas son diferentes. Esto es un indicativo de que ha habido un cambio a través del tiempo y por tanto existe evidencia de un posible cambio en las condiciones meteorológicas de esa región.

Los valores de las medias por periodo y por estación del año se muestran enseguida.

6.3. Realización de la prueba

Tabla 6.3: Valores de las medias por periodo y por estación del año.

	Periodo 1 1949-1958	Periodo 2 2003-2012
Primavera	38.792	40.857
Verano	36.092	37.732
Otoño	34.101	35.803
Invierno	33.070	37.889

Este análisis se podría realizar para las otras mediciones de las variables que la estación meteorológica registra y ver si se obtienen iguales resultados; lo que indicaría un estudio más completo y expondría una evidencia más certera de que el cambio climático existe.

Note que de acuerdo al tipo de hipótesis que se planteó, se sabe que las medias que se compararon son diferentes más no se aseveró la dirección de alguna de ellas en la hipótesis alterna. Queda abierto el problema sobre cómo debería ser la prueba cuando en la hipótesis alterna la media de una muestra es mayor (menor) que la media de la otra, es decir:

$$\begin{array}{ccc} H_0 : \theta_1 + \gamma\beta_1 = \theta_2 + \gamma\beta_2 & & H_0 : \theta_1 + \gamma\beta_1 = \theta_2 + \gamma\beta_2 \\ vs & & \acute{o} \\ H_1 : \theta_1 + \gamma\beta_1 > \theta_2 + \gamma\beta_2 & & vs \\ H_1 : \theta_1 + \gamma\beta_1 < \theta_2 + \gamma\beta_2 & & H_1 : \theta_1 + \gamma\beta_1 < \theta_2 + \gamma\beta_2. \end{array}$$

Con respecto a nuestra aplicación, aun cuando se observe en la figura (6.4) que la mayoría de las observaciones del segundo periodo están por encima de las observaciones del primer periodo, sólo podemos aseverar estadísticamente que las muestras que se compararon tienen diferente media.

Una manera de corroborar que la media del segundo periodo es mayor que la media del primer periodo es graficar las densidades de los pares de muestras y obtener el percentil $P_a\%$ del segundo periodo. Si el valor del percentil calculado se encuentra más a la derecha del valor del percentil correspondiente al primer periodo, existirá evidencia para aseverar que la media de una población es más grande que la otra y por tanto la media del segundo periodo es mayor que la del primer periodo.

Graficamente se explica en la figura (6.5).

6.3. Realización de la prueba

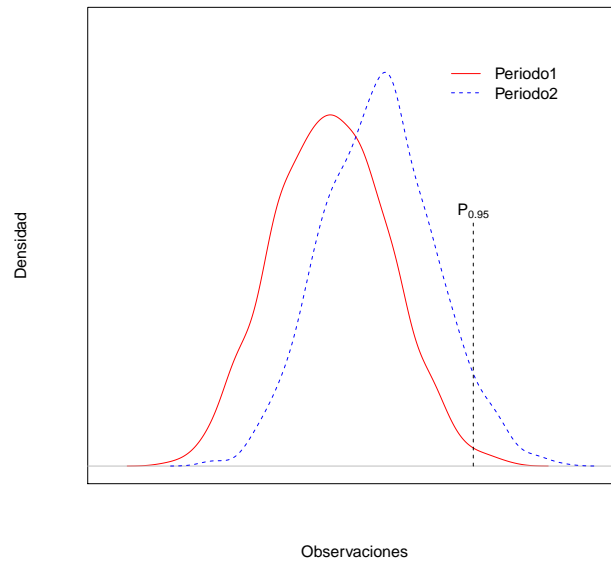


Figura 6.5: Comparación del percentil $P_{0.95}$ para dos muestras aleatorias con diferentes medias.

El percentil $P_{0.95}$ indica que para el segundo periodo el 95 % de las observaciones se encuentran por debajo de él, sin embargo no sucede lo mismo con ese mismo valor para el primer periodo. Dicho valor corresponde al 99 % de las observaciones que se encuentran por debajo de él para el primer periodo.

Lo anterior nos da una idea de que la media de la distribución de la muestra de la que se extrajo el primer periodo es menor que la media de la que se extrajo el segundo periodo.

Para el caso de la aplicación, las gráficas de comparación de percentiles del 95 %, por estación del año, se muestran en la figura (6.6).

6.3. Realización de la prueba

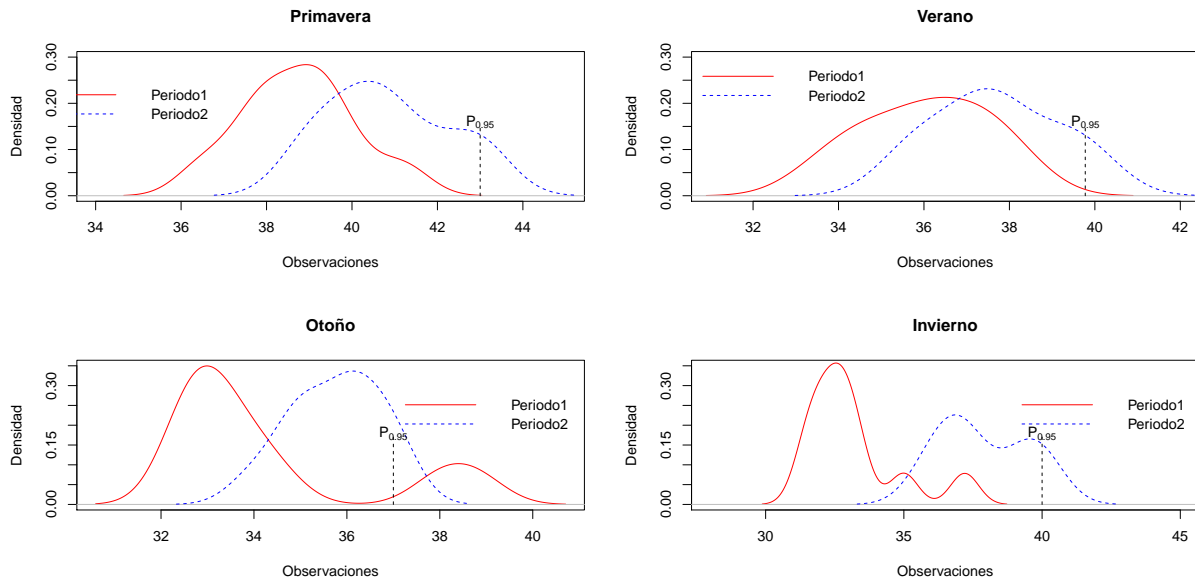


Figura 6.6: Comparación del percentil $P_{.95}$ por estación del año.

De acuerdo a la gráfica anterior, en todas las estaciones del año, la densidad del segundo periodo siempre se encuentra a la derecha de la densidad del primer periodo. En el caso de primavera, verano e invierno, el valor del percentil $P_{.95}$ del segundo periodo siempre correspondió al valor del percentil $P_{.999}$ del primer periodo, eso nos dice, debido a que las medias de ambos periodos son diferentes, que las medias del segundo periodo son mayores a las medias del primer periodo; por lo que se puede aseverar que existe un aumento de temperaturas máximas en el tiempo que comprenden las observaciones obtenidas.

En el caso de otoño, aunque se observa que la densidad del segundo periodo se encuentra a la derecha que la densidad del primer periodo, el valor del percentil $P_{0.95}$ es similar para ambos periodos, debido a la forma que toma la densidad del primer periodo, aunque la prueba de comparación de medias nos dice que son diferentes.

Capítulo 7

Conclusiones y recomendaciones

- Aun cuando la prueba se dividió en cuatro posibles casos, se obtuvo para los casos 1 y 3 que por medio de la resolución de un sistema de ecuaciones dados en (4.17) se obtienen las constantes críticas (a, b) para un α previamente establecido y la prueba se resuelve por medio del método de razón de verosimilitudes generalizada.
- Si se está en el caso 2 o caso 4, es decir, cuando el valor de las β s se desconocen, es necesario estimarlas encontrando los valores de sus estimadores de máxima verosimilitud y se resuelve por el método de Bootstrap paramétrico. En el Anexo I se muestra el programa para obtener los EMV de una distribución $Gum(\theta, \beta)$, por medio del algoritmo Newton-Rhapson, ya que de manera analítica no es posible obtenerlos. Una vez encontrados los valores de $\hat{\theta}_1, \hat{\beta}_1, \hat{\theta}_2$ y $\hat{\beta}_2$, se utiliza el método de Bootstrap paramétrico que se describe en el anexo I, proporcionando un algoritmo para el caso 2 y un algoritmo para el caso 4 para la comparación de medias.
- De acuerdo al estudio de simulación que se realizó, con respecto al tamaño de la prueba, la prueba T propuesta presenta valores similares al nivel α previamente establecido, ello se corroboró para diferentes tamaños de muestra (ver tabla 4.1).
- Con respecto al estudio de simulación que se realizó para medir la potencia de la prueba, la prueba T propuesta presenta muy buena potencia, además de que presenta evidencia de que podría ser consistente con respecto al tamaño de

7. Conclusiones y recomendaciones

muestra, es decir que cuando el tamaño de muestra aumenta, la potencia de la prueba mejora.

- La prueba T propuesta se elaboró bajo el supuesto de que en la hipótesis alterna las medias son diferentes. Queda abierto el problema sobre cómo debería ser la prueba cuando en la hipótesis alterna la media de una muestra es mayor (menor) que la media de la otra, es decir:

$$\begin{array}{ccc} H_0 : \theta_1 + \gamma\beta_1 = \theta_2 + \gamma\beta_2 & & H_0 : \theta_1 + \gamma\beta_1 = \theta_2 + \gamma\beta_2 \\ vs & \text{ó} & vs \\ H_1 : \theta_1 + \gamma\beta_1 > \theta_2 + \gamma\beta_2 & & H_1 : \theta_1 + \gamma\beta_1 < \theta_2 + \gamma\beta_2. \end{array}$$

(En este caso se tendría que hacer una prueba de una cola.)

- Cuando se comparó la prueba T propuesta con la prueba de la distribución asintótica de la razón de verosimilitudes (DARV) y la prueba de Mann-Whitney con respecto al tamaño de la prueba se observa que tanto la prueba T propuesta como la prueba de Mann-Whitney arrojan menor probabilidad estimada del error tipo I para tamaños de muestra pequeños; para tamaños de muestra grandes, la prueba propuesta T y la prueba DARV son las que presentan menor probabilidad estimada del error tipo I.
- Con respecto a la potencia de la prueba, el estudio de simulación comparativo arrojó que tanto la prueba DARV como la prueba T presentan potencias estimadas similares, en cambio la prueba de Mann-Whitney siempre presenta una potencia estimada menor.
- En el anexo I se encuentran los programas tanto para la prueba propuesta, la prueba de la distribución asintótica de la razón de verosimilitudes y la prueba de Mann-Whitney.

Referencias

- B. Efron, *Bootstrap methods: another look at the jackknife*. Annals of Statistics, 7:1-26, 1979
- Beirlant J., Goegebeur Y., Teugels J., *Statistics of Extremes Theory and Applications*. John Wiley & Sons Ltd, England, 2004.
- Casella G. Berger R.L., *Statistical Inference*. Second Edition. Thomson Learning, USA, 2002.
- Coles S., *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer, Berlin, 2001.
- Datos climáticos diarios del CLICOM del SMN con gráficas del CICESE. URL <http://clicom-mex.cicese.mx>
- Gnedenko B., Sur la distribution limite du Terme Maximum d'une Série Aléatoire. *Annals of Math*, Second series 44: 423-453, 1943
- Johnson N.L, Kotz S., Balakrishnan N. *Continuous Univariate Distribution*. Volumen 2. Second edition. John Wiley & Sons, USA, 1995.
- Mood A.M., Graybill F.A. and Boes D.C., *Introduction to the theory of statistics*. McGraw Hill, USA, 1975.
- Reiss, R.D., Thomas, M. *Statistical Analysis of Extreme Values. With Applications to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields..* Birkhäuser, Basel. 2007.
- Sheskin D.J., *Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures*. Second edition. Chapman & Hall, USA, 2000.
- Walter F., Cambios climáticos: el calentamiento global. *Tecnología en marcha*, Vol 11 no. 2. 1991. p. 11-22

Anexos

7.1. Anexo I. Programas utilizados

Generación de números aleatorios $Gum(\theta, \beta)$.

```
rgum<-function(num,a,b){  
  val<-a-b*log(-log(runif(num)))  
  return(val)  
}
```

```
##ejemplo  
rgum(100,10,1)
```

Cálculo de las constantes críticas para caso 1 y 3

```
c.crit<-function(m,n,alfa){  
  resp<-function(a){  
    b<-(1-(a/(qbeta(1-alfa+pbeta(a,m,n),m,n)))^m*  
    ((1-a)/(1-qbeta(1-alfa+pbeta(a,m,n),m,n)))^n)  
    return(b)  
  }  
  vect<-seq(0,1,by=0.0001)  
  val<-resp(vect)  
  c<-length(val[!is.na(val)])  
  t1<-uniroot(resp,c(0,vect[c]))$root  
  t2<-qbeta(1-alfa+pbeta(t1,m,n),m,n)
```

7.1. Anexo I. Programas utilizados

```
k<-cbind(t1,t2)
return(k)
}
##ejemplo
#Cálculo de las constantes críticas para una muestra
# de tamaño m=n=30 y n.s=0.05
c.crit(30,30,0.5)
```

Obtención de los Estimadores de Máxima Verosimilitud para la distribución Gumbel por Newton-Rhapson

```
EMVG<-function(datos,init,maxiter)
{
  primd<-function(x) {
    a<-x[1]
    b<-x[2]
    pd <- matrix(0,nrow=2) ##matriz de primeras derivadas
    pd[1]<-(length(datos)/b)-(1/b)*sum(exp(-(datos-a)/b))
    pd[2]<-(-length(datos)/b)+(1/b^2)*sum(datos-a)-(1/b^2)*
    sum((datos-a)*exp(-(datos-a)/b))
    pd
  }

  segd<-function(x) {          ###matriz de segundas derivadas
    a<-x[1]
    b<-x[2]
    j=matrix(0,ncol=2,nrow=2)
    j[1,1]<-(-1/b^2)*sum(exp(-(datos-a)/b))
    j[1,2]<-(-length(datos)/b^2)+(1/b^2)*sum(exp(-(datos-a)/b))
    -(1/b^3)*sum((datos-a)
    *exp(-(datos-a)/b))
    j[2,1]<-(-length(datos)/b^2)+(1/b^2)*sum(exp(-(datos-a)/b))
    -(1/b^3)*sum((datos-a)
    *exp(-(datos-a)/b))
    j[2,2]<-(length(datos)/b^2)-(2/b^3)*
    sum(datos-a)+(2/b^3)*sum((datos-a)*exp(-(datos-a)/b))
```


7.1. Anexo I. Programas utilizados

```
-(1/b^4)*sum(((datos-a)^2)*exp(-(datos-a)/b))
j
}
theta <- (init)
out <- matrix(NA, nrow=maxiter+1,ncol=2)
dlt <- primd(init)
out[1,] <- c(init[1],init[2])
i <- 1
while (i <= maxiter) {
  i <- i+1
  theta.old <- theta
  theta <- (theta) - solve(segd(theta))%*(dlt)
  dlt <- primd(theta)
  out[i,] <- c(theta[1],theta[2])

}
out <- out[!is.na(out[,1]),]
out
}
##Ejemplo
##estimadores de máxima verosimilitud para Gum(10,1) para 16 iteraciones
a<-rgum(100,10,1)
## para los valores iniciales se utilizan los estimadores de momentos
xbar<-mean(a)
desv<-sqrt(var(a))
teta0<-xbar-0.4501*desv
beta0<-0.7797*desv
semilla<-c(teta0,beta0)
EMVG(a,semilla,16)
```

Bootstrap para caso 2

```
boot1<-function(X,Y,r,ns)
{
a<-c(X,Y)
m<-length(X)
```

7.1. Anexo I. Programas utilizados

```
n<-length(Y)
seed0<-c(mean(a)-0.4501*sqrt(var(a)),0.7797*sqrt(var(a)))
EMVG0<-EMVG(a,seed0,20)[21,]
V0<-exp(-X/EMVG0[2])
W0<-exp(-Y/EMVG0[2])
Z0<-sum(V0)
L0<-sum(W0)
R0<-(L0/n)/(Z0/m)
T0<-1/(1+(n/m)*R0)
G0<-(T0^m)*(1-T0)^n

valor<-function(X,Y)
{
b<-c(X,Y)
muestra<-rgum(m+n,EMVG0[1],EMVG0[2])
seed<-c(mean(muestra)-0.4501*sqrt(var(muestra)),0.7797*sqrt(var(muestra)))
EMVGC<-EMVG(muestra,seed,20)[21,2]
V<-exp(-muestra[1:m]/EMVGC)
W<-exp(-muestra[(m+1):(m+n)]/EMVGC)
Z<-sum(V)
L<-sum(W)
R<-(L/n)/(Z/m)
T<-1/(1+(n/m)*R)
G1<-(T^m)
G2<-(1-T)^n
GT<-G1*G2
GT
}
simulacion<-replicate(r,valor(X,Y))
val<-c(G0,quantile(simulacion,ns/2),quantile(simulacion,1-ns/2))
if(quantile(simulacion,ns/2)> G0 || quantile(simulacion,1-ns/2)<G0)
print("SE RECHAZA H0") else print("NO SE RECHAZA H0")
val
}

##Ejemplo de Bootstrap para resolver caso 2 con alfa=0.05
```

7.1. Anexo I. Programas utilizados

```
## y 10000 muestras Bootstrap
x1<-rgum(100,10,20)
x2<-rgum(100,10,20)

boot1(x1,x2,10000,0.05)
```

Bootstrap para caso 4

```
boot2<-function(X,Y,r,ns)
{
m<-length(X)
n<-length(Y)
seed0<-c(mean(X)-0.4501*sqrt(var(X)),0.7797*sqrt(var(X)))
EMVG0<-EMVG(X,seed0,50) [51,2]
seed01<-c(mean(Y)-0.4501*sqrt(var(Y)),0.7797*sqrt(var(Y)))
EMVG01<-EMVG(Y,seed01,50) [51,]
cte<-0.577216
theta1<-EMVG01 [1]+cte*(EMVG01 [2]-EMVG0)
V0<-X/EMVG0
W0<-Y/EMVG01 [2]
Z0<-sum(exp(-V0))
L0<-sum(exp(-W0))
R0<-(L0/n)/(Z0/m)
T0<-Z0/(Z0+L0)
G0<-(T0^m)*(1-T0)^n

valor<-function(X,Y)
{
muestra1<-rgum(m,theta1,EMVG0)
seed1<-c(mean(muestra1)-0.4501*sqrt(var(muestra1)),0.7797*sqrt(var(muestra1)))
EMVG1<-EMVG(muestra1,seed1,50) [51,2]
muestra2<-rgum(n,EMVG01 [1],EMVG01 [2])
seed2<-c(mean(muestra2)-0.4501*sqrt(var(muestra2)),0.7797*sqrt(var(muestra2)))
EMVG2<-EMVG(muestra2,seed2,20) [21,2]
V<-muestra1/EMVG1
```

7.1. Anexo I. Programas utilizados

```
W<-muestra2/EMVG2
Z<-sum(exp(-V))
L<-sum(exp(-W))
R<-(L/n)/(Z/m)
T<-Z/(Z+L)
G1<-(T^m)
G2<-(1-T)^n
GT<-G1*G2
GT
}
simulacion<-replicate(r,valor(X,Y))
val<-c(G0,quantile(simulacion,ns/2),quantile(simulacion,1-ns/2))
if(quantile(simulacion,ns/2)> G0 || quantile(simulacion,1-ns/2)<G0)
print("SE RECHAZA H0") else print("NO SE RECHAZA H0")
val
}

##Ejemplo de Bootstrap para resolver caso 4 con alfa=0.05
## y 10000 muestras bootstrap
x1<-rgum(100,10,20)
x2<-rgum(100,10,20)
boot2(x1,x2,10000,0.05)
```

Cálculo del tamaño de la prueba T para el caso 1 y 3

```
c.crit<-function(m,n,alfa){
resp<-function(a){
b<-(1-(a/(qbeta(1-alfa+pbeta(a,m,n),m,n)))^m*
((1-a)/(1-qbeta(1-alfa+pbeta(a,m,n),m,n)))^n)
return(b)
}
vect<-seq(0,1,by=0.00001)
val<-resp(vect)
c<-length(val[!is.na(val)])
t1<-uniroot(resp,c(0,vect[c]))$root
t2<-qbeta(1-alfa+pbeta(t1,m,n),m,n)
```

7.1. Anexo I. Programas utilizados

```
k<-((t1)^m)*(1-t1)^n
return(k)
}

raz<-function(m,n,alf1,alf2,bet1,bet2)
{
X<-rgum(m,alf1,bet1)
Y<-rgum(n,alf2,bet2)
###transformación a exponenciales
V<-exp(-X/bet1)
W<-exp(-Y/bet2)
Z<-sum(V)
L<-sum(W)
R<-(L/n)/(Z/m)
T<-1/(1+(n/m)*R)
razon<-(T^m)*(1-T)^n
razon
}

tamaño<-function(n,m,aa){
vc<-c.crit(n,m,aa)
beta1<-
beta2<-
teta1<-
teta2<-
simulacion1<-replicate(100000,raz(n,m,teta1,teta2,beta1,beta2))
Prop1<-sum(simulacion1<vc)/100000
return(Prop1)
}

##ejemplo
tamaño(30,30,0.05) tamaño de la prueba para m=n=30 y n.s=0.05
```

Potencia de la prueba T para el caso 1 y 3

```
beta1<-1
beta2<-1
teta1<-10
```

7.1. Anexo I. Programas utilizados

```
teta2<-seq(8,12, by=0.01)
#Se pueden cambiar los valores de los parámetros

c.crit<-function(m,n,alfa){
  resp<-function(a){
    b<-(1-(a/(qbeta(1-alfa+pbeta(a,m,n),m,n))))^m*
    ((1-a)/(1-qbeta(1-alfa+pbeta(a,m,n),m,n)))^n)
    return(b)
  }
  vect<-seq(0,1,by=0.0001)
  val<-resp(vect)
  c<-length(val[!is.na(val)])
  t1<-uniroot(resp,c(0,vect[c]))$root
  t2<-qbeta(1-alfa+pbeta(t1,m,n),m,n)
  k<-((t1)^m)*(1-t1)^n
  return(k)
}

raz<-function(m,n,alf1,alf2,bet1,bet2)
{
  X<-rgum(m,alf1,bet1)
  Y<-rgum(n,alf2,bet2)
  ###transformación a exponenciales
  V<-exp(-X/bet1)
  W<-exp(-Y/bet2)
  Z<-sum(V)
  L<-sum(W)
  R<-(L/n)/(Z/m)
  T<-1/(1+(n/m)*R)
  razon<-((T^m)*(1-T)^n)
  razon
}

potencia<-function(m,n,nsi){
  vc<-c.crit(m,n,nsi)
  beta1<-1
  beta2<-1
  teta1<-10
```

7.1. Anexo I. Programas utilizados

```
teta2<-seq(8,12, by=0.01)
Prop1<- rep(NA, length(teta2))
for (i in 1:length(teta2)) {
simulacion1<-replicate(10000,raz(m,n,teta1,teta2[i],beta1,beta2))
Prop1[i]<-sum(simulacion1<1 & simulacion1>vc)/10000
}
return(Prop1)
}
##ejemplo
##potencia de la prueba para m=n=30 y n.s=0.05
potencia(30,30,0.05)
```

Prueba utilizando la distribución asintótica de la razón de verosimilitudes generalizada para el caso 1 y 3

```
pruebarazon<-function(m,n,alf1,alf2,bet1,bet2)
{
X<-rgum(m,alf1,bet1)
Y<-rgum(n,alf2,bet2)
###transformación a Gum(a/b,1)
V<-X/bet1
W<-Y/bet2
Z<-sum(exp(-V))
L<-sum(exp(-W))
R<-(L/n)/(Z/m)
T<-1/(1+(n/m)*R)
cte<-((1+n/m)^m)*((m/n+1)^n)
lambda<-(cte)*(T^m)*(1-T)^n
lambda
valor<--2*log(lambda)
valor
}
##ejemplo
##prueba para m=n=30 y gum(10,1) vs gum(10,1)
pruebarazon(30,30,10,10,1,1)
```

7.1. Anexo I. Programas utilizados

Prueba de Mann-Whitney

```
m<-
n<-
teta1<-
beta1<-
teta2<-
beta2<-
wilcox.test(rgum(m,teta1,beta1),rgum(n,teta2,beta2),
paired=FALSE)$p.value
##ejemplo
#comparación de medias para m=n=30 de Gum(10,1) vs Gum(10,1)
wilcox.test(rgum(30,10,1),rgum(30,10,1),paired=FALSE)$p.value
```

Observaciones que se utilizaron en la aplicación de la prueba T

```
##Datos PRIMAVERA
primavera1<-c(39.4,37.8,39.1,40,41.2,36.5,39.2,38.2,38.5,37.5)
primavera2<-c(41,39,43,39,40,40,41,43,42,40.5)

##Datos VERANO
verano1<-c(37.4,36.2,38.3,35.5,36,34.6,36.8,33.5,37.5,34.5)
verano2<-c(36,40,36.5,35.5,39.5,37.5,38,37.5,39,37.5)

##Datos OTOÑO
otoño1<-c(38,38.8,33.1,33.9,34.5,32.8,32.5,33,33.5,32.5)
otoño2<-c(36,36,35,37,34,35,37,36,35,36.5)

##Datos INVIERNO
invierno1<-c(37.2,31.7,31.4,32.9,32.4,33,32.5,33.4,32,35)
invierno2<-c(40,36,40,36,37,37,39.5,37.5,39,37)

###DATOS TOTALES#####
periodo1<-c(invierno1,primavera1,verano1,otoño1)
periodo2<-c(invierno2,primavera2,verano2,otoño2)
```


7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.1: Valores críticos de la prueba utilizando la distribución asintótica de las pruebas de razón de verosimilitudes para diferentes valores de α y distintos valores de ν .

$\nu \backslash \alpha$	0.01	0.025	0.05	0.075	0.1	0.15	0.2	0.25
1	6.6349	5.0239	3.8415	3.1701	2.7055	2.0723	1.6424	1.3233
2	9.2103	7.3778	5.9915	5.1805	4.6052	3.7942	3.2189	2.7726
3	11.3449	9.3484	7.8147	6.9046	6.2514	5.3170	4.6416	4.1083
4	13.2767	11.1433	9.4877	8.4963	7.7794	6.7449	5.9886	5.3853
5	15.0863	12.8325	11.0705	10.0083	9.2364	8.1152	7.2893	6.6257
6	16.8119	14.4494	12.5916	11.4659	10.6446	9.4461	8.5581	7.8408
7	18.4753	16.0128	14.0671	12.8834	12.0170	10.7479	9.8032	9.0371
8	20.0902	17.5345	15.5073	14.2697	13.3616	12.0271	11.0301	10.2189
9	21.6660	19.0228	16.9190	15.6309	14.6837	13.2880	12.2421	11.3888
10	23.2093	20.4832	18.3070	16.9714	15.9872	14.5339	13.4420	12.5489
11	24.7250	21.9200	19.6751	18.2942	17.2750	15.7671	14.6314	13.7007
12	26.2170	23.3367	21.0261	19.6020	18.5493	16.9893	15.8120	14.8454
13	27.6882	24.7356	22.3620	20.8966	19.8119	18.2020	16.9848	15.9839
14	29.1412	26.1189	23.6848	22.1795	21.0641	19.4062	18.1508	17.1169
15	30.5779	27.4884	24.9958	23.4522	22.3071	20.6030	19.3107	18.2451

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.2: Valores críticos de U en la prueba de Mann-Whitney para una prueba de una cola con $\alpha = 0.025$ o para una prueba de dos colas con $\alpha = 0.05$

n_1	n_2																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-	-	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	-	-	-	-	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	-	-	-	0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5	-	-	0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	-	-	1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	-	-	1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	-	0	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	-	0	2	4	7	10	12	15	17	21	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	-	0	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	-	0	3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	-	1	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	-	1	4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14	-	1	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	-	1	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16	-	1	6	11	15	21	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	-	2	6	11	17	22	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18	-	2	7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19	-	2	7	13	19	25	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	-	2	8	14	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

Los guiones (-) indican que el tamaño de la muestra es demasiado pequeña como para rechazar la hipótesis nula al nivel α elegido.

Si $n > 20$ se usa la aproximación a la distribución normal y así obtener una constante crítica para un nivel α previamente establecido.

$$Z_U = \frac{|U_{obt} - (\frac{n_1 n_2}{2})|}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.3: Valores críticos de U en la prueba de Mann-Whitney para una prueba de una cola con $\alpha = 0.05$ o para una prueba de dos colas con $\alpha = 0.10$

n_1	n_2																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0
3	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3
4	-	-	-			0	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8
5	-	-	-		0	1	1	2	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13
6	-	-	-	0	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	15	16	17	18
7	-	-	-	0	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22	24
8	-	-	-	1	2	4	6	7	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	28	30
9	-	-	0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	20	22	24	27	29	31	33	36
10	-	-	0	2	4	6	9	11	13	16	18	21	24	26	29	31	34	37	39	42
11	-	-	0	2	5	7	10	13	16	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	46
12	-	-	1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	31	34	37	41	44	47	51	54
13	-	-	1	3	7	10	13	17	20	24	27	31	34	38	42	45	49	53	56	60
14	-	-	1	4	7	11	15	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	63	67
15	-	-	2	5	8	12	16	20	24	29	33	37	42	46	51	55	60	64	69	73
16	-	-	2	5	9	13	18	22	27	31	36	41	45	50	55	60	65	70	74	79
17	-	-	2	6	10	15	19	24	29	34	39	44	49	54	60	65	70	75	81	86
18	-	-	2	6	11	16	21	26	31	37	42	47	53	58	64	70	75	81	87	92
19	-	0	3	7	12	17	22	28	33	39	45	51	56	63	69	74	81	87	93	99
20	-	0	3	8	13	18	24	30	36	42	46	54	60	67	73	79	86	92	99	105

Los guiones (-) indican que el tamaño de la muestra es demasiado pequeña como para rechazar la hipótesis nula al nivel α elegido.

Si $n > 20$ se usa la aproximación a la distribución normal y así obtener una para un nivel α previamente establecido.

$$Z_U = \frac{|U_{obt} - (\frac{n_1 n_2}{2})|}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.4: Valores críticos de la distribución Normal Estándar $P[Z > Z_\alpha]$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2910	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1597	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0995
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0394	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00103	.00100
3.1	.00097	.00094	.00091	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.0006	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00041	.00032	.00038	.00036	.00035
3.4	.00034	.00032	.00031	.0003	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008
3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.5: Tamaños estimados de las pruebas con $\alpha = 0.025$ y distintos tamaños muestrales con $m = n$.

prueba \ n	10	30	50	70	100	150	200
Prueba Propuesta	0.02351	0.0241	0.02474	0.02458	0.02419	0.02495	0.02439
Prueba de Mann-Whitney	0.02351	0.0241	0.02474	0.02458	0.02419	0.02495	0.02439
Propiedad Asintótica	0.02651	0.02468	0.02471	0.02545	0.02508	0.02413	0.025

Tabla 7.6: Tamaños estimados de las pruebas con $\alpha = 0.1$ y distintos tamaños muestrales con $m = n$.

prueba \ n	10	30	50	70	100	150	200
Prueba Propuesta	0.09890	0.10048	0.10005	0.10153	0.10110	0.09965	0.10028
Prueba de Mann-Whitney	0.09008	0.1021	0.09834	0.09949	0.10064	0.09883	0.09881
Propiedad Asintótica	0.10591	0.10021	0.10006	0.09927	0.10026	0.10117	0.10003

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.7: Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.01$

$m \setminus n$	5		10		15		20		25	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.1461	0.8539	0.3344	0.9102	0.4621	0.9351	0.5503	0.9492	0.6143	0.9582
10	0.0899	0.6657	0.2316	0.7684	0.3444	0.8223	0.4308	0.8557	0.4981	0.8785
15	0.0649	0.5379	0.1777	0.6556	0.2757	0.7243	0.3557	0.7699	0.421	0.8024
20	0.0508	0.4498	0.1443	0.5692	0.2301	0.6443	0.3034	0.6966	0.3653	0.7353
25	0.0418	0.3857	0.1215	0.5019	0.1976	0.579	0.2648	0.6347	0.3229	0.6771
30	0.0355	0.3376	0.1049	0.4484	0.1732	0.5251	0.235	0.5823	0.2895	0.6267
35	0.0308	0.3	0.0924	0.4051	0.1542	0.4801	0.2112	0.5374	0.2624	0.5829
40	0.0272	0.2699	0.0825	0.3692	0.139	0.442	0.1919	0.4988	0.2401	0.5445
45	0.0244	0.2452	0.0745	0.3391	0.1265	0.4095	0.1758	0.4652	0.2212	0.5108
50	0.0221	0.2247	0.068	0.3136	0.1161	0.3813	0.1622	0.4358	0.2051	0.4808
55	0.0202	0.2072	0.0625	0.2916	0.1073	0.3567	0.1506	0.4098	0.1912	0.4541
60	0.0186	0.1924	0.0578	0.2724	0.0997	0.335	0.1405	0.3867	0.1791	0.4302
65	0.0172	0.1795	0.0537	0.2554	0.0931	0.3158	0.1317	0.366	0.1684	0.4086
70	0.0161	0.1682	0.0502	0.2406	0.0873	0.2987	0.124	0.3474	0.159	0.389
75	0.015	0.1582	0.0472	0.2273	0.0823	0.2835	0.1171	0.3306	0.1505	0.3713
80	0.0141	0.1494	0.0445	0.2155	0.0777	0.2694	0.1109	0.3154	0.1429	0.355
85	0.0133	0.1414	0.042	0.2048	0.0737	0.257	0.1054	0.3014	0.1361	0.3401
90	0.0126	0.1344	0.0399	0.1951	0.0701	0.2455	0.1004	0.2887	0.1298	0.3264
95	0.012	0.1279	0.0379	0.1863	0.0667	0.235	0.0958	0.2769	0.1241	0.3138
100	0.0114	0.1221	0.0361	0.1783	0.0637	0.2254	0.0916	0.2661	0.1189	0.3021
105	0.0109	0.1167	0.0345	0.1709	0.061	0.2165	0.0878	0.2561	0.1141	0.2912
110	0.0104	0.1118	0.033	0.1641	0.0585	0.2083	0.0843	0.2468	0.1097	0.2811
115	0.0099	0.1073	0.0317	0.1578	0.0561	0.2005	0.081	0.2382	0.1056	0.2716
120	0.0095	0.1032	0.0304	0.152	0.054	0.1936	0.0781	0.2301	0.1019	0.2628
125	0.0092	0.0994	0.0293	0.1466	0.052	0.187	0.0753	0.2226	0.0983	0.2545
130	0.0088	0.0958	0.0282	0.1416	0.0502	0.1809	0.0727	0.2155	0.095	0.2467
135	0.0085	0.0924	0.0272	0.1369	0.0485	0.1751	0.0703	0.2089	0.0919	0.2394
140	0.0082	0.0894	0.0263	0.1325	0.0468	0.1697	0.068	0.2027	0.0891	0.2325
145	0.0079	0.0865	0.0254	0.1284	0.0453	0.1646	0.0659	0.1968	0.0863	0.226
150	0.0077	0.0837	0.0246	0.1245	0.0439	0.1598	0.0639	0.1913	0.0838	0.2198
155	0.0074	0.0812	0.0239	0.1208	0.0426	0.1553	0.062	0.186	0.0814	0.214
160	0.0072	0.0788	0.0231	0.1174	0.0414	0.151	0.0602	0.1811	0.0791	0.2084
165	0.007	0.0766	0.0225	0.1141	0.0401	0.1468	0.0586	0.1764	0.077	0.2032
170	0.0068	0.0744	0.0218	0.1111	0.039	0.143	0.057	0.1719	0.0749	0.1982
175	0.0066	0.0724	0.0212	0.1082	0.038	0.1393	0.0555	0.1677	0.073	0.1934
180	0.0064	0.0705	0.0207	0.1054	0.037	0.1361	0.0541	0.1637	0.0712	0.1889
185	0.0062	0.0687	0.0201	0.1028	0.0361	0.1328	0.0527	0.1598	0.0694	0.1846
190	0.0061	0.0669	0.0196	0.1003	0.0351	0.1295	0.0514	0.156	0.0678	0.1804
195	0.0059	0.0654	0.0191	0.0979	0.0343	0.1265	0.0501	0.1525	0.0662	0.1765
200	0.0058	0.0638	0.0187	0.0956	0.0335	0.1236	0.049	0.1491	0.0647	0.1727

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.01$

$m \setminus n$	30		35		40		45		50	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.6626	0.9646	0.7001	0.9692	0.7303	0.9728	0.755	0.9756	0.7755	0.9779
10	0.5516	0.8951	0.595	0.9076	0.6308	0.9175	0.6609	0.9255	0.6865	0.932
15	0.4749	0.8268	0.5199	0.8458	0.5579	0.861	0.5905	0.8735	0.6187	0.8839
20	0.4178	0.7651	0.4626	0.7888	0.5012	0.8081	0.5348	0.8242	0.5642	0.8378
25	0.3733	0.7105	0.4171	0.7376	0.4555	0.76	0.4892	0.7788	0.5192	0.7949
30	0.3376	0.6624	0.38	0.6918	0.4176	0.7164	0.4511	0.7373	0.4811	0.7553
35	0.3082	0.6199	0.3491	0.6509	0.3858	0.677	0.4187	0.6995	0.4484	0.719
40	0.2836	0.5823	0.323	0.6142	0.3585	0.6415	0.3908	0.6651	0.42	0.6857
45	0.2627	0.5488	0.3005	0.5813	0.3349	0.6093	0.3664	0.6337	0.3951	0.6551
50	0.2447	0.5189	0.281	0.5516	0.3143	0.58	0.3449	0.6049	0.373	0.627
55	0.229	0.4919	0.2639	0.5247	0.2961	0.5533	0.3258	0.5786	0.3533	0.6011
60	0.2152	0.4676	0.2487	0.5002	0.2799	0.5288	0.3088	0.5543	0.3356	0.5771
65	0.203	0.4455	0.2353	0.4778	0.2654	0.5064	0.2935	0.532	0.3196	0.5549
70	0.1921	0.4254	0.2232	0.4573	0.2523	0.4858	0.2796	0.5113	0.3051	0.5343
75	0.1823	0.4069	0.2123	0.4385	0.2405	0.4667	0.2669	0.4921	0.2918	0.5151
80	0.1735	0.39	0.2024	0.4211	0.2297	0.4491	0.2554	0.4743	0.2797	0.4972
85	0.1655	0.3744	0.1934	0.4051	0.2199	0.4327	0.2449	0.4577	0.2686	0.4806
90	0.1582	0.36	0.1852	0.3902	0.2109	0.4175	0.2352	0.4422	0.2583	0.4649
95	0.1515	0.3467	0.1777	0.3763	0.2026	0.4032	0.2262	0.4277	0.2487	0.4503
100	0.1454	0.3343	0.1707	0.3634	0.1949	0.3899	0.2179	0.4142	0.2399	0.4365
105	0.1397	0.3228	0.1643	0.3514	0.1878	0.3775	0.2102	0.4014	0.2317	0.4235
110	0.1345	0.312	0.1583	0.3401	0.1812	0.3658	0.203	0.3894	0.224	0.4113
115	0.1296	0.3019	0.1528	0.3295	0.175	0.3548	0.1963	0.3781	0.2168	0.3997
120	0.1251	0.2925	0.1476	0.3195	0.1693	0.3445	0.19	0.3674	0.21	0.3888
125	0.1209	0.2836	0.1428	0.3102	0.1639	0.3347	0.1842	0.3573	0.2037	0.3785
130	0.117	0.2752	0.1382	0.3013	0.1588	0.3254	0.1786	0.3478	0.1977	0.3686
135	0.1133	0.2673	0.134	0.293	0.1541	0.3167	0.1734	0.3387	0.1921	0.3593
140	0.1098	0.2599	0.13	0.2851	0.1496	0.3084	0.1685	0.3301	0.1868	0.3504
145	0.1065	0.2528	0.1262	0.2776	0.1454	0.3005	0.1639	0.3219	0.1818	0.342
150	0.1035	0.2461	0.1227	0.2704	0.1414	0.2931	0.1595	0.3141	0.177	0.3339
155	0.1006	0.2398	0.1193	0.2637	0.1376	0.2859	0.1553	0.3067	0.1725	0.3263
160	0.0978	0.2338	0.1162	0.2573	0.134	0.2792	0.1514	0.2996	0.1682	0.3189
165	0.0952	0.2281	0.1132	0.2511	0.1306	0.2727	0.1476	0.2929	0.1641	0.3119
170	0.0928	0.2226	0.1103	0.2453	0.1274	0.2665	0.144	0.2864	0.1603	0.3052
175	0.0905	0.2174	0.1076	0.2397	0.1243	0.2606	0.1406	0.2802	0.1566	0.2987
180	0.0882	0.2125	0.105	0.2344	0.1214	0.255	0.1374	0.2743	0.153	0.2926
185	0.0861	0.2077	0.1025	0.2293	0.1186	0.2496	0.1343	0.2686	0.1496	0.2866
190	0.0841	0.2032	0.1002	0.2244	0.116	0.2444	0.1313	0.2631	0.1464	0.281
195	0.0822	0.1988	0.0979	0.2197	0.1134	0.2394	0.1285	0.2579	0.1433	0.2755
200	0.0803	0.1947	0.0958	0.2152	0.111	0.2346	0.1258	0.2529	0.1403	0.2702

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.01$

$m \setminus n$	55		60		65		70		75	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.7929	0.9798	0.8078	0.9814	0.8207	0.9828	0.8319	0.984	0.8419	0.985
10	0.7085	0.9375	0.7277	0.9422	0.7445	0.9462	0.7594	0.9497	0.7726	0.9528
15	0.6433	0.8927	0.6649	0.9003	0.6841	0.9069	0.7012	0.9126	0.7166	0.9177
20	0.5902	0.8494	0.6133	0.8595	0.634	0.8683	0.6526	0.876	0.6694	0.8829
25	0.5459	0.8088	0.5698	0.8209	0.5914	0.8315	0.6109	0.841	0.6287	0.8494
30	0.5081	0.771	0.5324	0.7848	0.5545	0.797	0.5747	0.8079	0.5931	0.8177
35	0.4754	0.7361	0.4999	0.7513	0.5222	0.7647	0.5427	0.7768	0.5615	0.7877
40	0.4467	0.7039	0.4712	0.7201	0.4936	0.7346	0.5142	0.7477	0.5333	0.7595
45	0.4215	0.6742	0.4457	0.6912	0.468	0.7065	0.4887	0.7204	0.5079	0.733
50	0.3989	0.6467	0.4229	0.6644	0.4451	0.6804	0.4657	0.6949	0.4849	0.7081
55	0.3788	0.6212	0.4024	0.6394	0.4244	0.656	0.4448	0.671	0.4639	0.6848
60	0.3606	0.5976	0.3838	0.6162	0.4055	0.6331	0.4258	0.6486	0.4447	0.6628
65	0.3441	0.5757	0.3669	0.5945	0.3883	0.6118	0.4083	0.6275	0.4271	0.6421
70	0.329	0.5552	0.3514	0.5742	0.3725	0.5917	0.3922	0.6078	0.4109	0.6226
75	0.3152	0.5361	0.3372	0.5553	0.3579	0.5729	0.3774	0.5891	0.3958	0.6042
80	0.3026	0.5182	0.3241	0.5375	0.3445	0.5552	0.3637	0.5716	0.3819	0.5868
85	0.2909	0.5015	0.312	0.5208	0.332	0.5385	0.3509	0.555	0.3689	0.5703
90	0.2801	0.4858	0.3008	0.505	0.3205	0.5228	0.339	0.5393	0.3567	0.5548
95	0.2701	0.471	0.2904	0.4902	0.3097	0.508	0.328	0.5246	0.3454	0.54
100	0.2608	0.4571	0.2807	0.4762	0.2996	0.4939	0.3176	0.5105	0.3348	0.526
105	0.2521	0.444	0.2716	0.463	0.2901	0.4806	0.3079	0.4972	0.3248	0.5126
110	0.2439	0.4315	0.263	0.4504	0.2813	0.468	0.2987	0.4845	0.3154	0.4999
115	0.2363	0.4198	0.2551	0.4385	0.273	0.456	0.2901	0.4725	0.3065	0.4879
120	0.2292	0.4087	0.2475	0.4273	0.2651	0.4447	0.282	0.461	0.2981	0.4763
125	0.2224	0.3981	0.2404	0.4165	0.2577	0.4338	0.2743	0.4501	0.2902	0.4653
130	0.2161	0.3881	0.2338	0.4063	0.2507	0.4235	0.267	0.4396	0.2826	0.4548
135	0.2101	0.3786	0.2274	0.3966	0.2441	0.4136	0.2601	0.4297	0.2755	0.4448
140	0.2044	0.3695	0.2214	0.3874	0.2378	0.4042	0.2535	0.4201	0.2687	0.4351
145	0.1991	0.3608	0.2158	0.3785	0.2318	0.3952	0.2473	0.411	0.2622	0.4259
150	0.194	0.3525	0.2104	0.3701	0.2261	0.3866	0.2414	0.4023	0.2561	0.417
155	0.1891	0.3446	0.2052	0.362	0.2207	0.3783	0.2357	0.3939	0.2502	0.4086
160	0.1845	0.3371	0.2003	0.3542	0.2156	0.3704	0.2304	0.3858	0.2446	0.4004
165	0.1802	0.3298	0.1957	0.3468	0.2107	0.3629	0.2252	0.3781	0.2393	0.3926
170	0.176	0.3229	0.1912	0.3397	0.206	0.3556	0.2203	0.3707	0.2342	0.3851
175	0.172	0.3162	0.187	0.3329	0.2015	0.3486	0.2156	0.3636	0.2292	0.3778
180	0.1682	0.3099	0.1829	0.3263	0.1972	0.3418	0.2111	0.3567	0.2245	0.3709
185	0.1645	0.3037	0.179	0.32	0.1931	0.3354	0.2067	0.3501	0.22	0.3641
190	0.161	0.2978	0.1753	0.3139	0.1891	0.3291	0.2026	0.3437	0.2157	0.3576
195	0.1577	0.2922	0.1717	0.3081	0.1853	0.3231	0.1986	0.3375	0.2115	0.3513
200	0.1545	0.2867	0.1682	0.3023	0.1817	0.3173	0.1948	0.3316	0.2075	0.3453

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.01$

$m \setminus n$	80		85		90		95		100	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8508	0.9859	0.8587	0.9867	0.8658	0.9874	0.8722	0.988	0.878	0.9886
10	0.7845	0.9555	0.7951	0.9579	0.8048	0.9601	0.8136	0.9621	0.8216	0.9638
15	0.7305	0.9223	0.7431	0.9263	0.7546	0.93	0.765	0.9333	0.7747	0.9363
20	0.6847	0.8891	0.6986	0.8947	0.7114	0.8997	0.7231	0.9042	0.7339	0.9084
25	0.6449	0.857	0.6599	0.8639	0.6736	0.8702	0.6862	0.8758	0.6979	0.8811
30	0.61	0.8265	0.6256	0.8345	0.64	0.8418	0.6533	0.8485	0.6657	0.8546
35	0.5788	0.7976	0.5949	0.8066	0.6098	0.8148	0.6237	0.8224	0.6366	0.8293
40	0.5509	0.7703	0.5673	0.7801	0.5826	0.7891	0.5968	0.7974	0.6101	0.8051
45	0.5257	0.7445	0.5422	0.7551	0.5577	0.7648	0.5722	0.7738	0.5858	0.7821
50	0.5027	0.7203	0.5194	0.7314	0.5351	0.7417	0.5497	0.7513	0.5635	0.7601
55	0.4817	0.6974	0.4985	0.7091	0.5142	0.7199	0.529	0.7299	0.5429	0.7392
60	0.4625	0.6759	0.4792	0.6879	0.495	0.6992	0.5098	0.7096	0.5238	0.7193
65	0.4448	0.6555	0.4614	0.668	0.4772	0.6795	0.492	0.6903	0.5061	0.7004
70	0.4284	0.6363	0.445	0.649	0.4606	0.6609	0.4755	0.672	0.4895	0.6824
75	0.4132	0.6181	0.4296	0.6311	0.4452	0.6432	0.46	0.6546	0.474	0.6652
80	0.3991	0.6009	0.4154	0.6141	0.4308	0.6264	0.4455	0.638	0.4595	0.6489
85	0.3859	0.5846	0.402	0.598	0.4174	0.6105	0.432	0.6222	0.4459	0.6333
90	0.3736	0.5691	0.3895	0.5826	0.4047	0.5952	0.4192	0.6071	0.4331	0.6183
95	0.362	0.5544	0.3778	0.568	0.3929	0.5807	0.4072	0.5927	0.421	0.6041
100	0.3511	0.5405	0.3667	0.5541	0.3817	0.5669	0.3959	0.579	0.4096	0.5904
105	0.3409	0.5272	0.3563	0.5408	0.3711	0.5537	0.3852	0.5659	0.3988	0.5774
110	0.3313	0.5145	0.3465	0.5282	0.3611	0.5411	0.3751	0.5533	0.3885	0.5649
115	0.3222	0.5024	0.3372	0.5161	0.3516	0.529	0.3655	0.5412	0.3788	0.5529
120	0.3136	0.4908	0.3284	0.5045	0.3427	0.5174	0.3564	0.5297	0.3695	0.5414
125	0.3054	0.4798	0.3201	0.4934	0.3341	0.5064	0.3477	0.5186	0.3607	0.5303
130	0.2977	0.4692	0.3121	0.4828	0.326	0.4957	0.3394	0.508	0.3523	0.5197
135	0.2903	0.4591	0.3046	0.4727	0.3183	0.4856	0.3316	0.4978	0.3443	0.5095
140	0.2833	0.4494	0.2974	0.4629	0.311	0.4758	0.3241	0.488	0.3367	0.4997
145	0.2767	0.4401	0.2905	0.4536	0.3039	0.4664	0.3169	0.4786	0.3294	0.4902
150	0.2703	0.4312	0.284	0.4446	0.2972	0.4573	0.31	0.4695	0.3224	0.4811
155	0.2642	0.4226	0.2778	0.4359	0.2908	0.4486	0.3035	0.4607	0.3157	0.4723
160	0.2584	0.4144	0.2718	0.4276	0.2847	0.4402	0.2972	0.4523	0.3092	0.4639
165	0.2529	0.4064	0.266	0.4196	0.2788	0.4322	0.2911	0.4442	0.3031	0.4557
170	0.2476	0.3988	0.2605	0.4119	0.2731	0.4244	0.2853	0.4363	0.2971	0.4478
175	0.2425	0.3914	0.2553	0.4044	0.2677	0.4168	0.2798	0.4288	0.2914	0.4402
180	0.2376	0.3843	0.2502	0.3972	0.2625	0.4096	0.2744	0.4214	0.286	0.4328
185	0.2329	0.3775	0.2454	0.3903	0.2575	0.4026	0.2693	0.4144	0.2807	0.4257
190	0.2284	0.3709	0.2407	0.3836	0.2527	0.3958	0.2643	0.4075	0.2756	0.4187
195	0.224	0.3645	0.2362	0.3771	0.248	0.3892	0.2595	0.4009	0.2707	0.4121
200	0.2198	0.3583	0.2319	0.3709	0.2435	0.3829	0.2549	0.3945	0.266	0.4056

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.01$

$m \setminus n$	105		110		115		120		125	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8834	0.9892	0.8883	0.9896	0.8928	0.9901	0.8969	0.9905	0.9007	0.9908
10	0.8291	0.9655	0.8358	0.9669	0.8421	0.9683	0.848	0.9695	0.8534	0.9707
15	0.7835	0.939	0.7918	0.9416	0.7994	0.9439	0.8065	0.946	0.813	0.948
20	0.744	0.9122	0.7532	0.9157	0.7619	0.919	0.77	0.922	0.7775	0.9248
25	0.7088	0.8858	0.7189	0.8902	0.7284	0.8943	0.7372	0.8981	0.7455	0.9017
30	0.6772	0.8603	0.688	0.8655	0.6981	0.8704	0.7075	0.8749	0.7164	0.8791
35	0.6486	0.8357	0.6599	0.8417	0.6705	0.8472	0.6805	0.8524	0.6898	0.8572
40	0.6225	0.8122	0.6342	0.8188	0.6452	0.825	0.6555	0.8307	0.6653	0.8361
45	0.5986	0.7898	0.6106	0.7969	0.6219	0.8037	0.6325	0.8099	0.6426	0.8158
50	0.5765	0.7683	0.5887	0.776	0.6003	0.7832	0.6112	0.79	0.6215	0.7963
55	0.556	0.7479	0.5684	0.756	0.5802	0.7637	0.5913	0.7708	0.6018	0.7775
60	0.5371	0.7284	0.5496	0.737	0.5615	0.7449	0.5727	0.7525	0.5834	0.7595
65	0.5194	0.7099	0.532	0.7187	0.544	0.727	0.5554	0.7349	0.5662	0.7423
70	0.5028	0.6921	0.5155	0.7013	0.5276	0.7099	0.539	0.7181	0.55	0.7258
75	0.4874	0.6752	0.5001	0.6846	0.5121	0.6935	0.5237	0.7019	0.5347	0.7099
80	0.4729	0.6591	0.4855	0.6687	0.4976	0.6778	0.5092	0.6864	0.5202	0.6946
85	0.4592	0.6437	0.4718	0.6535	0.4839	0.6628	0.4955	0.6716	0.5066	0.6799
90	0.4463	0.6289	0.4589	0.6389	0.471	0.6483	0.4826	0.6573	0.4936	0.6658
95	0.4341	0.6148	0.4467	0.6249	0.4587	0.6345	0.4703	0.6436	0.4813	0.6523
100	0.4226	0.6012	0.4351	0.6115	0.4471	0.6212	0.4586	0.6305	0.4697	0.6393
105	0.4117	0.5883	0.4242	0.5986	0.4361	0.6085	0.4475	0.6178	0.4586	0.6267
110	0.4014	0.5759	0.4137	0.5863	0.4256	0.5962	0.437	0.6057	0.448	0.6147
115	0.3915	0.5639	0.4038	0.5744	0.4156	0.5844	0.4269	0.5939	0.4379	0.603
120	0.3822	0.5525	0.3944	0.563	0.4061	0.5731	0.4174	0.5826	0.4282	0.5918
125	0.3733	0.5414	0.3853	0.552	0.397	0.5621	0.4082	0.5718	0.419	0.581
130	0.3648	0.5309	0.3767	0.5415	0.3883	0.5516	0.3994	0.5613	0.4102	0.5706
135	0.3566	0.5207	0.3685	0.5313	0.38	0.5414	0.391	0.5512	0.4017	0.5605
140	0.3489	0.5108	0.3606	0.5215	0.372	0.5317	0.383	0.5414	0.3936	0.5507
145	0.3414	0.5014	0.3531	0.512	0.3644	0.5222	0.3753	0.532	0.3858	0.5413
150	0.3343	0.4923	0.3459	0.5029	0.357	0.5131	0.3679	0.5228	0.3783	0.5322
155	0.3275	0.4834	0.3389	0.4941	0.35	0.5043	0.3607	0.514	0.3711	0.5234
160	0.321	0.475	0.3323	0.4856	0.3433	0.4957	0.3539	0.5055	0.3642	0.5149
165	0.3147	0.4667	0.3259	0.4773	0.3368	0.4875	0.3473	0.4972	0.3575	0.5066
170	0.3086	0.4588	0.3197	0.4694	0.3305	0.4795	0.341	0.4892	0.3511	0.4986
175	0.3028	0.4511	0.3138	0.4617	0.3245	0.4718	0.3348	0.4815	0.3449	0.4909
180	0.2972	0.4437	0.3081	0.4542	0.3187	0.4643	0.3289	0.474	0.3389	0.4834
185	0.2918	0.4365	0.3026	0.447	0.3131	0.457	0.3233	0.4667	0.3332	0.4761
190	0.2866	0.4296	0.2973	0.44	0.3077	0.45	0.3178	0.4597	0.3276	0.469
195	0.2816	0.4228	0.2922	0.4332	0.3024	0.4432	0.3124	0.4528	0.3222	0.4621
200	0.2767	0.4163	0.2872	0.4266	0.2974	0.4365	0.3073	0.4461	0.317	0.4554

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.01$

$m \setminus n$	130		135		140		145		150	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9043	0.9912	0.9076	0.9915	0.9107	0.9918	0.9136	0.9921	0.9163	0.9923
10	0.8584	0.9718	0.8631	0.9728	0.8675	0.9737	0.8716	0.9746	0.8755	0.9754
15	0.8192	0.9499	0.825	0.9516	0.8304	0.9532	0.8355	0.9547	0.8403	0.9561
20	0.7845	0.9273	0.7912	0.9298	0.7974	0.932	0.8032	0.9342	0.8088	0.9361
25	0.7533	0.905	0.7606	0.908	0.7675	0.9109	0.774	0.9136	0.7802	0.9162
30	0.7248	0.8831	0.7327	0.8867	0.7401	0.8902	0.7472	0.8935	0.7538	0.8965
35	0.6987	0.8618	0.707	0.866	0.7149	0.87	0.7224	0.8738	0.7296	0.8773
40	0.6746	0.8412	0.6833	0.8459	0.6916	0.8504	0.6995	0.8546	0.707	0.8586
45	0.6522	0.8213	0.6612	0.8265	0.6699	0.8315	0.678	0.8361	0.6858	0.8405
50	0.6313	0.8022	0.6407	0.8079	0.6496	0.8132	0.658	0.8182	0.6661	0.823
55	0.6119	0.7839	0.6214	0.7899	0.6305	0.7955	0.6392	0.8009	0.6475	0.806
60	0.5936	0.7662	0.6034	0.7726	0.6126	0.7786	0.6215	0.7842	0.6299	0.7897
65	0.5765	0.7493	0.5864	0.7559	0.5958	0.7622	0.6048	0.7682	0.6134	0.7739
70	0.5604	0.733	0.5704	0.7399	0.5799	0.7465	0.589	0.7527	0.5978	0.7586
75	0.5452	0.7173	0.5552	0.7245	0.5648	0.7313	0.5741	0.7377	0.5829	0.7439
80	0.5308	0.7023	0.5409	0.7097	0.5506	0.7167	0.5599	0.7233	0.5688	0.7297
85	0.5172	0.6879	0.5273	0.6954	0.5371	0.7026	0.5464	0.7094	0.5554	0.716
90	0.5043	0.674	0.5144	0.6816	0.5242	0.689	0.5336	0.696	0.5427	0.7028
95	0.492	0.6606	0.5021	0.6684	0.512	0.6759	0.5214	0.6831	0.5305	0.69
100	0.4803	0.6477	0.4905	0.6557	0.5003	0.6633	0.5098	0.6706	0.5189	0.6776
105	0.4692	0.6352	0.4794	0.6434	0.4892	0.6511	0.4986	0.6586	0.5078	0.6657
110	0.4585	0.6233	0.4687	0.6315	0.4785	0.6393	0.488	0.6469	0.4971	0.6541
115	0.4484	0.6117	0.4586	0.6201	0.4683	0.628	0.4778	0.6356	0.4869	0.643
120	0.4387	0.6006	0.4488	0.609	0.4586	0.617	0.468	0.6247	0.4772	0.6321
125	0.4294	0.5898	0.4395	0.5983	0.4493	0.6064	0.4587	0.6142	0.4678	0.6217
130	0.4206	0.5794	0.4306	0.588	0.4403	0.5962	0.4497	0.604	0.4588	0.6115
135	0.412	0.5694	0.422	0.578	0.4317	0.5862	0.441	0.5941	0.4501	0.6017
140	0.4039	0.5597	0.4138	0.5683	0.4234	0.5766	0.4327	0.5845	0.4418	0.5922
145	0.396	0.5503	0.4059	0.559	0.4155	0.5673	0.4247	0.5752	0.4337	0.583
150	0.3885	0.5412	0.3983	0.5499	0.4078	0.5583	0.417	0.5662	0.426	0.574
155	0.3812	0.5324	0.391	0.5411	0.4004	0.5495	0.4096	0.5575	0.4185	0.5653
160	0.3742	0.5239	0.3839	0.5326	0.3933	0.541	0.4024	0.5491	0.4113	0.5569
165	0.3675	0.5157	0.3771	0.5244	0.3865	0.5328	0.3956	0.5409	0.4043	0.5487
170	0.361	0.5077	0.3705	0.5164	0.3798	0.5248	0.3889	0.5329	0.3976	0.5407
175	0.3547	0.4999	0.3642	0.5086	0.3734	0.517	0.3824	0.5252	0.3911	0.533
180	0.3486	0.4924	0.3581	0.5011	0.3672	0.5095	0.3762	0.5176	0.3848	0.5254
185	0.3428	0.4851	0.3521	0.4938	0.3613	0.5022	0.3701	0.5103	0.3787	0.5181
190	0.3371	0.478	0.3464	0.4866	0.3555	0.495	0.3643	0.5032	0.3728	0.511
195	0.3317	0.4711	0.3409	0.4797	0.3499	0.4881	0.3586	0.4962	0.3671	0.5041
200	0.3264	0.4644	0.3355	0.473	0.3444	0.4814	0.3531	0.4895	0.3616	0.4973

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.01$

$m \setminus n$	155		160		165		170		175	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9188	0.9926	0.9213	0.9928	0.9235	0.993	0.9256	0.9932	0.9277	0.9934
10	0.8791	0.9761	0.8826	0.9768	0.8858	0.9775	0.8889	0.9782	0.8918	0.9788
15	0.8448	0.9574	0.849	0.9587	0.8531	0.9598	0.8569	0.9609	0.8606	0.962
20	0.814	0.938	0.819	0.9398	0.8237	0.9415	0.8281	0.943	0.8324	0.9445
25	0.786	0.9186	0.7915	0.9209	0.7968	0.923	0.8018	0.925	0.8065	0.927
30	0.7602	0.8994	0.7662	0.9022	0.7719	0.9048	0.7774	0.9072	0.7826	0.9095
35	0.7363	0.8807	0.7427	0.8838	0.7489	0.8868	0.7547	0.8897	0.7603	0.8924
40	0.7141	0.8624	0.7208	0.866	0.7273	0.8694	0.7335	0.8726	0.7394	0.8757
45	0.6933	0.8447	0.7004	0.8486	0.7071	0.8524	0.7136	0.8559	0.7198	0.8593
50	0.6737	0.8275	0.6811	0.8318	0.6881	0.8358	0.6948	0.8397	0.7013	0.8434
55	0.6554	0.8109	0.6629	0.8155	0.6702	0.8199	0.6771	0.824	0.6838	0.828
60	0.638	0.7948	0.6458	0.7997	0.6532	0.8043	0.6604	0.8088	0.6672	0.813
65	0.6217	0.7793	0.6296	0.7844	0.6372	0.7893	0.6444	0.794	0.6515	0.7985
70	0.6061	0.7643	0.6142	0.7697	0.6219	0.7748	0.6293	0.7797	0.6365	0.7844
75	0.5914	0.7498	0.5996	0.7554	0.6074	0.7607	0.6149	0.7659	0.6222	0.7708
80	0.5774	0.7358	0.5856	0.7416	0.5936	0.7471	0.6012	0.7525	0.6086	0.7576
85	0.564	0.7222	0.5724	0.7282	0.5804	0.734	0.5881	0.7395	0.5956	0.7447
90	0.5514	0.7092	0.5598	0.7153	0.5678	0.7212	0.5756	0.7269	0.5831	0.7323
95	0.5392	0.6965	0.5477	0.7029	0.5558	0.7089	0.5637	0.7147	0.5712	0.7202
100	0.5276	0.6843	0.5361	0.6907	0.5443	0.6969	0.5522	0.7028	0.5598	0.7085
105	0.5166	0.6725	0.525	0.679	0.5333	0.6854	0.5412	0.6914	0.5489	0.6972
110	0.5059	0.6611	0.5144	0.6677	0.5227	0.6741	0.5306	0.6803	0.5383	0.6862
115	0.4957	0.65	0.5043	0.6567	0.5125	0.6632	0.5205	0.6695	0.5282	0.6755
120	0.486	0.6392	0.4945	0.6461	0.5027	0.6527	0.5108	0.6591	0.5185	0.6652
125	0.4766	0.6289	0.4851	0.6358	0.4934	0.6425	0.5014	0.6489	0.5091	0.6551
130	0.4675	0.6188	0.4761	0.6258	0.4843	0.6325	0.4923	0.639	0.5001	0.6453
135	0.4589	0.609	0.4674	0.6161	0.4756	0.6229	0.4836	0.6295	0.4914	0.6358
140	0.4505	0.5996	0.459	0.6067	0.4672	0.6135	0.4752	0.6202	0.483	0.6266
145	0.4425	0.5904	0.4509	0.5976	0.4591	0.6045	0.4671	0.6111	0.4749	0.6176
150	0.4347	0.5815	0.4431	0.5887	0.4513	0.5956	0.4593	0.6024	0.467	0.6088
155	0.4272	0.5728	0.4355	0.58	0.4438	0.5871	0.4517	0.5938	0.4594	0.6003
160	0.4199	0.5644	0.4283	0.5717	0.4365	0.5787	0.4444	0.5855	0.4521	0.5921
165	0.4129	0.5562	0.4213	0.5635	0.4294	0.5706	0.4373	0.5774	0.445	0.584
170	0.4062	0.5483	0.4145	0.5556	0.4226	0.5627	0.4304	0.5696	0.4381	0.5762
175	0.3996	0.5406	0.4079	0.5479	0.416	0.555	0.4238	0.5619	0.4314	0.5686
180	0.3933	0.533	0.4015	0.5404	0.4095	0.5475	0.4174	0.5544	0.425	0.5611
185	0.3872	0.5257	0.3953	0.5331	0.4033	0.5402	0.4111	0.5472	0.4187	0.5539
190	0.3812	0.5186	0.3894	0.526	0.3973	0.5331	0.405	0.54	0.4126	0.5468
195	0.3754	0.5117	0.3836	0.5191	0.3915	0.5262	0.3992	0.5332	0.4067	0.5399
200	0.3699	0.5049	0.3779	0.5123	0.3858	0.5195	0.3934	0.5264	0.4009	0.5332

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.01$

$m \setminus n$	180		185		190		195		200	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9296	0.9936	0.9314	0.9938	0.9331	0.9939	0.9348	0.9941	0.9363	0.9942
10	0.8946	0.9793	0.8972	0.9799	0.8997	0.9804	0.9021	0.9809	0.9044	0.9813
15	0.864	0.963	0.8673	0.9639	0.8705	0.9648	0.8735	0.9657	0.8763	0.9665
20	0.8364	0.946	0.8403	0.9473	0.8439	0.9486	0.8474	0.9498	0.8508	0.951
25	0.811	0.9288	0.8154	0.9306	0.8195	0.9322	0.8235	0.9338	0.8273	0.9353
30	0.7875	0.9118	0.7923	0.9139	0.7968	0.9159	0.8012	0.9178	0.8053	0.9197
35	0.7656	0.895	0.7707	0.8975	0.7756	0.8998	0.7803	0.9021	0.7848	0.9042
40	0.745	0.8786	0.7504	0.8814	0.7556	0.884	0.7606	0.8866	0.7654	0.889
45	0.7257	0.8626	0.7314	0.8657	0.7368	0.8686	0.7421	0.8715	0.7471	0.8742
50	0.7074	0.847	0.7133	0.8504	0.719	0.8536	0.7245	0.8567	0.7298	0.8597
55	0.6901	0.8318	0.6963	0.8355	0.7022	0.839	0.7078	0.8423	0.7133	0.8455
60	0.6737	0.8171	0.6801	0.821	0.6861	0.8247	0.692	0.8283	0.6976	0.8317
65	0.6582	0.8028	0.6646	0.8069	0.6709	0.8109	0.6769	0.8147	0.6827	0.8183
70	0.6433	0.7889	0.6499	0.7933	0.6563	0.7974	0.6625	0.8014	0.6684	0.8052
75	0.6292	0.7755	0.6359	0.78	0.6424	0.7843	0.6487	0.7885	0.6547	0.7925
80	0.6157	0.7625	0.6225	0.7671	0.6291	0.7716	0.6355	0.776	0.6417	0.7802
85	0.6028	0.7498	0.6097	0.7547	0.6164	0.7593	0.6229	0.7638	0.6291	0.7681
90	0.5904	0.7375	0.5974	0.7425	0.6042	0.7473	0.6108	0.752	0.6171	0.7565
95	0.5786	0.7256	0.5857	0.7307	0.5925	0.7357	0.5991	0.7405	0.6055	0.7451
100	0.5672	0.714	0.5743	0.7193	0.5813	0.7244	0.5879	0.7293	0.5944	0.734
105	0.5563	0.7028	0.5635	0.7082	0.5704	0.7134	0.5772	0.7184	0.5837	0.7233
110	0.5458	0.6919	0.553	0.6974	0.56	0.7027	0.5668	0.7079	0.5734	0.7128
115	0.5357	0.6813	0.543	0.6869	0.55	0.6924	0.5569	0.6976	0.5635	0.7026
120	0.526	0.6711	0.5333	0.6768	0.5404	0.6823	0.5472	0.6876	0.5539	0.6927
125	0.5167	0.6611	0.524	0.6669	0.531	0.6724	0.5379	0.6778	0.5446	0.6831
130	0.5076	0.6514	0.5149	0.6572	0.522	0.6629	0.529	0.6684	0.5357	0.6737
135	0.4989	0.6419	0.5062	0.6479	0.5134	0.6536	0.5203	0.6591	0.527	0.6645
140	0.4905	0.6328	0.4978	0.6387	0.505	0.6445	0.5119	0.6501	0.5186	0.6556
145	0.4824	0.6238	0.4897	0.6299	0.4968	0.6357	0.5038	0.6414	0.5105	0.6469
150	0.4746	0.6152	0.4819	0.6212	0.489	0.6271	0.4959	0.6329	0.5027	0.6384
155	0.467	0.6067	0.4743	0.6128	0.4814	0.6188	0.4883	0.6245	0.4951	0.6301
160	0.4596	0.5985	0.4669	0.6046	0.474	0.6106	0.4809	0.6164	0.4877	0.6221
165	0.4525	0.5905	0.4598	0.5967	0.4669	0.6027	0.4738	0.6085	0.4805	0.6142
170	0.4455	0.5826	0.4529	0.5889	0.4599	0.5949	0.4668	0.6008	0.4736	0.6065
175	0.4389	0.575	0.4461	0.5813	0.4532	0.5874	0.4601	0.5933	0.4668	0.5991
180	0.4324	0.5676	0.4396	0.5739	0.4467	0.58	0.4536	0.586	0.4603	0.5917
185	0.4261	0.5604	0.4333	0.5667	0.4403	0.5728	0.4472	0.5788	0.4539	0.5846
190	0.42	0.5533	0.4272	0.5597	0.4342	0.5658	0.441	0.5718	0.4477	0.5776
195	0.414	0.5464	0.4212	0.5528	0.4282	0.559	0.435	0.565	0.4417	0.5708
200	0.4082	0.5397	0.4154	0.5461	0.4224	0.5523	0.4292	0.5583	0.4358	0.5642

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.8: Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.025$

$m \setminus n$	5		10		15		20		25	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.18	0.82	0.3751	0.8886	0.5007	0.9193	0.5855	0.9367	0.6461	0.9479
10	0.1114	0.6248	0.2618	0.7382	0.376	0.7983	0.4615	0.8358	0.5271	0.8615
15	0.0807	0.4993	0.2016	0.624	0.3022	0.6978	0.3826	0.747	0.4473	0.7823
20	0.0633	0.4145	0.1641	0.5385	0.253	0.6175	0.3272	0.6728	0.3891	0.7139
25	0.0521	0.3539	0.1385	0.4729	0.2177	0.5527	0.2861	0.6109	0.3447	0.6553
30	0.0442	0.3086	0.1197	0.4212	0.1911	0.4999	0.2543	0.5589	0.3095	0.605
35	0.0384	0.2736	0.1055	0.3795	0.1703	0.456	0.2289	0.5147	0.2809	0.5616
40	0.034	0.2456	0.0943	0.3453	0.1536	0.419	0.2081	0.4769	0.2572	0.5237
45	0.0305	0.2228	0.0852	0.3166	0.1399	0.3875	0.1908	0.4441	0.2372	0.4905
50	0.0276	0.2039	0.0778	0.2924	0.1285	0.3604	0.1762	0.4155	0.2201	0.4612
55	0.0252	0.1879	0.0715	0.2715	0.1188	0.3368	0.1637	0.3903	0.2053	0.4351
60	0.0232	0.1742	0.0662	0.2534	0.1104	0.3161	0.1528	0.3679	0.1924	0.4118
65	0.0215	0.1624	0.0616	0.2376	0.1032	0.2977	0.1433	0.3479	0.181	0.3908
70	0.0201	0.1521	0.0576	0.2236	0.0968	0.2814	0.1349	0.33	0.1709	0.3719
75	0.0188	0.143	0.0541	0.2112	0.0912	0.2667	0.1274	0.3138	0.1619	0.3546
80	0.0177	0.135	0.051	0.2001	0.0862	0.2535	0.1208	0.2992	0.1538	0.3389
85	0.0167	0.1278	0.0482	0.1901	0.0817	0.2416	0.1148	0.2858	0.1464	0.3245
90	0.0158	0.1213	0.0457	0.181	0.0777	0.2307	0.1093	0.2736	0.1398	0.3113
95	0.015	0.1154	0.0435	0.1728	0.074	0.2207	0.1044	0.2623	0.1337	0.2991
100	0.0142	0.1101	0.0415	0.1652	0.0707	0.2116	0.0999	0.252	0.1281	0.2878
105	0.0136	0.1053	0.0396	0.1584	0.0677	0.2032	0.0957	0.2424	0.123	0.2773
110	0.013	0.1008	0.0379	0.152	0.0649	0.1954	0.0919	0.2335	0.1182	0.2676
115	0.0124	0.0968	0.0364	0.1462	0.0623	0.1882	0.0884	0.2253	0.1138	0.2585
120	0.0119	0.093	0.035	0.1408	0.0599	0.1815	0.0851	0.2176	0.1098	0.2502
125	0.0114	0.0894	0.0336	0.1357	0.0577	0.1753	0.0821	0.2104	0.106	0.2422
130	0.011	0.0863	0.0324	0.1311	0.0557	0.1695	0.0793	0.2037	0.1025	0.2347
135	0.0106	0.0833	0.0313	0.1267	0.0538	0.164	0.0766	0.1974	0.0992	0.2277
140	0.0103	0.0805	0.0302	0.1226	0.052	0.1588	0.0742	0.1915	0.0961	0.2211
145	0.0099	0.0779	0.0292	0.1188	0.0503	0.154	0.0719	0.1859	0.0932	0.2149
150	0.0096	0.0754	0.0283	0.1152	0.0488	0.1495	0.0697	0.1806	0.0904	0.209
155	0.0093	0.0731	0.0274	0.1118	0.0473	0.1452	0.0677	0.1757	0.0878	0.2034
160	0.009	0.0709	0.0266	0.1086	0.0459	0.1412	0.0657	0.171	0.0854	0.1981
165	0.0087	0.0689	0.0258	0.1056	0.0446	0.1374	0.0639	0.1665	0.0831	0.1931
170	0.0085	0.0671	0.0251	0.1027	0.0434	0.1338	0.0622	0.1623	0.0809	0.1883
175	0.0082	0.0652	0.0244	0.0998	0.0422	0.1304	0.0606	0.1582	0.0788	0.1838
180	0.008	0.0635	0.0237	0.0972	0.0411	0.1272	0.059	0.1544	0.0769	0.1794
185	0.0078	0.0618	0.0231	0.0948	0.0401	0.124	0.0575	0.1507	0.075	0.1753
190	0.0076	0.0601	0.0225	0.0925	0.0391	0.1211	0.0561	0.1473	0.0732	0.1713
195	0.0074	0.0587	0.022	0.0903	0.0382	0.1185	0.0548	0.1439	0.0715	0.1676
200	0.0072	0.0572	0.0214	0.0882	0.0372	0.1156	0.0535	0.1408	0.0699	0.164

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.025$

$m \setminus n$	30		35		40		45		50	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.6914	0.9558	0.7265	0.9616	0.7544	0.966	0.7772	0.9695	0.7961	0.9724
10	0.5788	0.8803	0.6205	0.8945	0.6547	0.9057	0.6834	0.9148	0.7076	0.9222
15	0.5002	0.8089	0.544	0.8297	0.581	0.8464	0.6124	0.8601	0.6396	0.8715
20	0.4411	0.7457	0.4853	0.7711	0.5231	0.7919	0.5559	0.8092	0.5845	0.8238
25	0.3949	0.6905	0.4384	0.7191	0.4763	0.7428	0.5094	0.7628	0.5387	0.7799
30	0.3577	0.6422	0.4001	0.673	0.4374	0.6988	0.4704	0.7208	0.5	0.7397
35	0.327	0.5999	0.3679	0.632	0.4045	0.6593	0.4371	0.6827	0.4665	0.7031
40	0.3012	0.5626	0.3407	0.5955	0.3763	0.6237	0.4083	0.6482	0.4374	0.6696
45	0.2792	0.5295	0.3173	0.5628	0.3518	0.5917	0.3832	0.6168	0.4118	0.639
50	0.2603	0.5	0.2969	0.5335	0.3304	0.5626	0.361	0.5882	0.3891	0.6109
55	0.2437	0.4736	0.279	0.5069	0.3114	0.5362	0.3413	0.5621	0.3687	0.5851
60	0.2292	0.4497	0.2632	0.4828	0.2946	0.5121	0.3236	0.5381	0.3505	0.5614
65	0.2163	0.4281	0.249	0.4609	0.2795	0.49	0.3077	0.516	0.3339	0.5394
70	0.2048	0.4085	0.2363	0.4408	0.2658	0.4697	0.2933	0.4956	0.3189	0.519
75	0.1944	0.3905	0.2249	0.4224	0.2535	0.451	0.2802	0.4767	0.3052	0.5001
80	0.1851	0.3741	0.2145	0.4054	0.2422	0.4337	0.2682	0.4592	0.2926	0.4825
85	0.1766	0.359	0.2051	0.3898	0.2319	0.4177	0.2572	0.443	0.2811	0.4661
90	0.1688	0.345	0.1964	0.3753	0.2225	0.4028	0.2471	0.4278	0.2704	0.4507
95	0.1618	0.3321	0.1884	0.3618	0.2138	0.3889	0.2378	0.4136	0.2605	0.4363
100	0.1552	0.3201	0.1811	0.3493	0.2057	0.3759	0.2291	0.4003	0.2513	0.4228
105	0.1492	0.3089	0.1743	0.3375	0.1983	0.3638	0.221	0.3878	0.2427	0.4101
110	0.1437	0.2985	0.168	0.3266	0.1913	0.3524	0.2135	0.3761	0.2347	0.3981
115	0.1385	0.2887	0.1622	0.3163	0.1849	0.3417	0.2065	0.3651	0.2272	0.3868
120	0.1337	0.2796	0.1567	0.3067	0.1788	0.3316	0.2	0.3547	0.2202	0.3761
125	0.1292	0.271	0.1516	0.2976	0.1732	0.3221	0.1938	0.3448	0.2136	0.366
130	0.125	0.263	0.1468	0.289	0.1678	0.3131	0.188	0.3355	0.2074	0.3564
135	0.1211	0.2554	0.1424	0.2809	0.1629	0.3046	0.1826	0.3267	0.2015	0.3473
140	0.1174	0.2482	0.1381	0.2733	0.1582	0.2966	0.1774	0.3183	0.196	0.3386
145	0.114	0.2414	0.1342	0.266	0.1537	0.289	0.1726	0.3104	0.1908	0.3304
150	0.1107	0.235	0.1304	0.2592	0.1495	0.2817	0.168	0.3028	0.1858	0.3226
155	0.1076	0.2289	0.1269	0.2526	0.1455	0.2748	0.1636	0.2956	0.1811	0.3151
160	0.1047	0.2231	0.1235	0.2464	0.1418	0.2682	0.1595	0.2887	0.1766	0.3079
165	0.1019	0.2176	0.1203	0.2405	0.1382	0.262	0.1555	0.2821	0.1723	0.3011
170	0.0993	0.2124	0.1173	0.2349	0.1348	0.256	0.1518	0.2758	0.1683	0.2946
175	0.0968	0.2074	0.1144	0.2295	0.1316	0.2503	0.1482	0.2698	0.1644	0.2883
180	0.0944	0.2026	0.1117	0.2244	0.1285	0.2448	0.1448	0.2641	0.1607	0.2823
185	0.0922	0.1981	0.109	0.2195	0.1255	0.2396	0.1416	0.2586	0.1572	0.2765
190	0.09	0.1937	0.1066	0.2148	0.1227	0.2346	0.1385	0.2533	0.1538	0.271
195	0.088	0.1895	0.1042	0.2103	0.12	0.2298	0.1355	0.2482	0.1505	0.2657
200	0.086	0.1856	0.1019	0.2059	0.1175	0.2252	0.1326	0.2433	0.1474	0.2606

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.025$

$m \setminus n$	55		60		65		70		75	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8121	0.9748	0.8258	0.9768	0.8376	0.9785	0.8479	0.9799	0.857	0.9812
10	0.7285	0.9285	0.7466	0.9338	0.7624	0.9384	0.7764	0.9424	0.7888	0.9459
15	0.6632	0.8812	0.6839	0.8896	0.7023	0.8968	0.7186	0.9032	0.7332	0.9088
20	0.6098	0.8363	0.6321	0.8472	0.652	0.8567	0.67	0.8651	0.6862	0.8726
25	0.5648	0.7946	0.5882	0.8076	0.6092	0.8189	0.6281	0.829	0.6453	0.8381
30	0.5264	0.7563	0.5503	0.7708	0.5719	0.7837	0.5915	0.7952	0.6095	0.8056
35	0.4931	0.721	0.5172	0.7368	0.5391	0.751	0.5591	0.7636	0.5776	0.7751
40	0.4638	0.6885	0.488	0.7054	0.51	0.7206	0.5303	0.7342	0.549	0.7465
45	0.4379	0.6587	0.462	0.6764	0.484	0.6923	0.5044	0.7067	0.5233	0.7198
50	0.4148	0.6313	0.4386	0.6495	0.4606	0.6661	0.481	0.6811	0.4999	0.6948
55	0.3941	0.6059	0.4176	0.6246	0.4394	0.6416	0.4597	0.6571	0.4785	0.6713
60	0.3754	0.5824	0.3985	0.6014	0.4201	0.6188	0.4402	0.6347	0.4591	0.6494
65	0.3584	0.5606	0.3812	0.5799	0.4025	0.5975	0.4224	0.6137	0.4411	0.6287
70	0.3429	0.5403	0.3653	0.5598	0.3863	0.5776	0.406	0.594	0.4245	0.6092
75	0.3286	0.5214	0.3507	0.541	0.3714	0.559	0.3908	0.5755	0.4091	0.5909
80	0.3156	0.5038	0.3372	0.5234	0.3576	0.5414	0.3767	0.5581	0.3948	0.5736
85	0.3035	0.4873	0.3247	0.5068	0.3447	0.5249	0.3636	0.5417	0.3815	0.5573
90	0.2923	0.4718	0.3131	0.4913	0.3328	0.5093	0.3514	0.5262	0.3691	0.5418
95	0.282	0.4572	0.3023	0.4766	0.3217	0.4947	0.34	0.5115	0.3575	0.5272
100	0.2723	0.4436	0.2923	0.4628	0.3113	0.4808	0.3294	0.4976	0.3466	0.5133
105	0.2633	0.4307	0.2829	0.4499	0.3016	0.4677	0.3194	0.4845	0.3363	0.5001
110	0.2549	0.4185	0.2741	0.4375	0.2924	0.4553	0.3099	0.472	0.3266	0.4876
115	0.247	0.407	0.2658	0.4259	0.2838	0.4435	0.3011	0.4601	0.3175	0.4757
120	0.2395	0.3961	0.2581	0.4148	0.2757	0.4323	0.2927	0.4488	0.3089	0.4643
125	0.2325	0.3857	0.2507	0.4043	0.2681	0.4216	0.2848	0.438	0.3007	0.4535
130	0.2259	0.3759	0.2438	0.3943	0.2609	0.4115	0.2773	0.4278	0.293	0.4431
135	0.2197	0.3666	0.2372	0.3847	0.254	0.4018	0.2702	0.418	0.2856	0.4332
140	0.2138	0.3577	0.231	0.3757	0.2475	0.3926	0.2634	0.4086	0.2786	0.4237
145	0.2082	0.3492	0.2251	0.367	0.2413	0.3838	0.257	0.3997	0.272	0.4147
150	0.2029	0.3411	0.2195	0.3587	0.2355	0.3753	0.2509	0.3911	0.2656	0.406
155	0.1979	0.3334	0.2142	0.3508	0.2299	0.3672	0.245	0.3828	0.2596	0.3976
160	0.1931	0.326	0.2091	0.3432	0.2245	0.3595	0.2394	0.3749	0.2538	0.3896
165	0.1885	0.319	0.2043	0.336	0.2194	0.3521	0.2341	0.3673	0.2483	0.3819
170	0.1842	0.3122	0.1996	0.329	0.2146	0.345	0.229	0.3601	0.243	0.3745
175	0.18	0.3057	0.1952	0.3223	0.2099	0.3381	0.2241	0.3531	0.2379	0.3674
180	0.1761	0.2995	0.191	0.3159	0.2055	0.3315	0.2195	0.3464	0.2331	0.3606
185	0.1723	0.2935	0.187	0.3098	0.2012	0.3252	0.215	0.3399	0.2284	0.354
190	0.1686	0.2878	0.1831	0.3038	0.1971	0.3191	0.2107	0.3336	0.2239	0.3476
195	0.1651	0.2823	0.1794	0.2981	0.1932	0.3133	0.2066	0.3276	0.2196	0.3415
200	0.1618	0.277	0.1758	0.2926	0.1894	0.3076	0.2026	0.3218	0.2155	0.3355

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.025$

$m \setminus n$	80		85		90		95		100	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8651	0.9824	0.8723	0.9834	0.8787	0.9842	0.8846	0.985	0.8899	0.9858
10	0.8	0.949	0.81	0.9518	0.819	0.9543	0.8273	0.9565	0.8348	0.9585
15	0.7464	0.9138	0.7585	0.9183	0.7693	0.9223	0.7793	0.926	0.7884	0.9293
20	0.7008	0.8792	0.7142	0.8852	0.7264	0.8907	0.7377	0.8956	0.748	0.9001
25	0.661	0.8462	0.6754	0.8535	0.6887	0.8602	0.7009	0.8663	0.7122	0.8719
30	0.6259	0.8149	0.641	0.8234	0.655	0.8311	0.6679	0.8382	0.6799	0.8448
35	0.5945	0.7855	0.6102	0.7949	0.6247	0.8036	0.6382	0.8116	0.6507	0.8189
40	0.5663	0.7578	0.5823	0.7681	0.5972	0.7775	0.6111	0.7862	0.6241	0.7943
45	0.5408	0.7318	0.557	0.7428	0.5722	0.7529	0.5864	0.7622	0.5997	0.7709
50	0.5175	0.7074	0.5339	0.7189	0.5493	0.7296	0.5637	0.7395	0.5772	0.7487
55	0.4962	0.6844	0.5127	0.6965	0.5282	0.7076	0.5427	0.718	0.5564	0.7277
60	0.4766	0.6628	0.4932	0.6753	0.5087	0.6868	0.5233	0.6976	0.5371	0.7077
65	0.4586	0.6425	0.4751	0.6553	0.4906	0.6672	0.5053	0.6783	0.5191	0.6887
70	0.4419	0.6233	0.4583	0.6364	0.4738	0.6486	0.4885	0.6599	0.5024	0.6706
75	0.4264	0.6052	0.4427	0.6185	0.4582	0.6309	0.4728	0.6425	0.4867	0.6534
80	0.4119	0.588	0.4282	0.6015	0.4435	0.6141	0.4581	0.626	0.472	0.6371
85	0.3985	0.5719	0.4146	0.5854	0.4298	0.5982	0.4443	0.6102	0.4581	0.6215
90	0.3859	0.5565	0.4018	0.5702	0.4169	0.5831	0.4313	0.5952	0.4451	0.6066
95	0.3741	0.5419	0.3898	0.5557	0.4048	0.5686	0.4191	0.5809	0.4328	0.5924
100	0.3629	0.528	0.3785	0.5419	0.3934	0.5549	0.4076	0.5672	0.4211	0.5788
105	0.3525	0.5149	0.3678	0.5287	0.3826	0.5418	0.3967	0.5542	0.4101	0.5659
110	0.3426	0.5023	0.3578	0.5162	0.3724	0.5293	0.3863	0.5417	0.3997	0.5534
115	0.3332	0.4904	0.3483	0.5042	0.3627	0.5173	0.3765	0.5298	0.3898	0.5415
120	0.3244	0.4789	0.3393	0.4928	0.3535	0.5059	0.3672	0.5183	0.3803	0.5301
125	0.316	0.468	0.3307	0.4819	0.3448	0.4949	0.3583	0.5074	0.3713	0.5192
130	0.3081	0.4576	0.3226	0.4714	0.3365	0.4844	0.3499	0.4969	0.3628	0.5087
135	0.3005	0.4476	0.3148	0.4614	0.3286	0.4744	0.3418	0.4868	0.3546	0.4986
140	0.2933	0.4381	0.3075	0.4518	0.3211	0.4647	0.3342	0.4771	0.3468	0.4889
145	0.2865	0.4289	0.3004	0.4425	0.3138	0.4554	0.3268	0.4678	0.3393	0.4795
150	0.2799	0.4202	0.2937	0.4337	0.3069	0.4465	0.3198	0.4588	0.3322	0.4705
155	0.2737	0.4117	0.2873	0.4251	0.3004	0.4379	0.3131	0.4501	0.3253	0.4618
160	0.2677	0.4036	0.2811	0.4169	0.2941	0.4296	0.3066	0.4418	0.3187	0.4535
165	0.262	0.3958	0.2752	0.4091	0.288	0.4217	0.3004	0.4338	0.3124	0.4454
170	0.2565	0.3883	0.2696	0.4015	0.2822	0.414	0.2945	0.4261	0.3063	0.4376
175	0.2513	0.3811	0.2642	0.3941	0.2767	0.4067	0.2888	0.4186	0.3005	0.4301
180	0.2462	0.3741	0.259	0.3871	0.2713	0.3995	0.2833	0.4114	0.2949	0.4228
185	0.2414	0.3674	0.254	0.3803	0.2662	0.3926	0.278	0.4044	0.2895	0.4158
190	0.2367	0.3609	0.2491	0.3737	0.2612	0.3859	0.2729	0.3977	0.2843	0.409
195	0.2322	0.3547	0.2445	0.3673	0.2564	0.3795	0.268	0.3912	0.2792	0.4024
200	0.2279	0.3486	0.2401	0.3612	0.2518	0.3733	0.2633	0.3848	0.2744	0.396

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.025$

$m \setminus n$	105		110		115		120		125	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8947	0.9864	0.8992	0.987	0.9033	0.9876	0.907	0.9881	0.9105	0.9885
10	0.8417	0.9604	0.848	0.9621	0.8539	0.9636	0.8593	0.9651	0.8643	0.9664
15	0.7968	0.9323	0.8046	0.9351	0.8118	0.9377	0.8185	0.94	0.8247	0.9423
20	0.7576	0.9043	0.7665	0.9081	0.7747	0.9116	0.7824	0.9149	0.7895	0.9179
25	0.7226	0.877	0.7323	0.8817	0.7414	0.8861	0.7499	0.8902	0.7579	0.894
30	0.6911	0.8508	0.7015	0.8563	0.7113	0.8615	0.7204	0.8663	0.7289	0.8708
35	0.6624	0.8257	0.6734	0.832	0.6837	0.8378	0.6933	0.8433	0.7024	0.8484
40	0.6363	0.8017	0.6476	0.8087	0.6583	0.8151	0.6684	0.8212	0.6779	0.8268
45	0.6122	0.779	0.6239	0.7865	0.6349	0.7935	0.6453	0.8	0.6552	0.8062
50	0.5899	0.7573	0.6019	0.7653	0.6132	0.7728	0.6239	0.7798	0.634	0.7864
55	0.5693	0.7367	0.5815	0.7451	0.593	0.753	0.6039	0.7604	0.6143	0.7674
60	0.5502	0.7171	0.5625	0.7259	0.5741	0.7342	0.5852	0.7419	0.5957	0.7493
65	0.5323	0.6984	0.5447	0.7076	0.5565	0.7162	0.5677	0.7243	0.5784	0.7319
70	0.5155	0.6806	0.5281	0.6901	0.5399	0.6989	0.5512	0.7073	0.562	0.7152
75	0.4999	0.6637	0.5124	0.6734	0.5243	0.6825	0.5357	0.6911	0.5466	0.6993
80	0.4851	0.6475	0.4977	0.6574	0.5097	0.6668	0.5211	0.6756	0.532	0.684
85	0.4713	0.6321	0.4838	0.6422	0.4958	0.6517	0.5072	0.6607	0.5182	0.6693
90	0.4582	0.6174	0.4707	0.6276	0.4827	0.6373	0.4941	0.6465	0.5051	0.6552
95	0.4458	0.6033	0.4583	0.6137	0.4703	0.6235	0.4817	0.6328	0.4926	0.6417
100	0.4341	0.5899	0.4465	0.6003	0.4585	0.6102	0.4699	0.6197	0.4808	0.6287
105	0.423	0.577	0.4354	0.5875	0.4473	0.5975	0.4586	0.6071	0.4696	0.6161
110	0.4125	0.5646	0.4248	0.5752	0.4366	0.5853	0.4479	0.5949	0.4588	0.6041
115	0.4025	0.5527	0.4147	0.5634	0.4264	0.5736	0.4377	0.5833	0.4486	0.5925
120	0.3929	0.5414	0.4051	0.5521	0.4167	0.5623	0.428	0.572	0.4388	0.5814
125	0.3838	0.5304	0.3959	0.5412	0.4075	0.5514	0.4187	0.5612	0.4294	0.5706
130	0.3752	0.5199	0.3871	0.5307	0.3986	0.541	0.4097	0.5508	0.4204	0.5602
135	0.3669	0.5098	0.3787	0.5206	0.3902	0.5309	0.4012	0.5408	0.4118	0.5502
140	0.359	0.5001	0.3707	0.5109	0.382	0.5212	0.393	0.5311	0.4036	0.5405
145	0.3514	0.4907	0.363	0.5015	0.3743	0.5118	0.3851	0.5217	0.3957	0.5312
150	0.3441	0.4817	0.3556	0.4925	0.3668	0.5028	0.3776	0.5127	0.388	0.5222
155	0.3371	0.473	0.3486	0.4837	0.3596	0.494	0.3703	0.5039	0.3807	0.5134
160	0.3304	0.4646	0.3418	0.4753	0.3527	0.4856	0.3634	0.4955	0.3737	0.505
165	0.324	0.4565	0.3352	0.4672	0.3461	0.4774	0.3566	0.4873	0.3669	0.4968
170	0.3178	0.4487	0.3289	0.4593	0.3397	0.4695	0.3502	0.4794	0.3603	0.4889
175	0.3119	0.4411	0.3229	0.4517	0.3336	0.4619	0.3439	0.4717	0.354	0.4812
180	0.3061	0.4338	0.317	0.4443	0.3276	0.4545	0.3379	0.4643	0.3479	0.4737
185	0.3006	0.4267	0.3114	0.4372	0.3219	0.4473	0.3321	0.4571	0.342	0.4665
190	0.2953	0.4199	0.306	0.4303	0.3164	0.4404	0.3265	0.4501	0.3363	0.4595
195	0.2901	0.4132	0.3007	0.4236	0.311	0.4337	0.3211	0.4433	0.3308	0.4527
200	0.2852	0.4068	0.2957	0.4171	0.3059	0.4271	0.3158	0.4368	0.3255	0.4461

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.025$

$m \setminus n$	130		135		140		145		150	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9137	0.989	0.9167	0.9894	0.9195	0.9897	0.9221	0.9901	0.9246	0.9904
10	0.869	0.9676	0.8734	0.9687	0.8775	0.9698	0.8813	0.9708	0.8849	0.9717
15	0.8305	0.9443	0.836	0.9462	0.841	0.948	0.8459	0.9496	0.8504	0.9512
20	0.7963	0.9207	0.8026	0.9234	0.8085	0.9258	0.8141	0.9281	0.8194	0.9303
25	0.7653	0.8975	0.7723	0.9008	0.7789	0.9039	0.7852	0.9069	0.7911	0.9096
30	0.737	0.875	0.7446	0.8789	0.7518	0.8826	0.7586	0.886	0.765	0.8893
35	0.711	0.8532	0.7191	0.8576	0.7267	0.8619	0.734	0.8658	0.7408	0.8696
40	0.6869	0.8321	0.6954	0.8371	0.7034	0.8419	0.711	0.8463	0.7183	0.8505
45	0.6645	0.812	0.6733	0.8174	0.6817	0.8226	0.6896	0.8274	0.6972	0.832
50	0.6436	0.7926	0.6527	0.7985	0.6614	0.804	0.6696	0.8092	0.6774	0.8142
55	0.6241	0.774	0.6334	0.7803	0.6423	0.7861	0.6508	0.7917	0.6588	0.797
60	0.6057	0.7562	0.6153	0.7628	0.6243	0.769	0.633	0.7749	0.6413	0.7805
65	0.5885	0.7391	0.5982	0.746	0.6074	0.7525	0.6162	0.7587	0.6247	0.7645
70	0.5723	0.7228	0.5821	0.7299	0.5914	0.7366	0.6004	0.743	0.6089	0.7492
75	0.5569	0.707	0.5668	0.7144	0.5763	0.7214	0.5854	0.728	0.594	0.7343
80	0.5424	0.6919	0.5524	0.6995	0.5619	0.7067	0.5711	0.7136	0.5798	0.7201
85	0.5286	0.6774	0.5387	0.6852	0.5483	0.6926	0.5575	0.6996	0.5663	0.7063
90	0.5156	0.6635	0.5256	0.6714	0.5353	0.6789	0.5446	0.6861	0.5535	0.6931
95	0.5031	0.6501	0.5132	0.6582	0.5229	0.6658	0.5323	0.6732	0.5412	0.6802
100	0.4913	0.6372	0.5014	0.6454	0.5111	0.6532	0.5205	0.6607	0.5295	0.6679
105	0.4801	0.6248	0.4902	0.6331	0.4999	0.641	0.5092	0.6486	0.5183	0.6559
110	0.4693	0.6129	0.4794	0.6213	0.4891	0.6293	0.4985	0.637	0.5075	0.6444
115	0.459	0.6014	0.4691	0.6098	0.4788	0.6179	0.4882	0.6257	0.4972	0.6332
120	0.4492	0.5903	0.4592	0.5988	0.4689	0.607	0.4783	0.6149	0.4873	0.6224
125	0.4398	0.5796	0.4498	0.5882	0.4595	0.5964	0.4688	0.6043	0.4778	0.612
130	0.4308	0.5692	0.4407	0.5779	0.4504	0.5862	0.4597	0.5942	0.4687	0.6019
135	0.4221	0.5593	0.4321	0.568	0.4417	0.5763	0.451	0.5843	0.4599	0.5921
140	0.4138	0.5496	0.4237	0.5583	0.4333	0.5667	0.4425	0.5748	0.4515	0.5826
145	0.4058	0.5403	0.4157	0.5491	0.4252	0.5575	0.4344	0.5656	0.4434	0.5734
150	0.3982	0.5313	0.4079	0.5401	0.4174	0.5485	0.4266	0.5566	0.4355	0.5645
155	0.3908	0.5226	0.4005	0.5313	0.4099	0.5398	0.4191	0.548	0.4279	0.5558
160	0.3836	0.5141	0.3933	0.5229	0.4027	0.5314	0.4118	0.5396	0.4206	0.5475
165	0.3768	0.5059	0.3864	0.5147	0.3957	0.5232	0.4048	0.5314	0.4136	0.5393
170	0.3702	0.498	0.3797	0.5068	0.389	0.5153	0.398	0.5235	0.4067	0.5314
175	0.3638	0.4903	0.3733	0.4991	0.3825	0.5076	0.3914	0.5158	0.4001	0.5237
180	0.3576	0.4828	0.367	0.4916	0.3762	0.5001	0.3851	0.5083	0.3938	0.5163
185	0.3516	0.4756	0.361	0.4844	0.3701	0.4929	0.379	0.5011	0.3876	0.509
190	0.3459	0.4686	0.3552	0.4773	0.3642	0.4858	0.373	0.494	0.3816	0.5019
195	0.3403	0.4618	0.3495	0.4705	0.3585	0.479	0.3673	0.4871	0.3758	0.4951
200	0.3349	0.4551	0.3441	0.4638	0.353	0.4723	0.3617	0.4805	0.3701	0.4884

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.025$

$m \setminus n$	155		160		165		170		175	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9269	0.9907	0.9291	0.991	0.9311	0.9913	0.9331	0.9915	0.9349	0.9918
10	0.8883	0.9726	0.8915	0.9734	0.8945	0.9742	0.8974	0.9749	0.9001	0.9756
15	0.8547	0.9527	0.8587	0.954	0.8625	0.9553	0.8661	0.9566	0.8695	0.9577
20	0.8244	0.9323	0.8291	0.9343	0.8335	0.9361	0.8378	0.9378	0.8418	0.9394
25	0.7966	0.9122	0.8019	0.9146	0.807	0.9169	0.8117	0.9191	0.8163	0.9212
30	0.7711	0.8924	0.7769	0.8953	0.7824	0.8981	0.7876	0.9007	0.7926	0.9032
35	0.7474	0.8731	0.7536	0.8765	0.7595	0.8797	0.7651	0.8827	0.7705	0.8856
40	0.7252	0.8545	0.7318	0.8582	0.738	0.8618	0.744	0.8652	0.7497	0.8684
45	0.7044	0.8364	0.7113	0.8405	0.7179	0.8445	0.7242	0.8482	0.7302	0.8518
50	0.685	0.8189	0.6921	0.8234	0.6989	0.8277	0.7054	0.8317	0.7117	0.8356
55	0.6665	0.8021	0.6739	0.8069	0.681	0.8114	0.6877	0.8158	0.6942	0.8199
60	0.6492	0.7858	0.6567	0.7909	0.664	0.7957	0.671	0.8004	0.6777	0.8048
65	0.6328	0.7701	0.6405	0.7755	0.6479	0.7806	0.655	0.7854	0.6619	0.7901
70	0.6171	0.755	0.6251	0.7606	0.6326	0.7659	0.6399	0.771	0.6469	0.7758
75	0.6024	0.7404	0.6104	0.7462	0.6181	0.7517	0.6254	0.757	0.6326	0.7621
80	0.5883	0.7263	0.5964	0.7323	0.6042	0.738	0.6117	0.7435	0.6189	0.7488
85	0.5749	0.7127	0.5831	0.7189	0.591	0.7248	0.5985	0.7304	0.6058	0.7358
90	0.5621	0.6996	0.5703	0.7059	0.5783	0.712	0.586	0.7178	0.5934	0.7233
95	0.5498	0.6869	0.5582	0.6934	0.5662	0.6996	0.5739	0.7055	0.5814	0.7112
100	0.5381	0.6747	0.5465	0.6813	0.5546	0.6876	0.5624	0.6936	0.5699	0.6995
105	0.527	0.6629	0.5353	0.6696	0.5435	0.676	0.5513	0.6821	0.5589	0.6881
110	0.5163	0.6514	0.5246	0.6582	0.5328	0.6648	0.5407	0.6711	0.5483	0.6771
115	0.506	0.6404	0.5144	0.6472	0.5225	0.6539	0.5304	0.6603	0.5381	0.6664
120	0.4961	0.6297	0.5046	0.6367	0.5127	0.6433	0.5206	0.6498	0.5282	0.656
125	0.4866	0.6193	0.4951	0.6264	0.5032	0.6331	0.5111	0.6397	0.5188	0.646
130	0.4774	0.6092	0.4859	0.6164	0.4941	0.6232	0.502	0.6298	0.5097	0.6362
135	0.4687	0.5995	0.4771	0.6067	0.4853	0.6136	0.4932	0.6203	0.5009	0.6267
140	0.4602	0.5901	0.4686	0.5973	0.4768	0.6043	0.4847	0.611	0.4924	0.6175
145	0.452	0.5809	0.4604	0.5882	0.4686	0.5953	0.4765	0.602	0.4842	0.6086
150	0.4442	0.5721	0.4525	0.5794	0.4607	0.5865	0.4686	0.5932	0.4763	0.5998
155	0.4366	0.5634	0.4449	0.5708	0.4531	0.5779	0.4609	0.5847	0.4686	0.5914
160	0.4292	0.5551	0.4375	0.5625	0.4457	0.5696	0.4535	0.5764	0.4612	0.5831
165	0.4221	0.547	0.4304	0.5544	0.4385	0.5615	0.4463	0.5684	0.454	0.5751
170	0.4153	0.5391	0.4235	0.5465	0.4316	0.5537	0.4394	0.5606	0.447	0.5673
175	0.4086	0.5314	0.4168	0.5388	0.4249	0.546	0.4327	0.553	0.4402	0.5597
180	0.4022	0.5239	0.4104	0.5314	0.4184	0.5386	0.4262	0.5456	0.4337	0.5523
185	0.396	0.5167	0.4041	0.5241	0.4121	0.5313	0.4198	0.5384	0.4273	0.5451
190	0.3899	0.5096	0.398	0.5171	0.406	0.5243	0.4137	0.5313	0.4212	0.5381
195	0.3841	0.5027	0.3921	0.5102	0.4	0.5174	0.4077	0.5244	0.4152	0.5313
200	0.3784	0.4961	0.3864	0.5035	0.3943	0.5107	0.4019	0.5178	0.4094	0.5246

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.025$

$m \setminus n$	180		185		190		195		200	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9366	0.992	0.9382	0.9922	0.9398	0.9924	0.9413	0.9926	0.9427	0.9928
10	0.9027	0.9763	0.9051	0.9769	0.9074	0.9775	0.9096	0.978	0.9117	0.9785
15	0.8728	0.9589	0.8759	0.9599	0.8788	0.9609	0.8816	0.9618	0.8843	0.9627
20	0.8456	0.941	0.8493	0.9425	0.8528	0.9439	0.8561	0.9452	0.8593	0.9465
25	0.8206	0.9232	0.8247	0.925	0.8287	0.9268	0.8324	0.9285	0.8361	0.9301
30	0.7974	0.9056	0.8019	0.9078	0.8062	0.91	0.8104	0.912	0.8144	0.914
35	0.7756	0.8883	0.7805	0.8909	0.7852	0.8934	0.7897	0.8958	0.794	0.8981
40	0.7552	0.8715	0.7604	0.8745	0.7654	0.8773	0.7702	0.88	0.7748	0.8825
45	0.7359	0.8552	0.7414	0.8584	0.7467	0.8615	0.7518	0.8645	0.7567	0.8674
50	0.7177	0.8393	0.7234	0.8428	0.729	0.8462	0.7343	0.8495	0.7394	0.8526
55	0.7005	0.8239	0.7064	0.8277	0.7122	0.8314	0.7177	0.8348	0.723	0.8382
60	0.6841	0.809	0.6902	0.813	0.6962	0.8169	0.7019	0.8206	0.7074	0.8242
65	0.6685	0.7945	0.6748	0.7988	0.6809	0.8029	0.6867	0.8068	0.6924	0.8106
70	0.6536	0.7805	0.6601	0.785	0.6663	0.7893	0.6724	0.7934	0.6781	0.7974
75	0.6394	0.7669	0.646	0.7716	0.6524	0.7761	0.6586	0.7804	0.6645	0.7846
80	0.6259	0.7538	0.6326	0.7586	0.6391	0.7633	0.6454	0.7678	0.6514	0.7721
85	0.6129	0.741	0.6197	0.746	0.6263	0.7509	0.6327	0.7555	0.6388	0.76
90	0.6005	0.7287	0.6074	0.7338	0.6141	0.7388	0.6205	0.7436	0.6268	0.7482
95	0.5886	0.7167	0.5956	0.722	0.6023	0.7271	0.6088	0.732	0.6152	0.7368
100	0.5772	0.7051	0.5842	0.7106	0.591	0.7158	0.5976	0.7208	0.604	0.7256
105	0.5662	0.6939	0.5733	0.6994	0.5802	0.7047	0.5868	0.7099	0.5932	0.7148
110	0.5556	0.6829	0.5628	0.6886	0.5697	0.694	0.5764	0.6993	0.5829	0.7043
115	0.5455	0.6724	0.5526	0.6781	0.5596	0.6836	0.5663	0.689	0.5729	0.6941
120	0.5357	0.6621	0.5429	0.6679	0.5498	0.6735	0.5567	0.6789	0.5632	0.6842
125	0.5263	0.6521	0.5335	0.658	0.5405	0.6637	0.5473	0.6692	0.5539	0.6745
130	0.5171	0.6424	0.5244	0.6484	0.5314	0.6541	0.5383	0.6597	0.5449	0.6651
135	0.5083	0.6329	0.5156	0.639	0.5227	0.6448	0.5295	0.6505	0.5362	0.656
140	0.4999	0.6238	0.5071	0.6299	0.5142	0.6358	0.521	0.6415	0.5277	0.647
145	0.4917	0.6149	0.4989	0.621	0.506	0.627	0.5129	0.6327	0.5195	0.6383
150	0.4837	0.6062	0.491	0.6124	0.4981	0.6184	0.5049	0.6242	0.5116	0.6298
155	0.4761	0.5978	0.4833	0.604	0.4904	0.6101	0.4972	0.6159	0.5039	0.6216
160	0.4686	0.5896	0.4759	0.5959	0.483	0.602	0.4898	0.6079	0.4965	0.6136
165	0.4614	0.5816	0.4687	0.5879	0.4757	0.594	0.4826	0.6	0.4893	0.6057
170	0.4544	0.5738	0.4617	0.5802	0.4687	0.5864	0.4756	0.5923	0.4823	0.5981
175	0.4477	0.5663	0.4549	0.5726	0.4619	0.5788	0.4688	0.5848	0.4754	0.5906
180	0.4411	0.5589	0.4483	0.5653	0.4553	0.5715	0.4622	0.5775	0.4688	0.5833
185	0.4347	0.5517	0.4419	0.5581	0.4489	0.5643	0.4557	0.5703	0.4624	0.5762
190	0.4285	0.5447	0.4357	0.5511	0.4427	0.5573	0.4495	0.5634	0.4561	0.5693
195	0.4225	0.5378	0.4296	0.5443	0.4366	0.5505	0.4434	0.5566	0.45	0.5625
200	0.4166	0.5312	0.4238	0.5376	0.4307	0.5439	0.4374	0.5499	0.4442	0.5559

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.9: Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.05$

$m \setminus n$	5		10		15		20		25	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.212	0.788	0.4107	0.8681	0.5335	0.9041	0.6149	0.9247	0.6724	0.938
10	0.1319	0.5893	0.2886	0.7114	0.4032	0.7768	0.4875	0.8179	0.5515	0.8462
15	0.0958	0.4664	0.2232	0.5968	0.3253	0.6747	0.4056	0.727	0.4696	0.7647
20	0.0753	0.3851	0.182	0.5124	0.273	0.5944	0.3478	0.6522	0.4095	0.6954
25	0.062	0.3276	0.1538	0.4484	0.2353	0.5304	0.3046	0.5905	0.3634	0.6366
30	0.0527	0.2849	0.1332	0.3984	0.2069	0.4785	0.2711	0.539	0.3267	0.5866
35	0.0458	0.252	0.1174	0.3583	0.1846	0.4357	0.2443	0.4955	0.2969	0.5435
40	0.0405	0.2259	0.105	0.3254	0.1666	0.3998	0.2223	0.4584	0.2721	0.5062
45	0.0363	0.2046	0.095	0.2981	0.1519	0.3693	0.204	0.4264	0.2511	0.4735
50	0.0329	0.187	0.0867	0.2749	0.1395	0.3431	0.1884	0.3984	0.2332	0.4448
55	0.0301	0.1722	0.0797	0.2551	0.129	0.3203	0.1751	0.3739	0.2176	0.4193
60	0.0277	0.1596	0.0738	0.2379	0.12	0.3004	0.1636	0.3523	0.2041	0.3965
65	0.0257	0.1486	0.0687	0.2229	0.1122	0.2827	0.1535	0.333	0.1921	0.3761
70	0.0239	0.1391	0.0643	0.2097	0.1053	0.2671	0.1446	0.3156	0.1814	0.3576
75	0.0224	0.1307	0.0604	0.1979	0.0992	0.253	0.1366	0.3	0.1719	0.3409
80	0.0211	0.1233	0.0569	0.1874	0.0938	0.2404	0.1295	0.2858	0.1633	0.3256
85	0.0199	0.1167	0.0538	0.178	0.089	0.2289	0.1231	0.2729	0.1556	0.3116
90	0.0188	0.1107	0.0511	0.1694	0.0846	0.2185	0.1172	0.2611	0.1485	0.2988
95	0.0179	0.1056	0.0486	0.1616	0.0806	0.209	0.1119	0.2503	0.1421	0.287
100	0.017	0.1005	0.0463	0.1545	0.077	0.2003	0.1071	0.2404	0.1362	0.2761
105	0.0162	0.096	0.0443	0.148	0.0737	0.1923	0.1027	0.2311	0.1307	0.266
110	0.0155	0.0919	0.0424	0.1421	0.0707	0.1849	0.0986	0.2226	0.1257	0.2566
115	0.0148	0.0882	0.0406	0.1366	0.0679	0.1781	0.0949	0.2147	0.1211	0.2478
120	0.0142	0.0847	0.039	0.1315	0.0653	0.1717	0.0914	0.2073	0.1168	0.2396
125	0.0137	0.0816	0.0376	0.1267	0.0629	0.1658	0.0881	0.2005	0.1128	0.2319
130	0.0132	0.0786	0.0362	0.1223	0.0607	0.1603	0.0851	0.194	0.109	0.2248
135	0.0127	0.0759	0.0349	0.1182	0.0586	0.1551	0.0823	0.188	0.1055	0.218
140	0.0122	0.0733	0.0337	0.1144	0.0567	0.1503	0.0796	0.1823	0.1022	0.2116
145	0.0118	0.0709	0.0326	0.1108	0.0549	0.1457	0.0772	0.1771	0.0991	0.2056
150	0.0114	0.0687	0.0316	0.1075	0.0532	0.1414	0.0748	0.1719	0.0962	0.1999
155	0.0111	0.0666	0.0307	0.1044	0.0516	0.1374	0.0727	0.1671	0.0935	0.1946
160	0.0107	0.0646	0.0298	0.1014	0.0501	0.1336	0.0706	0.1626	0.0909	0.1895
165	0.0104	0.0627	0.0289	0.0985	0.0487	0.13	0.0687	0.1585	0.0884	0.1847
170	0.0101	0.061	0.0281	0.0958	0.0473	0.1264	0.0668	0.1543	0.0861	0.1801
175	0.0098	0.0593	0.0273	0.0933	0.046	0.1231	0.0651	0.1505	0.0839	0.1757
180	0.0096	0.0577	0.0266	0.0909	0.0448	0.1201	0.0635	0.1469	0.0818	0.1715
185	0.0093	0.0562	0.0259	0.0886	0.0437	0.1171	0.0618	0.1433	0.0798	0.1676
190	0.0091	0.0548	0.0252	0.0864	0.0426	0.1143	0.0603	0.14	0.0779	0.1638
195	0.0088	0.0535	0.0246	0.0843	0.0416	0.1117	0.0589	0.1368	0.0761	0.1602
200	0.0086	0.0521	0.024	0.0824	0.0406	0.1091	0.0575	0.1338	0.0744	0.1567

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.05$

$m \setminus n$	30		35		40		45		50	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.715	0.9473	0.7479	0.9542	0.774	0.9595	0.7953	0.9636	0.8128	0.9671
10	0.6016	0.8668	0.6417	0.8826	0.6745	0.895	0.7019	0.905	0.725	0.9133
15	0.5215	0.7932	0.5643	0.8155	0.6002	0.8334	0.6307	0.8481	0.6569	0.8605
20	0.461	0.7289	0.5044	0.7557	0.5416	0.7777	0.5736	0.796	0.6015	0.8115
25	0.4135	0.6733	0.4565	0.7031	0.4938	0.7279	0.5265	0.7489	0.5552	0.7668
30	0.375	0.625	0.4171	0.6568	0.4541	0.6836	0.4868	0.7065	0.5158	0.7262
35	0.3432	0.5829	0.384	0.6159	0.4204	0.6441	0.4528	0.6683	0.4818	0.6894
40	0.3164	0.5459	0.3559	0.5796	0.3914	0.6086	0.4233	0.6338	0.4521	0.6558
45	0.2935	0.5132	0.3317	0.5472	0.3662	0.5767	0.3975	0.6025	0.426	0.6253
50	0.2738	0.4842	0.3106	0.5182	0.3441	0.5479	0.3747	0.5741	0.4027	0.5973
55	0.2565	0.4582	0.292	0.492	0.3246	0.5217	0.3545	0.5481	0.3819	0.5717
60	0.2413	0.4348	0.2756	0.4683	0.3072	0.4979	0.3363	0.5243	0.3631	0.5481
65	0.2278	0.4136	0.2609	0.4467	0.2915	0.4761	0.3199	0.5025	0.3462	0.5263
70	0.2158	0.3944	0.2477	0.427	0.2774	0.4561	0.305	0.4824	0.3307	0.5061
75	0.2049	0.3768	0.2358	0.4089	0.2646	0.4377	0.2915	0.4638	0.3166	0.4875
80	0.1951	0.3608	0.225	0.3923	0.2529	0.4208	0.2791	0.4466	0.3037	0.4701
85	0.1862	0.3461	0.2151	0.377	0.2423	0.405	0.2678	0.4306	0.2918	0.4539
90	0.1781	0.3324	0.2061	0.3629	0.2325	0.3904	0.2573	0.4156	0.2807	0.4388
95	0.1707	0.3199	0.1978	0.3497	0.2234	0.3768	0.2477	0.4017	0.2705	0.4246
100	0.1639	0.3083	0.1901	0.3375	0.2151	0.3641	0.2387	0.3887	0.261	0.4113
105	0.1576	0.2975	0.1831	0.326	0.2073	0.3523	0.2303	0.3765	0.2522	0.3988
110	0.1517	0.2873	0.1765	0.3154	0.2001	0.3412	0.2226	0.365	0.2439	0.3871
115	0.1463	0.2779	0.1704	0.3054	0.1934	0.3307	0.2153	0.3542	0.2362	0.376
120	0.1412	0.269	0.1647	0.296	0.1871	0.3209	0.2085	0.344	0.2289	0.3655
125	0.1365	0.2607	0.1593	0.2871	0.1812	0.3116	0.2021	0.3344	0.2221	0.3556
130	0.1321	0.2529	0.1543	0.2788	0.1757	0.3029	0.1961	0.3253	0.2157	0.3462
135	0.128	0.2456	0.1496	0.271	0.1705	0.2946	0.1905	0.3167	0.2096	0.3373
140	0.1241	0.2386	0.1452	0.2635	0.1655	0.2868	0.1851	0.3085	0.2039	0.3288
145	0.1205	0.2321	0.141	0.2565	0.1609	0.2793	0.1801	0.3007	0.1985	0.3207
150	0.117	0.2258	0.1371	0.2498	0.1565	0.2723	0.1753	0.2933	0.1933	0.3131
155	0.1138	0.22	0.1334	0.2435	0.1524	0.2656	0.1708	0.2863	0.1884	0.3058
160	0.1107	0.2144	0.1299	0.2375	0.1485	0.2592	0.1665	0.2796	0.1838	0.2988
165	0.1078	0.2091	0.1265	0.2318	0.1447	0.2531	0.1624	0.2732	0.1794	0.2921
170	0.105	0.204	0.1234	0.2263	0.1412	0.2473	0.1585	0.2671	0.1752	0.2857
175	0.1024	0.1992	0.1203	0.2211	0.1378	0.2417	0.1548	0.2612	0.1711	0.2796
180	0.0999	0.1946	0.1175	0.2161	0.1346	0.2364	0.1512	0.2556	0.1673	0.2738
185	0.0975	0.1902	0.1147	0.2114	0.1315	0.2313	0.1478	0.2503	0.1636	0.2681
190	0.0952	0.186	0.1121	0.2068	0.1286	0.2265	0.1446	0.2451	0.1601	0.2628
195	0.0931	0.182	0.1096	0.2024	0.1258	0.2218	0.1415	0.2402	0.1568	0.2576
200	0.091	0.1781	0.1072	0.1983	0.1231	0.2173	0.1385	0.2354	0.1535	0.2526

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.05$

$m \setminus n$	55		60		65		70		75	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8277	0.9699	0.8403	0.9723	0.8512	0.9743	0.8607	0.976	0.8692	0.9776
10	0.7449	0.9202	0.7621	0.9262	0.7771	0.9313	0.7903	0.9357	0.802	0.9396
15	0.6797	0.871	0.6996	0.88	0.7173	0.8878	0.7329	0.8947	0.747	0.9008
20	0.626	0.8248	0.6477	0.8364	0.667	0.8465	0.6844	0.8554	0.7	0.8634
25	0.5807	0.7824	0.6035	0.7959	0.6239	0.8079	0.6424	0.8186	0.6591	0.8281
30	0.5419	0.7435	0.5652	0.7587	0.5864	0.7722	0.6056	0.7842	0.6231	0.795
35	0.508	0.7079	0.5317	0.7244	0.5533	0.7391	0.573	0.7523	0.5911	0.7642
40	0.4783	0.6754	0.5021	0.6928	0.5238	0.7084	0.5438	0.7226	0.5622	0.7354
45	0.4519	0.6456	0.4757	0.6637	0.4975	0.6801	0.5176	0.695	0.5362	0.7085
50	0.4283	0.6181	0.4519	0.6368	0.4737	0.6538	0.4939	0.6693	0.5125	0.6834
55	0.4072	0.5928	0.4306	0.612	0.4521	0.6294	0.4723	0.6453	0.4909	0.6599
60	0.388	0.5695	0.4111	0.589	0.4325	0.6067	0.4525	0.6229	0.4711	0.6379
65	0.3706	0.5478	0.3933	0.5675	0.4145	0.5855	0.4343	0.602	0.4529	0.6173
70	0.3547	0.5278	0.3771	0.5475	0.398	0.5657	0.4176	0.5824	0.436	0.5979
75	0.3401	0.5091	0.3621	0.5289	0.3827	0.5471	0.4021	0.564	0.4204	0.5796
80	0.3267	0.4916	0.3483	0.5114	0.3686	0.5297	0.3878	0.5467	0.4058	0.5625
85	0.3143	0.4753	0.3355	0.4951	0.3555	0.5134	0.3744	0.5304	0.3923	0.5463
90	0.3028	0.46	0.3237	0.4797	0.3433	0.498	0.3619	0.515	0.3796	0.5309
95	0.2922	0.4457	0.3126	0.4653	0.3319	0.4835	0.3503	0.5005	0.3677	0.5164
100	0.2822	0.4322	0.3023	0.4517	0.3213	0.4698	0.3394	0.4868	0.3566	0.5026
105	0.2729	0.4195	0.2926	0.4389	0.3113	0.4569	0.3292	0.4738	0.3461	0.4896
110	0.2643	0.4076	0.2836	0.4267	0.302	0.4446	0.3195	0.4614	0.3362	0.4772
115	0.2561	0.3963	0.2751	0.4152	0.2931	0.433	0.3104	0.4497	0.3269	0.4654
120	0.2484	0.3855	0.2671	0.4043	0.2848	0.4219	0.3018	0.4385	0.3181	0.4542
125	0.2412	0.3754	0.2595	0.394	0.277	0.4115	0.2937	0.4279	0.3097	0.4435
130	0.2344	0.3658	0.2524	0.3842	0.2696	0.4015	0.286	0.4178	0.3018	0.4332
135	0.228	0.3566	0.2456	0.3748	0.2625	0.392	0.2787	0.4081	0.2943	0.4235
140	0.2219	0.3479	0.2392	0.3659	0.2559	0.3829	0.2718	0.3989	0.2872	0.4142
145	0.2162	0.3396	0.2332	0.3574	0.2495	0.3742	0.2652	0.3901	0.2803	0.4053
150	0.2107	0.3317	0.2274	0.3493	0.2435	0.3659	0.2589	0.3817	0.2738	0.3966
155	0.2055	0.3241	0.2219	0.3415	0.2377	0.358	0.2529	0.3736	0.2676	0.3884
160	0.2005	0.3169	0.2167	0.3341	0.2322	0.3504	0.2472	0.3658	0.2617	0.3806
165	0.1958	0.31	0.2117	0.327	0.227	0.3431	0.2417	0.3584	0.256	0.3729
170	0.1913	0.3034	0.2069	0.3202	0.222	0.3361	0.2365	0.3512	0.2505	0.3657
175	0.187	0.2971	0.2023	0.3136	0.2172	0.3294	0.2315	0.3444	0.2453	0.3587
180	0.1829	0.291	0.198	0.3073	0.2126	0.323	0.2267	0.3378	0.2404	0.352
185	0.179	0.2851	0.1938	0.3013	0.2082	0.3167	0.2221	0.3314	0.2356	0.3455
190	0.1752	0.2795	0.1898	0.2955	0.204	0.3108	0.2177	0.3253	0.231	0.3392
195	0.1716	0.2741	0.186	0.2899	0.1999	0.305	0.2134	0.3194	0.2266	0.3332
200	0.1681	0.269	0.1823	0.2846	0.196	0.2995	0.2093	0.3137	0.2223	0.3274

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.05$

$m \setminus n$	80		85		90		95		100	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8766	0.9789	0.8832	0.9801	0.8891	0.9812	0.8945	0.9821	0.8994	0.983
10	0.8125	0.9431	0.822	0.9461	0.8306	0.9489	0.8383	0.9514	0.8454	0.9537
15	0.7596	0.9062	0.771	0.911	0.7815	0.9154	0.791	0.9194	0.7997	0.923
20	0.7142	0.8705	0.727	0.8769	0.7388	0.8827	0.7497	0.888	0.7596	0.8929
25	0.6744	0.8367	0.6884	0.8444	0.7012	0.8515	0.713	0.8579	0.7239	0.8638
30	0.6392	0.8048	0.6539	0.8137	0.6675	0.8219	0.6801	0.8293	0.6918	0.8362
35	0.6076	0.775	0.623	0.7849	0.6371	0.7939	0.6503	0.8022	0.6625	0.8098
40	0.5792	0.747	0.5949	0.7577	0.6096	0.7675	0.6231	0.7766	0.6358	0.7849
45	0.5535	0.7209	0.5694	0.7322	0.5844	0.7427	0.5983	0.7523	0.6113	0.7613
50	0.5299	0.6963	0.5461	0.7082	0.5613	0.7193	0.5754	0.7295	0.5887	0.7389
55	0.5084	0.6733	0.5247	0.6857	0.54	0.6972	0.5543	0.7078	0.5677	0.7178
60	0.4886	0.6517	0.5049	0.6645	0.5203	0.6763	0.5347	0.6874	0.5483	0.6977
65	0.4703	0.6314	0.4866	0.6445	0.502	0.6567	0.5165	0.668	0.5302	0.6787
70	0.4533	0.6122	0.4696	0.6256	0.485	0.638	0.4995	0.6497	0.5132	0.6606
75	0.4376	0.5942	0.4538	0.6077	0.4691	0.6204	0.4836	0.6323	0.4974	0.6434
80	0.4229	0.5771	0.439	0.5909	0.4543	0.6037	0.4687	0.6157	0.4825	0.6271
85	0.4092	0.561	0.4252	0.5749	0.4403	0.5878	0.4547	0.6	0.4684	0.6115
90	0.3963	0.5457	0.4122	0.5597	0.4273	0.5728	0.4416	0.5851	0.4552	0.5967
95	0.3843	0.5313	0.4	0.5453	0.4149	0.5584	0.4291	0.5708	0.4428	0.5826
100	0.3729	0.5175	0.3885	0.5316	0.4033	0.5448	0.4175	0.5573	0.431	0.5691
105	0.3622	0.5045	0.3776	0.5185	0.3923	0.5318	0.4064	0.5443	0.4198	0.5561
110	0.3522	0.4921	0.3674	0.5061	0.3819	0.5194	0.3959	0.5319	0.4091	0.5438
115	0.3427	0.4802	0.3577	0.4942	0.3721	0.5075	0.3859	0.5201	0.3991	0.532
120	0.3336	0.469	0.3485	0.4829	0.3627	0.4962	0.3764	0.5087	0.3895	0.5206
125	0.3251	0.4582	0.3397	0.4721	0.3538	0.4853	0.3674	0.4979	0.3803	0.5098
130	0.3169	0.4478	0.3314	0.4617	0.3454	0.4749	0.3588	0.4875	0.3717	0.4994
135	0.3092	0.438	0.3235	0.4518	0.3373	0.465	0.3506	0.4775	0.3633	0.4894
140	0.3018	0.4286	0.316	0.4423	0.3296	0.4554	0.3427	0.4679	0.3554	0.4798
145	0.2948	0.4195	0.3088	0.4332	0.3223	0.4462	0.3353	0.4586	0.3478	0.4705
150	0.2881	0.4109	0.3019	0.4245	0.3153	0.4374	0.3281	0.4498	0.3405	0.4616
155	0.2817	0.4026	0.2954	0.4161	0.3085	0.4289	0.3212	0.4412	0.3335	0.453
160	0.2756	0.3946	0.2891	0.408	0.3021	0.4208	0.3146	0.433	0.3268	0.4447
165	0.2698	0.3869	0.2831	0.4002	0.2959	0.4129	0.3083	0.4251	0.3203	0.4368
170	0.2641	0.3795	0.2773	0.3927	0.29	0.4054	0.3023	0.4175	0.3141	0.4291
175	0.2588	0.3724	0.2718	0.3855	0.2843	0.3981	0.2964	0.4101	0.3082	0.4216
180	0.2536	0.3656	0.2664	0.3786	0.2788	0.391	0.2908	0.403	0.3025	0.4145
185	0.2486	0.3589	0.2613	0.3718	0.2735	0.3842	0.2854	0.3961	0.2969	0.4075
190	0.2439	0.3526	0.2563	0.3653	0.2685	0.3776	0.2802	0.3894	0.2916	0.4008
195	0.2393	0.3464	0.2516	0.3591	0.2636	0.3713	0.2752	0.383	0.2865	0.3943
200	0.2349	0.3405	0.247	0.353	0.2589	0.3652	0.2704	0.3768	0.2815	0.388

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.05$

$m \setminus n$	105		110		115		120		125	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9038	0.9838	0.9079	0.9845	0.9117	0.9851	0.9151	0.9858	0.9183	0.9863
10	0.8519	0.9557	0.8579	0.9576	0.8634	0.9593	0.8685	0.9609	0.8732	0.9624
15	0.8077	0.9263	0.8151	0.9293	0.8219	0.9321	0.8283	0.9347	0.8342	0.9371
20	0.7688	0.8973	0.7773	0.9014	0.7852	0.9051	0.7926	0.9086	0.7995	0.9119
25	0.734	0.8693	0.7434	0.8743	0.7522	0.8789	0.7604	0.8832	0.7681	0.8873
30	0.7026	0.8425	0.7127	0.8483	0.7222	0.8537	0.731	0.8588	0.7393	0.8635
35	0.674	0.8169	0.6846	0.8235	0.6946	0.8296	0.704	0.8353	0.7129	0.8407
40	0.6477	0.7927	0.6588	0.7999	0.6693	0.8066	0.6791	0.8129	0.6884	0.8188
45	0.6235	0.7696	0.635	0.7774	0.6458	0.7847	0.656	0.7915	0.6656	0.7979
50	0.6012	0.7478	0.613	0.7561	0.6241	0.7638	0.6345	0.7711	0.6444	0.7779
55	0.5804	0.7271	0.5924	0.7357	0.6038	0.7439	0.6145	0.7516	0.6246	0.7588
60	0.5611	0.7074	0.5733	0.7164	0.5848	0.7249	0.5957	0.7329	0.606	0.7405
65	0.5431	0.6886	0.5554	0.698	0.567	0.7068	0.578	0.7152	0.5885	0.723
70	0.5262	0.6708	0.5386	0.6805	0.5503	0.6896	0.5615	0.6982	0.5721	0.7063
75	0.5104	0.6539	0.5228	0.6638	0.5346	0.6731	0.5458	0.6819	0.5565	0.6903
80	0.4955	0.6377	0.5079	0.6478	0.5198	0.6574	0.531	0.6664	0.5418	0.675
85	0.4815	0.6224	0.4939	0.6326	0.5058	0.6423	0.5171	0.6515	0.5279	0.6603
90	0.4682	0.6077	0.4806	0.6181	0.4925	0.6279	0.5038	0.6373	0.5147	0.6461
95	0.4557	0.5936	0.4681	0.6041	0.4799	0.6141	0.4913	0.6236	0.5021	0.6326
100	0.4439	0.5802	0.4562	0.5908	0.468	0.6009	0.4793	0.6105	0.4902	0.6196
105	0.4326	0.5674	0.4449	0.5781	0.4567	0.5882	0.468	0.5979	0.4788	0.6072
110	0.4219	0.5551	0.4341	0.5659	0.4459	0.5761	0.4571	0.5858	0.468	0.5952
115	0.4117	0.5433	0.4239	0.5541	0.4356	0.5644	0.4468	0.5742	0.4576	0.5836
120	0.4021	0.532	0.4141	0.5429	0.4257	0.5532	0.4369	0.5631	0.4477	0.5725
125	0.3928	0.5212	0.4048	0.532	0.4164	0.5424	0.4275	0.5523	0.4382	0.5618
130	0.384	0.5108	0.3959	0.5216	0.4074	0.532	0.4184	0.5419	0.4291	0.5515
135	0.3756	0.5007	0.3874	0.5116	0.3988	0.522	0.4098	0.532	0.4204	0.5415
140	0.3675	0.4911	0.3793	0.502	0.3906	0.5124	0.4015	0.5223	0.412	0.5319
145	0.3598	0.4818	0.3714	0.4927	0.3827	0.5031	0.3935	0.513	0.404	0.5226
150	0.3524	0.4729	0.3639	0.4837	0.3751	0.4941	0.3858	0.5041	0.3963	0.5137
155	0.3453	0.4643	0.3567	0.4751	0.3678	0.4855	0.3785	0.4954	0.3888	0.505
160	0.3385	0.4559	0.3498	0.4667	0.3608	0.4771	0.3714	0.487	0.3817	0.4966
165	0.332	0.448	0.3432	0.4587	0.354	0.469	0.3646	0.4789	0.3748	0.4885
170	0.3257	0.4402	0.3368	0.4509	0.3476	0.4612	0.358	0.4711	0.3681	0.4806
175	0.3196	0.4327	0.3306	0.4434	0.3413	0.4536	0.3517	0.4635	0.3617	0.473
180	0.3137	0.4255	0.3246	0.4361	0.3353	0.4463	0.3455	0.4562	0.3555	0.4657
185	0.3081	0.4185	0.3189	0.429	0.3294	0.4392	0.3396	0.449	0.3495	0.4585
190	0.3027	0.4117	0.3134	0.4222	0.3238	0.4324	0.3339	0.4421	0.3437	0.4516
195	0.2974	0.4052	0.308	0.4156	0.3184	0.4257	0.3284	0.4354	0.3381	0.4448
200	0.2924	0.3988	0.3029	0.4092	0.3131	0.4192	0.3231	0.4289	0.3327	0.4383

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.05$

$m \setminus n$	130		135		140		145		150	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9213	0.9868	0.924	0.9873	0.9266	0.9877	0.929	0.9881	0.9312	0.9885
10	0.8776	0.9638	0.8817	0.9651	0.8856	0.9662	0.8892	0.9673	0.8925	0.9684
15	0.8398	0.9393	0.845	0.9414	0.8498	0.9433	0.8544	0.9451	0.8586	0.9468
20	0.8059	0.9149	0.812	0.9177	0.8177	0.9203	0.823	0.9228	0.8281	0.9251
25	0.7752	0.891	0.782	0.8945	0.7884	0.8978	0.7944	0.9009	0.8001	0.9038
30	0.7471	0.8679	0.7545	0.872	0.7614	0.8759	0.768	0.8796	0.7742	0.883
35	0.7212	0.8457	0.7291	0.8504	0.7364	0.8548	0.7435	0.859	0.7501	0.8629
40	0.6971	0.8243	0.7054	0.8295	0.7132	0.8344	0.7206	0.8391	0.7277	0.8435
45	0.6747	0.8039	0.6834	0.8095	0.6915	0.8149	0.6993	0.8199	0.7067	0.8247
50	0.6538	0.7843	0.6627	0.7904	0.6712	0.7961	0.6793	0.8015	0.6869	0.8067
55	0.6342	0.7656	0.6434	0.772	0.6521	0.7781	0.6604	0.7838	0.6683	0.7893
60	0.6158	0.7476	0.6252	0.7544	0.6341	0.7608	0.6426	0.7669	0.6507	0.7726
65	0.5985	0.7304	0.6081	0.7375	0.6171	0.7442	0.6258	0.7505	0.6341	0.7566
70	0.5822	0.714	0.5919	0.7213	0.6011	0.7282	0.6099	0.7348	0.6183	0.7411
75	0.5668	0.6982	0.5765	0.7057	0.5859	0.7129	0.5948	0.7197	0.6033	0.7262
80	0.5521	0.6831	0.562	0.6908	0.5714	0.6982	0.5804	0.7052	0.5891	0.7119
85	0.5383	0.6686	0.5482	0.6765	0.5577	0.684	0.5668	0.6912	0.5755	0.6981
90	0.5251	0.6546	0.5351	0.6627	0.5446	0.6704	0.5538	0.6777	0.5626	0.6848
95	0.5126	0.6412	0.5226	0.6494	0.5321	0.6573	0.5414	0.6648	0.5502	0.6719
100	0.5006	0.6284	0.5106	0.6367	0.5203	0.6446	0.5295	0.6523	0.5384	0.6595
105	0.4892	0.616	0.4993	0.6244	0.5089	0.6325	0.5182	0.6402	0.5271	0.6476
110	0.4784	0.6041	0.4884	0.6126	0.498	0.6208	0.5073	0.6286	0.5163	0.6361
115	0.468	0.5926	0.478	0.6012	0.4876	0.6094	0.4969	0.6173	0.5059	0.6249
120	0.458	0.5815	0.468	0.5902	0.4777	0.5985	0.4869	0.6065	0.4959	0.6141
125	0.4485	0.5709	0.4585	0.5796	0.4681	0.588	0.4774	0.596	0.4863	0.6037
130	0.4394	0.5606	0.4493	0.5694	0.4589	0.5778	0.4682	0.5859	0.4771	0.5937
135	0.4306	0.5507	0.4405	0.5595	0.4501	0.5679	0.4593	0.5761	0.4683	0.5839
140	0.4222	0.5411	0.432	0.5499	0.4416	0.5584	0.4508	0.5666	0.4597	0.5745
145	0.4141	0.5318	0.4239	0.5407	0.4334	0.5492	0.4426	0.5574	0.4515	0.5653
150	0.4063	0.5229	0.4161	0.5317	0.4255	0.5403	0.4347	0.5485	0.4436	0.5564
155	0.3988	0.5142	0.4085	0.5231	0.4179	0.5316	0.4271	0.5399	0.4359	0.5479
160	0.3916	0.5058	0.4013	0.5147	0.4106	0.5233	0.4197	0.5315	0.4285	0.5395
165	0.3847	0.4977	0.3943	0.5066	0.4036	0.5151	0.4126	0.5234	0.4214	0.5314
170	0.3779	0.4898	0.3875	0.4987	0.3967	0.5073	0.4057	0.5156	0.4144	0.5236
175	0.3715	0.4822	0.3809	0.4911	0.3901	0.4996	0.3991	0.5079	0.4078	0.5159
180	0.3652	0.4748	0.3746	0.4837	0.3838	0.4922	0.3927	0.5005	0.4013	0.5085
185	0.3591	0.4676	0.3685	0.4765	0.3776	0.485	0.3864	0.4933	0.395	0.5013
190	0.3533	0.4607	0.3626	0.4695	0.3716	0.478	0.3804	0.4863	0.389	0.4943
195	0.3476	0.4539	0.3568	0.4627	0.3658	0.4712	0.3746	0.4795	0.3831	0.4875
200	0.3421	0.4474	0.3513	0.4561	0.3602	0.4646	0.3689	0.4729	0.3774	0.4808

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.05$

$m \setminus n$	155		160		165		170		175	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9333	0.9889	0.9353	0.9892	0.9372	0.9896	0.939	0.9899	0.9406	0.9901
10	0.8957	0.9694	0.8987	0.9703	0.9015	0.9711	0.9042	0.9719	0.9068	0.9727
15	0.8627	0.9484	0.8665	0.9499	0.8701	0.9513	0.8735	0.9527	0.8768	0.9539
20	0.8328	0.9273	0.8373	0.9294	0.8416	0.9313	0.8457	0.9332	0.8495	0.9349
25	0.8054	0.9065	0.8105	0.9091	0.8154	0.9116	0.8199	0.9139	0.8243	0.9161
30	0.7801	0.8863	0.7857	0.8893	0.791	0.8923	0.796	0.895	0.8008	0.8976
35	0.7565	0.8666	0.7625	0.8701	0.7682	0.8735	0.7737	0.8766	0.7789	0.8797
40	0.7344	0.8476	0.7408	0.8515	0.7469	0.8553	0.7527	0.8588	0.7583	0.8622
45	0.7137	0.8292	0.7204	0.8335	0.7269	0.8377	0.7329	0.8415	0.7388	0.8453
50	0.6942	0.8116	0.7012	0.8162	0.7079	0.8206	0.7143	0.8249	0.7204	0.8289
55	0.6759	0.7945	0.6831	0.7995	0.69	0.8042	0.6966	0.8087	0.703	0.813
60	0.6585	0.7781	0.6659	0.7833	0.673	0.7883	0.6798	0.7931	0.6864	0.7976
65	0.6421	0.7623	0.6496	0.7678	0.6569	0.773	0.6639	0.778	0.6706	0.7828
70	0.6264	0.7471	0.6341	0.7528	0.6416	0.7583	0.6487	0.7635	0.6556	0.7685
75	0.6116	0.7324	0.6195	0.7383	0.627	0.744	0.6343	0.7494	0.6412	0.7546
80	0.5974	0.7183	0.6054	0.7244	0.6131	0.7303	0.6205	0.7358	0.6276	0.7412
85	0.5839	0.7046	0.592	0.7109	0.5998	0.717	0.6073	0.7227	0.6145	0.7283
90	0.5711	0.6915	0.5792	0.6979	0.5871	0.7041	0.5946	0.71	0.6019	0.7157
95	0.5588	0.6788	0.567	0.6854	0.5749	0.6917	0.5826	0.6978	0.5899	0.7036
100	0.547	0.6665	0.5553	0.6732	0.5632	0.6797	0.571	0.6859	0.5783	0.6918
105	0.5357	0.6547	0.544	0.6615	0.5521	0.6681	0.5598	0.6744	0.5673	0.6805
110	0.5249	0.6433	0.5333	0.6502	0.5413	0.6568	0.5491	0.6632	0.5566	0.6694
115	0.5145	0.6322	0.5229	0.6392	0.531	0.646	0.5388	0.6524	0.5464	0.6587
120	0.5046	0.6215	0.513	0.6286	0.5211	0.6354	0.5289	0.642	0.5365	0.6483
125	0.495	0.6112	0.5034	0.6183	0.5115	0.6252	0.5194	0.6319	0.527	0.6383
130	0.4858	0.6012	0.4942	0.6084	0.5023	0.6153	0.5102	0.622	0.5178	0.6285
135	0.4769	0.5915	0.4853	0.5987	0.4934	0.6057	0.5013	0.6125	0.5089	0.6191
140	0.4684	0.5821	0.4767	0.5894	0.4848	0.5964	0.4927	0.6033	0.5004	0.6099
145	0.4601	0.5729	0.4685	0.5803	0.4766	0.5874	0.4844	0.5943	0.4921	0.6009
150	0.4522	0.5641	0.4605	0.5715	0.4686	0.5786	0.4764	0.5856	0.4841	0.5922
155	0.4445	0.5555	0.4528	0.563	0.4609	0.5701	0.4687	0.5771	0.4763	0.5838
160	0.437	0.5472	0.4453	0.5547	0.4534	0.5619	0.4612	0.5688	0.4688	0.5756
165	0.4299	0.5391	0.4381	0.5466	0.4462	0.5538	0.454	0.5608	0.4616	0.5676
170	0.4229	0.5313	0.4312	0.5388	0.4392	0.546	0.447	0.553	0.4545	0.5598
175	0.4162	0.5237	0.4244	0.5312	0.4324	0.5384	0.4402	0.5455	0.4477	0.5523
180	0.4097	0.5163	0.4179	0.5238	0.4258	0.531	0.4336	0.5381	0.4411	0.5449
185	0.4034	0.509	0.4115	0.5166	0.4194	0.5238	0.4272	0.5309	0.4347	0.5377
190	0.3973	0.502	0.4054	0.5095	0.4133	0.5168	0.421	0.5239	0.4284	0.5307
195	0.3913	0.4952	0.3994	0.5027	0.4073	0.51	0.4149	0.5171	0.4224	0.5239
200	0.3856	0.4886	0.3936	0.4961	0.4014	0.5034	0.4091	0.5104	0.4165	0.5173

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.05$

$m \setminus n$	180		185		190		195		200	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9422	0.9904	0.9437	0.9907	0.9451	0.9909	0.9465	0.9911	0.9477	0.9914
10	0.9092	0.9734	0.9114	0.9741	0.9136	0.9748	0.9157	0.9754	0.9176	0.976
15	0.8799	0.9551	0.8828	0.9563	0.8856	0.9574	0.8883	0.9584	0.8908	0.9594
20	0.8532	0.9366	0.8566	0.9382	0.86	0.9397	0.8631	0.9411	0.8662	0.9425
25	0.8285	0.9182	0.8324	0.9202	0.8362	0.9221	0.8398	0.9239	0.8433	0.9256
30	0.8054	0.9001	0.8098	0.9025	0.814	0.9048	0.818	0.9069	0.8219	0.909
35	0.7839	0.8825	0.7886	0.8853	0.7932	0.8879	0.7975	0.8904	0.8017	0.8928
40	0.7636	0.8654	0.7687	0.8685	0.7735	0.8714	0.7782	0.8742	0.7827	0.8769
45	0.7444	0.8488	0.7498	0.8522	0.7549	0.8554	0.7598	0.8585	0.7646	0.8615
50	0.7262	0.8327	0.7319	0.8364	0.7373	0.8399	0.7424	0.8432	0.7474	0.8464
55	0.709	0.8171	0.7149	0.821	0.7205	0.8248	0.7259	0.8284	0.7311	0.8319
60	0.6927	0.802	0.6987	0.8062	0.7045	0.8102	0.7101	0.814	0.7155	0.8177
65	0.6771	0.7874	0.6833	0.7918	0.6893	0.796	0.695	0.8001	0.7005	0.804
70	0.6622	0.7733	0.6685	0.7779	0.6747	0.7823	0.6806	0.7866	0.6863	0.7906
75	0.648	0.7596	0.6545	0.7644	0.6608	0.769	0.6668	0.7734	0.6726	0.7777
80	0.6344	0.7464	0.641	0.7514	0.6474	0.7561	0.6536	0.7607	0.6595	0.7651
85	0.6214	0.7336	0.6282	0.7387	0.6346	0.7436	0.6409	0.7484	0.6469	0.753
90	0.609	0.7212	0.6158	0.7265	0.6224	0.7315	0.6287	0.7364	0.6349	0.7411
95	0.597	0.7092	0.6039	0.7146	0.6106	0.7198	0.617	0.7248	0.6232	0.7296
100	0.5855	0.6975	0.5925	0.7031	0.5992	0.7084	0.6057	0.7135	0.612	0.7185
105	0.5745	0.6863	0.5815	0.6919	0.5883	0.6973	0.5949	0.7026	0.6012	0.7076
110	0.5639	0.6753	0.5709	0.6811	0.5778	0.6866	0.5844	0.692	0.5908	0.6971
115	0.5537	0.6648	0.5608	0.6706	0.5676	0.6762	0.5743	0.6816	0.5808	0.6869
120	0.5439	0.6545	0.5509	0.6603	0.5579	0.6661	0.5646	0.6716	0.571	0.6769
125	0.5344	0.6445	0.5415	0.6504	0.5484	0.6562	0.5552	0.6618	0.5616	0.6672
130	0.5252	0.6348	0.5324	0.6409	0.5393	0.6467	0.5461	0.6524	0.5526	0.6578
135	0.5163	0.6254	0.5235	0.6315	0.5305	0.6374	0.5373	0.6431	0.5439	0.6487
140	0.5078	0.6162	0.515	0.6224	0.5219	0.6284	0.5287	0.6342	0.5354	0.6398
145	0.4995	0.6073	0.5067	0.6136	0.5137	0.6196	0.5205	0.6254	0.5271	0.6311
150	0.4915	0.5987	0.4987	0.605	0.5057	0.6111	0.5125	0.6169	0.5192	0.6226
155	0.4837	0.5903	0.491	0.5966	0.498	0.6028	0.5048	0.6086	0.5114	0.6144
160	0.4762	0.5821	0.4834	0.5885	0.4905	0.5946	0.4973	0.6006	0.5039	0.6064
165	0.469	0.5742	0.4762	0.5806	0.4832	0.5868	0.49	0.5928	0.4966	0.5986
170	0.4619	0.5664	0.4691	0.5728	0.4761	0.5791	0.483	0.5851	0.4896	0.5909
175	0.4551	0.5589	0.4623	0.5653	0.4693	0.5716	0.4761	0.5776	0.4827	0.5835
180	0.4485	0.5515	0.4556	0.558	0.4626	0.5643	0.4694	0.5704	0.476	0.5762
185	0.442	0.5444	0.4492	0.5508	0.4561	0.5571	0.4629	0.5632	0.4696	0.5692
190	0.4358	0.5374	0.4429	0.5439	0.4498	0.5502	0.4566	0.5563	0.4632	0.5623
195	0.4297	0.5306	0.4368	0.5371	0.4437	0.5434	0.4505	0.5495	0.4571	0.5555
200	0.4238	0.524	0.4308	0.5305	0.4377	0.5368	0.4445	0.5429	0.4511	0.5489

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.10: Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.1$

$m \setminus n$	5		10		15		20		25	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.2514	0.7487	0.4516	0.8424	0.5702	0.8851	0.6473	0.9095	0.7011	0.9254
10	0.1576	0.5484	0.3201	0.6799	0.4344	0.7514	0.5168	0.7966	0.5788	0.8279
15	0.1149	0.4298	0.2486	0.5657	0.352	0.648	0.4318	0.7037	0.4947	0.7441
20	0.0905	0.3527	0.2034	0.4832	0.2963	0.5682	0.3714	0.6286	0.4326	0.674
25	0.0746	0.299	0.1721	0.4212	0.2559	0.5053	0.326	0.5674	0.3847	0.6153
30	0.0635	0.2594	0.1492	0.3732	0.2253	0.4547	0.2905	0.5166	0.3464	0.5656
35	0.0552	0.2288	0.1317	0.3349	0.2013	0.4131	0.2621	0.474	0.3152	0.5231
40	0.0489	0.2048	0.1179	0.3037	0.1819	0.3785	0.2388	0.4378	0.2891	0.4865
45	0.0438	0.1853	0.1067	0.2778	0.1659	0.3491	0.2193	0.4067	0.2671	0.4545
50	0.0398	0.1692	0.0975	0.2559	0.1525	0.324	0.2028	0.3797	0.2482	0.4264
55	0.0364	0.1557	0.0897	0.2372	0.1411	0.3022	0.1886	0.356	0.2318	0.4015
60	0.0335	0.1442	0.0831	0.2211	0.1313	0.2831	0.1762	0.335	0.2175	0.3795
65	0.0311	0.1342	0.0774	0.207	0.1228	0.2663	0.1654	0.3164	0.2048	0.3596
70	0.0289	0.1256	0.0724	0.1946	0.1153	0.2514	0.1558	0.2997	0.1935	0.3418
75	0.0271	0.118	0.068	0.1836	0.1087	0.238	0.1473	0.2847	0.1834	0.3256
80	0.0255	0.1112	0.0641	0.1738	0.1028	0.226	0.1397	0.2712	0.1743	0.3108
85	0.024	0.1052	0.0607	0.1649	0.0975	0.2152	0.1328	0.2588	0.1661	0.2974
90	0.0228	0.0998	0.0576	0.157	0.0927	0.2053	0.1265	0.2475	0.1586	0.285
95	0.0216	0.0949	0.0548	0.1497	0.0884	0.1963	0.1209	0.2372	0.1518	0.2736
100	0.0206	0.0905	0.0522	0.1431	0.0844	0.1881	0.1157	0.2277	0.1455	0.2631
105	0.0196	0.0865	0.0499	0.137	0.0808	0.1805	0.1109	0.2189	0.1397	0.2534
110	0.0187	0.0828	0.0478	0.1314	0.0775	0.1735	0.1065	0.2108	0.1344	0.2444
115	0.018	0.0794	0.0458	0.1263	0.0745	0.167	0.1025	0.2032	0.1295	0.236
120	0.0172	0.0761	0.044	0.1216	0.0717	0.161	0.0987	0.1962	0.1249	0.2281
125	0.0166	0.0735	0.0424	0.1172	0.069	0.1554	0.0953	0.1896	0.1206	0.2208
130	0.0159	0.0706	0.0408	0.1131	0.0666	0.1502	0.092	0.1835	0.1166	0.2139
135	0.0153	0.0681	0.0395	0.1094	0.0644	0.1453	0.089	0.1778	0.1129	0.2074
140	0.0148	0.0658	0.0381	0.1058	0.0622	0.1407	0.0861	0.1724	0.1094	0.2013
145	0.0143	0.0637	0.0369	0.1025	0.0603	0.1364	0.0835	0.1673	0.1061	0.1955
150	0.0138	0.0616	0.0357	0.0993	0.0584	0.1324	0.081	0.1625	0.103	0.1901
155	0.0134	0.0597	0.0346	0.0964	0.0567	0.1286	0.0786	0.158	0.1	0.185
160	0.013	0.0582	0.0336	0.0936	0.055	0.125	0.0764	0.1537	0.0973	0.1801
165	0.0126	0.0562	0.0326	0.091	0.0535	0.1216	0.0743	0.1496	0.0947	0.1755
170	0.0122	0.0547	0.0317	0.0885	0.052	0.1184	0.0723	0.1458	0.0922	0.1711
175	0.0119	0.0532	0.0308	0.0861	0.0506	0.1153	0.0704	0.1421	0.0898	0.1669
180	0.0116	0.0517	0.03	0.0839	0.0493	0.1124	0.0686	0.1387	0.0876	0.1629
185	0.0113	0.0504	0.0292	0.0818	0.048	0.1097	0.0669	0.1354	0.0855	0.1592
190	0.011	0.0491	0.0285	0.0798	0.0468	0.1071	0.0653	0.1322	0.0835	0.1555
195	0.0107	0.0479	0.0278	0.0779	0.0457	0.1046	0.0638	0.1292	0.0815	0.1521
200	0.0104	0.0467	0.0271	0.076	0.0446	0.1022	0.0623	0.1263	0.0797	0.1488

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.1$

$m \setminus n$	30		35		40		45		50	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.7407	0.9365	0.7711	0.9448	0.7952	0.9511	0.8146	0.9561	0.8308	0.9602
10	0.6268	0.8508	0.6651	0.8683	0.6963	0.8821	0.7222	0.8933	0.7441	0.9025
15	0.5453	0.7747	0.5869	0.7987	0.6216	0.8182	0.6509	0.8341	0.676	0.8475
20	0.4834	0.7095	0.526	0.7379	0.5621	0.7612	0.5933	0.7807	0.6203	0.7972
25	0.4344	0.6536	0.4769	0.6848	0.5135	0.7108	0.5455	0.7329	0.5736	0.7518
30	0.3946	0.6054	0.4363	0.6384	0.4729	0.6663	0.5051	0.6902	0.5336	0.7108
35	0.3616	0.5636	0.4023	0.5977	0.4383	0.6267	0.4703	0.6518	0.499	0.6738
40	0.3337	0.5271	0.3732	0.5617	0.4085	0.5914	0.4402	0.6174	0.4687	0.6402
45	0.3098	0.4949	0.3481	0.5296	0.3826	0.5598	0.4137	0.5863	0.4419	0.6097
50	0.2892	0.4664	0.3262	0.501	0.3598	0.5313	0.3903	0.558	0.4181	0.5819
55	0.2712	0.4409	0.3069	0.4752	0.3396	0.5055	0.3694	0.5324	0.3968	0.5565
60	0.2552	0.4181	0.2899	0.452	0.3215	0.482	0.3507	0.5089	0.3775	0.5331
65	0.2411	0.3975	0.2746	0.4309	0.3053	0.4607	0.3337	0.4874	0.36	0.5115
70	0.2285	0.3787	0.2608	0.4116	0.2907	0.4411	0.3184	0.4676	0.3441	0.4917
75	0.2171	0.3617	0.2483	0.394	0.2774	0.423	0.3044	0.4493	0.3296	0.4733
80	0.2068	0.3461	0.237	0.3778	0.2653	0.4064	0.2916	0.4324	0.3162	0.4562
85	0.1974	0.3318	0.2267	0.3629	0.2541	0.391	0.2798	0.4167	0.3039	0.4403
90	0.1889	0.3187	0.2173	0.3491	0.2439	0.3768	0.269	0.4021	0.2925	0.4254
95	0.181	0.3065	0.2086	0.3363	0.2345	0.3635	0.2589	0.3885	0.282	0.4115
100	0.1738	0.2952	0.2006	0.3244	0.2258	0.3511	0.2496	0.3757	0.2722	0.3985
105	0.1671	0.2847	0.1931	0.3133	0.2177	0.3396	0.241	0.3638	0.263	0.3863
110	0.161	0.275	0.1862	0.303	0.2102	0.3287	0.2329	0.3526	0.2544	0.3747
115	0.1553	0.2659	0.1798	0.2933	0.2031	0.3186	0.2253	0.3421	0.2464	0.3639
120	0.1499	0.2573	0.1738	0.2842	0.1966	0.309	0.2183	0.3321	0.2389	0.3537
125	0.145	0.2493	0.1682	0.2756	0.1904	0.3	0.2116	0.3228	0.2318	0.344
130	0.1403	0.2418	0.163	0.2676	0.1846	0.2915	0.2054	0.3139	0.2252	0.3348
135	0.1359	0.2347	0.158	0.26	0.1792	0.2835	0.1995	0.3055	0.2189	0.3261
140	0.1318	0.228	0.1534	0.2528	0.174	0.2759	0.1939	0.2976	0.2129	0.3179
145	0.128	0.2217	0.149	0.246	0.1692	0.2687	0.1886	0.29	0.2073	0.31
150	0.1243	0.2157	0.1449	0.2396	0.1647	0.2619	0.1837	0.2828	0.2019	0.3026
155	0.1208	0.21	0.141	0.2335	0.1603	0.2554	0.1789	0.276	0.1969	0.2954
160	0.1176	0.2046	0.1372	0.2277	0.1562	0.2492	0.1745	0.2695	0.192	0.2886
165	0.1145	0.1995	0.1337	0.2221	0.1523	0.2434	0.1702	0.2633	0.1874	0.2821
170	0.1116	0.1947	0.1304	0.2169	0.1486	0.2377	0.1661	0.2573	0.1831	0.2759
175	0.1088	0.1901	0.1272	0.2119	0.1451	0.2324	0.1622	0.2517	0.1789	0.27
180	0.1061	0.1857	0.1242	0.2071	0.1417	0.2272	0.1586	0.2462	0.1749	0.2643
185	0.1036	0.1814	0.1213	0.2025	0.1385	0.2223	0.155	0.241	0.1711	0.2589
190	0.1012	0.1774	0.1186	0.1981	0.1354	0.2176	0.1516	0.2361	0.1674	0.2536
195	0.0989	0.1736	0.1159	0.1939	0.1324	0.2131	0.1484	0.2313	0.1639	0.2486
200	0.0967	0.1699	0.1134	0.1899	0.1296	0.2088	0.1453	0.2267	0.1606	0.2438

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.1$

$m \setminus n$	55		60		65		70		75	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8443	0.9636	0.8558	0.9665	0.8658	0.9689	0.8744	0.971	0.882	0.9729
10	0.7627	0.9103	0.7789	0.9169	0.793	0.9226	0.8054	0.9276	0.8164	0.932
15	0.6979	0.8589	0.7169	0.8687	0.7337	0.8772	0.7486	0.8847	0.762	0.8913
20	0.644	0.8114	0.665	0.8238	0.6836	0.8346	0.7003	0.8442	0.7153	0.8527
25	0.5984	0.7682	0.6205	0.7825	0.6404	0.7952	0.6582	0.8065	0.6744	0.8166
30	0.5591	0.7288	0.5819	0.7448	0.6025	0.7589	0.6212	0.7715	0.6383	0.7829
35	0.5247	0.693	0.548	0.7102	0.5691	0.7254	0.5884	0.7392	0.606	0.7517
40	0.4945	0.6604	0.5179	0.6785	0.5394	0.6947	0.5589	0.7093	0.5769	0.7226
45	0.4676	0.6306	0.4911	0.6493	0.5126	0.6662	0.5324	0.6816	0.5507	0.6956
50	0.4436	0.6033	0.4669	0.6225	0.4884	0.64	0.5083	0.6558	0.5267	0.6704
55	0.4219	0.5781	0.4451	0.5977	0.4665	0.6156	0.4864	0.6319	0.5048	0.6469
60	0.4023	0.5549	0.4252	0.5748	0.4465	0.593	0.4663	0.6096	0.4847	0.6249
65	0.3844	0.5335	0.407	0.5535	0.4281	0.5719	0.4478	0.5888	0.4661	0.6044
70	0.3681	0.5137	0.3904	0.5338	0.4112	0.5522	0.4307	0.5693	0.449	0.5851
75	0.3531	0.4952	0.3751	0.5153	0.3956	0.5339	0.4149	0.551	0.433	0.5669
80	0.3393	0.478	0.3609	0.4981	0.3812	0.5167	0.4003	0.5339	0.4182	0.5499
85	0.3265	0.4619	0.3478	0.482	0.3678	0.5005	0.3866	0.5177	0.4044	0.5338
90	0.3147	0.4469	0.3356	0.4668	0.3553	0.4853	0.3739	0.5025	0.3915	0.5187
95	0.3037	0.4328	0.3242	0.4526	0.3436	0.471	0.3619	0.4882	0.3793	0.5043
100	0.2935	0.4196	0.3136	0.4392	0.3327	0.4575	0.3508	0.4746	0.3679	0.4907
105	0.2839	0.4071	0.3037	0.4266	0.3224	0.4448	0.3403	0.4618	0.3572	0.4778
110	0.2749	0.3954	0.2943	0.4147	0.3128	0.4327	0.3304	0.4496	0.3471	0.4656
115	0.2665	0.3843	0.2856	0.4034	0.3037	0.4213	0.321	0.4381	0.3375	0.4539
120	0.2586	0.3738	0.2773	0.3927	0.2952	0.4104	0.3122	0.4271	0.3285	0.4429
125	0.2511	0.3639	0.2695	0.3825	0.2871	0.4001	0.3039	0.4167	0.3199	0.4323
130	0.2441	0.3545	0.2622	0.3729	0.2794	0.3903	0.296	0.4067	0.3118	0.4223
135	0.2374	0.3455	0.2552	0.3638	0.2722	0.381	0.2885	0.3972	0.3041	0.4127
140	0.2311	0.337	0.2486	0.355	0.2653	0.3721	0.2813	0.3882	0.2967	0.4035
145	0.2252	0.3289	0.2423	0.3467	0.2588	0.3636	0.2746	0.3795	0.2897	0.3947
150	0.2195	0.3212	0.2364	0.3388	0.2525	0.3554	0.2681	0.3712	0.2831	0.3863
155	0.2141	0.3138	0.2307	0.3312	0.2466	0.3477	0.2619	0.3633	0.2767	0.3782
160	0.209	0.3067	0.2253	0.3239	0.2409	0.3402	0.256	0.3557	0.2706	0.3705
165	0.2041	0.3	0.2201	0.317	0.2355	0.3331	0.2504	0.3484	0.2648	0.3631
170	0.1994	0.2936	0.2152	0.3103	0.2304	0.3263	0.245	0.3414	0.2592	0.3559
175	0.1949	0.2874	0.2105	0.3039	0.2254	0.3197	0.2399	0.3347	0.2538	0.3491
180	0.1907	0.2815	0.2059	0.2978	0.2207	0.3134	0.2349	0.3282	0.2487	0.3425
185	0.1866	0.2758	0.2016	0.2919	0.2161	0.3073	0.2302	0.322	0.2438	0.3361
190	0.1827	0.2703	0.1975	0.2863	0.2118	0.3015	0.2256	0.316	0.239	0.33
195	0.1789	0.2651	0.1935	0.2808	0.2076	0.2959	0.2213	0.3103	0.2345	0.3241
200	0.1753	0.26	0.1897	0.2756	0.2036	0.2905	0.217	0.3047	0.2301	0.3184

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.1$

$m \setminus n$	80		85		90		95		100	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8888	0.9745	0.8948	0.976	0.9002	0.9772	0.9051	0.9784	0.9094	0.9794
10	0.8262	0.9359	0.835	0.9393	0.8431	0.9424	0.8503	0.9452	0.8569	0.9478
15	0.774	0.8972	0.7848	0.9025	0.7947	0.9073	0.8037	0.9116	0.812	0.9156
20	0.7288	0.8603	0.7412	0.8672	0.7525	0.8734	0.7628	0.8791	0.7723	0.8843
25	0.6892	0.8257	0.7026	0.8339	0.715	0.8414	0.7263	0.8482	0.7368	0.8545
30	0.6539	0.7932	0.6682	0.8026	0.6813	0.8111	0.6935	0.819	0.7048	0.8262
35	0.6222	0.763	0.6371	0.7733	0.6509	0.7827	0.6637	0.7914	0.6756	0.7994
40	0.5936	0.7347	0.609	0.7459	0.6233	0.7561	0.6365	0.7655	0.6489	0.7742
45	0.5676	0.7084	0.5833	0.7202	0.5979	0.731	0.6115	0.741	0.6242	0.7504
50	0.5438	0.6838	0.5597	0.6961	0.5746	0.7075	0.5885	0.718	0.6015	0.7278
55	0.522	0.6607	0.5381	0.6735	0.5531	0.6853	0.5672	0.6963	0.5804	0.7065
60	0.5019	0.6391	0.5181	0.6522	0.5332	0.6644	0.5474	0.6758	0.5608	0.6864
65	0.4833	0.6188	0.4995	0.6322	0.5147	0.6447	0.529	0.6564	0.5425	0.6673
70	0.4662	0.5998	0.4822	0.6134	0.4975	0.6261	0.5118	0.6381	0.5254	0.6493
75	0.4501	0.5818	0.4662	0.5956	0.4814	0.6086	0.4957	0.6207	0.5093	0.6321
80	0.4352	0.5648	0.4511	0.5788	0.4663	0.5919	0.4806	0.6042	0.4942	0.6158
85	0.4212	0.5488	0.4371	0.5629	0.4522	0.5762	0.4664	0.5886	0.48	0.6003
90	0.4081	0.5337	0.4239	0.5479	0.4388	0.5611	0.4531	0.5737	0.4666	0.5855
95	0.3958	0.5194	0.4115	0.5336	0.4263	0.5469	0.4405	0.5595	0.454	0.5715
100	0.3842	0.5058	0.3997	0.52	0.4145	0.5334	0.4286	0.546	0.442	0.558
105	0.3733	0.4928	0.3887	0.5071	0.4033	0.5205	0.4173	0.5332	0.4306	0.5452
110	0.363	0.4806	0.3782	0.4948	0.3927	0.5082	0.4066	0.5209	0.4198	0.533
115	0.3532	0.4689	0.3683	0.483	0.3827	0.4965	0.3964	0.5091	0.4096	0.5213
120	0.3441	0.4578	0.3589	0.4719	0.3731	0.4852	0.3867	0.4979	0.3998	0.51
125	0.3353	0.4472	0.35	0.4612	0.3641	0.4745	0.3775	0.4872	0.3905	0.4993
130	0.327	0.437	0.3415	0.451	0.3554	0.4643	0.3688	0.4769	0.3816	0.489
135	0.3191	0.4273	0.3334	0.4412	0.3472	0.4544	0.3604	0.467	0.3732	0.4791
140	0.3115	0.418	0.3257	0.4318	0.3393	0.445	0.3524	0.4575	0.3651	0.4696
145	0.3043	0.4091	0.3183	0.4228	0.3318	0.4359	0.3448	0.4484	0.3573	0.4604
150	0.2975	0.4006	0.3113	0.4142	0.3246	0.4273	0.3375	0.4397	0.3498	0.4516
155	0.2909	0.3924	0.3045	0.4059	0.3177	0.4189	0.3304	0.4313	0.3427	0.4431
160	0.2846	0.3846	0.2981	0.398	0.3111	0.4109	0.3237	0.4232	0.3358	0.4349
165	0.2786	0.377	0.2919	0.3903	0.3048	0.4031	0.3173	0.4154	0.3293	0.4271
170	0.2728	0.3698	0.286	0.383	0.2988	0.3957	0.3111	0.4078	0.3229	0.4195
175	0.2673	0.3628	0.2803	0.3759	0.2929	0.3885	0.3051	0.4006	0.3169	0.4122
180	0.262	0.3561	0.2748	0.369	0.2873	0.3816	0.2993	0.3936	0.311	0.4051
185	0.2569	0.3496	0.2696	0.3625	0.2819	0.3749	0.2938	0.3868	0.3054	0.3982
190	0.252	0.3433	0.2645	0.3561	0.2767	0.3684	0.2885	0.3803	0.2999	0.3916
195	0.2473	0.3373	0.2597	0.3499	0.2717	0.3622	0.2833	0.3739	0.2947	0.3852
200	0.2427	0.3315	0.255	0.344	0.2669	0.3561	0.2784	0.3678	0.2896	0.379

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.1$

$m \setminus n$	105		110		115		120		125	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9135	0.9804	0.9172	0.9812	0.9206	0.982	0.9237	0.9828	0.9266	0.9834
10	0.8629	0.9501	0.8685	0.9522	0.8736	0.9542	0.8784	0.9559	0.8828	0.9576
15	0.8195	0.9192	0.8265	0.9225	0.833	0.9255	0.839	0.9284	0.8446	0.931
20	0.7811	0.8891	0.7892	0.8935	0.7968	0.8975	0.8038	0.9013	0.8104	0.9047
25	0.7466	0.8603	0.7556	0.8656	0.764	0.8705	0.7719	0.8751	0.7792	0.8794
30	0.7153	0.8328	0.7251	0.839	0.7342	0.8448	0.7427	0.8501	0.7507	0.8551
35	0.6867	0.8069	0.697	0.8138	0.7067	0.8202	0.7158	0.8262	0.7244	0.8318
40	0.6604	0.7823	0.6712	0.7898	0.6814	0.7968	0.691	0.8034	0.7	0.8096
45	0.6362	0.759	0.6474	0.7671	0.6579	0.7746	0.6678	0.7817	0.6772	0.7884
50	0.6137	0.737	0.6252	0.7455	0.6361	0.7535	0.6463	0.7611	0.656	0.7682
55	0.5929	0.7161	0.6046	0.7251	0.6157	0.7335	0.6262	0.7414	0.6361	0.7489
60	0.5734	0.6963	0.5853	0.7057	0.5966	0.7144	0.6073	0.7227	0.6174	0.7305
65	0.5552	0.6776	0.5673	0.6872	0.5787	0.6963	0.5896	0.7048	0.5999	0.7129
70	0.5382	0.6597	0.5504	0.6696	0.5619	0.679	0.5729	0.6878	0.5833	0.6961
75	0.5222	0.6428	0.5344	0.6529	0.5461	0.6625	0.5571	0.6715	0.5677	0.6801
80	0.5072	0.6267	0.5194	0.637	0.5311	0.6467	0.5422	0.656	0.5528	0.6647
85	0.4929	0.6113	0.5052	0.6218	0.5169	0.6317	0.5281	0.6411	0.5388	0.65
90	0.4795	0.5967	0.4918	0.6073	0.5035	0.6173	0.5148	0.6269	0.5255	0.6359
95	0.4668	0.5827	0.4791	0.5935	0.4908	0.6036	0.5021	0.6133	0.5128	0.6224
100	0.4548	0.5694	0.467	0.5802	0.4787	0.5904	0.49	0.6002	0.5007	0.6095
105	0.4434	0.5566	0.4556	0.5675	0.4673	0.5779	0.4785	0.5877	0.4892	0.5971
110	0.4325	0.5444	0.4447	0.5554	0.4563	0.5658	0.4675	0.5756	0.4782	0.5851
115	0.4222	0.5327	0.4343	0.5437	0.4459	0.5541	0.457	0.5641	0.4677	0.5736
120	0.4123	0.5215	0.4244	0.5325	0.4359	0.543	0.447	0.553	0.4577	0.5626
125	0.4029	0.5108	0.4149	0.5218	0.4264	0.5323	0.4374	0.5423	0.4481	0.5519
130	0.394	0.5005	0.4058	0.5115	0.4173	0.522	0.4283	0.5321	0.4389	0.5417
135	0.3854	0.4905	0.3972	0.5015	0.4085	0.5121	0.4195	0.5221	0.43	0.5318
140	0.3772	0.481	0.3889	0.492	0.4002	0.5025	0.4111	0.5126	0.4215	0.5222
145	0.3693	0.4718	0.3809	0.4828	0.3921	0.4933	0.403	0.5034	0.4133	0.513
150	0.3618	0.463	0.3733	0.4739	0.3844	0.4844	0.3952	0.4945	0.4056	0.5042
155	0.3545	0.4545	0.366	0.4654	0.377	0.4758	0.3877	0.4859	0.398	0.4956
160	0.3476	0.4463	0.3589	0.4571	0.3699	0.4676	0.3805	0.4776	0.3907	0.4873
165	0.3409	0.4384	0.3521	0.4492	0.363	0.4596	0.3735	0.4696	0.3837	0.4792
170	0.3345	0.4307	0.3456	0.4415	0.3564	0.4519	0.3668	0.4618	0.377	0.4715
175	0.3283	0.4233	0.3393	0.4341	0.35	0.4444	0.3604	0.4543	0.3704	0.4639
180	0.3223	0.4162	0.3333	0.4269	0.3439	0.4372	0.3541	0.4471	0.3641	0.4566
185	0.3166	0.4093	0.3274	0.4199	0.3379	0.4301	0.3481	0.44	0.358	0.4496
190	0.311	0.4026	0.3218	0.4132	0.3322	0.4234	0.3423	0.4332	0.3521	0.4427
195	0.3056	0.3961	0.3163	0.4067	0.3266	0.4168	0.3367	0.4266	0.3464	0.4361
200	0.3005	0.3899	0.311	0.4003	0.3213	0.4104	0.3312	0.4202	0.3409	0.4296

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.1$

$m \setminus n$	130		135		140		145		150	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9292	0.9841	0.9317	0.9846	0.934	0.9852	0.9362	0.9857	0.9382	0.9861
10	0.8869	0.9591	0.8907	0.9606	0.8943	0.9619	0.8976	0.9631	0.9007	0.9643
15	0.8498	0.9334	0.8547	0.9356	0.8593	0.9378	0.8636	0.9397	0.8676	0.9416
20	0.8165	0.908	0.8222	0.911	0.8277	0.9139	0.8327	0.9165	0.8375	0.919
25	0.7861	0.8834	0.7926	0.8871	0.7987	0.8906	0.8045	0.8939	0.8099	0.897
30	0.7582	0.8597	0.7653	0.8641	0.772	0.8682	0.7783	0.872	0.7843	0.8757
35	0.7324	0.837	0.74	0.842	0.7472	0.8466	0.754	0.851	0.7604	0.8552
40	0.7084	0.8154	0.7165	0.8208	0.7241	0.8259	0.7313	0.8308	0.7381	0.8353
45	0.6861	0.7946	0.6945	0.8005	0.7024	0.8061	0.71	0.8113	0.7172	0.8163
50	0.6652	0.7748	0.6739	0.7811	0.6821	0.7871	0.69	0.7927	0.6974	0.7981
55	0.6456	0.7559	0.6545	0.7626	0.663	0.7689	0.6711	0.7748	0.6788	0.7805
60	0.6271	0.7378	0.6363	0.7448	0.645	0.7514	0.6533	0.7577	0.6612	0.7637
65	0.6097	0.7205	0.619	0.7278	0.628	0.7347	0.6365	0.7412	0.6446	0.7475
70	0.5933	0.704	0.6027	0.7115	0.6118	0.7187	0.6205	0.7254	0.6288	0.7319
75	0.5777	0.6882	0.5873	0.6959	0.5965	0.7033	0.6053	0.7103	0.6137	0.7169
80	0.563	0.673	0.5727	0.6809	0.582	0.6885	0.5909	0.6957	0.5994	0.7026
85	0.549	0.6585	0.5588	0.6666	0.5682	0.6743	0.5772	0.6817	0.5858	0.6887
90	0.5357	0.6446	0.5456	0.6528	0.555	0.6607	0.564	0.6682	0.5727	0.6754
95	0.5231	0.6312	0.533	0.6396	0.5424	0.6476	0.5515	0.6552	0.5603	0.6625
100	0.511	0.6184	0.5209	0.6268	0.5304	0.635	0.5396	0.6427	0.5484	0.6502
105	0.4995	0.606	0.5094	0.6146	0.519	0.6228	0.5282	0.6307	0.537	0.6382
110	0.4885	0.5942	0.4985	0.6028	0.508	0.6111	0.5172	0.6191	0.5261	0.6267
115	0.478	0.5827	0.4879	0.5915	0.4975	0.5998	0.5067	0.6079	0.5156	0.6156
120	0.468	0.5717	0.4779	0.5805	0.4874	0.589	0.4966	0.5971	0.5055	0.6048
125	0.4583	0.5611	0.4682	0.57	0.4777	0.5785	0.4869	0.5866	0.4958	0.5945
130	0.4491	0.5509	0.4589	0.5598	0.4684	0.5683	0.4776	0.5765	0.4865	0.5844
135	0.4402	0.5411	0.45	0.55	0.4595	0.5585	0.4687	0.5668	0.4776	0.5747
140	0.4317	0.5315	0.4415	0.5405	0.4509	0.5491	0.4601	0.5573	0.4689	0.5653
145	0.4235	0.5224	0.4332	0.5313	0.4426	0.5399	0.4518	0.5482	0.4606	0.5562
150	0.4156	0.5135	0.4253	0.5224	0.4347	0.5311	0.4438	0.5394	0.4526	0.5474
155	0.4079	0.5049	0.4176	0.5138	0.427	0.5225	0.436	0.5308	0.4448	0.5389
160	0.4006	0.4965	0.4102	0.5055	0.4195	0.5142	0.4286	0.5225	0.4373	0.5306
165	0.3935	0.4885	0.4031	0.4975	0.4124	0.5061	0.4214	0.5145	0.4301	0.5225
170	0.3867	0.4807	0.3962	0.4897	0.4055	0.4983	0.4144	0.5067	0.4231	0.5147
175	0.3802	0.4732	0.3896	0.4821	0.3988	0.4908	0.4077	0.4991	0.4163	0.5072
180	0.3738	0.4659	0.3832	0.4748	0.3923	0.4834	0.4011	0.4917	0.4098	0.4998
185	0.3677	0.4588	0.3769	0.4677	0.386	0.4763	0.3948	0.4846	0.4034	0.4927
190	0.3617	0.4519	0.3709	0.4607	0.38	0.4694	0.3887	0.4777	0.3972	0.4857
195	0.3559	0.4452	0.3651	0.454	0.3741	0.4626	0.3828	0.4709	0.3913	0.479
200	0.3503	0.4387	0.3594	0.4475	0.3684	0.4561	0.377	0.4644	0.3855	0.4724

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.1$

$m \setminus n$	155		160		165		170		175	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9401	0.9866	0.9419	0.987	0.9436	0.9874	0.9452	0.9877	0.9467	0.9881
10	0.9037	0.9654	0.9064	0.9664	0.9091	0.9674	0.9115	0.9683	0.9139	0.9692
15	0.8714	0.9434	0.875	0.945	0.8784	0.9465	0.8816	0.948	0.8847	0.9494
20	0.8421	0.9214	0.8463	0.9236	0.8504	0.9257	0.8543	0.9277	0.8579	0.9296
25	0.815	0.8999	0.8199	0.9027	0.8245	0.9053	0.8289	0.9078	0.8331	0.9102
30	0.7899	0.8791	0.7953	0.8824	0.8004	0.8855	0.8053	0.8884	0.8099	0.8912
35	0.7665	0.859	0.7723	0.8628	0.7779	0.8663	0.7831	0.8696	0.7882	0.8728
40	0.7446	0.8397	0.7508	0.8438	0.7567	0.8477	0.7623	0.8514	0.7677	0.855
45	0.724	0.8211	0.7305	0.8256	0.7367	0.8298	0.7426	0.8339	0.7483	0.8377
50	0.7046	0.8031	0.7114	0.808	0.7179	0.8126	0.724	0.8169	0.73	0.8211
55	0.6862	0.7859	0.6932	0.791	0.7	0.7959	0.7065	0.8006	0.7126	0.805
60	0.6688	0.7693	0.6761	0.7747	0.683	0.7799	0.6897	0.7848	0.6961	0.7896
65	0.6523	0.7534	0.6598	0.7591	0.6669	0.7645	0.6738	0.7696	0.6803	0.7746
70	0.6367	0.7381	0.6443	0.744	0.6516	0.7496	0.6586	0.755	0.6653	0.7601
75	0.6218	0.7233	0.6295	0.7294	0.6369	0.7352	0.6441	0.7408	0.6509	0.7462
80	0.6076	0.7091	0.6154	0.7154	0.623	0.7214	0.6302	0.7272	0.6372	0.7327
85	0.594	0.6954	0.602	0.7019	0.6096	0.7081	0.617	0.714	0.6241	0.7197
90	0.5811	0.6823	0.5891	0.6889	0.5969	0.6952	0.6043	0.7012	0.6115	0.7071
95	0.5687	0.6696	0.5768	0.6763	0.5846	0.6827	0.5922	0.6889	0.5994	0.6949
100	0.5569	0.6573	0.565	0.6641	0.5729	0.6707	0.5805	0.677	0.5878	0.6831
105	0.5455	0.6455	0.5537	0.6524	0.5616	0.6591	0.5693	0.6655	0.5767	0.6717
110	0.5346	0.634	0.5429	0.6411	0.5508	0.6479	0.5585	0.6544	0.5659	0.6607
115	0.5242	0.623	0.5324	0.6301	0.5404	0.637	0.5482	0.6436	0.5556	0.65
120	0.5141	0.6123	0.5224	0.6195	0.5304	0.6265	0.5382	0.6332	0.5457	0.6396
125	0.5044	0.602	0.5127	0.6093	0.5208	0.6163	0.5286	0.6231	0.5361	0.6296
130	0.4951	0.592	0.5034	0.5994	0.5115	0.6064	0.5193	0.6133	0.5268	0.6199
135	0.4861	0.5824	0.4945	0.5897	0.5025	0.5969	0.5103	0.6038	0.5179	0.6104
140	0.4775	0.573	0.4858	0.5804	0.4939	0.5876	0.5017	0.5945	0.5093	0.6012
145	0.4692	0.5639	0.4775	0.5714	0.4855	0.5786	0.4933	0.5856	0.5009	0.5923
150	0.4611	0.5552	0.4694	0.5626	0.4774	0.5699	0.4853	0.5769	0.4928	0.5837
155	0.4533	0.5466	0.4616	0.5542	0.4696	0.5614	0.4774	0.5685	0.485	0.5753
160	0.4458	0.5384	0.4541	0.5459	0.4621	0.5532	0.4699	0.5603	0.4774	0.5671
165	0.4386	0.5303	0.4468	0.5379	0.4548	0.5452	0.4626	0.5523	0.4701	0.5592
170	0.4315	0.5226	0.4397	0.5301	0.4477	0.5374	0.4554	0.5445	0.463	0.5514
175	0.4247	0.515	0.4329	0.5226	0.4408	0.5299	0.4486	0.537	0.4561	0.5439
180	0.4181	0.5076	0.4263	0.5152	0.4342	0.5225	0.4419	0.5297	0.4494	0.5366
185	0.4117	0.5005	0.4198	0.5081	0.4277	0.5154	0.4354	0.5225	0.4429	0.5295
190	0.4055	0.4935	0.4136	0.5011	0.4215	0.5084	0.4291	0.5156	0.4366	0.5225
195	0.3995	0.4868	0.4076	0.4943	0.4154	0.5017	0.423	0.5088	0.4305	0.5157
200	0.3937	0.4802	0.4017	0.4877	0.4095	0.4951	0.4171	0.5022	0.4245	0.5091

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.1$

$m \setminus n$	180		185		190		195		200	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9481	0.9884	0.9495	0.9887	0.9507	0.989	0.952	0.9893	0.9531	0.9895
10	0.9161	0.97	0.9183	0.9708	0.9203	0.9715	0.9222	0.9722	0.924	0.9729
15	0.8876	0.9507	0.8903	0.952	0.8929	0.9532	0.8954	0.9543	0.8978	0.9554
20	0.8614	0.9314	0.8647	0.9331	0.8678	0.9347	0.8708	0.9363	0.8737	0.9377
25	0.8371	0.9124	0.8408	0.9145	0.8445	0.9165	0.8479	0.9185	0.8512	0.9203
30	0.8143	0.8938	0.8185	0.8964	0.8226	0.8988	0.8264	0.901	0.8301	0.9032
35	0.7929	0.8758	0.7975	0.8787	0.8019	0.8815	0.8061	0.8841	0.8102	0.8866
40	0.7728	0.8584	0.7777	0.8616	0.7824	0.8646	0.7869	0.8676	0.7913	0.8704
45	0.7537	0.8414	0.759	0.845	0.7639	0.8484	0.7687	0.8516	0.7733	0.8547
50	0.7357	0.8251	0.7411	0.8289	0.7463	0.8326	0.7514	0.8361	0.7562	0.8394
55	0.7185	0.8093	0.7242	0.8134	0.7297	0.8173	0.7349	0.821	0.74	0.8247
60	0.7022	0.794	0.7081	0.7984	0.7138	0.8026	0.7192	0.8065	0.7244	0.8103
65	0.6866	0.7793	0.6927	0.7838	0.6985	0.7882	0.7041	0.7924	0.7095	0.7964
70	0.6718	0.7651	0.678	0.7698	0.684	0.7744	0.6897	0.7788	0.6953	0.783
75	0.6576	0.7513	0.6639	0.7563	0.67	0.761	0.6759	0.7655	0.6816	0.7699
80	0.644	0.738	0.6504	0.7431	0.6567	0.748	0.6627	0.7527	0.6685	0.7573
85	0.6309	0.7251	0.6375	0.7304	0.6439	0.7355	0.65	0.7403	0.6559	0.745
90	0.6184	0.7127	0.6251	0.7181	0.6316	0.7233	0.6378	0.7283	0.6438	0.7331
95	0.6064	0.7006	0.6132	0.7062	0.6197	0.7115	0.6261	0.7166	0.6322	0.7216
100	0.5949	0.689	0.6017	0.6946	0.6084	0.7001	0.6148	0.7053	0.621	0.7104
105	0.5838	0.6777	0.5907	0.6834	0.5974	0.689	0.6039	0.6943	0.6101	0.6995
110	0.5731	0.6667	0.5801	0.6726	0.5868	0.6782	0.5934	0.6837	0.5997	0.689
115	0.5629	0.6561	0.5699	0.6621	0.5766	0.6678	0.5832	0.6734	0.5896	0.6787
120	0.5529	0.6459	0.56	0.6519	0.5668	0.6577	0.5734	0.6633	0.5798	0.6688
125	0.5434	0.6359	0.5504	0.642	0.5573	0.6479	0.564	0.6536	0.5704	0.6591
130	0.5341	0.6262	0.5412	0.6324	0.5481	0.6383	0.5548	0.6441	0.5613	0.6497
135	0.5252	0.6168	0.5323	0.623	0.5392	0.6291	0.546	0.6349	0.5525	0.6405
140	0.5166	0.6077	0.5237	0.614	0.5307	0.62	0.5374	0.6259	0.5439	0.6316
145	0.5083	0.5988	0.5154	0.6052	0.5223	0.6113	0.5291	0.6172	0.5356	0.623
150	0.5002	0.5902	0.5073	0.5966	0.5143	0.6028	0.521	0.6087	0.5276	0.6145
155	0.4924	0.5819	0.4995	0.5883	0.5065	0.5945	0.5132	0.6005	0.5198	0.6063
160	0.4848	0.5737	0.4919	0.5802	0.4989	0.5864	0.5057	0.5924	0.5123	0.5983
165	0.4774	0.5658	0.4846	0.5723	0.4915	0.5785	0.4983	0.5846	0.5049	0.5905
170	0.4703	0.5581	0.4775	0.5646	0.4844	0.5709	0.4912	0.577	0.4978	0.5829
175	0.4634	0.5506	0.4705	0.5571	0.4775	0.5634	0.4843	0.5695	0.4908	0.5755
180	0.4567	0.5433	0.4638	0.5498	0.4708	0.5561	0.4775	0.5623	0.4841	0.5683
185	0.4502	0.5362	0.4573	0.5427	0.4642	0.5491	0.471	0.5552	0.4776	0.5612
190	0.4439	0.5292	0.451	0.5358	0.4579	0.5421	0.4646	0.5483	0.4712	0.5543
195	0.4377	0.5225	0.4448	0.529	0.4517	0.5354	0.4584	0.5416	0.465	0.5476
200	0.4317	0.5159	0.4388	0.5225	0.4457	0.5288	0.4524	0.535	0.4589	0.5411

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Tabla 7.11: Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.2$

$m \setminus n$	5		10		15		20		25	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.301	0.699	0.4996	0.8093	0.6121	0.8603	0.6837	0.8897	0.7331	0.9089
10	0.1907	0.5004	0.3579	0.6421	0.4708	0.7205	0.5507	0.7705	0.6098	0.8053
15	0.1397	0.3879	0.2796	0.5292	0.3836	0.6163	0.4625	0.6759	0.5238	0.7194
20	0.1103	0.3163	0.2295	0.4493	0.3241	0.5375	0.3991	0.6009	0.4596	0.6488
25	0.0911	0.2669	0.1947	0.3902	0.2806	0.4762	0.3512	0.5404	0.4097	0.5903
30	0.0776	0.2308	0.1691	0.3446	0.2475	0.4272	0.3137	0.4907	0.3697	0.5412
35	0.0676	0.2033	0.1495	0.3085	0.2214	0.3873	0.2834	0.4493	0.3368	0.4996
40	0.0599	0.1816	0.1339	0.2793	0.2003	0.3542	0.2585	0.4143	0.3094	0.4637
45	0.0538	0.1641	0.1213	0.2551	0.1829	0.3262	0.2377	0.3842	0.2861	0.4327
50	0.0488	0.1497	0.1109	0.2347	0.1683	0.3023	0.2199	0.3582	0.2661	0.4054
55	0.0446	0.1376	0.1021	0.2174	0.1558	0.2817	0.2047	0.3355	0.2487	0.3814
60	0.0411	0.1273	0.0946	0.2024	0.1451	0.2637	0.1914	0.3155	0.2335	0.3601
65	0.0381	0.1185	0.0881	0.1893	0.1357	0.2478	0.1797	0.2977	0.22	0.341
70	0.0355	0.1107	0.0825	0.1779	0.1275	0.2338	0.1694	0.2818	0.208	0.3238
75	0.0333	0.104	0.0776	0.1677	0.1203	0.2212	0.1602	0.2675	0.1972	0.3082
80	0.0313	0.098	0.0732	0.1587	0.1138	0.2099	0.152	0.2546	0.1875	0.2941
85	0.0295	0.0927	0.0692	0.1506	0.1079	0.1998	0.1445	0.2429	0.1788	0.2812
90	0.028	0.0879	0.0657	0.1432	0.1027	0.1905	0.1378	0.2322	0.1708	0.2694
95	0.0265	0.0836	0.0625	0.1364	0.0979	0.1821	0.1317	0.2224	0.1635	0.2586
100	0.0253	0.0796	0.0596	0.1305	0.0936	0.1744	0.126	0.2134	0.1567	0.2485
105	0.0241	0.0761	0.057	0.1249	0.0896	0.1673	0.1209	0.2051	0.1506	0.2393
110	0.023	0.0728	0.0546	0.1198	0.0859	0.1607	0.1161	0.1974	0.1448	0.2306
115	0.0221	0.0698	0.0524	0.1151	0.0826	0.1547	0.1117	0.1903	0.1396	0.2226
120	0.0212	0.0671	0.0503	0.1107	0.0794	0.1491	0.1077	0.1837	0.1346	0.2152
125	0.0204	0.0646	0.0484	0.1067	0.0766	0.1439	0.1039	0.1775	0.13	0.2082
130	0.0196	0.0622	0.0466	0.1029	0.0739	0.139	0.1004	0.1717	0.1258	0.2016
135	0.0189	0.06	0.045	0.0994	0.0714	0.1345	0.0971	0.1663	0.1218	0.1955
140	0.0183	0.058	0.0435	0.0962	0.069	0.1302	0.094	0.1612	0.118	0.1897
145	0.0176	0.0561	0.0421	0.0931	0.0668	0.1262	0.0911	0.1564	0.1145	0.1842
150	0.0171	0.0543	0.0408	0.0903	0.0648	0.1224	0.0883	0.1519	0.1111	0.1791
155	0.0165	0.0526	0.0395	0.0876	0.0629	0.1189	0.0858	0.1476	0.108	0.1742
160	0.016	0.0511	0.0383	0.085	0.0611	0.1156	0.0834	0.1436	0.105	0.1696
165	0.0156	0.0496	0.0372	0.0826	0.0594	0.1125	0.0811	0.1398	0.1022	0.1652
170	0.0151	0.0482	0.0362	0.0803	0.0577	0.1094	0.0789	0.1362	0.0995	0.1611
175	0.0147	0.0469	0.0352	0.0782	0.0562	0.1066	0.0769	0.1327	0.097	0.1571
180	0.0143	0.0456	0.0343	0.0762	0.0547	0.104	0.0749	0.1295	0.0946	0.1533
185	0.0139	0.0444	0.0334	0.0742	0.0534	0.1014	0.0731	0.1264	0.0923	0.1498
190	0.0136	0.0433	0.0325	0.0724	0.052	0.099	0.0713	0.1234	0.0901	0.1463
195	0.0132	0.0422	0.0317	0.0707	0.0508	0.0966	0.0696	0.1206	0.0881	0.1431
200	0.0129	0.0412	0.031	0.069	0.0496	0.0944	0.068	0.1179	0.0861	0.1399

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.2$

$m \setminus n$	30		35		40		45		50	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.7692	0.9224	0.7967	0.9324	0.8184	0.9401	0.8359	0.9462	0.8503	0.9512
10	0.6554	0.8309	0.6914	0.8505	0.7207	0.866	0.7449	0.8787	0.7653	0.8891
15	0.5727	0.7525	0.6126	0.7785	0.6458	0.7996	0.6738	0.8171	0.6977	0.8317
20	0.5092	0.6863	0.5507	0.7166	0.5857	0.7415	0.6158	0.7623	0.6418	0.7801
25	0.4588	0.6303	0.5005	0.6632	0.5363	0.6906	0.5673	0.7139	0.5945	0.7339
30	0.4175	0.5825	0.4588	0.6169	0.4946	0.6459	0.5262	0.6709	0.554	0.6925
35	0.3831	0.5412	0.4236	0.5764	0.4592	0.6065	0.4907	0.6326	0.5188	0.6554
40	0.354	0.5053	0.3935	0.5408	0.4285	0.5715	0.4598	0.5983	0.4879	0.6219
45	0.3291	0.4738	0.3674	0.5093	0.4017	0.5402	0.4326	0.5674	0.4605	0.5915
50	0.3075	0.446	0.3446	0.4812	0.3781	0.5121	0.4084	0.5395	0.436	0.564
55	0.2885	0.4212	0.3245	0.456	0.3571	0.4868	0.3869	0.5142	0.4141	0.5388
60	0.2718	0.399	0.3066	0.4333	0.3384	0.4638	0.3675	0.4911	0.3942	0.5157
65	0.2569	0.379	0.2906	0.4127	0.3215	0.4429	0.35	0.47	0.3762	0.4946
70	0.2435	0.3609	0.2762	0.394	0.3063	0.4237	0.3341	0.4506	0.3598	0.475
75	0.2315	0.3444	0.2631	0.3769	0.2924	0.4061	0.3196	0.4327	0.3448	0.457
80	0.2206	0.3294	0.2513	0.3612	0.2798	0.39	0.3063	0.4162	0.3309	0.4402
85	0.2107	0.3156	0.2404	0.3467	0.2681	0.375	0.294	0.4009	0.3182	0.4246
90	0.2016	0.3029	0.2305	0.3334	0.2575	0.3612	0.2827	0.3866	0.3064	0.4101
95	0.1933	0.2912	0.2213	0.321	0.2476	0.3483	0.2723	0.3734	0.2955	0.3966
100	0.1857	0.2804	0.2129	0.3095	0.2385	0.3363	0.2626	0.361	0.2853	0.3839
105	0.1786	0.2704	0.2051	0.2989	0.23	0.3251	0.2535	0.3494	0.2758	0.3719
110	0.1721	0.261	0.1978	0.2889	0.2221	0.3147	0.2451	0.3385	0.2669	0.3607
115	0.166	0.2523	0.191	0.2795	0.2148	0.3049	0.2372	0.3283	0.2585	0.3502
120	0.1603	0.2441	0.1847	0.2708	0.2078	0.2956	0.2298	0.3187	0.2507	0.3402
125	0.155	0.2364	0.1788	0.2626	0.2014	0.2869	0.2229	0.3096	0.2433	0.3308
130	0.1501	0.2292	0.1732	0.2548	0.1953	0.2787	0.2163	0.301	0.2364	0.3219
135	0.1454	0.2225	0.168	0.2475	0.1896	0.2709	0.2102	0.2929	0.2298	0.3135
140	0.141	0.2161	0.1631	0.2407	0.1842	0.2636	0.2043	0.2852	0.2236	0.3055
145	0.1369	0.2101	0.1585	0.2341	0.1791	0.2567	0.1988	0.2779	0.2177	0.2979
150	0.1331	0.2044	0.1541	0.228	0.1743	0.2501	0.1936	0.271	0.2121	0.2906
155	0.1294	0.199	0.15	0.2221	0.1697	0.2439	0.1887	0.2644	0.2068	0.2837
160	0.1259	0.1938	0.146	0.2165	0.1654	0.2379	0.184	0.2581	0.2018	0.2771
165	0.1226	0.189	0.1423	0.2112	0.1612	0.2322	0.1795	0.2521	0.197	0.2709
170	0.1195	0.1843	0.1388	0.2062	0.1573	0.2268	0.1752	0.2464	0.1924	0.2649
175	0.1166	0.1799	0.1354	0.2014	0.1536	0.2217	0.1711	0.2409	0.188	0.2591
180	0.1137	0.1757	0.1322	0.1968	0.15	0.2168	0.1673	0.2357	0.1839	0.2536
185	0.111	0.1717	0.1291	0.1924	0.1466	0.212	0.1636	0.2306	0.1799	0.2483
190	0.1085	0.1679	0.1262	0.1882	0.1434	0.2075	0.16	0.2258	0.1761	0.2433
195	0.106	0.1642	0.1234	0.1842	0.1403	0.2032	0.1566	0.2212	0.1724	0.2384
200	0.1037	0.1607	0.1208	0.1804	0.1373	0.199	0.1534	0.2168	0.1689	0.2338

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.2$

$m \setminus n$	55		60		65		70		75	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.8624	0.9554	0.8727	0.9589	0.8815	0.9619	0.8892	0.9645	0.896	0.9667
10	0.7827	0.8979	0.7976	0.9054	0.8107	0.9119	0.8221	0.9175	0.8323	0.9225
15	0.7183	0.8442	0.7363	0.8549	0.7522	0.8642	0.7662	0.8725	0.7788	0.8797
20	0.6645	0.7953	0.6845	0.8086	0.7023	0.8203	0.7182	0.8306	0.7325	0.8398
25	0.6186	0.7513	0.6399	0.7665	0.659	0.78	0.6762	0.792	0.6917	0.8027
30	0.5788	0.7115	0.601	0.7283	0.621	0.7432	0.6391	0.7565	0.6556	0.7685
35	0.544	0.6755	0.5667	0.6934	0.5873	0.7094	0.606	0.7238	0.6231	0.7369
40	0.5132	0.6428	0.5362	0.6616	0.5572	0.6785	0.5763	0.6937	0.5939	0.7076
45	0.4858	0.6131	0.5089	0.6325	0.53	0.65	0.5494	0.6659	0.5673	0.6804
50	0.4612	0.5859	0.4843	0.6058	0.5054	0.6238	0.525	0.6402	0.543	0.6552
55	0.439	0.561	0.4619	0.5811	0.4831	0.5995	0.5026	0.6163	0.5208	0.6317
60	0.4188	0.5381	0.4416	0.5584	0.4626	0.577	0.4822	0.5941	0.5004	0.6099
65	0.4005	0.5169	0.423	0.5374	0.4439	0.5561	0.4633	0.5734	0.4815	0.5894
70	0.3837	0.4973	0.4059	0.5178	0.4266	0.5367	0.4459	0.5541	0.464	0.5702
75	0.3682	0.4792	0.3901	0.4996	0.4106	0.5185	0.4298	0.536	0.4477	0.5523
80	0.354	0.4623	0.3756	0.4827	0.3958	0.5015	0.4148	0.5191	0.4326	0.5354
85	0.3408	0.4465	0.3621	0.4668	0.382	0.4856	0.4008	0.5031	0.4185	0.5195
90	0.3286	0.4318	0.3495	0.4519	0.3692	0.4707	0.3877	0.4881	0.4052	0.5045
95	0.3172	0.418	0.3378	0.438	0.3572	0.4566	0.3755	0.474	0.3928	0.4903
100	0.3066	0.4051	0.3268	0.4249	0.3459	0.4433	0.364	0.4607	0.3811	0.4769
105	0.2967	0.3929	0.3166	0.4125	0.3354	0.4308	0.3532	0.4481	0.3701	0.4642
110	0.2874	0.3814	0.3069	0.4008	0.3254	0.419	0.343	0.4361	0.3597	0.4522
115	0.2787	0.3706	0.2979	0.3898	0.3161	0.4078	0.3334	0.4248	0.3499	0.4408
120	0.2705	0.3604	0.2893	0.3793	0.3073	0.3972	0.3243	0.414	0.3407	0.4299
125	0.2627	0.3507	0.2813	0.3694	0.2989	0.3871	0.3158	0.4038	0.3318	0.4195
130	0.2554	0.3415	0.2736	0.36	0.291	0.3775	0.3076	0.394	0.3235	0.4097
135	0.2485	0.3328	0.2664	0.3511	0.2835	0.3684	0.2999	0.3847	0.3155	0.4002
140	0.242	0.3245	0.2596	0.3426	0.2764	0.3597	0.2925	0.3759	0.308	0.3912
145	0.2357	0.3167	0.2531	0.3345	0.2696	0.3514	0.2855	0.3674	0.3008	0.3826
150	0.2299	0.3092	0.2469	0.3268	0.2632	0.3435	0.2789	0.3593	0.2939	0.3744
155	0.2243	0.3021	0.241	0.3194	0.2571	0.3359	0.2725	0.3516	0.2873	0.3665
160	0.2189	0.2952	0.2354	0.3123	0.2512	0.3286	0.2664	0.3441	0.281	0.359
165	0.2139	0.2887	0.23	0.3056	0.2456	0.3217	0.2606	0.337	0.275	0.3517
170	0.209	0.2824	0.2249	0.2991	0.2402	0.315	0.255	0.3302	0.2693	0.3447
175	0.2043	0.2764	0.22	0.2929	0.2351	0.3086	0.2497	0.3236	0.2637	0.338
180	0.1999	0.2707	0.2153	0.287	0.2302	0.3025	0.2446	0.3173	0.2584	0.3316
185	0.1956	0.2652	0.2108	0.2812	0.2255	0.2966	0.2397	0.3113	0.2533	0.3253
190	0.1916	0.2599	0.2065	0.2757	0.221	0.2909	0.2349	0.3054	0.2485	0.3194
195	0.1877	0.2548	0.2024	0.2705	0.2166	0.2855	0.2304	0.2998	0.2437	0.3136
200	0.1839	0.2499	0.1984	0.2654	0.2125	0.2802	0.2261	0.2944	0.2392	0.308

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.2$

$m \setminus n$	80		85		90		95		100	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.902	0.9687	0.9074	0.9705	0.9121	0.972	0.9164	0.9735	0.9204	0.9747
10	0.8414	0.9269	0.8495	0.9308	0.8568	0.9343	0.8635	0.9375	0.8696	0.9404
15	0.7901	0.8862	0.8002	0.8921	0.8095	0.8973	0.8179	0.9021	0.8256	0.9064
20	0.7454	0.848	0.7571	0.8555	0.7678	0.8622	0.7776	0.8683	0.7866	0.874
25	0.7059	0.8125	0.7188	0.8212	0.7306	0.8292	0.7414	0.8365	0.7515	0.8433
30	0.6706	0.7794	0.6844	0.7893	0.6971	0.7984	0.7088	0.8067	0.7196	0.8144
35	0.6388	0.7487	0.6533	0.7596	0.6666	0.7695	0.679	0.7787	0.6905	0.7871
40	0.61	0.7202	0.6249	0.7318	0.6388	0.7425	0.6517	0.7524	0.6637	0.7615
45	0.5838	0.6937	0.5991	0.706	0.6134	0.7173	0.6266	0.7277	0.639	0.7374
50	0.5598	0.669	0.5753	0.6818	0.5899	0.6936	0.6034	0.7045	0.6162	0.7147
55	0.5377	0.646	0.5535	0.6592	0.5682	0.6714	0.582	0.6827	0.5949	0.6934
60	0.5173	0.6244	0.5332	0.6379	0.548	0.6505	0.562	0.6622	0.5751	0.6731
65	0.4985	0.6042	0.5144	0.618	0.5294	0.6308	0.5434	0.6428	0.5566	0.6541
70	0.4809	0.5852	0.4969	0.5992	0.5119	0.6123	0.526	0.6245	0.5393	0.636
75	0.4646	0.5674	0.4805	0.5815	0.4955	0.5948	0.5097	0.6072	0.523	0.6188
80	0.4494	0.5506	0.4652	0.5649	0.4802	0.5782	0.4943	0.5908	0.5078	0.6026
85	0.4351	0.5348	0.4509	0.5491	0.4658	0.5626	0.48	0.5753	0.4934	0.5872
90	0.4218	0.5198	0.4374	0.5342	0.4523	0.5477	0.4664	0.5605	0.4798	0.5725
95	0.4092	0.5056	0.4247	0.52	0.4395	0.5336	0.4536	0.5464	0.4669	0.5586
100	0.3974	0.4922	0.4128	0.5066	0.4275	0.5202	0.4414	0.5331	0.4547	0.5452
105	0.3862	0.4795	0.4015	0.4939	0.416	0.5075	0.4299	0.5204	0.4432	0.5326
110	0.3756	0.4674	0.3908	0.4817	0.4052	0.4953	0.419	0.5082	0.4322	0.5205
115	0.3657	0.4559	0.3806	0.4702	0.395	0.4837	0.4086	0.4966	0.4217	0.5089
120	0.3562	0.4449	0.371	0.4592	0.3852	0.4727	0.3988	0.4855	0.4118	0.4978
125	0.3472	0.4345	0.3619	0.4486	0.3759	0.4621	0.3894	0.4749	0.4023	0.4871
130	0.3387	0.4245	0.3532	0.4386	0.3671	0.452	0.3804	0.4648	0.3932	0.477
135	0.3305	0.415	0.3449	0.429	0.3587	0.4423	0.3719	0.455	0.3846	0.4672
140	0.3228	0.4059	0.337	0.4198	0.3506	0.433	0.3637	0.4457	0.3763	0.4578
145	0.3154	0.3971	0.3294	0.411	0.3429	0.4241	0.3559	0.4367	0.3684	0.4488
150	0.3083	0.3888	0.3222	0.4025	0.3355	0.4156	0.3484	0.4281	0.3608	0.4401
155	0.3016	0.3808	0.3153	0.3944	0.3285	0.4074	0.3412	0.4198	0.3535	0.4318
160	0.2951	0.3731	0.3087	0.3866	0.3217	0.3995	0.3343	0.4119	0.3465	0.4237
165	0.2889	0.3657	0.3023	0.3791	0.3152	0.3919	0.3277	0.4042	0.3397	0.416
170	0.283	0.3586	0.2962	0.3719	0.309	0.3846	0.3213	0.3968	0.3333	0.4085
175	0.2773	0.3518	0.2904	0.3649	0.303	0.3776	0.3152	0.3897	0.327	0.4013
180	0.2718	0.3452	0.2848	0.3582	0.2973	0.3708	0.3093	0.3828	0.321	0.3944
185	0.2666	0.3388	0.2794	0.3518	0.2917	0.3642	0.3037	0.3762	0.3152	0.3877
190	0.2615	0.3327	0.2742	0.3456	0.2864	0.3579	0.2982	0.3697	0.3097	0.3812
195	0.2567	0.3268	0.2691	0.3395	0.2812	0.3518	0.2929	0.3635	0.3043	0.3749
200	0.252	0.3212	0.2643	0.3337	0.2763	0.3459	0.2878	0.3576	0.2991	0.3688

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.2$

$m \setminus n$	105		110		115		120		125	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9239	0.9759	0.9272	0.977	0.9302	0.9779	0.9329	0.9788	0.9355	0.9796
10	0.8751	0.943	0.8802	0.9454	0.8849	0.9476	0.8893	0.9497	0.8933	0.9516
15	0.8327	0.9104	0.8392	0.9141	0.8453	0.9174	0.8509	0.9205	0.8561	0.9234
20	0.7949	0.8791	0.8026	0.8839	0.8097	0.8883	0.8163	0.8923	0.8225	0.8961
25	0.7607	0.8494	0.7693	0.8551	0.7774	0.8604	0.7848	0.8654	0.7918	0.87
30	0.7296	0.8214	0.739	0.8279	0.7477	0.834	0.7559	0.8397	0.7636	0.845
35	0.7011	0.7949	0.7111	0.8022	0.7204	0.809	0.7292	0.8153	0.7374	0.8212
40	0.6749	0.77	0.6853	0.7779	0.6952	0.7853	0.7044	0.7922	0.7131	0.7986
45	0.6506	0.7465	0.6615	0.7549	0.6717	0.7628	0.6813	0.7702	0.6904	0.7771
50	0.6281	0.7243	0.6393	0.7332	0.6499	0.7415	0.6598	0.7493	0.6692	0.7567
55	0.6071	0.7033	0.6186	0.7126	0.6294	0.7213	0.6396	0.7295	0.6493	0.7372
60	0.5875	0.6834	0.5992	0.6931	0.6102	0.7021	0.6207	0.7107	0.6305	0.7187
65	0.5692	0.6646	0.581	0.6745	0.5922	0.6839	0.6028	0.6927	0.6129	0.7011
70	0.5519	0.6468	0.5639	0.657	0.5752	0.6666	0.586	0.6756	0.5963	0.6842
75	0.5358	0.6299	0.5478	0.6403	0.5592	0.6501	0.5701	0.6594	0.5805	0.6682
80	0.5205	0.6138	0.5327	0.6244	0.5441	0.6343	0.5551	0.6438	0.5655	0.6528
85	0.5061	0.5985	0.5183	0.6092	0.5298	0.6194	0.5408	0.629	0.5514	0.6381
90	0.4925	0.5839	0.5047	0.5948	0.5163	0.605	0.5273	0.6148	0.5379	0.6241
95	0.4796	0.5701	0.4918	0.581	0.5034	0.5914	0.5145	0.6012	0.5251	0.6106
100	0.4674	0.5568	0.4795	0.5678	0.4911	0.5782	0.5022	0.5882	0.5129	0.5977
105	0.4558	0.5442	0.4679	0.5553	0.4795	0.5657	0.4906	0.5758	0.5012	0.5853
110	0.4448	0.5321	0.4568	0.5431	0.4684	0.5537	0.4795	0.5638	0.4901	0.5735
115	0.4342	0.5205	0.4463	0.5316	0.4578	0.5422	0.4688	0.5523	0.4794	0.562
120	0.4242	0.5094	0.4362	0.5205	0.4476	0.5312	0.4586	0.5413	0.4693	0.5511
125	0.4146	0.4988	0.4265	0.5099	0.438	0.5206	0.4489	0.5307	0.4595	0.5405
130	0.4056	0.4886	0.4173	0.4997	0.4287	0.5104	0.4396	0.5205	0.4502	0.5304
135	0.3968	0.4788	0.4085	0.4899	0.4198	0.5005	0.4307	0.5107	0.4411	0.5205
140	0.3884	0.4694	0.4	0.4805	0.4113	0.4911	0.4221	0.5013	0.4325	0.5111
145	0.3804	0.4603	0.3919	0.4714	0.4031	0.482	0.4139	0.4922	0.4242	0.502
150	0.3727	0.4516	0.3841	0.4626	0.3952	0.4732	0.406	0.4834	0.4163	0.4932
155	0.3653	0.4432	0.3767	0.4542	0.3877	0.4648	0.3983	0.4749	0.4086	0.4847
160	0.3582	0.4351	0.3695	0.4461	0.3804	0.4566	0.3909	0.4667	0.4012	0.4765
165	0.3513	0.4273	0.3626	0.4383	0.3734	0.4487	0.3839	0.4588	0.394	0.4685
170	0.3448	0.4198	0.3559	0.4307	0.3666	0.4411	0.3771	0.4512	0.3872	0.4609
175	0.3384	0.4126	0.3495	0.4234	0.3601	0.4337	0.3705	0.4438	0.3805	0.4534
180	0.3323	0.4055	0.3433	0.4163	0.3538	0.4266	0.3641	0.4366	0.3741	0.4463
185	0.3264	0.3987	0.3373	0.4094	0.3478	0.4197	0.358	0.4297	0.3679	0.4392
190	0.3208	0.3922	0.3315	0.4028	0.3419	0.413	0.3521	0.4229	0.3618	0.4325
195	0.3153	0.3858	0.3259	0.3964	0.3363	0.4065	0.3463	0.4164	0.356	0.4259
200	0.31	0.3797	0.3205	0.3902	0.3308	0.4003	0.3407	0.4101	0.3504	0.4196

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.2$

$m \setminus n$	130		135		140		145		150	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9378	0.9804	0.94	0.9811	0.9421	0.9818	0.944	0.9824	0.9457	0.9829
10	0.897	0.9533	0.9005	0.9549	0.9038	0.9565	0.9068	0.9579	0.9097	0.9592
15	0.861	0.9261	0.8655	0.9286	0.8698	0.9309	0.8738	0.9331	0.8775	0.9352
20	0.8283	0.8997	0.8337	0.9029	0.8388	0.906	0.8436	0.9089	0.8481	0.9116
25	0.7984	0.8742	0.8045	0.8782	0.8103	0.882	0.8158	0.8855	0.8209	0.8889
30	0.7708	0.8499	0.7775	0.8546	0.7839	0.859	0.79	0.8631	0.7957	0.8669
35	0.7451	0.8268	0.7525	0.832	0.7593	0.8369	0.7659	0.8415	0.772	0.8459
40	0.7213	0.8047	0.729	0.8104	0.7364	0.8158	0.7433	0.8209	0.7499	0.8257
45	0.699	0.7837	0.7071	0.7898	0.7148	0.7957	0.7221	0.8012	0.729	0.8064
50	0.6781	0.7636	0.6865	0.7702	0.6945	0.7764	0.7021	0.7823	0.7094	0.7879
55	0.6584	0.7445	0.6671	0.7515	0.6754	0.758	0.6833	0.7642	0.6908	0.7701
60	0.6399	0.7263	0.6489	0.7336	0.6574	0.7404	0.6655	0.7469	0.6732	0.7531
65	0.6225	0.709	0.6316	0.7165	0.6403	0.7236	0.6486	0.7303	0.6565	0.7368
70	0.606	0.6924	0.6153	0.7001	0.6241	0.7075	0.6326	0.7145	0.6407	0.7211
75	0.5904	0.6765	0.5997	0.6844	0.6088	0.692	0.6174	0.6992	0.6256	0.7061
80	0.5755	0.6614	0.5851	0.6695	0.5941	0.6772	0.6029	0.6846	0.6112	0.6917
85	0.5614	0.6468	0.571	0.6551	0.5802	0.663	0.589	0.6706	0.5975	0.6778
90	0.548	0.6329	0.5577	0.6414	0.567	0.6494	0.5759	0.6571	0.5844	0.6645
95	0.5352	0.6196	0.545	0.6281	0.5543	0.6363	0.5632	0.6441	0.5719	0.6516
100	0.523	0.6068	0.5328	0.6154	0.5422	0.6237	0.5512	0.6316	0.5599	0.6392
105	0.5114	0.5945	0.5212	0.6032	0.5306	0.6116	0.5397	0.6197	0.5484	0.6273
110	0.5003	0.5827	0.5101	0.5915	0.5195	0.6	0.5286	0.6081	0.5373	0.6158
115	0.4896	0.5713	0.4995	0.5802	0.5089	0.5887	0.518	0.5969	0.5268	0.6048
120	0.4794	0.5604	0.4893	0.5693	0.4987	0.5779	0.5078	0.5862	0.5166	0.5941
125	0.4697	0.5499	0.4795	0.5588	0.4889	0.5675	0.498	0.5758	0.5068	0.5838
130	0.4603	0.5397	0.4701	0.5487	0.4795	0.5574	0.4886	0.5657	0.4974	0.5738
135	0.4513	0.5299	0.461	0.539	0.4704	0.5477	0.4795	0.556	0.4883	0.5641
140	0.4426	0.5205	0.4523	0.5296	0.4617	0.5383	0.4708	0.5467	0.4796	0.5548
145	0.4343	0.5114	0.444	0.5205	0.4533	0.5292	0.4624	0.5376	0.4712	0.5457
150	0.4263	0.5026	0.4359	0.5117	0.4452	0.5204	0.4543	0.5288	0.463	0.537
155	0.4185	0.4941	0.4281	0.5032	0.4374	0.5119	0.4464	0.5204	0.4552	0.5285
160	0.411	0.4859	0.4206	0.4949	0.4299	0.5037	0.4389	0.5121	0.4476	0.5203
165	0.4039	0.4779	0.4134	0.487	0.4226	0.4957	0.4316	0.5042	0.4402	0.5123
170	0.3969	0.4702	0.4064	0.4793	0.4156	0.488	0.4245	0.4964	0.4331	0.5046
175	0.3902	0.4628	0.3997	0.4718	0.4088	0.4805	0.4176	0.4889	0.4262	0.4971
180	0.3837	0.4555	0.3931	0.4645	0.4022	0.4732	0.411	0.4817	0.4196	0.4898
185	0.3775	0.4485	0.3868	0.4575	0.3958	0.4662	0.4046	0.4746	0.4131	0.4827
190	0.3714	0.4417	0.3806	0.4507	0.3897	0.4594	0.3984	0.4677	0.4069	0.4759
195	0.3655	0.4351	0.3747	0.444	0.3837	0.4527	0.3923	0.4611	0.4008	0.4692
200	0.3598	0.4287	0.369	0.4376	0.3779	0.4463	0.3865	0.4546	0.3949	0.4627

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.2$

$m \setminus n$	155		160		165		170		175	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9474	0.9835	0.949	0.984	0.9505	0.9845	0.9519	0.9849	0.9532	0.9853
10	0.9124	0.9605	0.915	0.9617	0.9173	0.9628	0.9196	0.9638	0.9217	0.9648
15	0.8811	0.9371	0.8844	0.9389	0.8876	0.9407	0.8906	0.9423	0.8934	0.9438
20	0.8524	0.9142	0.8564	0.9166	0.8602	0.9189	0.8638	0.9211	0.8672	0.9231
25	0.8258	0.892	0.8304	0.895	0.8348	0.8978	0.8389	0.9005	0.8429	0.903
30	0.8011	0.8706	0.8062	0.8741	0.8111	0.8774	0.8157	0.8805	0.8201	0.8835
35	0.7779	0.85	0.7835	0.854	0.7887	0.8577	0.7938	0.8612	0.7986	0.8646
40	0.7561	0.8303	0.7621	0.8346	0.7678	0.8387	0.7732	0.8427	0.7783	0.8464
45	0.7356	0.8113	0.7419	0.8161	0.7479	0.8205	0.7536	0.8248	0.7591	0.8289
50	0.7163	0.7932	0.7229	0.7982	0.7291	0.803	0.7352	0.8076	0.7409	0.812
55	0.698	0.7757	0.7048	0.7811	0.7113	0.7862	0.7176	0.791	0.7236	0.7957
60	0.6806	0.759	0.6877	0.7646	0.6944	0.77	0.7009	0.7751	0.7071	0.78
65	0.6641	0.7429	0.6714	0.7488	0.6783	0.7544	0.685	0.7598	0.6914	0.7649
70	0.6484	0.7275	0.6558	0.7336	0.663	0.7394	0.6698	0.745	0.6764	0.7503
75	0.6335	0.7127	0.641	0.719	0.6483	0.725	0.6553	0.7307	0.662	0.7363
80	0.6192	0.6984	0.6269	0.7049	0.6343	0.7111	0.6414	0.717	0.6483	0.7227
85	0.6056	0.6847	0.6134	0.6913	0.6209	0.6977	0.6281	0.7038	0.6351	0.7096
90	0.5926	0.6715	0.6005	0.6783	0.6081	0.6848	0.6154	0.691	0.6224	0.697
95	0.5801	0.6588	0.5881	0.6657	0.5958	0.6723	0.6032	0.6787	0.6103	0.6848
100	0.5682	0.6465	0.5762	0.6535	0.584	0.6603	0.5914	0.6667	0.5987	0.673
105	0.5568	0.6347	0.5649	0.6418	0.5727	0.6487	0.5802	0.6552	0.5874	0.6616
110	0.5458	0.6233	0.5539	0.6305	0.5618	0.6374	0.5693	0.6441	0.5766	0.6505
115	0.5352	0.6123	0.5434	0.6196	0.5513	0.6266	0.5589	0.6333	0.5663	0.6398
120	0.5251	0.6017	0.5333	0.609	0.5412	0.6161	0.5488	0.6229	0.5562	0.6295
125	0.5153	0.5914	0.5235	0.5988	0.5315	0.6059	0.5391	0.6128	0.5466	0.6195
130	0.5059	0.5815	0.5141	0.5889	0.5221	0.5961	0.5298	0.6031	0.5372	0.6098
135	0.4969	0.5719	0.505	0.5793	0.513	0.5866	0.5207	0.5936	0.5282	0.6004
140	0.4881	0.5626	0.4963	0.5701	0.5043	0.5774	0.512	0.5844	0.5195	0.5912
145	0.4797	0.5536	0.4879	0.5612	0.4958	0.5684	0.5036	0.5755	0.5111	0.5824
150	0.4715	0.5448	0.4797	0.5525	0.4877	0.5598	0.4954	0.5669	0.5029	0.5737
155	0.4636	0.5364	0.4718	0.544	0.4798	0.5513	0.4875	0.5585	0.495	0.5654
160	0.456	0.5282	0.4642	0.5358	0.4722	0.5432	0.4799	0.5503	0.4874	0.5573
165	0.4487	0.5202	0.4568	0.5279	0.4648	0.5353	0.4724	0.5424	0.4799	0.5494
170	0.4415	0.5125	0.4497	0.5202	0.4576	0.5276	0.4652	0.5347	0.4727	0.5417
175	0.4346	0.505	0.4427	0.5127	0.4506	0.5201	0.4583	0.5273	0.4658	0.5342
180	0.4279	0.4977	0.436	0.5054	0.4439	0.5128	0.4516	0.52	0.459	0.527
185	0.4214	0.4906	0.4295	0.4983	0.4374	0.5057	0.445	0.5129	0.4524	0.5199
190	0.4151	0.4837	0.4232	0.4914	0.431	0.4988	0.4386	0.506	0.446	0.513
195	0.409	0.4771	0.417	0.4847	0.4248	0.4921	0.4324	0.4993	0.4398	0.5063
200	0.4031	0.4705	0.4111	0.4782	0.4188	0.4856	0.4264	0.4928	0.4338	0.4998

7.2. Anexo II. Tabla de Valores Críticos

Valores críticos (a,b) para la prueba T propuesta con $\alpha = 0.2$

$m \setminus n$	180		185		190		195		200	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
5	0.9545	0.9857	0.9557	0.9861	0.9568	0.9865	0.9579	0.9868	0.9589	0.9871
10	0.9238	0.9657	0.9257	0.9666	0.9275	0.9675	0.9293	0.9683	0.931	0.969
15	0.8961	0.9453	0.8986	0.9467	0.9011	0.948	0.9034	0.9492	0.9056	0.9504
20	0.8705	0.9251	0.8736	0.9269	0.8766	0.9287	0.8794	0.9304	0.8821	0.932
25	0.8467	0.9054	0.8502	0.9077	0.8537	0.9099	0.8569	0.9119	0.8601	0.9139
30	0.8243	0.8863	0.8283	0.889	0.8321	0.8915	0.8358	0.894	0.8393	0.8963
35	0.8032	0.8678	0.8076	0.8709	0.8118	0.8738	0.8158	0.8766	0.8196	0.8793
40	0.7833	0.85	0.7879	0.8533	0.7925	0.8566	0.7968	0.8597	0.8009	0.8627
45	0.7643	0.8327	0.7694	0.8364	0.7741	0.84	0.7787	0.8434	0.7832	0.8466
50	0.7464	0.8161	0.7517	0.8201	0.7567	0.8239	0.7616	0.8276	0.7662	0.8311
55	0.7293	0.8001	0.7348	0.8044	0.7401	0.8084	0.7452	0.8124	0.7501	0.8161
60	0.713	0.7847	0.7188	0.7892	0.7242	0.7935	0.7295	0.7976	0.7346	0.8016
65	0.6975	0.7698	0.7034	0.7745	0.7091	0.779	0.7145	0.7834	0.7198	0.7875
70	0.6827	0.7554	0.6887	0.7603	0.6945	0.765	0.7002	0.7696	0.7056	0.7739
75	0.6684	0.7416	0.6746	0.7467	0.6806	0.7515	0.6864	0.7563	0.692	0.7608
80	0.6548	0.7282	0.6612	0.7334	0.6673	0.7385	0.6732	0.7434	0.6789	0.748
85	0.6418	0.7152	0.6482	0.7206	0.6544	0.7259	0.6605	0.7309	0.6663	0.7357
90	0.6292	0.7027	0.6358	0.7083	0.6421	0.7136	0.6482	0.7188	0.6541	0.7237
95	0.6172	0.6907	0.6238	0.6963	0.6303	0.7018	0.6365	0.7071	0.6425	0.7122
100	0.6056	0.679	0.6123	0.6848	0.6188	0.6903	0.6251	0.6957	0.6312	0.7009
105	0.5945	0.6677	0.6012	0.6736	0.6078	0.6792	0.6142	0.6847	0.6203	0.69
110	0.5837	0.6567	0.5906	0.6627	0.5972	0.6685	0.6036	0.6741	0.6098	0.6795
115	0.5734	0.6461	0.5803	0.6522	0.587	0.6581	0.5934	0.6637	0.5997	0.6692
120	0.5634	0.6359	0.5703	0.642	0.5771	0.6479	0.5836	0.6537	0.5899	0.6592
125	0.5538	0.6259	0.5607	0.6321	0.5675	0.6381	0.5741	0.6439	0.5804	0.6496
130	0.5445	0.6163	0.5515	0.6225	0.5583	0.6286	0.5648	0.6345	0.5713	0.6402
135	0.5355	0.6069	0.5425	0.6132	0.5493	0.6193	0.5559	0.6253	0.5624	0.631
140	0.5268	0.5978	0.5338	0.6042	0.5406	0.6103	0.5473	0.6163	0.5538	0.6221
145	0.5183	0.589	0.5254	0.5954	0.5323	0.6016	0.5389	0.6076	0.5454	0.6135
150	0.5102	0.5804	0.5173	0.5869	0.5241	0.5931	0.5308	0.5992	0.5373	0.6051
155	0.5023	0.5721	0.5094	0.5786	0.5163	0.5849	0.5229	0.591	0.5295	0.5969
160	0.4946	0.564	0.5017	0.5705	0.5086	0.5768	0.5153	0.583	0.5218	0.5889
165	0.4872	0.5561	0.4943	0.5627	0.5012	0.569	0.5079	0.5752	0.5144	0.5812
170	0.48	0.5485	0.4871	0.555	0.494	0.5614	0.5007	0.5676	0.5072	0.5736
175	0.473	0.541	0.4801	0.5476	0.487	0.554	0.4937	0.5602	0.5002	0.5662
180	0.4662	0.5338	0.4733	0.5403	0.4802	0.5468	0.4869	0.553	0.4934	0.559
185	0.4596	0.5267	0.4667	0.5333	0.4736	0.5397	0.4803	0.546	0.4868	0.552
190	0.4532	0.5198	0.4603	0.5264	0.4671	0.5329	0.4738	0.5391	0.4804	0.5452
195	0.447	0.5131	0.454	0.5197	0.4609	0.5262	0.4676	0.5324	0.4741	0.5385
200	0.4409	0.5066	0.448	0.5132	0.4548	0.5196	0.4615	0.5259	0.468	0.532