



# **COLEGIO DE POSTGRADUADOS**

INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

**CAMPUS MONTECILLO  
POSTGRADO FORESTAL**

**CUBICACIÓN, CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO  
MADERABLE E INVENTARIO OPERATIVO PARA  
*Tectona grandis* EN EL SURESTE DE MÉXICO**

**JUAN CARLOS TAMARIT URIAS**

**T E S I S  
PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**DOCTOR EN CIENCIAS**

**MONTECILLO, TEXCOCO, ESTADO DE MÉXICO**

**2013**

La presente tesis titulada “**Cubicación, crecimiento y rendimiento maderable e inventario operativo para *Tectona grandis* en el Sureste de México**” realizada por el alumno **Juan Carlos Tamarit Urias** bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

**DOCTOR EN CIENCIAS**

**FORESTAL**

**CONSEJO PARTICULAR**

**CONSEJERO Y  
DIRECTOR DE TESIS**

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Héctor M. De los Santos Posadas**

**ASESOR**

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Arnulfo Aldrete**

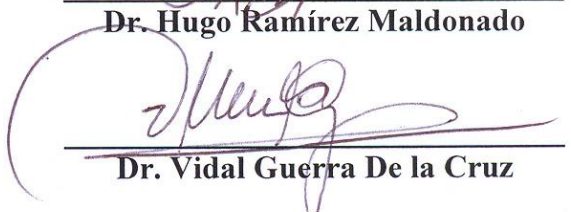
**ASESOR**

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. J. René Valdez Lazalde**

**ASESOR**

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Hugo Ramírez Maldonado**

**ASESOR**

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Vidal Guerra De la Cruz**

Montecillo, Texcoco, Estado de México, julio de 2013.

## *Dedicatoria*

*Brindo esta tesis:*

*A toda mi familia y con especial afecto a mi esposa e hijos.*

*... a ti querida esposa y gran Señora Reyna Zulema Rivas R. de quien en todo momento recibí tus palabras de aliento y apoyo incondicional para terminar con éxito mis estudios doctorales.*

*... con amor a ti mi pequeña hija Karen Itzel y a ti Carlos Jesús, que supieron mantener un prolongado y solidario remanso de quietud y tranquilidad de gran ayuda para dedicarme de lleno al alto compromiso de formación que ahora culmina.*

## **Agradecimiento**

Expreso mi más alto y sincero agradecimiento:

Al Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP) el que por conducto de las autoridades del Centro de Investigación Regional - Golfo Centro me brindó la oportunidad de capacitarme en un postgrado a nivel de doctorado.

Al Colegio de Postgraduados, institución que por medio de su Campus Montecillo me recibió y formó en mis estudios de doctorado en su Programa Forestal.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por otorgarme un apoyo económico mediante una beca para realizar mis estudios y formación doctoral.

Al Dr. Héctor Manuel de los Santos Posadas quien como mi Consejero y Director de mi tesis doctoral se condujo en todo momento con alta responsabilidad, ética y profesionalismo, además de distinguirme con su fraternal amistad y apoyo solidario.

A los integrantes de mi Consejo Particular, los C. Drs. Arnulfo Aldrete, J. René Valdez Lazalde, Hugo Ramírez Maldonado y Vidal Guerra De la Cruz, quienes se ocuparon, comprometieron y apoyaron para concluir satisfactoriamente el presente trabajo de investigación de tesis doctoral.

A todas aquellas personas que directa e indirectamente colaboraron y contribuyeron a la culminación de mis estudios doctorales y de mi investigación de tesis doctoral.

## CONTENIDO

RESUMEN.....	iii
ABSTRACT.....	iv
ÍNDICE DE CUADROS.....	v
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vii
CAPÍTULO I.....	1
<b>1. INTRODUCCIÓN GENERAL .....</b>	<b>1</b>
1.1. GENERALIDADES .....	1
1.2. SISTEMA DE CUBICACIÓN A NIVEL DE ÁRBOL INDIVIDUAL .....	2
1.3. ECUACIONES DINÁMICAS DE ÍNDICE DE SITIO .....	3
1.4. SISTEMA DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE .....	4
1.5. ESTRATEGIA DE INVENTARIO .....	6
1.6. CARACTERÍSTICAS DE LA ESPECIE A ESTUDIAR .....	7
1.7. OBJETIVOS .....	8
1.7.1. Objetivo general.....	8
1.7.2. Objetivos específicos .....	8
1.8. LITERATURA CITADA.....	8
CAPÍTULO II.....	11
<b>2. SISTEMA DE CUBICACIÓN PARA ÁRBOLES INDIVIDUALES DE <i>Tectona grandis</i> USANDO FUNCIONES COMPATIBLES DE AHUSAMIENTO-VOLUMEN.....</b>	<b>11</b>
2.1. RESUMEN .....	11
2.2. ABSTRACT.....	12
2.3. INTRODUCCIÓN .....	13
2.4. MATERIALES Y MÉTODOS .....	14
2.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	19
2.6. CONCLUSIONES .....	26
2.7. LITERATURA CITADA.....	27
CAPÍTULO III.....	30
<b>3. ECUACIONES DINÁMICAS DE ÍNDICE DE SITIO PARA <i>Tectona grandis</i> EN CAMPECHE, MÉXICO .....</b>	<b>30</b>
3.1. RESUMEN .....	30
3.2. ABSTRACT.....	31
3.3. INTRODUCCIÓN .....	32
3.4. MATERIALES Y MÉTODOS .....	33
3.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	37
3.6. CONCLUSIONES .....	44
3.7. LITERATURA CITADA.....	45
CAPÍTULO IV .....	47

<b>4. SISTEMA EXPLÍCITO DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE PARA PLANTACIONES DE <i>Tectona grandis</i> EN CAMPECHE, MÉXICO .....</b>	<b>47</b>
4.1. RESUMEN .....	47
4.2. ABSTRACT.....	48
4.3. INTRODUCCIÓN .....	49
4.4. MATERIALES Y MÉTODOS .....	50
4.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	55
4.6. CONCLUSIONES .....	74
4.7. LITERATURA CITADA.....	74
<b>CAPÍTULO V.....</b>	<b>78</b>
<b>5. ESTRATEGIA DE MUESTREO PARA UN INVENTARIO OPERATIVO ORIENTADO AL MANEJO DE PLANTACIONES DE TECA.....</b>	<b>78</b>
5.1. RESUMEN .....	78
5.2. ABSTRACT.....	79
5.3. INTRODUCCIÓN .....	80
5.4. MATERIALES Y MÉTODOS .....	81
5.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	85
5.6. CONCLUSIONES .....	92
5.7. LITERATURA CITADA.....	92
<b>CAPÍTULO VI.....</b>	<b>95</b>
<b>6. CONCLUSIONES GENERALES.....</b>	<b>95</b>
6.1. SISTEMA DE CUBICACIÓN.....	95
6.2. MODELOS DE ÍNDICE DE SITIO.....	95
6.3. SISTEMA DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO EXPLÍCITO .....	96
6.4. ESTRATEGIA DE INVENTARIO OPERATIVO.....	96

# **CUBICACIÓN, CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE E INVENTARIO OPERATIVO PARA *Tectona grandis* EN EL SURESTE DE MÉXICO**

Juan Carlos Tamarit Urias, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2013

## **RESUMEN**

Se generó un conjunto de herramientas de silvicultura cuantitativa para apoyar la toma de decisiones en el manejo técnico de plantaciones comerciales de *Tectona grandis* L. f. (teca) establecidas en el sureste de México. Para estimar el volumen por tipo de producto se construyó un sistema de cubicación a nivel de árbol individual generado a partir de un modelo segmentado de ahusamiento. El modelo fue ajustado en forma simultánea con su respectiva función de volumen comercial como un modelo de efectos mixtos, mejorando la estimación de los parámetros y la precisión de las predicciones. El sistema describe perfil fustal, volumen comercial y total, así como la altura comercial a cualquier diámetro mínimo. Para clasificar por nivel de productividad a las plantaciones, se desarrolló un modelo dinámico de índice de sitio bajo el enfoque de diferencia algebraica generalizada y ajustado como un modelo de efectos mixtos. El modelo es flexible y describe un patrón de curvas polimórficas con asíntotas múltiples de utilidad para modelar diferentes patrones de crecimiento. Para estimar la producción en volumen ( $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$ ) se desarrolló un sistema de crecimiento y rendimiento maderable explícito integrado por ecuaciones dinámicas de altura dominante, mortalidad, área basal y volumen; en la selección de cada componente del sistema se buscó un compromiso entre consideraciones estadísticas y patrones biológicamente realistas. Se construyó un diagrama para el manejo de la densidad, basado en Reineke, que permite simular y prescribir aclareos. Finalmente, se generó una estrategia de muestreo para realizar el inventario operativo que estime el volumen maderable en  $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$  y que sea eficiente en términos de precisión y tiempo, se determinó que usar el estimador de razón específica en muestreo estratificado, siendo el área basal la variable auxiliar y estratificando por clase de edad con anchos de un año, permite reducir la intensidad de muestreo en un 68%, con la consecuente disminución en tiempo y recursos para el trabajo en campo.

Palabras clave: plantaciones de teca, sistema de cubicación de fuste, índice de sitio, productividad, inventario forestal.

**STEM VOLUME SYSTEM, GROWTH AND YIELD AND FOREST INVENTORY FOR  
*Tectona grandis* IN SOUTHERN MEXICO**

Juan Carlos Tamarit Urias, Dr.

Colegio de Postgraduados, 2013

**ABSTRACT**

A set of quantitative silvicultural tools was generated to support the decision making process in management of commercial plantations of *Tectona grandis* L. f. (teak) established in southern Mexico. A system to estimate volume by product type at tree level was generated from a segmented taper model. Tree to tree specific variation was achieved by formulating the model as a mixed-effects taper-volume structure. The volume system consists of equations that describe taper, merchantable and total volume, as well as merchantable height at any given minimum diameter. To classify productivity a dynamic site index model expressed as a generalized algebraic difference approach (GADA) structure was developed. This equation was fitted as a nonlinear mixed-effects model. The GADA structure is flexible enough to describe a pattern of polymorphic curves with multiple asymptotes. To predict growth and yield a system of dynamic equations of dominant height, mortality, basal area, and total volume was developed; in the selection of each component the goal set was to a compromise between goodness-of-fit statistics and biologically realistic patterns. Also a stand density management diagram based on Reineke index was generated. Finally, an efficient sampling strategy was suggested for the operational forest inventory consisting in the use of a strata-specific ratio estimator where basal area is the auxiliary variable and the stratification is defined into 1-year age classes allowing for a reduction of 68% in the original sample size.

Key words: teak plantations, taper-volume system, site index, growth and yield system, forest inventory.



## ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 2.1. Estadísticos de las variables medidas en la muestra de árboles trabajada. ....	15
Cuadro 2.2. Modelos segmentados de ahusamiento evaluados para el sistema de cubicación de teca en el sureste de México.....	16
Cuadro 2.3. Valores de los parámetros de los modelos segmentados para ahusamiento probados para describir el perfil diamétrico de árboles de teca. ....	19
Cuadro 2.4. Estadísticas de bondad de ajuste de los seis modelos segmentados evaluados para describir el perfil diamétrico de árboles de teca.....	20
Cuadro 2.5. Parámetros y estadísticos del ajuste simultáneo del sistema conformado por los modelos de ahusamiento y volumen comercial para teca al usar NLS.....	21
Cuadro 2.6. Estadísticos del ajuste simultáneo del sistema conformado por los modelos de ahusamiento y volumen comercial para teca al efectuarlo por NLS y como MEM. ....	22
Cuadro 2.7. Parámetros fijos estimados y bondad de ajuste del modelo 7 corregido por heterocedasticidad y autocorrelación (MEM-C).....	24
Cuadro 2.8. Parámetros aleatorios estimados del ajuste del modelo 7 (MEM-C).....	25
Cuadro 3.1. Formulaciones en DAG usadas para el ajuste de modelos de altura dominante.....	35
Cuadro 3.2. Parámetros estimados, significancia y estadísticos de los modelos en DAG ajustados.....	38
Cuadro 3.3. Comparativo y criterios de bondad de ajuste de los seis modelos en DAG probados. ....	39
Cuadro 3.4. Parámetros estimados, significancia e intervalos de confianza del modelo M7 global.....	40
Cuadro 3.5. Prueba de razón de verosimilitud y estadísticos del modelo M7 sin y con corrección al evaluar el efecto del sitio de plantación. ....	41
Cuadro 3.6. Parámetros estimados, significancia e intervalos de confianza del modelo M7-C corregido y diferenciando por sitio de plantación.....	41
Cuadro 4.1. Modelos de mortalidad en diferencia algebraica ajustados y su correspondiente ecuación diferencial. ....	52
Cuadro 4.2. Sistemas de crecimiento y rendimiento en área basal ajustados a los datos observados.....	53
Cuadro 4.3. Sistemas de crecimiento y rendimiento de volumen ajustados a los datos observados.....	53
Cuadro 4.4. Estadísticos descriptivos de las variables usadas en la función tamaño-densidad....	55
Cuadro 4.5. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los modelos de mortalidad por densidad. ....	57

Cuadro 4.6. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los sistemas de crecimiento en área basal.....	59
Cuadro 4.7. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los sistemas de crecimiento en volumen.....	61
Cuadro 4.8. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste del sistema S3 de crecimiento en área basal en $m^2 ha^{-1}$ considerando el tipo de densidad de plantación inicial.....	63
Cuadro 4.9. Parámetros y estadísticos de ajuste del sistema S3 del crecimiento en área basal/ha por sitio de plantación para la densidad de 1,250 pl $ha^{-1}$ .....	64
Cuadro 4.10. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste del sistema S1 de crecimiento en volumen $m^3 ha^{-1}$ considerando el tipo de densidad de plantación inicial. ....	66
Cuadro 4.11. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste compatible del sistema S1 de crecimiento en volumen considerando el efecto del sitio de plantación cuando $N=1,250 pl ha^{-1}$ . ....	67
Cuadro 4.12. Parámetros y estadísticos de ajuste de la función tamaño-densidad para generar el IDR basado en Reineke.....	68
Cuadro 4.13. Programa de aclareos por tipo de densidad inicial en términos N, Dq y AB por hectárea. ....	72
Cuadro 5.1. Clases de edad definidas para la estratificación, sitios y superficie por CE. ....	82
Cuadro 5.2. Estimadores de muestreo evaluados con base en diseño y con base en modelo.....	83
Cuadro 5.3. Comparativo de parámetros entre los estimadores de muestreo evaluados. ....	86
Cuadro 5.4. Distribución proporcional y Neyman del tamaño de muestra por estrato.....	91

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Comportamiento del diámetro (a) y del volumen acumulado con respecto a la altura sobre el fuste (b).....	15
Figura 2.2. Comportamiento gráfico de los residuos (a) y de retardos (b) después de la corrección por autocorrelación usando una estructura tipo AR(1). .....	23
Figura 2.3. Comportamiento de residuales del ahusamiento contra predichos (a y c) y contra HM (b y d) al realizar el ajuste por NLS y por MEM respectivamente.....	25
Figura 3.1. Patrón del crecimiento en altura dominante observado y tendencias de las curvas de índice de sitio de 9, 11, 13, 15 y 17 m generadas con los modelos M2, M3 y M6. ....	39
Figura 3.2. Crecimiento observado y estimado con el modelo M7 ajustado vía MEM y corregido para la plantación en general (a), para los sitios de plantación I y II (b), sitio III (c) y sitio IV (d).....	42
Figura 3.3. Residuales frente a predichos (fila 1) y contra la edad (fila 2) del modelo M7 global (columna 1) y del específico por sitio (columna 2) ambos corregidos. ....	43
Figura 4.1. Tendencia promedio de mortalidad ajustada para densidad de 1,250 pl ha <sup>-1</sup> con espaciamiento 4 x 2 m (a) y para 816 pl ha <sup>-1</sup> con espaciamiento 3.5 x 3.5 m (b).....	58
Figura 4.2. Comparativo del crecimiento en área basal estimada con los modelos de predicción de los sistemas ensayados para el índice de sitio promedio de 15 m. ....	60
Figura 4.3. Comparativo del crecimiento en volumen estimado con los modelos de predicción de los sistemas ensayados para el índice de sitio promedio de 15. ....	62
Figura 4.4. Crecimiento del área basal en tres IS (12, 15 y 18 m) para el SCRM general (a), para N=1,250 pl ha <sup>-1</sup> (b), para N=816 pl ha <sup>-1</sup> (c) y para sitio de plantación II con N=1,250 pl ha <sup>-1</sup> (d).....	65
Figura 4.5. Crecimiento del volumen en tres IS (12, 15 y 18) para el SCRM general (a), para N=1,250 pl ha <sup>-1</sup> (b), para N=816 pl ha <sup>-1</sup> (c) y para sitio de plantación II con N=1,250 pl ha <sup>-1</sup> (d).....	67
Figura 4.6. Programas de aclareo para las densidades de plantación inicial de 1,250 y 816 pl ha <sup>-1</sup> .....	69
Figura 4.7. Comportamiento gráfico de la validación del SCRM general con el IDR de Reineke.....	73
Figura 5.1. Comportamiento gráfico de las variables área basal (a) y edad (b) respecto al volumen utilizadas como auxiliares en los estimadores de razón y regresión.....	87
Figura 5.2. Comportamiento del tamaño de muestra calculado al variar la precisión en MSA y ME (a) y tamaño de muestra en MSA calculado con la técnica de <i>bootstrap</i> y por fórmula (b).....	89
Figura 5.3. Efecto de la reducción del tamaño de muestra en el MSA sobre la varianza de la media en volumen (a) y sobre sus correspondientes intervalos de confianza (b). ....	90

# CAPÍTULO I

## 1. INTRODUCCIÓN GENERAL

### 1.1. GENERALIDADES

Al iniciar el siglo XXI, el estado Mexicano en coparticipación con inversión de capital privado ha impulsado el establecimiento de plantaciones forestales comerciales (PFC) usando especies de rápido crecimiento con el propósito múltiple de reactivar la industria forestal nacional, reducir la presión hacia los bosques naturales de los que se abastece y equilibrar la balanza comercial de productos maderables. La mayoría de las PFC establecidas desde el año 2000 a la fecha se encuentran en etapa de pleno desarrollo, sin ser aún cosechadas para su aprovechamiento comercial. Esta situación demanda con urgencia la generación de herramientas técnicas que faciliten su manejo, mismas que deben ser desarrolladas a partir de las condiciones edáficas, climáticas y silvícolas particulares de la región en que son establecidas, más aún cuando la superficie establecida de PFC va en aumento.

Como en todo sistema productivo, en el proceso de toma de decisiones para el manejo silvícola de una PFC se necesita contar con herramientas administrativas que orienten actividades como la cubicación precisa del volumen total y comercial de arbolado individual, la evaluación del crecimiento y rendimiento maderable por calidad productiva, la prescripción de regímenes de aclareos, así como disponer de una estrategia para efectuar el inventario maderable en el manejo operativo. Con el apoyo de esos instrumentos, el administrador forestal está en condiciones de tomar decisiones informadas, lo que contribuye favorablemente en el cumplimiento del objetivo de la plantación y que el volumen maderable a cosechar reúna los estándares de calidad que el mercado y la industria forestal demanda.

Aun cuando existen herramientas silvícolas cuantitativas, éstas se han desarrollado en el extranjero bajo condiciones ambientales y de manejo diferentes a las prevalecientes en las zonas del país en que las PFC se han establecido. De acuerdo con Fonseca (2004), el principal inconveniente de usar por ejemplo una tabla de crecimiento en una región diferente de la cual se originó, es que comúnmente se tiende a realizar proyecciones y crear escenarios poco realistas a nivel local. Lo anterior resalta la necesidad de desarrollar y contar con herramientas específicas para las condiciones de crecimiento prevalecientes, de tal forma que las proyecciones arrojen

estimaciones confiables y objetivas apegadas a la dinámica de crecimiento a partir de la silvicultura utilizada y a las condiciones del sitio.

## **1.2. SISTEMA DE CUBICACIÓN A NIVEL DE ÁRBOL INDIVIDUAL**

Aun cuando el volumen total de un árbol puede estimarse con una función que utilice directamente su diámetro normal y su altura total o bien recurriendo a un factor de forma constante, para especies de alto valor maderable resulta de mayor utilidad e importancia conocer además su correspondiente distribución de productos según el uso industrial y comercial a que se destinen (Adu-Bredu *et al.*, 2008), pues con ello se está en la posibilidad de efectuar una mejor valoración de la PFC. Para tal propósito, se recurre a modelos o funciones de ahusamiento que describen con precisión el perfil diamétrico del fuste y con ello determinar la distribución de productos a cualquier límite comercial (Clutter, 1980), el resultado de utilidad práctica es una tabla de cubicación por tipo de producto.

Entre los diferentes tipos de funciones de ahusamiento que se han desarrollado destacan, por su proceso de construcción y precisión, los modelos segmentados que toman en cuenta los diferentes cuerpos dendrométricos del árbol. Éstos pueden integrarse en forma analítica para generar una ecuación que estime el volumen comercial, conformando así un sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial que al compartir los mismos parámetros pueden ajustarse de manera simultánea en el proceso de regresión. El grupo de funciones que se derivan para estimar y predecir el ahusamiento, el volumen total del fuste, el volumen comercial, así como la altura comercial a un diámetro mínimo en la punta del fuste y viceversa en conjunto conforman un sistema de cubicación para árbol individual.

Un sistema de cubicación donde el modelo de ahusamiento es compatible con su correspondiente ecuación de volumen comercial garantiza la capacidad predictiva y veracidad en las estimaciones. Así, el sistema tiene aplicación operativa inmediata al permitir la predicción del volumen comercial por tipo de producto y con ello derivar la correspondiente distribución de productos por unidad de superficie manteniendo un inventario preciso y actualizado. Esto a su vez es útil para realizar valoraciones financieras de los árboles removidos en aclareos y de los extraídos en la cosecha final, también son importantes para proyectar escenarios de comercialización y estimar los ingresos y la rentabilidad de la plantación.

### 1.3. ECUACIONES DINÁMICAS DE ÍNDICE DE SITIO

La estimación de la productividad de una PFC permite determinar el rendimiento maderable potencial por unidad de superficie y asignar el respectivo valor comercial a diferentes edades. El índice de sitio (IS), como una forma de clasificar la calidad del sitio (productividad del suelo forestal), se basa en evaluar la altura dominante y mediante la generación de una familia de curvas de IS puede efectuarse la clasificación del nivel de la productividad (De los Santos-Posadas *et al.*, 2006).

La productividad puede mejorarse a través de una adecuada identificación de la calidad de sitio vía el IS, por lo que es necesario realizar una adecuada modelación del crecimiento de la altura dominante a una edad de referencia. Con pares de edad y altura dominante en un determinado sitio de interés puede derivarse su correspondiente curva equiproductiva y la plantación puede clasificarse en zonas de productividad equivalentes, siendo así posible seleccionar aquellos sitios con mejor aptitud productiva (Gómez-Tejero *et al.*, 2009). La tendencia actual para modelar y describir el patrón de crecimiento en altura dominante es a través del enfoque de diferencia algébrica generalizada (DAG) propuesto por Cieszewski y Bailey (2000) en el que se combinan las hipótesis de que tanto la tasa de crecimiento como el potencial máximo de crecimiento varían entre sitios. De esta manera, con la ecuación dinámica obtenida se generan curvas de índice de sitio con polimorfismo asintótico que es una propiedad deseable para describir diferentes patrones de crecimiento que se apegan mejor a las condiciones reales de las plantaciones; además, cumple con la característica de que las predicciones a realizar son invariantes tanto de la edad base como de la ruta de estimación y proveen estimaciones consistentes. Una ecuación en DAG tiene como ventaja adicional el hecho de que puede usarse como una función recíproca para predecir ya sea el crecimiento promedio en altura dominante de un determinado lote de manejo o bien su correspondiente índice de sitio (Cieszewski y Strub, 2008).

Generar un modelo de altura dominante y la correspondiente familia de curvas de IS es fundamental ya que forman parte integral de un sistema de crecimiento y rendimiento maderable; es decir, la correcta selección del modelo de altura dominante es la base para predecir o proyectar el volumen a una determinada edad de interés. Los componentes del sistema generalmente representados por el área basal, supervivencia y volumen maderable, están

correlacionados con la altura dominante y las proyecciones son afectadas por su patrón de crecimiento (Hall y Bailey, 2001).

#### **1.4. SISTEMA DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE**

Los modelos de totalidad de rodal son funciones dinámicas de las variables de estado básicas como la altura dominante, la densidad, el área basal y el volumen, se recomiendan para el manejo de PFC debido a que representan un compromiso entre su generalidad de aplicación y la precisión de sus estimaciones dado su mejor comportamiento estadístico (Pretzsch, 2009). Tales modelos han probado su validez como estrategia metodológica para modelar el crecimiento y rendimiento de masas coetáneas y uniespecíficas, además de ser precisos y de utilidad práctica debido a que son relativamente sencillos de implementar, permitiendo caracterizar y predecir las tendencias de las variables de estado básicas referidas (Torres y Magaña, 2005). La predicción explícita de tales variables aumenta cuando se trabaja con ecuaciones compatibles que conforman un sistema de crecimiento, toda vez que se mejora tanto la sensibilidad de las estimaciones como la consistencia biológica.

El volumen maderable por unidad de superficie representa la variable de mayor interés para el administrador e inversionista forestal, se estima a partir del ajuste de un modelo por regresión en el que el volumen por hectárea está en función de las variables de totalidad del rodal antes indicadas. Su estimación finalmente redundará en un sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) del cual se desprenden las tablas de producción en volumen. Esta forma de estimarlo como un sistema es más fiable, flexible y realista, ya que en las variables involucradas se trabaja con modelos dinámicos de crecimiento que permiten realizar simulaciones ante diferentes alternativas de manejo silvícola y evaluar su efecto en términos de crecimiento y rendimiento. Los SCRM describen la dinámica de crecimiento y son útiles para optimizar el manejo de las PFC permitiendo enmarcar la actividad productiva forestal en la sustentabilidad con actuaciones y decisiones silvícolas acertadas. También generan información sobre regímenes silvícolas y son el complemento idóneo para evaluar la rentabilidad financiera.

Los modelos de crecimiento de las variables de totalidad de rodal que conforman un SCRM deben cumplir con una serie de propiedades tales como interpretación biológica, comportamiento sigmoide con un punto de inflexión y con techos o pisos asintóticos, invarianza de ruta, parsimonia, entre otras. Su cumplimiento depende del enfoque o técnica utilizada para derivar y

construir la estructura matemática de cada modelo, de la calidad de la información de las variables dasométricas a procesar y de la técnica estadística a usar para su ajuste. Torres y Magaña (2005) indican que el uso de funciones empíricas expresadas en forma de diferencia algebraica son el enfoque clásico para modelar las variables que integran un SCRM. Con esta técnica para el caso del área basal y el volumen pueden generarse las respectivas ecuaciones dinámicas de predicción y proyección, mismas que al obtenerse de un mismo modelo base resultan ser compatibles al compartir los mismos parámetros con valores idénticos, lo que repercute positivamente para predecir el crecimiento de manera más eficiente ya que su ajuste como un sistema de ecuaciones simultáneo mejora la ganancia en la estimación de los parámetros al reducirse al mínimo la suma de cuadrados de los residuos del sistema, además de que se cumple con la totalidad de las propiedades referidas.

Por otra parte, un diagrama para el manejo de la densidad (DMD) generado *ex profeso* permite determinar la necesidad o no de realizar algún aclareo, así como el tipo e intensidad del mismo, permitiendo desarrollar un programa de aclareos que optimice el crecimiento. En particular, el índice de densidad del rodal (IDR) basado en Reineke (1933) relaciona el número de árboles por hectárea con el diámetro cuadrático y brinda la posibilidad de diagnosticar el estado de una plantación con el propósito de manejar la densidad mediante la simulación de regímenes de aclareo en forma sencilla en función al objetivo comercial de producción de la plantación. El DMD también es de utilidad para efectos de comprobación y validación del SCRM que se desarrolle para una determinada especie (Pretzsch, 2009).

La técnica de ajuste tradicional de las ecuaciones para un SCRM es por regresión mediante mínimos cuadrados no lineales. Sin embargo, existen otras más apropiadas y ventajosas tales como la regresión aparentemente no correlacionada que al usarla en ajustes simultáneos logra una mayor ganancia en la estimación de los parámetros. Lo anterior debido a que los componentes del error se correlacionan para el sistema de ecuaciones y garantiza también una completa compatibilidad entre los modelos del sistema, dando lugar a que los parámetros comunes en las ecuaciones tomen valores idénticos, al mismo tiempo que se minimizan los cuadrados de los residuos (Galán *et al.*, 2008). Cuando en el ajuste se usa máxima verosimilitud se compensa las posibles pérdidas en grados de libertad y se logra una convergencia más rápida y estable (De los Santos-Posadas *et al.*, 2006). Respecto al enfoque de modelos de efectos mixtos (MEM) no lineales, éste se ha convertido en una exigencia y método común para analizar datos



de naturaleza longitudinal en donde se tienen mediciones repetidas sobre la misma unidad experimental a lo largo del tiempo y en donde la estructura de las observaciones es irregular y desbalanceada (Bahadur, 2006), tal es el caso de la investigación del crecimiento y rendimiento en PFC mediante parcelas permanentes de remediación. Con esta técnica se logra controlar la variación específica a nivel de parcela o árbol, mejorar la estimación de los parámetros y con ello realizar predicciones más precisas y confiables en las estimaciones.

### **1.5. ESTRATEGIA DE INVENTARIO**

Las evaluaciones para conocer con precisión la cantidad disponible de volumen maderable en una PFC, su distribución espacial, el estado actual y su potencial productivo son indispensables para la correcta planeación y manejo de las PFC. Esto es posible mediante la ejecución de un inventario forestal que para efectos de manejo operativo debe ser específico. Las principales variables a cuantificar con el inventario en términos de totales y promedios por unidad de superficie son el volumen, el área basal y el número de árboles. Cuando la inferencia sobre la población se hace a partir de una muestra con el apoyo de estimadores de muestreo se obtienen estimaciones confiables y científicamente defendibles (Schreuder *et al.*, 2004). Sin embargo, en la cuantificación de las existencias maderables es necesario contar con una estrategia de muestreo que combine el procedimiento para seleccionar la muestra con el de estimación de los parámetros de la población (Gregoire y Valentine, 2008). La estrategia se considera eficiente cuando se alcanza un balance entre los recursos financieros disponibles y la precisión requerida, lográndose optimizar el tamaño de muestra al reducirlo al mínimo con la consecuente ventaja de disminuir tanto el tiempo como los costos por levantamiento de la información en campo sin perder confiabilidad y precisión estadística.

La mejor estrategia para realizar el inventario surge a partir de la selección por comparación del mejor estimador de muestreo. Entre los estimadores de muestreo destacan aquellos que realizan la inferencia sobre la población con base en diseño tales como el muestreo simple al azar (MSA) y el muestreo estratificado (ME), además de aquellos en que la inferencia se hace en función a modelos y hacen uso de información auxiliar mediante variables que se correlacionan alta y positivamente con la variable de interés, entre los que destacan los estimadores de razón y de regresión que pueden aplicarse en MSA y bajo ME. El mejor estimador que debe integrar la estrategia para el inventario es aquel que presente la más alta precisión, la menor varianza e

intervalos de confianza estrechos en el parámetro poblacional de interés, preferentemente debe considerar el uso de variables auxiliares fáciles, baratas y rápidas de medir.

## **1.6. CARACTERÍSTICAS DE LA ESPECIE A ESTUDIAR**

La teca (*Tectona grandis* L. f.) es una especie arbórea decidua perteneciente a la familia Verbenaceae originaria de India, Birmania, Tailandia, Java e Indonesia, en estado adulto el árbol es recto de hasta 30 m de altura y 80 cm de diámetro. Por su rápido crecimiento y el alto valor económico de su madera se ha plantado en zonas tropicales de 60 países (Jayaraman, 2011). A nivel mundial en el año 2004 alcanzó una superficie de alrededor de 6 millones de hectáreas, el 3% de la superficie mundial plantada con teca se ubica en América tropical (Prasad y Vanlalremkimi, 2008). En México se introdujo en 1945 en los estados de Chiapas, Veracruz, Tabasco, Campeche y Quintana Roo (López y González, 2005). Cifras oficiales reportan hasta el año 2012 que teca alcanzó una superficie plantada de 18,009 hectáreas, ocupando el quinto lugar en importancia y manteniendo una tendencia creciente (CONAFOR, 2012). Entre las múltiples cualidades de su madera destaca su alta estabilidad dimensional, alta durabilidad natural y resistencia al biodeterioro; su color, veteado y textura la hacen altamente decorativa, es fácil de trabajar y se usa en la elaboración de una amplia gama de productos para exteriores e interiores (Tamarit y López, 2007). Por las excelentes propiedades tecnológicas de su madera tiene alta demanda en el mercado internacional, es usada como estándar de comparación con otras maderas y por su alta reputación es considerada en todo sentido la madera más valiosa del mundo y bien podría ser catalogada como la reina de todas las maderas (Hallett *et al.*, 2011).

Para su óptimo desarrollo y crecimiento la teca requiere un clima cálido húmedo, con precipitaciones de 1,270 a 3,800 mm anuales, temperatura mínima de 13 a 17 °C, máxima de 39 a 43 °C y media de 22 a 28 °C y altitud entre los 200 y 800 m. El suelo debe ser profundo, fértil, húmedo, aireado, con buen drenaje, textura franco arenosa y pH de 6.5 a 7.5, por abajo del rango puede morir y por arriba su crecimiento se inhibe. Cuando el suelo es poco profundo o muy delgado se presenta muerte descendente. Debe plantarse en terrenos aluviales, ondulados con abundante materia orgánica. Es una especie heliófila y con poca tolerancia a la competencia por luz (Chávez y Fonseca, 1991).

Para maximizar el retorno de las inversiones y ante el incremento de la superficie plantada con esta especie en México con periodos de rotación de 20 a 25 años, se tiene el enorme desafío de

aumentar la productividad y mejorar la calidad de la madera, para lo cual es urgente que se realice investigación estratégica en diferentes áreas, entre las que destaca por su importancia la que corresponde al mejoramiento de prácticas de manejo silvícola, mismas que deben estar aparejadas con la generación de las respectivas herramientas de gestión forestal que brinden el soporte técnico en el proceso de toma de decisiones.

## **1.7. OBJETIVOS**

### **1.7.1. Objetivo general**

Desarrollar un sistema de crecimiento y rendimiento maderable integrado a un sistema de inventario como herramienta técnica de apoyo en la toma de decisiones para el manejo de plantaciones de teca establecidas en el Sureste de México.

### **1.7.2. Objetivos específicos**

- i) Construir a partir de funciones segmentadas de ahusamiento un sistema de cubicación a nivel de árbol individual integrado por modelos de volumen total y comercial variable que permita realizar una distribución por tipo de producto.
- ii) Desarrollar un sistema de ecuaciones dinámicas de índice de sitio usando el enfoque de diferencia algebraica generalizada para describir el patrón de crecimiento en altura dominante y clasificar el nivel de productividad de las plantaciones.
- iii) Construir un sistema de crecimiento y rendimiento maderable integrado por modelos expresados en diferencia algebraica de altura dominante, mortalidad, área basal y volumen por hectárea, además de una guía para el manejo de la densidad.
- iv) Generar a partir de la evaluación en la eficiencia estadística de diferentes estimadores de muestreo una estrategia para realizar el inventario operativo en forma eficiente en términos de precisión, tiempo y costo.

## **1.8. LITERATURA CITADA**

Adu-Bredu, S., A. F. Tape B., J. P. Bouillet, M. Kouamé M., S. Yamoah K., and L. Saint-André. 2008. An explicit stem profile model for forked and un-forked teak (*Tectona grandis*) trees in West Africa. *Forest Ecology and Management* 255: 2189-2203.

- Bahadur, B. C. 2006. Mixed-effects modeling of shortleaf pine (*Pinus echinata* mill.) growth data. Thesis for doctor of philosophy. Oklahoma State University. USA. 168 p.
- Chávez, E. y W. Fonseca. 1991. Teca, *Tectona grandis*, especie de árbol de uso múltiple en América Central. Serie Técnica. Informe Técnico No. 179. Colección de guías silviculturales. CATIE. Turrialba. Costa Rica. 60 p.
- Cieszewski, C. J., and R. L. Bailey. 2000. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science* 46: 116-126.
- Cieszewski, C. J., and M. Strub. 2008. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. *Forest Science* 54: 303-315.
- Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volumen equations. *Forest Science* 26: 117-120.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2012. Programa de Desarrollo de Plantaciones Forestales Comerciales, a 15 Años de su Creación. Zapopan, Jalisco, México. 152 p.
- De los Santos-Posadas H. M., M. Montero-Mata y M. Kanninen. 2006. Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. *Agrociencia* 40: 521-532.
- Fonseca G., W. 2004. Manual para productores de teca (*Tectona grandis* L. f) en Costa Rica. Heredia, Costa Rica. 115 p.
- Galán L. R., H. M. De los Santos P., y J. I. Valdez H. 2008. Crecimiento y rendimiento maderable de *Cedrela odorata* I. y *Tabebuia donnell-smithii* Rose en San José Chacalapa, Pochutla, Oaxaca. *Madera y Bosques* 14: 65-82.
- Gómez-Tejero, J., H. M. De los Santos-Posadas, A. M. Fierros-González y J. R. Valdez-Lazalde. 2009. Modelos de crecimiento en altura dominante para *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden y *E. urophylla* S. T. Blake en Oaxaca, México. *Revista Fitotecnia Mexicana* 32: 161-169.
- Gregoire, T. G., and T. H. Valentine 2008. Sampling Strategies for Natural Resources and the Environment. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL. 474 p.
- Hall, D. B., and R. L. Bailey. 2001. Modeling and prediction of forest growth variables based on multilevel nonlinear mixed models. *Forest Science* 47: 311-321.

- Hallett, J. T., J. Díaz-Calvo, J. Villa-Castillo and M. R. Wagner. 2011. Teak plantations: economic bonanza or environmental disaster? *Journal of Forestry* 109: 288-292.
- Jayaraman, K. 2011. Report on the international training programme on teak. *In: Proceedings of the international training programme. Innovations in the management of planted teak forests.* K. Jayaraman K. and K. V. Bhat (eds). Kerala, India. s/p.
- López L., C. y A. González A. 2005. Cultivo de la especie forestal comercial teca en el Sureste de México. Plan de negocios. Fundación Mexicana para la Investigación Agropecuaria y Forestal, A. C. SAGARPA. México. 55 p.
- Prasad, K. V., and L. J. Vanlalremkimi. 2008. Growing stock variation in different teak (*Tectona grandis*) forest stands of Mizoram, India. *Journal of Forestry Research* 19(3): 204-208.
- Pretzsch, H. 2009. Forest dynamics, growth and yield. From measurement to model. Springer. Germany. 664 p.
- Reineke, L. H. 1933. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. *Journal of Agricultural Research* 46: 627-638.
- Schreuder, H. T., R. Ernst, and H. Ramírez M. 2004. Statistical techniques for sampling and monitoring natural resources. Forest Service-USDA. General Technical Report RMRS-GTR-126. 111 p.
- Tamarit U., J. C. y J. L. López T. 2007. Xilotecología de los principales árboles tropicales de México. Libro Técnico No. 3. INIFAP-CIR Golfo Centro, Campo Experimental San Martinito. Tlahuapan, Pue. México. 264 p.
- Torres R., J. M. y O. S. Magaña T. 2005. Evaluación de plantaciones forestales. Primera edición. Limusa. México, D. F. 472 p.

## CAPÍTULO II

### 2. SISTEMA DE CUBICACIÓN PARA ÁRBOLES INDIVIDUALES DE *Tectona grandis* USANDO FUNCIONES COMPATIBLES DE AHUSAMIENTO-VOLUMEN

#### 2.1. RESUMEN

Se construyó un sistema de cubicación de árbol individual generado a partir de una función segmentada de ahusamiento para plantaciones de *Tectona grandis* L. f. (teca) establecidas en Campeche, Tabasco y Chiapas. Se cubicaron 144 árboles de diferentes edades, para cada árbol se tomaron mediciones de diámetro con corteza y altura sobre el fuste tomadas cada metro a partir de la altura que corresponde al tocón hasta la altura total. Se evaluó el ajuste estadístico de seis funciones segmentadas de ahusamiento y se seleccionó al modelo de Fang *et al.* (2000) como el mejor por presentar la mayor precisión, el menor sesgo y por describir el ahusamiento del fuste observado de manera adecuada. Después se ajustó en forma simultánea con su respectiva función de volumen comercial aplicando la técnica de modelo de efectos mixtos, logrando con ello controlar la variación específica a nivel de árbol, mejorar la estimación de los parámetros y la precisión de las predicciones. El sistema de cubicación resultante se conforma de ecuaciones que describen con precisión el perfil fustal y estiman el volumen comercial y total, así como la altura comercial a un diámetro mínimo y viceversa. Los puntos de cambio en la forma dendrométrica del fuste son similares a los de otras especies de árboles latifoliados. El equivalente al factor de forma que resulta del modelo de volumen total fue en promedio de 0.43 y realiza estimaciones muy cercanas a los volúmenes observados, comparativamente es inferior al estimado para esta especie en otras regiones tropicales.

Palabras clave: Altura comercial, diámetro mínimo, modelos segmentados de ahusamiento, *Tectona grandis*, volumen total y comercial.

## 2.2. ABSTRACT

The objective of the present study was to obtain a set of equations to predict stem profile and merchantable volume of individual trees, from a segmented taper function with data of *Tectona grandis* L. f. (teak) grown in plantations in the States of Campeche, Tabasco and Chiapas. Taper data were collected in a wide range of ages and site quality to ensure an adequate representation of all growing sites and ages present. A total of 144 trees were sampled by measuring heights and outside bark diameters, to estimate stem volume for all 1 m-sections from stump to total height. Six taper functions from a group of segmented polynomial models were initially fitted to diameter at different heights using nonlinear least squares. Results show that the compatible segmented model developed by Fang *et al.* (2000) best described the experimental data. This model was simultaneously fitted as a compatible system of taper and merchantable volume equation, using nonlinear least squares and compared using fixed and mixed effects model to improve specific variation and parameters estimation. Results indicate that mixed effects model was better in predicting merchantable volume. The segmented compatible model provided the best compromise in describing the stem profile and estimating merchantable height at a minimum diameter and viceversa, as well as merchantable and total volumes, therefore it is recommended for the analyzed species. The tree stem profile of teak is similar to those reported for other broadleaf species from planted and natural stands. The average form factor from the total volume model was 0.43 and allows very close estimations to observed total volume, but it is smaller than that estimated for this species in other tropical regions.

Key words: Merchantable height, upper stem diameter, segmented taper equations, *Tectona grandis*, merchantable and total volume.

### 2.3. INTRODUCCIÓN

La teca (*Tectona grandis* L. f.) es un árbol que por su rápido crecimiento y el alto valor económico de su madera se ha plantado en grandes extensiones en México en los últimos años, principalmente en el sureste del país en forma de plantaciones forestales comerciales (PFC). Para 2012 se reportó una superficie plantada de 149,959 hectáreas, de las cuales teca cubre alrededor de 12%, ocupando el quinto lugar en importancia en cuanto a superficie plantada (CONAFOR, 2012). Pese al esfuerzo técnico y de inversión hecho por el gobierno e iniciativa privada para el establecimiento de PFC con esta especie, hace falta realizar estudios específicos enfocados a generar instrumentos técnicos que sean de utilidad práctica y operativa para evaluar las plantaciones de teca.

Una de las necesidades primarias en todo proyecto de inversión en PFC es contar con un sistema que permita realizar la cubicación del volumen total y comercial de los árboles individuales en pie en forma precisa. En la literatura se reportan ecuaciones que estiman volumen total árbol para plantaciones de teca (Pérez y Kanninen, 2003), que se han generado para otras regiones bajo condiciones edáficas, climáticas y silvícolas diferentes a las prevalecientes en el sureste Mexicano, por lo que es apremiante desarrollar un sistema de cubicación de árboles individuales que estime volumen total y comercial, más aún cuando la superficie establecida con esta especie va en aumento.

Tradicionalmente es posible estimar el volumen total de árboles individuales utilizando una función que implique el diámetro normal y la altura total. No obstante, en especies de alto valor maderable, resulta de mayor utilidad e importancia conocer su correspondiente distribución de productos según el uso industrial y comercial, pues con ello se está en la posibilidad de efectuar una mejor valoración de la PFC (Adu-Bredu, *et al.*, 2008). Para tal propósito, se recurre a funciones de ahusamiento que describan con precisión el perfil diamétrico del fuste y con ello facilitan el cálculo de la distribución de productos a cualquier límite en diámetro o altura comercial (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009). Una función de este tipo debe poder estimar la altura sobre el fuste a un determinado diámetro mínimo o viceversa y con ello el volumen respectivo. El resultado de utilidad práctica es una tabla de cubicación por tipo de producto, lo que las convierte en un valioso instrumento técnico de apoyo para el manejo del recurso forestal con fines maderables (Sakici *et al.*, 2008).



Entre los diferentes tipos de funciones de ahusamiento que se han desarrollado, destacan por su proceso de construcción y precisión los de exponente variable y los modelos segmentados. En la derivación de ambos se toman en cuenta los diferentes cuerpos dendrométricos del árbol: neiloide en la parte basal, cilindro o paraboloides en la sección central y cono en la parte superior. En los modelos segmentados, cada sección se une imponiendo condiciones de continuidad de la curva, teniendo así puntos de unión en las diferentes formas que componen al fuste del árbol (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009). Éste tipo de modelos tienen ventaja sobre los de exponente variable al poder integrarse en forma analítica para estimar el volumen comercial y total, resultando en una ventaja adicional que es la de conformar un sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial, ya que al compartir los mismos parámetros, pueden ajustarse en el proceso de regresión de manera simultánea.

El objetivo del presente trabajo fue construir un sistema de cubicación de árbol individual para plantaciones de teca en el sureste mexicano, integrado por modelos de volumen total y comercial variable, generados a partir de funciones segmentadas de ahusamiento. El desarrollo del sistema parte de información dasométrica específica de tales plantaciones para conformar una herramienta de utilidad práctica para los tomadores de decisiones encargados de su manejo, pudiendo determinar de manera más precisa la producción y volumen maderable.

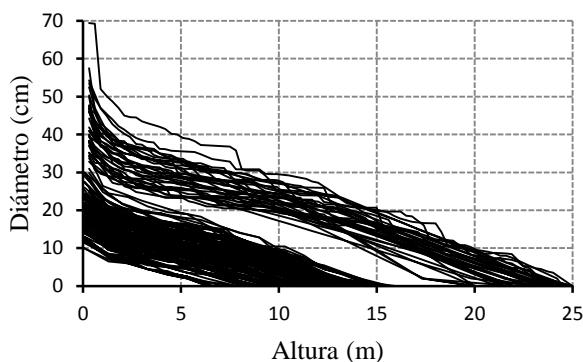
## **2.4. MATERIALES Y MÉTODOS**

La muestra analizada consistió en 144 árboles de diferentes edades, así como categorías de diámetro y altura, obtenida de plantaciones establecidas en Campeche, Tabasco y Chiapas. Cada árbol fue derribado y troceado, efectuándose mediciones de diámetros con corteza ( $d$ ) y alturas (HM) tomadas cada 30 centímetros en árboles maduros (edad promedio de 230 meses) y cada metro en árboles jóvenes (edad promedio de 80 meses) a partir de una altura inicial que corresponde al tocón ( $hb$ ) hasta la altura total ( $H$ ), además del diámetro normal ( $D$ ). En total se colectaron 2,648 pares de observaciones diámetro-altura distribuidos a lo largo de los fustes. En el Cuadro 2.1 se presentan las estadísticas básicas descriptivas de las variables analizadas de la muestra de árboles trabajada. La cubicación de las trozas se realizó usando la fórmula de Newton y el método del centroide (Wiant *et al.* 1992), para cubicar la punta del fuste se usó la fórmula del cono. El volumen total del fuste de cada árbol se calculó usando el método de trozas traslapadas con base en Bailey (1995). Previo a su procesamiento, la información de las variables

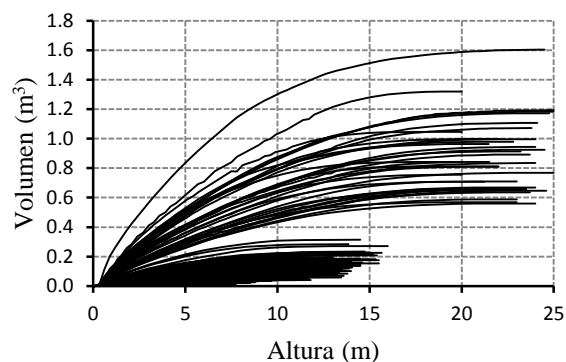
del ahusamiento y del volumen acumulado para cada árbol muestreado fue inspeccionada en forma gráfica, situación que permitió auditar, corregir y depurar la base de datos seminal hasta obtener los comportamientos y tendencias lógicas que se observan en la Figura 2.1.

Cuadro 2.1. Estadísticos de las variables medidas en la muestra de árboles trabajada.

Variable	Máximo	Medio	Mínimo	Desviación estándar
Diámetro normal D con corteza (cm)	44.17	25.46	6.50	10.43
Altura total H (m) del árbol	25.00	18.05	7.75	5.39
Altura HM de la sección a partir del tocón (m)	25.00	7.73	0.02	5.92
Diámetro d con corteza (cm) a la altura HM	57.5	16.45	0.00	10.77
Edad (meses)	240	116.79	44	66.09



a



b

Figura 2.1. Comportamiento del diámetro (a) y del volumen acumulado con respecto a la altura sobre el fuste (b).

Los modelos 1 de Zhang *et al.* (2002), 2 de Parresol *et al.* (1987), 3 de Fang *et al.* (2000), 4 de Max y Burkhart (1976), 5 de Cao *et al.* (1980) y 6 de Zepeda y Domínguez (1997) que se presentan en el Cuadro 2.2, conformaron el grupo de funciones segmentadas de ahusamiento que son compatibles con el volumen comercial y que se probaron y evaluaron para describir el perfil fustal de los árboles de teca.

Cuadro 2.2. Modelos segmentados de ahusamiento evaluados para el sistema de cubicación de teca en el sureste de México.

Modelo	Función
1	$d = DH^{(k_1-B_1)/2B_1} \left[ a^{I_1} (1-q)^{(k_1-B_1^{1-I_1} B_2^{I_1})/(B_1^{1-I_1} B_2^{I_1})} \right]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } q > p_1 \text{ y } 0 \text{ si } q \leq p_1$
2	$d = D \left[ z^2(B_1 + B_2 z) + (z - p_1)^2(B_3 + B_4(z + 2p_1)) \right]^{1/2} I_1$ $I_1 = 1 \text{ si } z \geq p_1; 0 \text{ de otra forma}$
3	$d = c_1 \left[ H^{\frac{k-B_1}{B_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; 0 \text{ de otra forma}$ $I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; 0 \text{ de otra forma}$
4	$d = D \left[ B_1(q-1) + B_2(q^2-1) + B_3(p_1-q)^2 I_1 + B_4(p_2-q)^2 I_2 \right]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; 0 \text{ de otra forma}$ $I_2 = 1 \text{ si } q \leq p_2; 0 \text{ de otra forma}$
5	$d = D \frac{c_0}{k} \left[ 2z + B_1(3z^2 - 2z) + B_2(z - p_1)^2 I_1 + B_3(z - p_2)^2 I_2 \right]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } z \geq p_1; 0 \text{ de otra forma}$ $I_2 = 1 \text{ si } z \geq p_2; 0 \text{ de otra forma}$
6	$d = D \left[ B_1 X + B_2 X^2 + B_3(p_1 - X) I_1 + B_4(p_2 - X)^2 I_2 \right]$ $I_1 = 1 \text{ si } X \geq p_1; 0 \text{ de otra forma}$ $I_2 = 1 \text{ si } X \geq p_2; 0 \text{ de otra forma}$

Donde:

$$a = (1 - p_1)^{k(B_2-B_1)/B_1 B_2}, H' = H/(H - 1.3), k = \pi/40000, k_1 = \pi/8$$

$$q = HM/H, r_0 = (1 - hb/H)^{k/B_1}, r_1 = (1 - p_1)^{k/B_1}, r_2 = (1 - p_2)^{k/B_2}$$

$$X = (H - HM)/(H - 1.3), z = (H - HM)/H$$

$$c_1 = \left( a_0 D^{a_1} H^{a_2 - \frac{k}{B_1}} / B_1 (r_0 - r_1) + B_2 (r_1 - \alpha_1 r_2) + B_3 \alpha_1 r_2 \right)^{1/2}$$

$$\alpha_1 = (1 - p_1)^{k(B_2-B_1)/B_1 B_2}, \alpha_2 = (1 - p_2)^{k(B_3-B_2)/B_2 B_3}, \beta = B_1^{1-(I_1+I_2)} B_2^{I_1} B_3^{I_2}$$

$a_0$ - $a_2$ ,  $B_1$ - $B_4$ ,  $c_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  son parámetros a ser estimados.

$I_1$ ,  $I_2$ : son variables indicadoras sobre el cambio de cuerpo dendrométrico del fuste.

El ajuste estadístico de los modelos segmentados de ahusamiento se efectuó por máxima verosimilitud utilizando el procedimiento MODEL del paquete estadístico SAS/ETS® (Statistical Analysis System Institute Inc., 2008). La evaluación y selección del mejor modelo se realizó utilizando el coeficiente de determinación corregido por el número de parámetros ( $R^2_{adj}$ ), el sesgo, la raíz del error cuadrático medio (RECM) y el criterio de información de Akaike (AIC) estimados de la forma siguiente.

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \left( \frac{n-1}{n-p} \right) \quad \text{siendo } R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$Sesgo = \sum_{i=1}^n \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{n} \quad RECM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}}$$

$$AIC = 2p + n \ln \left( \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} \right)$$

Donde  $\hat{Y}_i$ ,  $Y_i$  y  $\bar{Y}$  son los valores estimados, observados y promedios del ahusamiento (d) respectivamente, n es el número total de observaciones usadas en el ajuste de los modelos, p es el número de parámetros del modelo a estimar.

Con el propósito de facilitar la selección del mejor modelo, además de los estadísticos de bondad de ajuste anteriores, se consideró la suma de cuadrados del error (SCE), el cuadrado medio del error (CME), el valor de verosimilitud (logLik) y se generó un criterio de calificación que de acuerdo con Sakici *et al.* (2008) consistió en jerarquizar cada estadístico de cada modelo asignando valores consecutivos del 1 al 6 en función al orden de importancia (1 correspondió al mejor valor del estadístico y 6 al valor más pobre), posteriormente la sumatoria de los valores conformó la calificación total a cada modelo, por comparación se identificaron los mejores modelos, siendo mejores aquellos con el más bajo valor en la calificación total.

Después de seleccionar el mejor modelo de ahusamiento, por la compatibilidad que existe entre la función de ahusamiento con su respectiva expresión de volumen comercial, ya que comparten los mismos parámetros, se procedió a ajustar de manera simultánea los modelos de ahusamiento y de volumen. Para ello y con el propósito de comparación, se probaron dos técnicas de ajuste, primero se efectuó el ajuste simultáneo usando mínimos cuadrados no lineales (NLS) y después el mismo sistema se ajustó mediante el enfoque de modelo de efectos mixtos (MEM). Previo al ajuste se conformó la base de datos como una estructura bi-variada que permite incluir efectos aleatorios (Pinheiro y Bates, 2000; Hall y Clutter, 2004), lo que llevó a tener un sistema

expresado en el modelo 7. Ambos ajustes se efectuaron utilizando el programa estadístico R versión 2.14.0 (<http://www.r-project.org>, R Development Core Team 2009), para el MEM se utilizó el paquete NLME de R usando máxima verosimilitud.

$$\begin{pmatrix} d_i \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(D_i, H_i, hb_i, HM_{ij}; \mathbf{p}) & 0 \\ 0 & g(k, D_i, H_i, hb_i, HM_{ij}; \mathbf{p}) \end{pmatrix} + e_i \quad (7)$$

Donde  $d_i$  es el vector de observaciones de ahusamiento en el  $i$ -ésimo árbol,  $V_i$  es el vector de observaciones de volumen comercial en el  $i$ -ésimo árbol,  $f(\cdot)$  define la estructura del modelo de ahusamiento,  $g(\cdot)$  al modelo de volumen comercial y  $\mathbf{p}$  es el vector de parámetros a estimar del sistema, que al especificar el efecto aleatorio queda expresado como:

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_{1i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Definiendo a  $B_i$  como el parámetro con efecto mixto se expresa como  $B_i + b_{1i}$ , siendo  $b_i$  el parámetro con efecto aleatorio. Los efectos aleatorios del modelo se definen como  $e_i \sim N(0, \sigma^2 I)$  y  $b_i \sim N(0, \phi^2)$ . Por la naturaleza de los datos de tipo longitudinal, irregularmente espaciados y no balanceados en esta clase de estudios, en el ajuste simultáneo del sistema mediante MEM usando los comandos apropiados del paquete NLME de R, se realizó la corrección por heterocedasticidad y luego por autocorrelación, lo que permite realizar de manera sólida las pruebas de hipótesis habituales sobre los parámetros, además de estimar intervalos de confianza más realistas (Zimmerman y Núñez-Antón, 2001). La corrección por heterocedasticidad se efectuó modelando y ponderando la varianza de los errores usando la función exponencial ( $e$ ), el factor de ponderación fue sobre  $HM$  sólo para el ahusamiento ( $d_i$ ) y dejando constante el volumen comercial ( $V_i$ ), la función quedó estructurada como  $w(HM, d_i, V_i, \Phi) = e^{\Phi(HM*(1-f)+f)}$ , siendo  $\Phi$  el parámetro a ser estimado y  $f$  una variable indicadora que toma el valor de 1 para el ahusamiento y 0 para el volumen comercial. La corrección por autocorrelación se realizó modelando el término de error ( $e_{ij}$ ) utilizando una estructura continua autorregresiva de primer orden (AR(1)) quedando expresada como  $e_{ij} =$

$\psi_1 \rho_1^{t_{ij}-t_{ij-1}} e_{ij-1} + \varepsilon_{ij}$ , donde  $e_{ij}$  es el  $j$ -ésimo residuo ordinario en el  $i$ -ésimo árbol,  $\Psi_1=1$  para  $j > k$  y es cero para  $j=1$ ,  $\rho_1$  es el parámetro autorregresivo de orden 1 a ser estimado y  $t_{ij}-t_{ij-1}$  es la distancia que separa las observaciones  $j$  y  $j-1$  dentro de cada árbol.  $\varepsilon_{ij}$  es el termino del error bajo la condición de independencia.

## 2.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el Cuadro 2.3 se presentan los valores de los parámetros de los modelos ajustados, todos resultaron significativos con nivel de 5 %, excepto el parámetro  $B_2$  para el modelo 6 que fue no significativo. Los modelos 3 y 4 estiman el primer punto de inflexión en donde ocurre el cambio de neiloide a paraboloides al 7 % de la altura total, en tanto que el segundo punto de inflexión en que sucede el cambio de paraboloides a cono lo estiman al 58 % y 68 % respectivamente.

Cuadro 2.3. Valores de los parámetros de los modelos segmentados para ahusamiento probados para describir el perfil diamétrico de árboles de teca.

Modelo	Parámetros de los modelos ajustados					
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$p_1$	$p_2$
1	0.06046	0.146891			0.084543	
2	1.816952	-0.90475	-918.732	352.4087	0.860866	
3**	0.00000911	0.000031	0.000026		0.078421	0.584001
4	-3.02206	1.511058	130.0702	-1.1035	0.078792	0.685058
5***	1.001502	-2.19351	257.5969		0.31635	0.921991
6	1.125800	0.072999*	-0.57610	9.341892	0.283357	0.891331

\*No significativo. \*\*Valores de los parámetros  $a_0$ ,  $a_1$ , y  $a_2$  de 0.00056, 1.832793 y 0.987849 respectivamente. \*\*\*Valor del parámetro  $c_0=0.000039$

Con base en los criterios de bondad de ajuste y el sistema de calificación implementado que se muestran en el Cuadro 2.4, se observa que el modelo 3 de Fang *et al.* (2000) tiene el mejor ajuste respecto a los otros modelos al presentar la calificación total más baja, dada por presentar el valor más alto de la  $R^2_{adj}$  que es indicativo que el modelo explica en mayor grado la variabilidad total presente en la variable dependiente, el menor sesgo que es indicativo que se tiene la mínima desviación del modelo con respecto a los valores observados, la segunda más alta precisión en las estimaciones dado su menor valor de la RECM, menores valores en el AIC, SCE y CME, así como el mayor valor de verosimilitud (logLik), además de una alta significancia en cada uno de

sus parámetros, por lo que se considera como el apropiado para describir el perfil diamétrico del fuste para los árboles de teca en función del diámetro normal, la altura del tocón y altura total. El segundo mejor modelo fue el 4 que corresponde al de Max y Burkhardt (1976).

El modelo 3 seleccionado, si bien entre todos los probados tiene el mayor número de parámetros, presenta la ventaja adicional de tener en forma explícita una ecuación de volumen total que corresponde al modelo de Schumacher-Hall, además tiene en forma implícita una ecuación de volumen comercial que al obtenerla mediante integración analítica resulta compatible con la función de ahusamiento, por lo que forman un sistema que puede ajustarse de manera simultánea. Para una comparación más objetiva de la bondad de ajuste sobre el ahusamiento, tal vez se debiera asumir como constantes los valores de los parámetros  $a_1=2$  y  $a_2=1$ . En la mayoría de los estudios que se usaron como contraste, el ajuste de este modelo es claramente superior, pero se soslaya siempre el hecho de que es así en parte porque tiene mucho más parámetros disponibles, en este trabajo se optó por utilizar los modelos en la forma original en cómo fueron generados por sus respectivos autores.

Cuadro 2.4. Estadísticas de bondad de ajuste de los seis modelos segmentados evaluados para describir el perfil diamétrico de árboles de teca.

Modelo	Valores de los estadísticos en el ajuste y calificación respectiva							Calific. total
	SCE	CME	RECM	$R^2_{adj}$	Sesgo	AIC	logLik	
1	4,941.9 (5)	1.8684 (5)	1.3668 (5)	0.9839 (5)	-0.0019 (1)	1,658.2 (5)	-4,583 (5)	31
2	4,985.3 (6)	1.8862 (6)	1.3734 (6)	0.9838 (6)	0.1863 (4)	1,685.3 (6)	-4,595 (6)	40
3	3,897.7 (1)	1.4764 (1)	1.2150 (1)	0.9873 (1)	0.0125 (2)	1,039.6 (1)	-4,269 (1)	8
4	4,877.3 (3)	1.8461 (3)	1.3586 (3)	0.9841 (3)	0.2102 (6)	1,629.3 (3)	-4,566 (3)	24
5	4,877.6 (4)	1.8462 (4)	1.3587 (4)	0.9841 (4)	0.2099 (5)	1,629.5 (4)	-4,566 (4)	29
6	4418.6 (2)	1.6724 (2)	1.2932 (2)	0.9856 (2)	0.0855 (3)	1,367.8 (2)	-4,435 (2)	15

La función que estima el volumen comercial ( $V_c$ ) propuesta por Fang *et al.* (2000) que es compatible para su ajuste con la del ahusamiento, así como la correspondiente ecuación de volumen total ( $V$ ) y la expresión para estimar la altura comercial ( $HM$ ) a un diámetro mínimo comercial ( $d$ ) se presentan enseguida. Junto con la expresión de ahusamiento (modelo 3), queda así conformado el sistema de cubicación para árbol individual de teca, en donde es posible estimar el volumen total o bien el volumen comercial a un diámetro o altura mínimo requerido, así como estimar el diámetro mínimo a una determinada altura comercial y viceversa.

$$Vc = c_1^2 H^{k/B_1} [B_1 r_0 + (I_1 + I_2)(B_2 - B_1)r_1 + I_2(B_3 - B_2)\alpha_1 r_2 - \beta(1 - q)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}]$$

$$HM = H [1 - ((d^2 / (c_1^2 H^{k-B_1/B_1} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}))^{\beta/(k-\beta)})]$$

$$V = \alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2}$$

En el Cuadro 2.5 se presentan los valores de los parámetros y estadísticos del ajuste simultáneo del sistema de ahusamiento y volumen comercial al usar NLS. Diéguez-Aranda *et al.* (2009) señalan que al estimar todos los parámetros del sistema de manera simultánea, se optimiza la suma de cuadrados de los errores, logrando así minimizar los errores de predicción tanto del diámetro a diferentes alturas como del volumen. Los resultados en términos de calidad del ajuste y respecto a los puntos de inflexión ( $p_1$ ,  $p_2$ ) son muy similares a los obtenidos por Pompa-García *et al.* (2009) para árboles de *Quercus* sp. que forman bosques naturales comerciales en Chihuahua, México, a los reportados por Fang *et al.* (2000) para árboles de *Pinus taeda* y *P. elliottii* establecidos en plantaciones en la costa atlántica de Estados Unidos y, a los encontrados por Corral-Rivas *et al.* (2009) para árboles de cinco especies de *Pinus* en bosques naturales de Durango, México.

Cuadro 2.5. Parámetros y estadísticos del ajuste simultáneo del sistema conformado por los modelos de ahusamiento y volumen comercial para teca al usar NLS.

Parámetro	Estimador	Error Estándar	Valor de t	Significancia
$a_0$	0.000054	0.0000014	39.88	<.0001
$a_1$	1.848809	0.0055600	332.25	<.0001
$a_2$	0.979956	0.0071500	137.06	<.0001
$B_1$	0.0000092	0.0000002	58.94	<.0001
$B_2$	0.000031	0.0000001	238.54	<.0001
$B_3$	0.000026	0.0000002	115.94	<.0001
$p_1$	0.078947	0.0016800	47.03	<.0001
$p_2$	0.588163	0.0096300	61.11	<.0001

Los resultados también son similares a los reportados por Diéguez-Aranda *et al.* (2006) para árboles de *Pinus sylvestris* que conforman rodales naturales en el noroeste de España y a los encontrados por Li y Weiskittel (2010) para árboles de *Abies balsamea*, *Picea rubens* y *Pinus strobus* localizados en bosques naturales en la región Acadian de Norte América, en todos los casos  $p_1$  se estima por abajo del 10 % de la altura total y  $p_2$  entre el 54 - 69 %, lo que revela que el modelo de Fang *et al.* (2000) es lo suficientemente flexible para aplicarlo en la descripción del



ahusamiento del fuste tanto de árboles latifoliados como de coníferas de diferentes regiones ecológicas.

La combinación de prácticas adecuadas de manejo (podas y aclareos efectuados en tiempo oportuno e intensidad conveniente) con el uso de material genético mejorado, produce árboles sin bifurcación que tienden a adoptar una forma del fuste más cilíndrica, lo que resulta en factores de forma de 0.38 - 0.43 para teca plantada en Ghana y Costa de Marfil en un rango de edad de 1 a 19 años (Adu-Bredu *et al.*, 2008). Comparativamente, el modelo de volumen total de Schumacher-Hall explícito en la función de ahusamiento arrojó en promedio el equivalente a un factor de forma constante de 0.43, éste modelo estima volúmenes totales muy próximos a los observados. Sin embargo, es inferior al factor de forma de 0.45 actualmente usado para esta especie en la región bajo estudio y en otros países de América tropical (Chaves y Fonseca, 1991; Pérez y Kanninen, 2003), es menor al reportado por Pérez y Kanninen (2005) de 0.44 para árboles de teca con 8 años plantada en Costa Rica y al determinado por Moret *et al.* (1998) de 0.47 para teca plantada en Venezuela. Tales diferencias pueden parcialmente atribuirse a las diferentes condiciones de crecimiento dadas por factores diversos del clima, suelo, topografía, entre otros. El volumen total que estima el modelo para árboles de teca en la zona de estudio, si bien tiende a ser ligeramente conservador sobre todo en árboles con mayor edad que pueden considerarse maduros y de interés comercial para la cosecha final, estima volúmenes totales mucho más realistas a las condiciones de crecimiento que prevalecen en la zona de estudio.

Cuadro 2.6. Estadísticos del ajuste simultáneo del sistema conformado por los modelos de ahusamiento y volumen comercial para teca al efectuarlo por NLS y como MEM.

Modelo	gl*	AIC	BIC	logLik	Prueba	R. de V.**	Valor de p
2. MEM-A	10	13,050.630	13,116.380	-6,515.315			
1. NLS	9	13,426.040	13,485.210	-6,704.020	1 vs 2	377.4103	<.0001
2. MEM-A	10	13,050.629	13,116.376	-6,515.315			
3. MEM-B	11	7,764.171	7,836.493	-3,871.086	2 vs 3	5,288.458	<.0001
4. MEM-C	12	1,808.541	1,887.438	-892.271	3 vs 4	5,957.630	<.0001

\*gl: grados de libertad. \*\*Razón de Verosimilitud

La comparación del ajuste simultáneo del sistema al usar NLS y MEM sin corregir aún por heterocedasticidad y autocorrelación (MEM-A) se efectuó realizando la prueba de razón de verosimilitud, la cual como se muestra en el Cuadro 2.6 resultó significativa ( $p < 0.0001$ ), siendo

mejor el ajuste al usar MEM, dados los menores valores en el criterio de información de Akaike (AIC) y en el criterio de información Bayesiano (BIC), así como el mayor valor en la verosimilitud (logLik).

El Cuadro 2.6 muestra que el MEM-C corregido tanto por heterocedasticidad como por autocorrelación es estadísticamente mejor. Si bien Cruz-Cobos *et al.* (2008) refieren que en ciertos casos el solo hecho de adicionar parámetros específicos permite un uso más eficiente de los datos y minimiza los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación, sin tener que recurrir a la corrección explícita de estas condiciones; sin embargo, para su completa corrección y de acuerdo con Garber y Maguire (2003) es necesario recurrir al procedimiento antes referido. Así, después de la corrección citada los residuos del MEM son ahora mucho más homogéneos como demuestra la estacionariedad y no significancia en los primeros retardos (Figura 2.2).

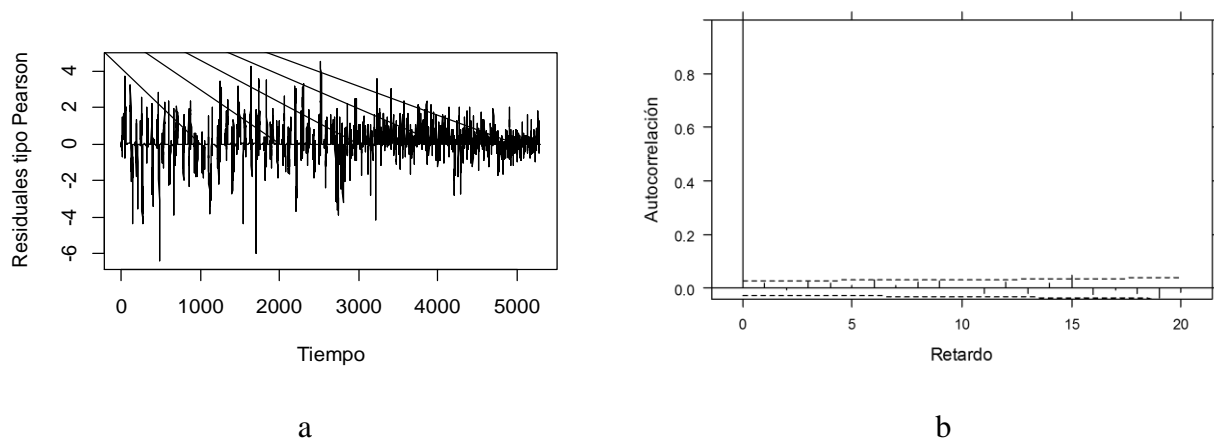


Figura 2.2. Comportamiento gráfico de los residuos (a) y de retardos (b) después de la corrección por autocorrelación usando una estructura tipo AR(1).

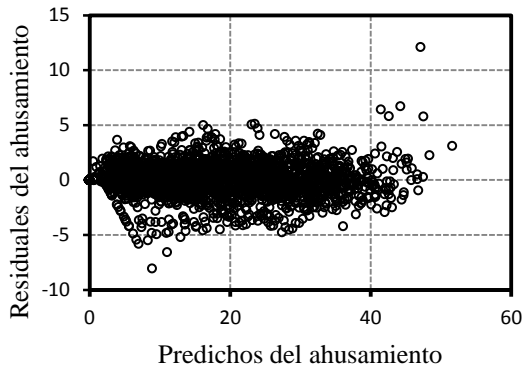
En el Cuadro 2.7 se muestran los valores de los parámetros, la bondad del ajuste y los intervalos para los parámetros con efectos fijos resultado del ajuste del modelo 7 MEM-C. Comparativamente con el método de ajuste usando NLS (Cuadro 5), se observa que se gana eficiencia al calificar los puntos de inflexión, siendo que se logra una reducción de 60 % en el error estándar para  $p_1$  y de 40 % en  $p_2$ . Aun cuando en el resto de los parámetros se reduce su eficiencia ya que sus errores estándar son mayores, esto no afecta a las pruebas de hipótesis ni la escala de los parámetros estimados tanto para la forma del fuste como para el volumen total.

Cuadro 2.7. Parámetros fijos estimados y bondad de ajuste del modelo 7 corregido por heterocedasticidad y autocorrelación (MEM-C).

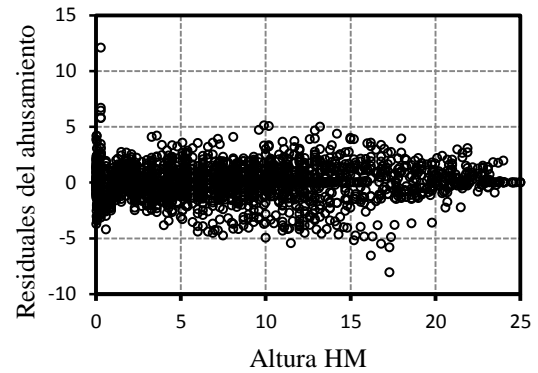
Parámetro	Valores de los parámetros				Intervalo	
	Estimador	Error Estándar	Valor de t	Significancia	Inferior	Superior
$a_0$	0.000043	0.0000026	16.25806	<.0001	0.000038	0.000048
$a_1$	1.857931	0.0156744	118.53275	<.0001	1.827225	1.888636
$a_2$	1.041967	0.0248644	41.90599	<.0001	0.993259	1.090675
$B_1$	0.000008	0.0000002	44.74921	<.0001	0.000007	0.000008
$B_2$	0.000031	0.0000002	124.58794	<.0001	0.000030	0.000031
$B_3$	0.000025	0.0000002	113.51315	<.0001	0.000024	0.000025
$p_1$	0.062788	0.0006581	95.40379	<.0001	0.061499	0.064078
$p_2$	0.583021	0.0057264	101.81230	<.0001	0.571803	0.594239

La ganancia por ajustar bajo el enfoque de MEM puede apreciarse mejor al observar el comportamiento de los residuales contra los predichos, principalmente los que corresponden al ahusamiento (Figura 2.3), en donde además de tener una distribución que tiende a ser aleatoria alrededor de cero, la escala en la dispersión es menor comparativamente con los residuales que arroja el ajuste por NLS. En este sentido, Fang y Bailey (2001) indican que bajo el enfoque MEM es posible mejorar las características de los parámetros al compensar por el efecto de variables tomadas en una misma unidad experimental, agregan que este enfoque considera la correlación contemporánea lo que ayuda a reducir considerablemente el error estándar de los parámetros del modelo y a que los valores por componente se unifiquen.

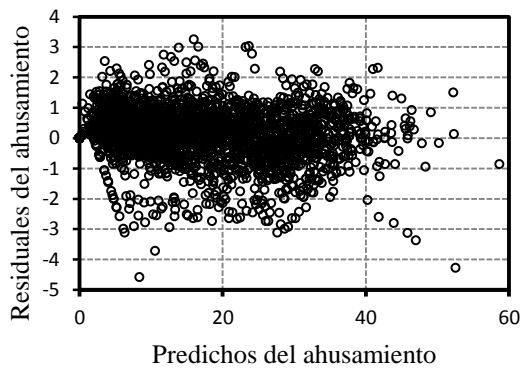
Con la información básica dada por los valores que toman los parámetros aleatorios ( $B_1$ ,  $\Phi$ , y  $\rho_1$ ) a nivel de árbol que se presenta en el Cuadro 2.8, de acuerdo con Fang y Bailey (2001), al usar MEM es posible realizar predicciones de volumen comercial altamente precisas en árboles con alto valor económico sin que se modifique la estructura del modelo al incluir observaciones adicionales. Para ello, se estiman los efectos aleatorios específicos de los árboles de interés y se incorporan de manera directa en la predicción. Cruz-Cobos *et al.* (2008) desarrollan el proceso para realizar tal estimación. Aparte de la información básica para el ajuste del sistema, es necesario contar con información a priori adicional de inventario de los árboles de interés, como lo son nuevas medidas de diámetros (del tocón y por arriba del diámetro normal con su correspondiente altura), además del diámetro normal y la altura total.



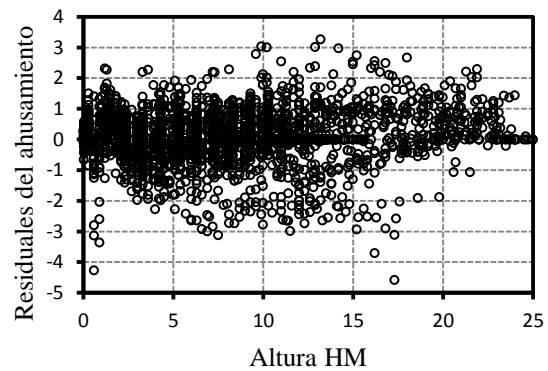
a



b



c



d

Figura 2.3. Comportamiento de residuales del ahusamiento contra predichos (a y c) y contra HM (b y d) al realizar el ajuste por NLS y por MEM respectivamente.

Cuadro 2.8. Parámetros aleatorios estimados del ajuste del modelo 7 (MEM-C).

Estadístico	Estimado	Límite inferior	Límite superior
Desviación estándar de $B_1$	0.0000017	0.0000014	0.0000019
Error estándar dentro de grupo para $B_1$	1.7249560	1.5765450	1.8873370
Función de ponderación de varianza ( $\Phi$ )	-0.2144176	-0.2173139	-0.2115214
Estructura de correlación ( $\rho_1$ )	0.9152120	0.8994335	0.9286080

Diéguez-Aranda *et al.* (2006) y Li y Weiskittel (2010) refieren en sus respectivos estudios que el modelo segmentado de Fang *et al.* (2000) se comporta bien para estimar tanto el volumen total como diámetros a diferentes alturas en árboles de coníferas con diferente tamaño en diámetro normal y altura total; en este estudio, no obstante el excelente ajuste obtenido, se observó sobre todo en árboles maduros que el modelo tiende a ser ligeramente menos preciso para estimar

alturas y diámetros en la vecindad del diámetro normal comparado con las estimaciones efectuadas a partir del segundo tercio de la altura total. En este sentido, Rodríguez y Broto (s/f) al seleccionar este modelo, también encontraron que presenta menor precisión y mayor sesgo en la parte baja de árboles latifoliados (*Quercus pyrenaica*, *Populus x euramericana* y *Fagus sylvatica*) de Castilla y León, España, tal comportamiento lo atribuyen a que en esa zona del árbol, el diámetro del fuste es comparativamente más grande y a la alta variabilidad en la forma fustal en especies con poca dominancia apical. En nuestro caso, se considera que toda vez que en la parte baja del árbol pueden hacerse mediciones de manera directa, lo realmente importante es que el gerente encargado del manejo de las plantaciones disponga de una herramienta que le permita realizar estimaciones precisas de las alturas y diámetros mínimos comerciales en la parte alta del fuste, además de conocer el respectivo volumen comercial y total.

## 2.6. CONCLUSIONES

El modelo de Fang *et al.* (2000) fue superior al presentar la más alta precisión y el menor sesgo entre seis funciones segmentadas de ahusamiento analizadas, fue seleccionado como el mejor para describir el perfil diamétrico del fuste y para cubicar árboles individuales de teca establecida en plantaciones comerciales en el Sureste de México, junto con su respectiva función de volumen comercial y total conforman un sistema completo de cubicación a nivel de árbol individual. Éste modelo fue superior en términos absolutos de ajuste, geometría y calidad de parámetros, se enfatiza que es un modelo mucho más flexible al incluir en su estructura de manera explícita un modelo de volumen total de tres parámetros, mientras que los otros modelos excepto el de Zhang *et al.* (2002) implican un modelo de volumen total del tipo de forma constante  $V=\alpha D^2H$ . El ajuste simultáneo del sistema ahusamiento - volumen comercial mediante la técnica de modelos de efectos mixtos fue estadísticamente mejor que al usar mínimos cuadrados ordinarios, lo que ofrece estimaciones más precisas y consistentes tanto del volumen comercial y total como de diámetros mínimos comerciales a diferentes alturas y viceversa. Los puntos de cambio de la forma dendrométrica del fuste de teca son similares a los reportados en otros estudios para otras especies latifoliadas y coníferas bajo manejo, lo que refleja la gran flexibilidad que tiene la función segmentada seleccionada; en promedio el fuste adopta la forma de cono por arriba del 58 % de su altura total. El modelo de volumen total implícito en la función de ahusamiento, realiza estimaciones que tienden ser ligeramente conservadoras comparadas con

las que reporta la literatura para esta especie en otros países de América tropical, pero más próximas a los volúmenes observados en la zona de estudio, lo cual refuerza su validez.

## 2.7. LITERATURA CITADA

- Adu-Bredu, S., A. F. Tape B., J. P. Bouillet, M. Kouamé M., S. Yamoah K. and L. Saint-André. 2008. An explicit stem profile model for forked and un-forked teak (*Tectona grandis*) trees in West Africa. *For. Ecol. Manage.* 255(7): 2189-2203.
- Bailey, L. R. 1995. Upper stem volumes from stem analysis data: an overlapping bolts method. *Can. J. For. Res.* 25(1): 170-173.
- Cao, Q., V., H. E. Burkhart and T. A. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. *For. Sci.* 26(1): 71-80.
- Chaves, E. y W. Fonseca. 1991. Teca (*Tectona grandis*) especie de árbol de uso múltiple en América Central. CATIE. Turrialba, Costa Rica. 47 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2012. Programa de Desarrollo de Plantaciones Forestales Comerciales, a 15 Años de su Creación. Zapopan, Jalisco, México. 152 p.
- Corral-Rivas, J. J., U. Diéguez-Aranda, S. Corral R. and F. Castedo D. 2007. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *For. Ecol. Manage.* 238(1-3): 118-129.
- Cruz-Cobos, F., H. M. De los Santos-Posadas y J. R. Valdez-Lazalde. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42: 473-485.
- Diéguez-Aranda, U., F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez G. and A. Rojo. 2006. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Can. J. For. Res.* 36(5): 1190-1205.
- Diéguez-Aranda, U., A. Rojo A., F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez G., M. Barrio-Anta, F. Crecente-Campo, J. M. González G., C. Pérez-Cruzado, R. Rodríguez S., C. A. López-Sánchez, M. Á. Balboa-Murias, J. J. Gorgoso V. y F. Sánchez R. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Universidad de Santiago de Compostela. Galicia, España. 259 p.
- Fang, Z. and R. L. Bailey. 2001. Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *For. Sci.* 47(3): 287-300.

- Fang, Z., B. E. Borders and R. L. Bailey. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46(1):1-12.
- Garber, S. M. and D. A. Maguire. 2003. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. *For. Ecol. Manage.* 179(1-3): 507-522.
- Hall, D. B. and J. L. Clutter. 2004. Multivariate multilevel nonlinear mixed effects models for timber yield predictions. *Biometrics* 60(1): 16-24.
- Li, R. and A. R. Weiskittel. 2010. Comparison of model forms for estimating for stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. *Ann. For. Sci.* 67(3): 302.
- Max, T. A. and H. E. Burkhart. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.* 22(3): 283-289.
- Moret, Y., M. Jerez y L. Vincent. 1998. Determinación de ecuaciones de volumen para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.) en la unidad experimental de la reserva forestal Caparo. *Revista Forestal Venezolana* 42(1): 41-50.
- Parresol, B., J. Hotvedt and Q. Cao. 1987. A volume and taper prediction system for bald cypress. *Can. J. For. Res.* 17(3): 250-259.
- Pérez C., L. D. and M. Kanninen. 2005. Effect of thinning on stem form and wood characteristics of teak (*Tectona grandis*) in a humid tropical site in Costa Rica. *Silva Fenn.* 39(2): 217-225.
- Pérez C., L. D. and M. Kanninen. 2003. Provisional equations for estimating total and merchantable volume for *Tectona grandis* trees in Costa Rica. *Forests, Trees and Livelihoods* 13(4):345-359.
- Pinheiro, J. C. and D. M. Bates. 2000. *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. Springer. New York. 528 p.
- Pompa-García, M., J. J. Corral-Rivas, J. C. Hernández-Díaz and J. G. Alvarez-González. 2009. A system for calculating the merchantable volume of oak trees in the northwest of the state of Chihuahua, Mexico. *Journal of Forestry Research* 20(4): 293-300.
- R Development Core Team. 2009. *R: a language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>

- Rodríguez, P. y M. Broto. s/f. Ecuaciones de volumen comercial para las principales especies maderables de Castilla y León. Junta de Castilla y León. CESEFOR. Soria, España. 33 p.
- Sakici, O. E., N. Misira, H. Yavuz and M. Misira. 2008. Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research* 23(6): 522-533.
- Statistical Analysis System (SAS). 2008. SAS/STAT<sup>®</sup> 9.2 User's Guide. SAS Institute Inc. Raleigh, NC. USA. s/p.
- Wiant, Jr. H. V., G. B. Wood and G. M. Furnival. 1992. Estimating log volume using the centroid position. *For. Sci.* 38(1): 187-191.
- Zepeda B., E. M. y A. Domínguez P. 1997. Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino, del ejido El Largo, Chihuahua. *In: Memoria de resúmenes de ponencias. III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales.* Linares, NL. pp: 43.
- Zhang, Y., B. E. Borders and R. L. Bailey. 2002. Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing loblolly pine. *For. Sci.* 48(3): 595-607.
- Zimmerman, D. L. and V. Núñez-Antón. 2001. Parametric modelling of growth curve data: an overview (with discussion). *Test* 10(1): 1-73.



## CAPÍTULO III

### 3. ECUACIONES DINÁMICAS DE ÍNDICE DE SITIO PARA *Tectona grandis* EN CAMPECHE, MÉXICO

#### 3.1. RESUMEN

Un modelo de crecimiento en altura dominante y su correspondiente expresión de índice de sitio, permiten estimar la productividad de la masa forestal y definir el régimen de manejo silvícola. En el presente trabajo se desarrolla, a partir de datos de parcelas permanentes con remediciones, un modelo de crecimiento en altura dominante invariante a la edad de referencia para plantaciones de *Tectona grandis* L. f. (teca) establecidas en Campeche, México. Un estudio preliminar sugirió que los modelos base que ofrecían el mejor ajuste eran los de Korf, Chapman-Richards y Hossfeld IV. A partir de este resultado los modelos se reformularon como ecuaciones en diferencia algebraica generalizada para definir las mejores estructuras de índice de sitio. Éstas se ajustaron bajo mínimos cuadrados y con una estructura de datos de pares no traslapados. Se seleccionó la mejor ecuación dinámica tipo Chapman-Richards con base en la bondad de ajuste y similitud entre el patrón de curvas de crecimiento y las tendencias observadas para describir y estimar el crecimiento en altura dominante. Para mejorar la precisión de las estimaciones, esta ecuación se ajustó mediante efectos mixtos, corrigiéndose por heterocedasticidad y autocorrelación. El modelo seleccionado es más flexible ya que describe un patrón de curvas polimórficas con asíntotas múltiples, característica que es deseable para modelar una amplia variedad de tendencias y patrones de crecimiento dadas por condiciones edáficas, climáticas y de manejo silvícola. Además, se detectaron tres patrones específicos de crecimiento para los sitios de plantación analizados.

Palabras clave: teca, polimorfismo asintótico, curvas de crecimiento en altura, clasificación de la productividad del sitio.

### 3.2. ABSTRACT

A dominant-height growth model and its corresponding site index expression, allowing forest stand productivity estimates and help defining silvicultural practices and management regimes. Based on data from re-measured permanent plots, a dominant height growth model base age invariant was developed for *Tectona grandis* L. f. (teak) plantations in Campeche, Mexico. A preliminary study suggested that the base models of Korf, Chapman-Richards and Hossfeld IV offered the best fits. From these results the models were re-formulated using the generalized algebraic difference approach (GADA) to define the best site index structures. These were fitted as non-linear least squares with a non-overlapping pairs. The best GADA equation was based on a Chapman-Richards model where goodness of fit and the graphical growth pattern closely describe the dominant-height growth. To improve accuracy this equation was fitted as a nonlinear mixed-effects model, allowing simultaneous correction of heteroscedasticity and autocorrelation. The selected model is very flexible because describes a pattern of polymorphic curves with multiple asymptotes, a feature desirable to model a wide variety of trends and growth patterns given by soil conditions, climate and silvicultural treatments. In addition, three site-specific patterns of growth were detected.

Key words: teak, asymptotic polymorphism, height growth curves, classification of site productivity.

### 3.3. INTRODUCCIÓN

Estimar con certidumbre la productividad potencial de un rodal en términos de volumen maderable por unidad de superficie por unidad de tiempo es un elemento clave en el manejo forestal. Para evaluar este potencial el silvicultor se ocupa en medir cuidadosamente el crecimiento en altura dominante. En un rodal la altura dominante es de las variables menos afectadas por cambios en la densidad y por tratamientos silvícolas; además, está estrechamente relacionada con el volumen total, por lo que se convierte en un indicador de la productividad sencillo y fácil de evaluar (Clutter *et al.*, 1983). Al patrón de crecimiento “localizado” en un rodal referido como productividad del sitio se le puede expresar mediante un valor (índice de sitio) que refleja la altura que alcanzan los árboles dominantes (altura dominante) en una masa forestal particular a una determinada edad. El índice de sitio como indicador de la productividad es un atributo que se asume fijo y estable a lo largo del tiempo en un rodal. Para diferenciar entre productividades de sitio es necesario construir familias de curvas de índice de sitio a partir de un patrón de altura dominante observado (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009).

El crecimiento en altura dominante ( $Y$ ) con respecto a la edad puede modelarse mediante funciones que caracterizan el estado actual de la variable bajo estudio para determinar su condición pasada o futura. Las ecuaciones dinámicas son un caso especial de este tipo de funciones en donde la altura dominante se estima en función de la edad actual de la masa y las condiciones iniciales de edad y altura. Una forma de generar ecuaciones dinámicas se basa en el enfoque de diferencia algebraica generalizada (DAG) (Cieszewski y Bailey, 2000). Es posible obtenerlas a partir de la expansión de un modelo de crecimiento base, permitiendo que dos parámetros del modelo varíen con las condiciones específicas de la calidad de sitio, lo que lleva a generar familias de curvas polimórficas con múltiples asíntotas, ésta es una propiedad deseable para describir la tendencia del crecimiento en altura, así como para clasificar la productividad por calidad de sitio (Cieszewski y Strub, 2008).

Una ecuación en DAG es al mismo tiempo un modelo de altura dominante promedio y de índice de sitio (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009). Los modelos en DAG son invariantes con respecto a la edad de referencia y de ruta con lo que se logra consistencia en las predicciones de la altura dominante y el índice de sitio (Cieszewski y Bailey, 2000). De acuerdo con Diéguez-Aranda *et al.* (2006) esta propiedad implica que la estimación de sus parámetros se realice usando un

método de ajuste que sea invariante de la edad de referencia, sugieren usar procedimientos que permitan identificar las tendencias de crecimiento individuales y grupales representadas en los datos observados. Uno de los métodos que cumplen lo referido al estimar parámetros específicos de cada individuo y parámetros globales comunes a todos los individuos es el enfoque basado en la técnica de modelos de efectos mixtos (MEM), que se han convertido en el método común para analizar datos de naturaleza longitudinal al tener mediciones repetidas sobre la misma unidad experimental a lo largo del tiempo y en donde la estructura de las observaciones es irregular y desbalanceada (Bahadur, 2006). Un MEM incluye en su formulación parámetros fijos comunes a toda la población y parámetros aleatorios específicos de cada unidad de muestreo, su ajuste permite obtener estimadores más eficientes, precisos y confiables de los parámetros fijos del modelo y predecir parámetros aleatorios específicos de cada unidad experimental, que reflejan el patrón de desviación con respecto de la media (De los Santos-Posadas *et al.*, 2006).

El objetivo en este estudio fue ajustar un sistema de ecuaciones dinámicas utilizando el enfoque en DAG mediante modelo de efectos mixtos para generar familias de curvas de índice de sitio que permitan describir el patrón de crecimiento de la altura dominante y, con base en el índice de sitio, realizar una clasificación de la productividad de plantaciones de *Tectona grandis* L. f. (teca) establecidas en Campeche, México. Estas familias de curvas serán un componente básico para estimar el crecimiento y rendimiento maderable y, permitirán diseñar estrategias de manejo silvícola.

### **3.4. MATERIALES Y MÉTODOS**

Se usó una base de datos integrada con mediciones de altura total a diferentes edades proveniente de parcelas permanentes de crecimiento en plantaciones de teca establecidas en el Valle de Edzná del estado de Campeche, México. El clima es cálido, subhúmedo, con lluvias en verano, con temperatura promedio anual de 26.6 °C, precipitación promedio anual de 1,094.7 mm, con seis meses de sequía de diciembre a mayo. Las plantaciones se establecieron con la misma fuente de semilla, las técnicas de preparación del sitio de plantación, método de plantación y técnicas de manejo silvícola fueron similares. La densidad inicial fue de 1,250 y 816 plantas ha<sup>-1</sup>, con espaciamientos de 4 x 2 y 3.5 x 3.5 m, respectivamente. Las parcelas cubrieron la totalidad de las condiciones de cuatro sitios de plantación en términos de edad, densidad y calidad de sitio. La superficie de las parcelas fue de 800 y 1,225 m<sup>2</sup> para el menor y mayor

espaciamiento respectivamente, cada parcela incluyó 100 árboles. Las mediciones de las alturas totales (m) se efectuaron anualmente a partir del primer año del establecimiento de la plantación, dado que no se midieron en el mismo mes, se tuvieron diferentes intervalos de medición. La edad de las plantaciones varió de 12 a 96 meses.

Para la última medición en cada parcela se seleccionaron las alturas de los diez árboles dominantes y codominantes, garantizando así la proporcionalidad y equivalencia de muestrear en promedio 100 árboles por hectárea (Assmann, 1970). Esos mismos diez árboles por parcela fueron identificados en todas las mediciones previas, obteniéndose el promedio de la altura dominante para cada medición dentro de cada parcela. Esta forma de seleccionar las alturas dominantes minimizó inconsistencias y reflejó una tendencia de crecimiento en altura biológicamente más realista con respecto a la edad.

De acuerdo con Diéguez-Aranda *et al.* (2006) toda ecuación dinámica en DAG tiene la forma general implícita expresada como  $Y = f(t, t_0, Y_0, B_1, B_2, B_m)$  en donde  $Y$  es la altura dominante promedio a estimar a la edad  $t$ ;  $B_1, B_2, B_m$  son los parámetros globales;  $Y_0$  es la altura dominante observada a la edad  $t_0$ . Tanto  $Y_0$  como  $t_0$  quedan definidos como condiciones iniciales y  $Y_0$  puede ser definido como parámetro durante el ajuste. Para generar la familia de curvas de índice de sitio, los pares de observaciones de altura dominante y edad de todas las parcelas con al menos dos mediciones se ajustaron a seis ecuaciones dinámicas (Cuadro 3.1) expresadas bajo la técnica de DAG (Cieszewski y Bailey, 2000) que en un análisis previo resultaron plausibles. En todos los casos se combinan las hipótesis y supuestos teóricos de que tanto la tasa de crecimiento como el potencial máximo de crecimiento varían entre sitios (Cieszewski y Strub, 2008). Los modelos M1 y M2 usan como modelo base al desarrollado por Korf (1939) expresado como  $Y = a \exp(-bt^{-c})$ , los modelos M3 y M4 toman como modelo base al generado por Chapman-Richards (Chapman, 1961; Richards, 1959) definido como  $Y = a(1 - \exp(-bt))^{-c}$ , en tanto que los modelos M5 y M6 emplean el modelo base de Hossfeld IV (Cieszewski and Bella, 1989) indicado por  $Y = t^c / (b + at^c)$ , siendo  $a, b$  y  $c$  los parámetros de los modelos base y  $\exp(.)$  representa la función exponencial.

Cuadro 3.1. Formulaciones en DAG usadas para el ajuste de modelos de altura dominante.

Parámetros relacionados al sitio	Solución para X	Ecuación dinámica
$a=X$ $b=B_1+1/X$	$L_0 = B_1(-1/t_0^{B_2}) - \ln(Y_0)$ $R_0 = \sqrt{L_0^2 - 4\ln(\exp(-1/t_0^{B_2}))}$ $X_0 = 0.5(-L_0 + R_0)$	$Y = \exp(X_0) \exp(-1/t^{B_2})^{(B_1+1/X_0)}$ <p style="text-align: center;"><b>(M1)</b></p>
$a=\exp(X)$ $b=B_1+B_2/X$	$R_0 = \sqrt{(B_1 t_0^{-B_3} + \ln(Y_0))^2 + 4B_2 t_0^{-B_3}}$ $X_0 = 0.5B_1 t_0^{-B_3} + \ln(Y_0) + R_0$	$Y = \exp(X_0) \exp((-B_1 + \frac{B_2}{X_0})t^{-B_3})$ <p style="text-align: center;"><b>(M2)</b></p>
$a=\exp(X)$ $c=B_2/X$	$L_0 = \ln(1 - \exp(-B_2 t_0))$ $R_0 = \sqrt{\ln(Y_0)^2 - 4B_3 L_0}$ $X_0 = 0.5(\ln(Y_0) + R_0)$	$Y = \exp(X_0)(1 - \exp(-B_2 t))^{(B_3/X_0)}$ <p style="text-align: center;"><b>(M3)</b></p>
$a=\exp(X)$ $c=B_2+B_3/X$	$L_0 = \ln(1 - \exp(-B_1 t_0))$ $R_0 = \sqrt{(\ln(Y_0) - B_2 L_0)^2 - 4B_3 L_0}$ $X_0 = 0.5(\ln(Y_0) - B_2 L_0 + R_0)$	$Y = Y_0 \left( \frac{1 - \exp(-B_1 t)}{1 - \exp(-B_2 t_0)} \right)^{(B_2+B_3/X_0)}$ <p style="text-align: center;"><b>(M4)</b></p>
$a=X$ $b=B_2 X$	$X_0 = (t_0^{B_2}/Y_0)/(B_2 + t_0^{B_3})$	$Y = \frac{t^{B_3}}{B_2 X_0 + X_0 t^{B_3}}$ <p style="text-align: center;"><b>(M5)</b></p>
$a=X$ $c=B_2/X$	$L_0 = 2B_2 Y_0 t_0^{-B_3}$ $R_0 = \sqrt{(Y_0 - B_1)^2 + L_0}$ $X_0 = (Y_0 - B_1) + R_0$	$Y = Y_0 \frac{t^{B_3}(t_0^{B_3} X_0 + B_2)}{t_0^{B_3}(t^{B_3} X_0 + B_2)}$ <p style="text-align: center;"><b>(M6)</b></p>

El ajuste de los modelos en DAG se realizó con las observaciones en pares no traslapados mediante mínimos cuadrados no lineales utilizando el procedimiento MODEL de SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008). Para seleccionar al mejor modelo se consideraron criterios de bondad de ajuste como el cuadrado medio del error (CME), la suma de cuadrados del error (SCE), el coeficiente de determinación corregido por el número de parámetros ( $R^2_{adj}$ ), el sesgo y la raíz del error cuadrático medio (*RECM*). Por otra parte, se realizó un análisis gráfico buscando que las curvas de índice de sitio generadas por cada modelo siguieran la trayectoria de las alturas

dominantes observadas en el tiempo. Para la construcción de la familia de curvas se usó una edad de referencia de 90 meses. El mejor modelo fue aquel que mantuvo un balance entre consideraciones estadísticas y biológicas. Posteriormente, el modelo seleccionado se ajustó aplicando la técnica de modelo de efectos mixtos (MEM) no lineales siguiendo el procedimiento sugerido por Fang y Bailey (2001) para lo cual se generó el modelo M7 expresado como  $Y_{ij} = f(A_i\beta + B_i b_i, t_{ij}) + e_{ij}$ , donde  $Y_{ij}$  es la altura dominante estimada en la  $i$ -ésima parcela a la  $j$ -ésima edad de medición;  $f(\cdot)$  es la ecuación dinámica en DAG a seleccionar en la fase previa, en la que adicionalmente se incluyen a  $A_i$  como la matriz diseño de tamaño  $r \times p$  para los parámetros con efectos fijos;  $\beta$  como el vector de tamaño  $p \times 1$  que contiene los parámetros de efectos fijos;  $B_i$  es la matriz diseño de tamaño  $r \times q$  para el parámetro específico de sitio (efecto aleatorio);  $b_i$  es el vector de tamaño  $q \times 1$  que contiene el efecto aleatorio asociado a la  $i$ -ésima parcela;  $t_{ij}$  es la edad en meses de la  $i$ -ésima parcela observada en la  $j$ -ésima medición;  $r$  es de dimensión igual al número de parámetros con efectos fijos (globales),  $e_{ij}$ ; es el vector del término de error. Se asumen que  $e_{ij} \sim N(0, R_i)$  y  $b_i \sim N(0, \phi^2)$ , siendo  $R$  la matriz de varianza-covarianza del término de error y  $\phi^2$  la matriz de varianza-covarianza de los parámetros aleatorios  $b_i$ . Como la ecuación dinámica M7 representa una función de valor medio esperado en el que se establecen condiciones iniciales dados por valores a  $Y_0$  y  $t_0$ , el parámetro local al que se asoció el único efecto aleatorio fue el parámetro  $Y_0$  que se caracteriza por representar la condición inicial de altura y ser el más variable y menos lineal.

El modelo M7 se ajustó primero para toda la plantación de teca en general para realizar predicciones globales. Posteriormente, para determinar el efecto en el crecimiento de la altura dominante entre cuatro diferentes sitios de plantación (I, II, III y IV) en que se tienen distribuidas las plantaciones, al modelo M7 se le incluyeron tres variables indicadoras con efecto aditivo sobre los parámetros fijos quedando la estructura expresada como  $Y_{ij} = f(A_i\beta_i I_k + B_i b_i, t_{ij}) + e_{ij}$ , donde  $I_k$  es la variable indicadora que toma el valor de 1 si las observaciones corresponden al sitio  $k$  y 0 de otra forma, es decir,  $\beta_i I_k = \beta_{i0} + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \beta_{i3} I_3$ . A este modelo se le etiquetó como M7-A. Por la naturaleza de los datos de tipo longitudinal y el desbalance en el número de observaciones por parcela y edad, para compensar posibles pérdidas en grados de libertad y lograr una convergencia más rápida y estable, el modelo se ajustó usando máxima verosimilitud restringida (De los Santos-Posadas *et al.*, 2006), usando la librería NLME

del programa estadístico libre R versión 2.14.0 (<http://www.r-project.org>, R Development Core Team 2009). En el ajuste del modelo M7 para toda la plantación en general, la autocorrelación se corrigió modelando el término de error ( $e_{ij}$ ) usando una estructura continua autoregresiva de primer orden (CAR(1)) quedando expresada como  $e_{ij} = \psi_1 \rho_1^{t_{ij}-t_{ij-1}} e_{ij-1} + \varepsilon_{ij}$ , donde  $\psi_1=1$  para  $j > k$  y es cero para  $j=1$ ,  $\rho_1$  es el parámetro autoregresivo de orden 1 a ser estimado y  $t_{ij}-t_{ij-1}$  es la distancia que separa las observaciones  $j$  y  $j-1$  dentro de cada parcela.  $\varepsilon_{ij}$  es el término del error bajo la condición de independencia. Cuando el modelo M7 se ajustó diferenciando por sitio de plantación, la heterocedasticidad se corrigió modelando y ponderando la varianza de los errores usando la función potencia, el factor de ponderación fue sobre los valores ajustados ( $\hat{Y}$ ), la función quedó estructurada como  $w(Y_0, t, t_0, \Phi) = \hat{Y}^\Phi$ , siendo  $\Phi$  el parámetro de varianza a ser estimado; éste modelo se etiquetó como M7-B y cuando posteriormente se le corrigió la autocorrelación en la forma antes indicada se etiquetó como M7-C. Las formulaciones de las estructuras referidas disponibles en Pinheiro y Bates (2000) fueron ajustadas simultáneamente con el modelo M7. Para verificar que las correcciones fueran adecuadas, se realizó la prueba de razón de verosimilitud entre los modelos sin y con corrección, además de analizar los estadísticos de ajuste -2Log Verosimilitud (LogLik), criterio de información de Akaike (AIC) y el criterio bayesiano de Schwartz (BIC) (Fang y Bailey, 2001).

### 3.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los parámetros de los modelos ajustados por mínimos cuadrados no lineales se muestran en el Cuadro 3.2. Con base en los criterios de bondad de ajuste (Cuadro 3.3) los mejores modelos en orden de ajuste fueron el M2, M6 y M3 ya que comparativamente presentan los valores más altos en el  $R^2_{adj}$ , exhiben los menores sesgos, así como la más alta precisión en las estimaciones dado sus menores valores de la RECM, además de valores de verosimilitud más altos, adicionalmente presentan los menores valores en el CME y la más baja SCE. Desde un punto de vista únicamente estadístico tales modelos pueden considerarse como aceptables para describir el patrón de crecimiento en altura dominante.



Cuadro 3.2. Parámetros estimados, significancia y estadísticos de los modelos en DAG ajustados.

Modelo	Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de t	Significancia
M1	B <sub>1</sub>	0.160505	0.0428	3.75	0.0002
	B <sub>2</sub>	6.129405	0.7813	7.85	<.0001
M2	B <sub>1</sub>	-1.10E+08	66067569	-1.66	0.0962
	B <sub>2</sub>	3.89E+08	2.33E+08	1.67	0.0956
	B <sub>3</sub>	0.417556	0.0260	16.06	<.0001
M3	B <sub>2</sub>	0.012414	0.00199	6.24	<.0001
	B <sub>3</sub>	2.206382	0.0576	38.31	<.0001
M4	B <sub>1</sub>	0.017675	0.00552	3.20	0.0014
	B <sub>2</sub>	0.845429	0.7504	1.13	0.2601
	B <sub>3</sub>	2.002643	0.1953	10.26	<.0001
M5	B <sub>2</sub>	5.75E+63	1.99E-80	2.89E+143	<.0001
	B <sub>3</sub>	0.571974	0.00973	58.81	<.0001
M6	B <sub>1</sub>	39.07336	4.2924	9.10	<.0001
	B <sub>2</sub>	-544.098	111.20	-4.89	<.0001
	B <sub>3</sub>	0.83363	0.0347	24.05	<.0001

Los modelos M2, M3 y M6 también presentaron el mejor comportamiento gráfico ya que al sobreponer las curvas de índice de sitio que cada uno genera con las alturas dominantes observadas, se tiene que describen trayectorias de crecimiento similares (Figura 3.1). Un análisis más detallado de las tendencias de crecimiento de cada modelo, evidencia que el modelo M2 si bien describe aceptablemente las alturas dominantes en los primeros meses de crecimiento, tiende a subestimarlas a edades localizadas en el extremo superior del rango analizado, sobre todo para los índices de sitio más altos, además este modelo presentó ligeros problemas de convergencia y significancia marginal en dos de sus parámetros. Por el contrario, el modelo M6 tiende a sobrestimar las alturas a edades tempranas. Por su parte, el modelo M3 es el que mejor describe el patrón de crecimiento sobre todo a edades superiores cubriendo todo el rango de alturas observado, además de que comparativamente presenta los menores errores estándar en sus parámetros y alta significancia. Así, un análisis que implica un balance entre criterios de ajuste estadístico con el patrón gráfico de crecimiento en altura biológicamente realista, conduce a seleccionar al modelo M3 como el adecuado para describir y predecir el crecimiento en altura

dominante en plantaciones de teca y para calificar niveles de productividad vía la clasificación por índice de sitio.

Cuadro 3.3. Comparativo y criterios de bondad de ajuste de los seis modelos en DAG probados.

Modelo	SCE	CME	R <sup>2</sup> ajustada	LogLik	Sesgo	RECM
M1	1485.9	1.2966	0.8732	-1777	0.23626	1.13867
M2	1196.4	1.0449	0.8978	-1653	0.16682	1.02221
M3	1324.6	1.1558	0.8870	-1711	0.18510	1.07509
M4	1318.6	1.1516	0.8874	-1708	0.17893	1.07312
M5	1503.0	1.3115	0.8717	-1784	0.22545	1.14522
M6	1274.5	1.1141	0.8911	-1688	0.12594	1.05503

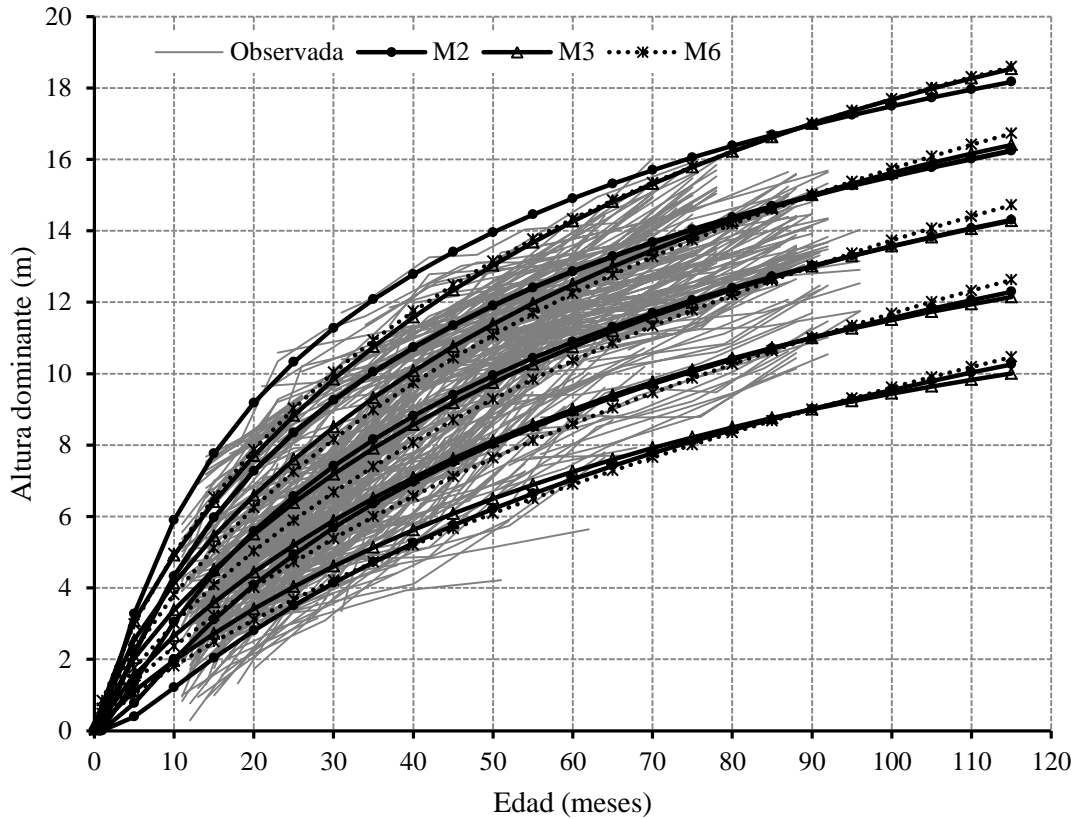


Figura 3.1. Patrón del crecimiento en altura dominante observado y tendencias de las curvas de índice de sitio de 9, 11, 13, 15 y 17 m generadas con los modelos M2, M3 y M6.

El modelo seleccionado posee características lógicas apegadas a las condiciones reales de las plantaciones, además de generar polimorfismo asintótico, las predicciones a realizar son

invariantes de la edad base y de la ruta en la estimación, el modelo es parsimonioso con sólo dos parámetros y arroja estimaciones consistentes. La misma ecuación dinámica puede usarse como una función recíproca para predecir ya sea el crecimiento promedio en altura dominante de un determinado lote de manejo o bien su correspondiente índice de sitio. La altura dominante  $Y$  a una edad  $t$  puede estimarse a partir de la altura dominante  $Y_0$  observada a la edad  $t_0$ . Para estimar el IS a la edad de referencia  $t_r$  elegida a partir de la altura  $Y_0$  a la edad  $t_0$ , entonces debe sustituirse IS por  $Y$  y  $t_r$  por  $t$ . También puede estimarse la altura  $Y$  a la edad  $t$  a partir del IS y su respectiva edad de referencia  $t_r$ , sustituyendo IS por  $Y_0$  y  $t_r$  por  $t_0$ .

El modelo M7, que corresponde al M3 pero ahora ajustado como modelo global bajo el enfoque de MEM corregido por autocorrelación, mostró alta significancia en sus parámetros e intervalos de confianza estrechos, además de que las curvas de índice de sitio que genera, describen en forma adecuada el patrón de crecimiento observado (Cuadro 3.4 y Figura 3.2a). Las condiciones generales de ajuste para los criterios AIC, BIC, LogLik y  $R^2$  fueron 5065.714, 5097.727, -2526.857 y 0.9607 respectivamente. Éste modelo global estima la altura dominante e índice de sitio sin diferenciar entre sitios de plantación. La altura promedio máxima que el modelo predice a la edad de cosecha programada (19 años), para la calidad de sitio más alta (17 m) es de 19.63 m, la cual se considera conservadora comparada con las alturas observadas al diferenciar por sitio de plantación.

Cuadro 3.4. Parámetros estimados, significancia e intervalos de confianza del modelo M7 global.

Parámetro	Estimado	Error estándar	gl	valor de t	Significancia	LI	LS
$B_2$	0.019134	0.001607	1146	11.9092	0.0001	0.015982	0.022287
$B_3$	2.604408	0.082453	1146	31.5868	0.0001	2.442633	2.766183

La incorporación de variables indicadoras en el ajuste del modelo etiquetado como M7-A mediante MEM detectó diferentes tasas de crecimiento en altura dominante entre los cuatro sitios de plantación. La prueba de razón de verosimilitud (RV) y los valores de AIC y BIC (Cuadro 3.5) indican que el modelo corregido por heterocedasticidad y autocorrelación (M7-C) es mejor que el solo corregido por heterocedasticidad (M7-B) y superior al modelo M7-A sin corregir. Se detectaron diferencias estadísticas significativas entre los sitios III y IV con respecto a los sitios I y II, no habiendo diferencias entre estos últimos (Cuadro 3.6). El modelo M7-C mejoró la descripción del patrón de crecimiento en altura dominante por sitio de plantación (Figura 3.2b-

d), los resultados sugieren que no es posible aplicar un modelo único para todos los sitios, siendo necesario generar curvas de calidad específicas para cada uno. Los residuales frente a los predichos y a la edad, tanto del modelo global como por sitio de plantación (Figura 3.3), muestran un adecuado comportamiento homocedástico y sin falta de ajuste.

Cuadro 3.5. Prueba de razón de verosimilitud y estadísticos del modelo M7 sin y con corrección al evaluar el efecto del sitio de plantación.

Modelo	gl	AIC	BIC	LogLik	Prueba	RV	Valor de p
1 (M7-A)	8	4574.353	4617.023	-2279.177			
2 (M7-B)	9	4557.661	4605.664	-2269.831	1 vs 2	18.692	<.0001
3 (M7-C)	10	4436.374	4489.711	-2208.187	2 vs 3	123.287	<.0001

Cuadro 3.6. Parámetros estimados, significancia e intervalos de confianza del modelo M7-C corregido y diferenciando por sitio de plantación.

Parámetro	Estimado	Error estándar	gl	valor de t	Significancia	LI	LS
$B_{20}$	0.012640	0.001576	1143	8.0223	0.0000	0.009549	0.015732
$B_{22}$	0.005681	0.002196	1143	2.5867	0.0098	0.001372	0.009990
$B_{30}$	1.963252	0.075811	1143	25.8967	0.0000	1.814508	2.111997
$B_{32}$	0.565689	0.150559	1143	3.7573	0.0002	0.270286	0.861092
$B_{33}$	0.996973	0.077741	1143	12.8243	0.0000	0.844442	1.149504

Al comparar las tasas de crecimiento por sitio de plantación (Figura 2b-d), se observa que el sitio IV es superior seguido de los sitios I y II que pueden integrarse en un solo grupo, en tanto que en el sitio III se tienen los más bajos valores en las alturas dominantes proyectadas hasta una edad de 115 meses. El patrón referido es consistente y se mantiene para proyecciones a edades mayores, incluso para edades próximas a la cosecha planeada a 19 años.

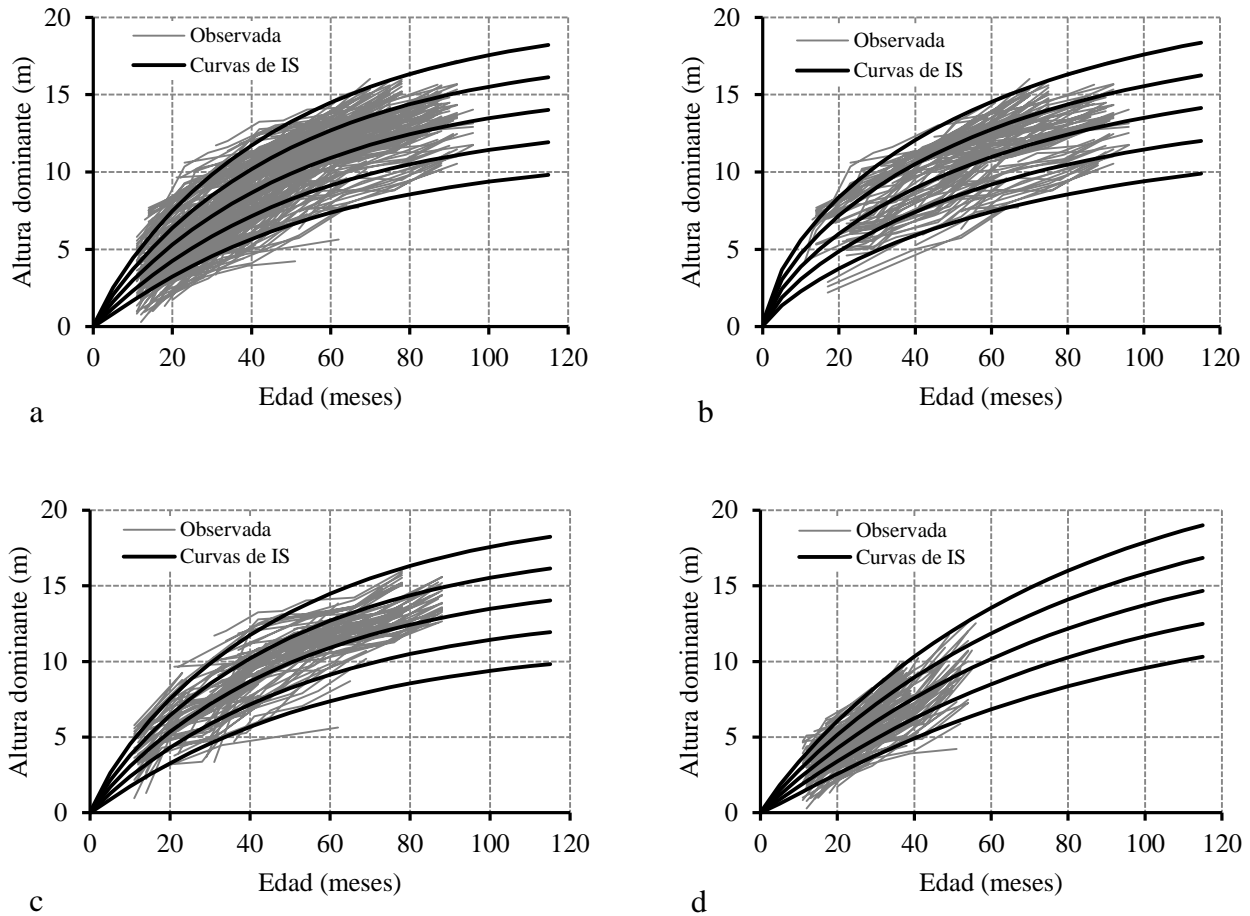


Figura 3.2. Crecimiento observado y estimado con el modelo M7 ajustado vía MEM y corregido para la plantación en general (a), para los sitios de plantación I y II (b), sitio III (c) y sitio IV (d).

Debido a que tanto la fuente de semilla como las prácticas de preparación del terreno y de manejo silvícola son similares, las diferencias de crecimiento en altura dominante detectadas entre sitios de plantación puede atribuirse a las características de suelo; de acuerdo con Montero *et al.* (2001) diferencias en la física y química del suelo, además de factores como profundidad, compactación, drenaje, pedregosidad, entre otros, explicarían los diferentes patrones de crecimiento entre sitios.

Respecto a los valores máximos de alturas dominantes estimados en las proyecciones tanto con el modelo global como los específicos por sitio, son similares a los reportados por Bermejo *et al.* (2004) y Jerez-Rico *et al.* (2011) en el sentido de que teca tiende a estabilizar su altura máxima a edades relativamente tempranas de alrededor de 20 a 25 años que es próxima a la edad de cosecha planeada para las plantaciones de Campeche. Sin embargo, la máxima altura dominante

que puede proyectarse con la más alta calidad de sitio y en el mejor sitio de plantación es de 23 m a la edad de cosecha, la cual es ligeramente inferior a la reportada por Keogh (1982) que ajustó el modelo de Schumacher en parcelas sin remediciones para teca plantada en América Central, el Caribe, Venezuela y Colombia.

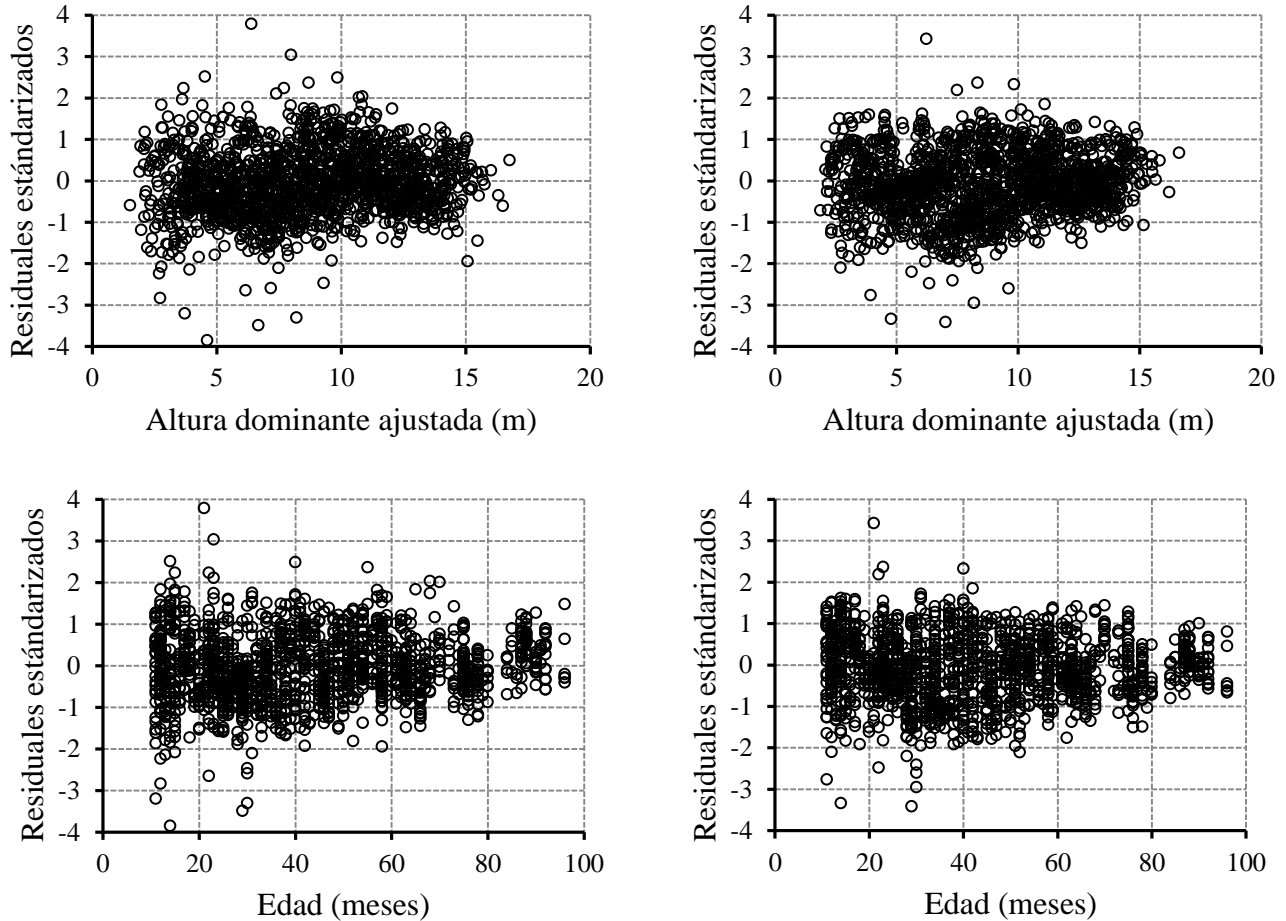


Figura 3.3. Residuales frente a predichos (fila 1) y contra la edad (fila 2) del modelo M7 global (columna 1) y del específico por sitio (columna 2) ambos corregidos.

La altura dominante máxima estimada también es menor respecto a las alturas dominantes máximas que estima el modelo de Hossfeld ajustado por Bermejo *et al.* (2004) para teca plantada en la región de Guanacaste, Costa Rica. Tales diferencias puede explicarse en parte porque se trata de regiones ecológicas diferentes en donde los factores edáficos, climáticos y fisiográficos, además de la altitud y latitud, son más favorables y semejantes a las condiciones en las que teca tienen su mejor desarrollo y crecimiento en su rango óptimo de distribución natural. En este sentido y dado que el objetivo es producir trocería para aserrío de alto valor comercial, para

contribuir a compensar el menor crecimiento en altura dominante proyectado en las plantaciones de Campeche, es necesario reajustar algunas prácticas de establecimiento y de manejo silvicultural tales como uniformidad en la fuente de germoplasma, espaciamientos, tiempo y cantidad de fertirriego e intensidad en el control de malezas, buscando igualar los rangos de producción óptimos reportados para teca en América tropical. Monteuis *et al.* (2011) sugieren que material procedente de huertos clonales plantado en sitios con niveles de precipitación media anual de 2,500 mm y ausencia de una clara temporada de sequía anual, ofrecen mejores características de crecimiento en altura comparados con la semilla proveniente de rodales nativos. Sería conveniente canalizar y aumentar los esfuerzos de manejo silvícola e inversión en aquellos lotes de manejo cuyas parcelas son promisorias dado que se agrupan en índices de sitio altos y medios (17, 15 y 13 m), limitándolos en aquellos que se ubican en índices de sitios pobres con crecimiento marginal. Jerez-Rico *et al.* (2011) señalan que en los Llanos Occidentales de Venezuela, sólo árboles aislados de teca de 40 años localizados en las mejores calidades de sitio pueden alcanzar como máximo 30 m de altura dominante. Mora y Meza (2004) indican que en general el crecimiento de esta especie en regiones de América tropical, excepto para la Vertiente del Pacífico de Costa Rica y para la región de Limestone Hills en Puerto Rico, es inferior al observado en plantaciones establecidas en su zona de distribución natural.

### **3.6. CONCLUSIONES**

La ecuación dinámica M3 bajo diferencia algebraica generalizada derivada del modelo base de Chapman-Richards que genera curvas de índice de sitio con polimorfismo asintótico ajustada bajo el enfoque de modelo de efectos mixtos tiene múltiples ventajas y se recomienda para predecir el crecimiento en altura dominante y realizar la clasificación del nivel de productividad con base en el índice de sitio para plantaciones de teca establecidas en Campeche, México. Con la incorporación de nuevas observaciones a edades mayores al modelo se podrá verificar y en su caso rectificar la tendencia del crecimiento proyectada en altura dominante hasta el momento. Comparativamente, se determinó que en otras regiones de América tropical existe mayor crecimiento en altura dominante y calidades de sitio superiores respecto a las plantaciones analizadas. Esto es relevante para la planeación del proyecto a largo plazo ya que en este punto y con datos de inventario se puede mapear y clasificar de mejor manera la productividad de los sitios.

### 3.7. LITERATURA CITADA

- Assmann, E. 1970. The principles of forest yield study. Pergamon Press Ltd. Oxford, England. 506 p.
- Bahadur, B. C. 2006. Mixed-effects modeling of shortleaf pine (*Pinus echinata* mill.) growth data. Thesis for doctor of philosophy. Oklahoma State University. USA. 168 p.
- Bermejo, I., I. Cañellas, and A. San Miguel. 2004. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. *Forest Ecology and Management* 189: 97-110.
- Chapman, D. G. 1961. Statistical problems in population dynamics. *In: Proceedings of fourth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability*. Neyman, J. (ed.) University of California Press. Berkeley, CA. pp: 153-168.
- Cieszewski, C. J., and R. L. Bailey. 2000. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science* 46: 116-126.
- Cieszewski, C. J., and I. E. Bella. 1989. Polymorphic height and site index curves for lodgepole pine in Alberta. *Canadian Journal of Forest Research* 19: 1151-1160.
- Cieszewski, C. J., and M. Strub. 2008. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. *Forest Science* 54: 303-315.
- Clutter, J. L., J. C. Forston, L. V. Pienaar, G. H. Brister, and R. L. Bailey. 1983. *Timber Management: A Quantitative Approach*. John Wiley & Sons, Inc. New York. 333 p.
- De los Santos-Posadas H. M., M. Montero-Mata, y M. Markku. 2006. Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. *Agrociencia* 40: 521-532.
- Diéguez-Aranda, U., H. E. Burkhart, and R. L. Amateis. 2006. Dinamic site model for Loblolly Pine (*Pinus taeda* L.) plantations in the United States. *Forest Science* 52: 262-272.
- Diéguez-Aranda, U., A. Rojo A., F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez G., M. Barrio-Anta, F. Crecente-Campo, J. M. González, C. Pérez-Cruzado, R. Rodríguez S., C. A. López-Sánchez, M. Á. Balboa-Murias, J. J. Gorgoso V., y F. Sánchez R. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Unidad de Gestión Forestal Sostenible. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Santiago de Compostela. Galicia, España. 259 p.



- Fang, Z., and R. L. Bailey. 2001. Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *Forest Science* 47: 287-300.
- Jerez-Rico, M., A. Y. Moret-Barillas, O. E. Carrero-Gómez, R. E. Macchiavelli, y A. M. Quevedo-Rojas. 2011. Curvas de índice de sitio basadas en modelos mixtos para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L. F.) en los Llanos de Venezuela. *Agrociencia* 45: 135-145.
- Keogh, M. R. 1982. Teak (*Tectona grandis* Linn. F.) provisional site classification chart for the Caribbean, Central America, Venezuela and Colombia. *Forest Ecology and Management* 4: 143-153.
- Korf, V. 1939. A mathematical definition of stand volume growth law. *Lesnicka Prace* 18: 337-379.
- Montero M., M., L. Ugalde, y M. Kanninen. 2001. Relación del índice de sitio con los factores que influyen en el crecimiento de *Tectona grandis* L. F. y *Bombacopsis quinata* (Jacq.) Dugand, en Costa Rica. *Revista Forestal Centroamericana* 35: 13-18.
- Monteuuis, O., D. K. Goh, Ch. Garcia, D. Alloysius, J. Gidiman, R. Bacilieri, and G. Chaix. 2011. Genetic variation of growth and tree quality traits among 42 diverse genetic origins of *Tectona grandis* planted under humid tropical conditions in Sabah, East Malaysia. *Tree Genetics & Genomes* 7: 1263-1275.
- Mora F. y V. Meza. 2004. Comparación del crecimiento en altura de la teca (*Tectona grandis*) en Costa Rica con otros trabajos previos y con otras regiones del mundo. Seminario y grupo de discusión virtual en teca (*Tectona grandis* L.). Heredia, Costa Rica. Documento en línea, URL <http://www.una.ac.cr/inis/teca/> Consultado el 26/08/2012.
- Pinheiro, J. C., and D. M. Bates. 2000. *Mixed Effects Models in S and S-plus*. Springer. New York. USA. 528 p.
- R Development Core Team. 2009. *R: a language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>
- Richards, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany* 10: 290-300.
- SAS Institute Inc. 2008. *SAS/STAT® 9.2 User's Guide*. Cary, NC: SAS Institute Inc.

## CAPÍTULO IV

### 4. SISTEMA EXPLÍCITO DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE PARA PLANTACIONES DE *Tectona grandis* EN CAMPECHE, MÉXICO

#### 4.1. RESUMEN

Se desarrolló un sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) explícito para plantaciones de *Tectona grandis* L. f. (teca) establecidas en Campeche, México. El SCRM es un conjunto de ecuaciones dinámicas en diferencia algebraica que fue ajustado usando datos bajo un arreglo en pares no traslapados provenientes de una red de parcelas permanentes con remediciones. También se construyó un diagrama para el manejo de la densidad basado en Reineke. La selección de cada componente del SCRM se basó en un análisis de la bondad de ajuste y en un análisis gráfico para comparar la similitud entre el patrón generado y la tendencia observada, buscando un compromiso entre consideraciones estadísticas y patrones biológicamente realistas. La mortalidad se hace específica por densidad de plantación inicial siendo además sensible al índice de sitio. Los sistemas de crecimiento seleccionados para el área basal y el volumen por hectárea son tipo Schumacher. A la edad del turno planeado de 19 años y con un índice de sitio de 18 m (edad de referencia de 7.5 años), se estiman rendimientos de 152.75, 136.86 y 113.12 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> para la plantación a nivel general, así como para las densidades de 1,250 y 816 pl ha<sup>-1</sup> respectivamente. El diagrama de densidad generado sugiere aplicar tres aclareos para la densidad de plantación inicial de 1,250 pl ha<sup>-1</sup> y dos aclareos para la densidad de 816 pl ha<sup>-1</sup>, alcanzando en ambos casos una densidad final de 200 árboles ha<sup>-1</sup> con un diámetro cuadrático promedio de 39 cm en la cosecha final.

Palabras clave: plantaciones de teca, modelos de predicción y proyección, mortalidad, área basal, volumen, índice de densidad de rodal.

## 4.2. ABSTRACT

An explicit growth and yield system (G&YS) was developed for *Tectona grandis* L. f. (teak) plantations established in Campeche, Mexico. The G&YS is a set of algebraic difference dynamic equations fitted with non-overlapping pairs obtained from a network of permanent plots. A stand density management diagram based on Reineke index was also generated. The selection of each component of the G&YS was based on a goodness of fit analysis and a graphical analysis that compares the similarity between observed and fitted patterns, looking for a compromise between statistical considerations and biologically realistic behavior. The mortality function is affected by initial planting density and is sensitive to site index. Schumacher-type models were selected to fit growth systems for basal area and volume per hectare. Estimated yields of 152.75, 136.86 and 113.12 m<sup>3</sup> per hectare at a general level, as well as for 1,250 and 816 plants per hectare respectively were estimated at rotation age (19 years) while considering a 18 m site index (reference age equal to 7.5 years). The built stand density management diagram suggest applying three thinnings for the initial density of 1,250 plants per hectare and two thinnings for the density of 816 plants per hectare; for both cases a final density of 200 trees per hectare with a quadratic mean diameter of 39 cm is expected at final harvest age.

Key words: Teak plantations, prediction and projection models, mortality, basal area, volume, stand density index.

### 4.3. INTRODUCCIÓN

*Tectona grandis* L. f. (teca) es una especie forestal maderable plantada a gran escala en los trópicos del mundo. Para el año 2004 se había plantado en alrededor de 6 millones de hectáreas, lo que representaba 24% de su área de distribución natural; 3% de ésta superficie se ubicaba en América tropical (Prasad y Vanlalremkimi, 2008). En México, en 2012 la superficie plantada de teca alcanzó 18,009 hectáreas, ocupando el quinto lugar en importancia y manteniendo una tendencia creciente (CONAFOR, 2012). Su madera tiene alta demanda en el mercado internacional gracias a sus excelentes propiedades tecnológicas, llegando a ser considerada por algunos expertos como la madera más valiosa del mundo (Hallett *et al.*, 2011).

Al iniciar el siglo XXI, México buscó reactivar su industria forestal fomentando el establecimiento de plantaciones forestales comerciales (PFC) a escala industrial con especies de rápido crecimiento. Actualmente la mayoría de las plantaciones de teca establecidas se encuentran en etapa de desarrollo, esperando ser cosechadas para uso industrial. Esta situación demanda generar con urgencia herramientas técnicas para estimar su crecimiento y rendimiento maderable, así como para facilitar el manejo de la densidad. Tales herramientas deben ser desarrolladas considerando las condiciones edáficas, climáticas y silvícolas particulares de las regiones en que las PFC están establecidas.

La importancia económica que representa el volumen a nivel de rodal lo convierte en la variable de mayor interés para el administrador e inversionista forestal. El volumen por hectárea es función de otras variables de totalidad del rodal (altura dominante, densidad, área basal) que en combinación conforman un sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM). La forma de estimar el volumen como un grupo de variables interrelacionadas es más fiable, flexible y realista, ya que en las variables involucradas se trabaja con modelos dinámicos de crecimiento que permiten realizar simulaciones ante diferentes alternativas de manejo silvícola y evaluar su efecto en términos de crecimiento y rendimiento. Los SCRM se recomiendan para el manejo de las PFC debido a que representan un compromiso entre generalidad de aplicación y precisión estadística, además son de utilidad práctica debido a que son relativamente sencillos de implementar (Torres y Magaña, 2005).

En el manejo de las PFC también es de particular interés determinar el momento en que empieza el autoaclareo como resultado de la mortalidad por competencia extrema (Comeau *et*

al., 2010). Reineke (1933) desarrolló un índice de densidad relativa (IDR) a partir del cual se genera un diagrama o guía para el manejo de la densidad (DMD) que en términos prácticos y operativos representa una herramienta silvícola cuantitativa que permite diagnosticar el estado de una plantación con el propósito de manejar la densidad mediante la prescripción de aclareos en tiempo e intensidad de acuerdo al producto predefinido a obtener. El DMD también es útil para validar el SCRM que se desarrolle para una determinada especie (Pretzsch, 2009).

El objetivo en este estudio fue desarrollar un sistema de crecimiento y rendimiento maderable explícito integrado por modelos de altura dominante, de mortalidad y de área basal, con base en ecuaciones dinámicas generadas a partir del enfoque de diferencia algebraica, para estimar el volumen por hectárea a nivel global y diferenciando tanto por densidad de plantación inicial como por sitio de plantación para *Tectona grandis* L. f. (teca) establecida en Campeche, México. Adicionalmente generar una guía para el manejo de la densidad con base en el índice de densidad de Reineke para prescribir regímenes de aclareos. Las herramientas silvícolas construidas permitirán al gerente forestal diseñar estrategias de manejo silvícola y le apoyarán en la toma de decisiones en la administración técnica de las plantaciones.

#### **4.4. MATERIALES Y MÉTODOS**

Se utilizó información dasométrica de plantaciones de teca establecidas en el Valle de Edzná del estado de Campeche, México. La base de datos se conformó por mediciones de la edad (E) de la plantación en meses, altura total de los árboles (H) en m, el diámetro normal (DN) de los árboles en cm y la densidad de plantas vivas por parcela (N), recolectadas en parcelas permanentes. El clima de la zona corresponde a un cálido subhúmedo con lluvias en verano, con temperatura promedio anual de 26.6 °C, precipitación promedio anual es de 1,094.7 mm, con seis meses de sequía de diciembre a mayo y ocurrencia de vientos dominantes en invierno y verano con ráfagas máximas de hasta 60 km hr<sup>-1</sup>. Se trabajó con plantaciones distribuidas en cuatro diferentes sitios de plantación identificados como I, II, III y IV, establecidas con la misma fuente de semilla y con técnicas similares de preparación del sitio, método de plantación y técnicas de manejo silvícola. Las densidades iniciales fueron de 1,250 y 816 plantas por hectárea (pl ha<sup>-1</sup>), con espaciamientos de 4 x 2 y 3.5 x 3.5 m respectivamente. Las parcelas se establecieron cubriendo la totalidad de las condiciones de plantación en términos de edad, densidad y calidad de sitio. La superficie de las parcelas fue de 800 y 1,225 m<sup>2</sup> para el menor y

mayor espaciamiento respectivamente, abarcando 100 árboles por parcela. Las mediciones se efectuaron anualmente a partir del primer año del establecimiento de la plantación, pero con diferentes intervalos de medición ya que no se midieron en el mismo mes. La edad de plantación varió de 12 a 96 meses, se tuvieron mediciones repetidas en un rango de 1 a 9 para las diferentes parcelas. Como el número de observaciones difirió entre parcelas, la información se trabajó como datos de tipo longitudinal con observaciones irregularmente espaciadas en el tiempo.

A partir de las variables dasométricas básicas se estimó la altura dominante ( $A=Y$ ), el número total de árboles ( $N$ ), el área basal total ( $B$ ) y el volumen total ( $V$ ) para cada parcela, posteriormente se extrapoló a nivel hectárea. Para generar modelos de predicción y proyección mediante funciones en diferencia algebraica, se usaron 388 parcelas con las que se generó una base de datos arreglada en pares no traslapados. Para estimar el volumen total a nivel de árbol individual ( $v$ ) se usó el modelo de Schumacher-Hall contenido en la función de volumen comercial reportada por Fang *et al.* (2000) (Capítulo I de esta tesis), quedando expresado como  $v = 0.000059DN^{1.866203}H^{0.932461}$ . La altura dominante se definió como:  $Y = \exp(X_0)(1 - \exp(-B_2t))^{(B_3/X_0)}$ , donde  $X_0 = 0.5(\ln(Y_0) + R_0)$ , siendo  $R_0 = \sqrt{\ln(Y_0)^2 - 4B_3L_0}$ ,  $L_0 = \ln(1 - \exp(-B_2t_0))$ ,  $B_2$  y  $B_3$  son parámetros cuyos valores varían para la plantación global y por sitio de plantación (Capítulo II de esta tesis). La estructura del SCRM que se trabajó tiene la siguiente forma general:  $A = f(E)$ ,  $N = g(E, A)$ ,  $B = h(E, A, N)$  y  $V = j(E, A, N, B)$ .

Para generar el modelo de mortalidad, la totalidad de los datos del número de árboles por hectárea se agruparon por densidad de plantación inicial y se ajustaron probando diferentes modelos de mortalidad en forma de diferencia algebraica derivados de las ecuaciones diferenciales reportadas por Rose *et al.* (2004), Diéguez-Aranda *et al.* (2005) y Zhao *et al.* (2007). Las ecuaciones diferenciales que dieron lugar a los modelos que se ajustaron son de la forma:  $\frac{dN/dE}{N} = \alpha N^\beta f_1(IS) f_2(E)$  y  $\frac{dN/dE}{N} = \alpha N^\beta (f_1(IS) + f_2(E))$ , donde IS es el Índice de sitio. El efecto del IS se asumió como una función de la forma  $f_1(IS) = \gamma_0 + \gamma_1 IS$  y el efecto de la edad como  $f_2(E) = E^\delta$ ,  $f_2(E) = \delta^E$  o  $f_2(E) = \delta/E$ . La combinación de  $\beta=0$  o  $\beta \neq 0$  con las diferentes formas para la E e IS genera una alta diversidad de modelos, un análisis preliminar con los datos observados, sugirió probar seis modelos (Cuadro 4.1).

El ajuste de los modelos de mortalidad con los datos en el arreglo referido se realizó mediante mínimos cuadrados no lineales utilizando el procedimiento MODEL del paquete estadístico SAS/ETS® (Statistical Analysis System Institute Inc., 2008). Se seleccionó como el mejor modelo aquel cuyos parámetros resultaron con la mayor significancia estadística y que comparativamente mantuvo el más alto compromiso entre estadísticos de bondad de ajuste aceptables y un comportamiento biológico razonable. Se analizó y comprobó gráficamente que las tendencias de las curvas generadas por cada modelo siguieran y se sobrepusieran a las trayectorias observadas de la reducción del número de árboles con respecto a la edad. Los criterios de bondad de ajuste fueron el coeficiente de determinación corregido por el número de parámetros, el sesgo, la raíz del error cuadrático medio y el criterio de información de Akaike descritos en el Capítulo I.

Cuadro 4.1. Modelos de mortalidad en diferencia algebraica ajustados y su correspondiente ecuación diferencial.

Condiciones	Ecuación diferencial	Ecuación en diferencia algebraica	Modelo
$\beta=0$ $f(IS) = 1$	$\frac{dN/dE}{N} = \alpha$	$N_2 = N_1 e^{b_1(E_2-E_1)}$	M1
$\beta \neq 0$ $f(IS) = 1$	$\frac{dN/dE}{A} = \alpha N^\beta$	$N_2 = \left( N_1^{b_1} + b_2(E_2 - E_1) \right)^{1/b_1}$	M2
$\beta \neq 0$ $f(IS) = \gamma_0 + \gamma_1 IS$	$\frac{dN/dE}{N} = b_1 + b_2 IS$	$N_2 = N_1 e^{(b_1 + b_2 IS)(E_2 - E_1)}$	M3
$\beta \neq 0$ $f(IS) = \gamma_1 / IS$	$\frac{dN/dE}{N} = \frac{\alpha N^\beta E^\delta}{IS}$	$N_2 = \left( N_1^{b_1} + \frac{b_2}{IS} b_2 (E_2^{b_3} - E_1^{b_3}) \right)^{1/b_1}$	M4
$\beta=0$ $f(IS) = \gamma_1 IS$	$\frac{dN/dE}{N} = \alpha IS$	$N_2 = N_1 e^{b_1 IS(E_2 - E_1)}$	M5
$\beta=0$ $f(IS) = \gamma_1 IS$	$\frac{dN/dE}{N} = \alpha IS \delta^E$	$N_2 = N_1 e^{b_1 IS(b_2^{E_2} - b_2^{E_1})}$	M6

Para construir el sistema de crecimiento en área basal, conformado por un modelo de predicción y uno de proyección, se ajustaron diferentes sistemas que usan como ecuación base al modelo tipo Schumacher (Schumacher, 1939; Kotze, 2003). Los parámetros del modelo se relacionaron con las variables altura dominante y número de árboles tanto en la asíntota como en la tasa de crecimiento. Un análisis preliminar sugirió a probar los sistemas que se presentan en el Cuadro 4.2. En todos los casos el modelo de proyección se obtuvo de aplicar diferencia

algebraica a partir del parámetro asintótico  $C_0$  considerado como libre y que teóricamente depende de la calidad de estación.

Cuadro 4.2. Sistemas de crecimiento y rendimiento en área basal ajustados a los datos observados.

Modelo de predicción	Modelo de proyección	Sistema
$B_1 = e^{C_0} A_1^{C_1} e^{C_2/E_1}$	$B_2 = B_1 \frac{A_2^{C_1} e^{-C_2/E_2}}{A_1^{C_1} e^{-C_2/E_1}}$	S1
$B_1 = e^{C_0} A_1^{C_1} e^{(C_2+C_3N_1)/E_1}$	$B_2 = B_1 \frac{A_2^{C_1} e^{(C_2+C_3N_2)/E_2}}{A_1^{C_1} e^{(C_2+C_3N_1)/E_1}}$	S2
$B_1 = e^{C_0} A_1^{C_1} e^{(C_2+C_3N_1+C_4A_1)/E_1}$	$B_2 = B_1 \frac{A_2^{C_1} e^{(C_2+C_3N_2+C_4A_2)/E_2}}{A_1^{C_1} e^{(C_2+C_3N_1+C_4A_1)/E_1}}$	S3

Para construir el sistema de crecimiento en volumen se usó un enfoque similar al ajuste del sistema para área basal con base en el modelo tipo Schumacher (Schumacher, 1939), debido a que éste tipo de modelo inicialmente se desarrolló precisamente para relacionar el volumen con la edad y a que posee alta habilidad predictiva. Un análisis previo sugirió analizar los sistemas que se muestran en el Cuadro 4.3, ya que se adecuaron más a las trayectorias de volumen observadas describiendo una curva sigmoideal.

Cuadro 4.3. Sistemas de crecimiento y rendimiento de volumen ajustados a los datos observados.

Modelo de predicción	Modelo de proyección	Sistema
$V_1 = D_0 B_1^{D_1} A_1^{D_2} e^{D_3 N_1/E_1}$	$V_2 = V_1 \frac{B_2^{D_1} A_2^{D_2} e^{D_3 N_2/E_2}}{B_1^{D_1} A_1^{D_2} e^{D_3 N_1/E_1}}$	S1
$V_1 = D_0 B_1^{D_1} e^{-D_2/E_1} e^{(D_3 B_1/E_1 + D_4 A_1/E_1)}$	$V_2 = V_1 \frac{B_2^{D_1} e^{-D_2/E_2} e^{(D_3 B_2/E_2 + D_4 A_2/E_2)}}{B_1^{D_1} e^{-D_2/E_1} e^{(D_3 B_1/E_1 + D_4 A_1/E_1)}}$	S2
$V_1 = D_0 B_1^{D_1} A_1^{D_2} N_1^{D_3} e^{(D_4 A_1/E_1 + D_5 N_1/E_1)}$	$V_2 = V_1 \frac{B_2^{D_1} A_2^{D_2} N_2^{D_3} e^{(D_4 A_2/E_2 + D_5 N_2/E_2)}}{B_1^{D_1} A_1^{D_2} N_1^{D_3} e^{(D_4 A_1/E_1 + D_5 N_1/E_1)}}$	S3

Cada sistema de crecimiento para área basal y volumen fue ajustado de manera simultánea mediante la técnica de regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés) usando el procedimiento MODEL ya referido. Para seleccionar el mejor sistema de crecimiento en área basal y volumen se aplicó el mismo enfoque y criterios utilizados en la selección del modelo de mortalidad; en este caso, en la inspección gráfica se buscó que las tendencias que estiman los respectivos modelos de predicción siguieran el patrón y las trayectorias observadas.



Después de seleccionar el mejor sistema de crecimiento para área basal y volumen para toda la plantación, cada uno se ajustó incorporando variables indicadoras para evaluar el efecto de la densidad de plantación inicial en el crecimiento de ambas variables. Posteriormente, para cada densidad de plantación inicial, se evaluó el efecto a nivel de sitio de plantación (I, II, III y IV) en que se tienen clasificadas y distribuidas las plantaciones.

Para asegurar predicciones futuras precisas, se recomienda validar los modelos seleccionados con un conjunto de datos independientes o bien ajustarlos a una serie más corta de observaciones y dejar el resto para hacer validación cruzada o doble validación cruzada. Al respecto, Kozak y Kozak (2003) indican que tales métodos de validación rara vez proporcionan información adicional a los estadísticos obtenidos a partir del ajuste de los modelos que usan todas las observaciones, y debido al reducido número de las mismas para algunas parcelas y edades, en este caso se usó la totalidad de los datos disponibles en todos los ajustes, lo que permitió obtener estimaciones más precisas de los parámetros que si solo se usara una porción de ellos. Hasta que se disponga de un nuevo conjunto de datos independiente con nuevas observaciones se estará en condiciones de realizar una validación en estricto.

Con los modelos dinámicos de crecimiento seleccionados para cada variable de totalidad de rodal a nivel global, a nivel de densidad de plantación inicial y a nivel de sitio de plantación, se realizó una simulación en la que se calculó el valor de cada variable a diferentes edades y hasta el turno planeado a 19 años. Se construyeron curvas de crecimiento del volumen total por hectárea con corteza para tres calidades de índice sitio (12, 15 y 18 m) con edad de referencia de 7.5 años. Con las ecuaciones dinámicas generadas, y conociendo el índice de sitio particular, es posible construir curvas de crecimiento locales para cada lote de manejo específico en que se tenga clasificada a la plantación. El SCRM general se validó como lo sugiere Pretzsch (2009) usando el diagrama para el manejo de la densidad construido con base en el IDR de Reineke.

Para construir el diagrama de manejo de la densidad con base en el IDR de Reineke, se seleccionaron 127 pares de observaciones tamaño-densidad de parcelas no aclareadas que se encontraban bajo máxima densidad. Éstas fueron usadas para ajustar la función definida por Reineke (1933) como  $N=\alpha Dq^{-\beta}$ , siendo  $Dq$  el diámetro cuadrático,  $\alpha$  y  $\beta$  los parámetros a estimar, con esta función se definió la línea de máxima densidad (línea de autoaclareo). Los estadísticos básicos de las variables implicadas se presentan en el Cuadro 4.4. El IDR se calculó

usando la expresión  $IDR=N(Dr/Dq)^{-\beta}$ , para lo cual se fijó un valor de 15 cm para el diámetro cuadrático de referencia (Dr) que correspondió al promedio del Dq observado. El IDR de referencia, que corresponde al número máximo de árboles que un rodal sin autoaclareo puede soportar y que equivale al 100% del IDR, se estimó sustituyendo Dq por Dr=15. El número de árboles para IDR predefinidos se estimó mediante la expresión  $N=IDR(Dq/Dr)^{-\beta}$ . Tomando como base la línea de máxima densidad se definió el equivalente a las cuatro diferentes zonas de crecimiento de Langsaeter, que conforman “fajas” de densidades relativas sobre las cuales se gestiona el manejo del rodal para cumplir el objetivo de producción de la plantación. Las zonas referidas se determinaron como un porcentaje del IDR máximo; así, la zona 1 de “subutilización del sitio” corresponde aproximadamente al 25%, la zona 2 de “transición” queda definida entre el 25-35%, la zona 3 de “máximo crecimiento por hectárea” se localiza entre el 35-60% y la zona 4 de “autoaclareo o mortalidad eminente” se ubica entre el 60-100%, empezando a ser crítica a partir del 75% (Arias, 2004).

Cuadro 4.4. Estadísticos descriptivos de las variables usadas en la función tamaño-densidad.

Variable	Mínimo	Media	Máximo	Desviación estándar
N (árboles/ha)	375	705	1,250	191
Dq (cm)	11.35	15.63	20.51	2.23
Edad (meses)	34.00	70.78	96.00	15.29

La expresión del IDR de Reineke se ajustó usando el método de mínimos cuadrados ordinarios mediante el procedimiento MODEL indicado previamente. La línea de máxima densidad se determinó desplazando en forma paralela la línea promedio que se genera del ajuste hacia el límite superior de las observaciones de más alta densidad, para ello se mantuvo fijo el valor de la pendiente y se modificó exclusivamente el intercepto. Con el DMD generado, se desarrolló un programa de aclareos para cada densidad de plantación inicial en términos de árboles removidos y su equivalente en área basal en  $m^2 ha^{-1}$ .

## 4.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Selección del modelo de mortalidad

En el Cuadro 4.5 se presentan los valores de los parámetros y estadísticos de ajuste de los modelos de mortalidad trabajados por nivel de densidad inicial de plantación. Para la densidad de 1,250 pl  $ha^{-1}$ , a pesar de que los modelos M2 y M4 presentan los mejores valores en los criterios de bondad de ajuste, las curvas de mortalidad promedio no se sobreponen a la tendencia de

mortalidad observada. El modelo M3 tiene estadísticos de ajuste pobres y proyecta valores ilógicos de densidad, por ello también fue descartado. En cambio el modelo M5 presenta estadísticos de ajuste intermedios que se consideran aceptables, sobre todo en el sesgo y la precisión dada por la raíz del error cuadrático medio; la tendencia de la curva que genera sigue de mejor manera el patrón observado, por lo que se seleccionó para estimar la reducción en el número de árboles por hectárea.

El modelo M5 explica 72% de la variabilidad total presente y es parsimonioso con solo un parámetro altamente significativo que está relacionado para considerar el efecto del índice de sitio de manera directamente proporcional en una función de IS sin intercepto, característica relevante que permite comparar el decrecimiento de la densidad entre diferentes calidades de estación. El segundo mejor modelo que describe la tendencia referida es el M6 cuya tasa relativa de cambio en el número de árboles es proporcional a la función exponencial de la edad y restringida para  $\beta=0$ , resultando con alta significancia en sus dos parámetros y también considera el efecto del índice de sitio. Aun cuando el modelo M1 presenta los más bajos valores en los criterios de ajuste, la curva promedio de mortalidad que describe se apega a los datos observados, razón por la que puede considerarse como modelo plausible de utilizarse cuando no se conoce el índice de sitio.

Para la densidad de 816 pl ha<sup>-1</sup> los modelos presentaron comportamientos similares a los descritos con anterioridad, los mejores modelos seleccionados también fueron el M5 y el M6, aunque en este caso comparativamente el sesgo aumentó, probablemente debido al menor número de observaciones y a que al rango de edad trabajado fue más estrecho. El modelo M1 aun con el inconveniente señalado puede considerarse alternativo para estimar la tasa relativa de cambio en el número de árboles por hectárea.

Cuadro 4.5. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los modelos de mortalidad por densidad.

Densidad	Modelo	Parámetro	Valor	R <sup>2</sup> <sub>adj</sub>	Sesgo	RECM	AIC
1,250 pl ha <sup>-1</sup>	M1	b <sub>1</sub>	-0.01178	0.7233	6.5758	124.8001	12,415.31
	M2	b <sub>1</sub>	-4.64373	0.7735	-6.2853	112.9333	12,158.32
		b <sub>2</sub> *	8.96E-16				
	M3	b <sub>1</sub>	-0.00266	0.7250	6.3803	124.4228	12,408.52
		b <sub>2</sub>	-0.0007				
	M4	b <sub>1</sub>	-12.0673	0.7825	-13.5445	110.6488	12,107.76
		b <sub>2</sub>	7.83E-42				
		b <sub>3</sub>	4.073067				
	M5	b <sub>1</sub>	-0.00089	0.7251	6.1007	124.4101	12,407.26
	M6	b <sub>1</sub>	0.981012	0.7380	5.5050	121.4420	12,346.15
		b <sub>2</sub>	0.108135				
	816 pl ha <sup>-1</sup>	M1	b <sub>1</sub>	-0.00606	0.7619	-5.3107	68.7812
M2		b <sub>1</sub> *	8.96E-16	0.7342	-15.6720	72.6715	2,281.12
		b <sub>2</sub>	2.36E-17				
M3		b <sub>1</sub>	-0.02208	0.7943	-3.8836	63.9327	2,213.96
		b <sub>2</sub>	0.001297				
M4		b <sub>1</sub>	-5.04E-07	0.7870	-2.0679	65.1683	2,225.13
		b <sub>2</sub>	9.84E-07				
		b <sub>3</sub>	0.3235				
M5		b <sub>1</sub>	-0.00041	0.7342	-12.5667	72.6705	2,225.13
M6		b <sub>1</sub>	0.988311	0.7336	-12.6776	72.7442	2,282.65
		b <sub>2</sub>	0.046581				

\*: El resultado del ajuste mejoró cuando este parámetro se fijó con el valor indicado.

El comportamiento gráfico del modelo M5 seleccionado por tipo de densidad se muestra en la Figura 4.1. Para un índice de sitio dado, después de los 50 meses de edad, la tasa de mortalidad es comparativamente mayor para la densidad más alta. Tal modelo sugiere que la mortalidad aumenta ligeramente al incrementar el índice de sitio, resultado que coincide con el patrón de mortalidad observado por Álvarez-González *et al.* (2004) para rodales naturales de *Pinus radiata* en España, al determinado por Diéguez-Aranda *et al.* (2005) para plantaciones de *Pinus sylvestris* en España y al reportado como Zhao *et al.* (2007) para plantaciones de *P. taeda* en Estados Unidos, quienes señalan que la mortalidad por competencia se presenta a edades más tempranas en las mejores calidad de sitio y que esta tendencia puede parcialmente atribuirse a la mayor competencia local que se presenta en las mejores calidades, a la disponibilidad de

nutrimentos claves y a las diferencias en el drenaje del suelo. De esta forma, el modelo seleccionado queda expresado en la manera siguiente:

Para densidad de 1,250 pl ha<sup>-1</sup>

$$N_2 = N_1 e^{-0.000891S(E_2 - E_1)}$$

Para densidad de 816 pl ha<sup>-1</sup>

$$N_2 = N_1 e^{-0.000411S(E_2 - E_1)}$$

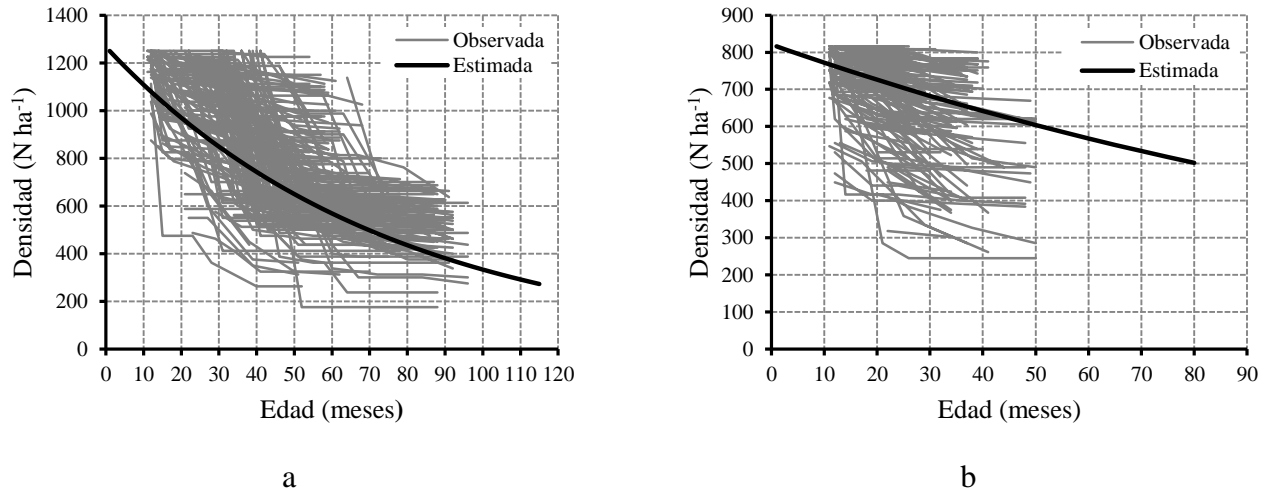


Figura 4.1. Tendencia promedio de mortalidad ajustada para densidad de 1,250 pl ha<sup>-1</sup> con espaciamiento 4 x 2 m (a) y para 816 pl ha<sup>-1</sup> con espaciamiento 3.5 x 3.5 m (b).

### Selección del sistema de crecimiento para área basal

El ajuste simultáneo de los sistemas de crecimiento en área basal se presenta en el Cuadro 4.6. Aunque comparativamente en todos los casos los parámetros resultaron estadísticamente significativos y con aceptables  $R^2$  ajustadas, los estadísticos muestran que el sistema S3 presenta la más alta precisión y el menor sesgo. Además, el modelo de proyección ( $B_2$ ) del sistema S3 muestra el más alto valor en la  $R^2$  ajustada y el menor valor en el criterio de información de Akaike, lo que garantiza proyecciones más sólidas de área basal a una edad futura. Bajo los mismos argumentos, el segundo mejor sistema resultó ser el S2. Una comparación gráfica de los modelos de predicción de los tres sistemas (Figura 4.2), usando el índice de sitio de 15 m (a una edad de referencia de 7.5 años) considerado como promedio para la plantación de teca en general, muestra que los modelos de predicción de los sistemas S2 y S3 reproducen un patrón muy similar en el rango de edad observado, fuera de éste el modelo del sistema S3 estima valores de área basal comparativamente mayores que van en concordancia con las tendencias crecientes observadas, razón por la que se considera como el sistema más apropiado para predecir y proyectar el crecimiento en área basal de las plantaciones de teca en la zona de estudio.

Cuadro 4.6. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los sistemas de crecimiento en área basal.

Sistema	Modelo	RECM	Sesgo	R <sup>2</sup> <sub>adj</sub>	AIC	Parámetro estimado	Error estándar	Significancia
S1	B <sub>1</sub>	1.5718	-0.4776	0.8037	2835.4	C <sub>0</sub> =0.313606	0.0660	<.0001
	B <sub>2</sub>	1.1151	0.2974	0.9208	1428.2	C <sub>1</sub> =1.031216	0.0224	<.0001
						C <sub>2</sub> =6.069035	0.7327	<.0001
S2	B <sub>1</sub>	1.2047	-0.3498	0.8847	1667.5	C <sub>0</sub> =-0.47840	0.0555	<.0001
	B <sub>2</sub>	0.9176	0.1447	0.9464	968.3	C <sub>1</sub> =1.186046	0.0193	<.0001
						C <sub>2</sub> =-36.2516	1.1004	<.0001
						C <sub>3</sub> =0.027658	0.0008	<.0001
S3	B <sub>1</sub>	1.2150	-0.3338	0.8827	1696.3	C <sub>0</sub> =-0.65399	0.0738	<.0001
	B <sub>2</sub>	0.9099	0.1231	0.9472	952.9	C <sub>1</sub> =1.278159	0.0314	<.0001
						C <sub>2</sub> =-33.6374	1.3842	<.0001
						C <sub>3</sub> =0.028354	0.0008	<.0001
						C <sub>4</sub> =-0.51966	0.1409	0.0002

Considerando el límite superior de edad observado de 8 años y el índice de sitio promedio de 15 m (edad de referencia de 7.5 años), el modelo de predicción seleccionado estima 12.3 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> de área basal, la cual comparativamente es inferior a la reportada por Bermejo *et al.* (2004) quienes usando un índice de sitio promedio de 21 m (edad de referencia de 10 años) que es equivalente en incremento medio al IS 15 m usado en la zona, predicen 16.9 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> a los 8 años en plantaciones de teca en la costa pacífica de Costa Rica. También es inferior a la estimada por Pereira *et al.* (2008) en plantaciones de teca con 8 años de edad en la región de Mato Grosso, Brasil, quienes con un índice de sitio de 10.5 m (edad de referencia de 4 años) estimaron 30.5 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup>, aunque el modelo que usaron no contiene de manera implícita una función de mortalidad.

Por otra parte, el área basal para la condición promedio referida, fuera del rango de edad observado y próximo al turno proyectado en 19 años, se estima en 17 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup>, la cual aunque es biológicamente razonable se considera conservadora de acuerdo a las trayectorias y tendencias observadas, misma que puede rectificarse al incorporar nuevas observaciones con edades mayores conforme evolucione la plantación con el tiempo. Comparativamente, para las localidades y condiciones de índice de sitio previamente indicadas, tal estimación es ligeramente inferior a la reportada por Bermejo *et al.* (2004) de 17.4 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> a los 20 años de edad de la plantación. Tales diferencias pueden atribuirse en parte a las diferentes condiciones de

crecimiento producto de la combinación de varios factores biofísicos y a diferencias en las prácticas de manejo implementadas.

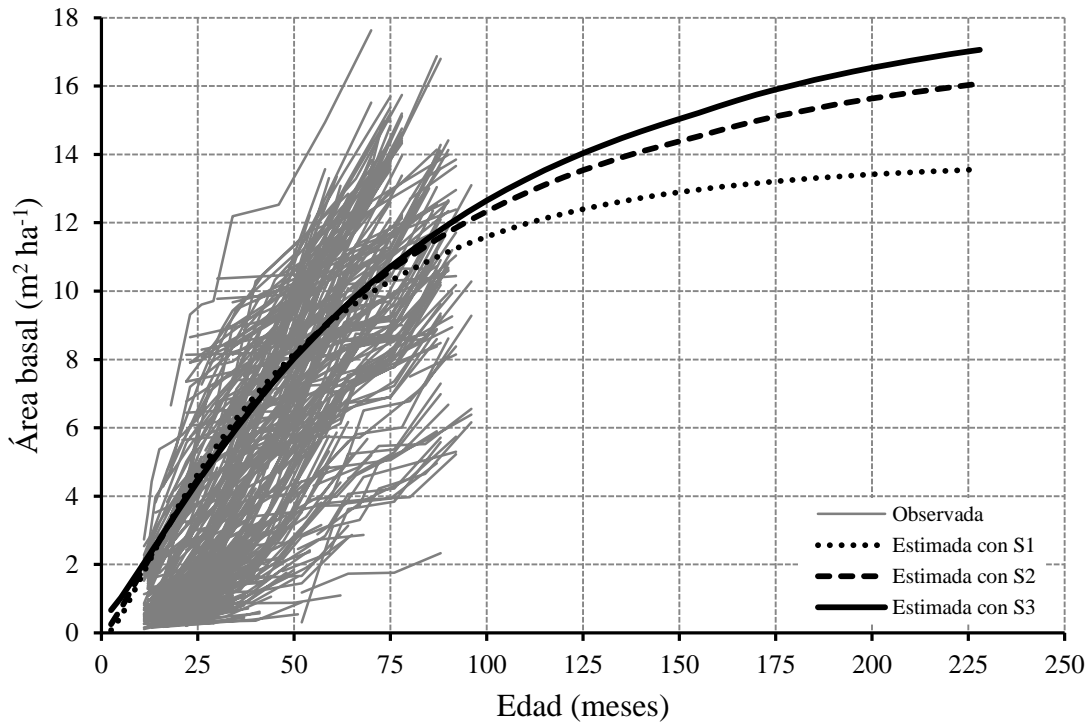


Figura 4.2. Comparativo del crecimiento en área basal estimada con los modelos de predicción de los sistemas ensayados para el índice de sitio promedio de 15 m.

### Selección del sistema de crecimiento para volumen

El ajuste simultáneo de los sistemas de crecimiento en volumen se presenta en el Cuadro 4.7. Una comparación gráfica de los modelos de predicción de los tres sistemas que se presenta en la Figura 4.3, con el índice de sitio promedio de 15 m, revela que en el rango de edad observado, los tres modelos de predicción describen un patrón casi idéntico entre ellos y apegado a la condición promedio observada. Fuera del rango de edad observado los modelos de predicción S1 y S3 presentan patrones más consistentes con las trayectorias crecientes observadas. Comparando ambos se seleccionó al sistema S1 como el mejor, tanto para predecir como para proyectar el crecimiento en volumen de plantaciones de teca en general en la zona de estudio, teniendo la ventaja adicional de ser parsimonioso con solo cuatro parámetros. El sistema S2 tiende a realizar predicciones que comparativamente son inferiores y más conservadoras, por lo que se descarta para describir el crecimiento en volumen.

Cuadro 4.7. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los sistemas de crecimiento en volumen.

Sistema	Modelo	RECM	Sesgo	R <sup>2</sup> <sub>adj</sub>	AIC	Parámetro estimado	Error estándar	Significancia
S1	V <sub>1</sub>	1.0333	-0.0850	0.9971	1228.0	D <sub>0</sub> =0.943286	0.01930	<.0001
	V <sub>2</sub>	1.2548	-0.1962	0.9971	1808.1	D <sub>1</sub> =1.034274	0.00519	<.0001
						D <sub>2</sub> =0.636922	0.01120	<.0001
						D <sub>3</sub> =0.000251	0.00013	0.0445
S2	V <sub>1</sub>	1.0943	-0.0694	0.9968	1377.2	D <sub>0</sub> =2.085816	0.03310	<.0001
	V <sub>2</sub>	1.4213	-0.1890	0.9962	2319.1	D <sub>1</sub> =1.371174	0.00720	<.0001
						D <sub>2</sub> =9.766170	0.35020	<.0001
						D <sub>3</sub> =-1.82320	0.05240	<.0001
						D <sub>4</sub> =2.471863	0.04340	<.0001
S3	V <sub>1</sub>	0.8635	-0.0718	0.9980	860.4	D <sub>0</sub> =1.512010	0.06890	<.0001
	V <sub>2</sub>	1.1656	-0.0988	0.9975	1561.2	D <sub>1</sub> =1.092857	0.00561	<.0001
						D <sub>2</sub> =0.471515	0.01230	<.0001
						D <sub>3</sub> =-0.044420	0.00583	<.0001
						D <sub>4</sub> =0.613020	0.02480	<.0001
						D <sub>5</sub> =-0.002390	0.00020	<.0001

Considerando el IS promedio de 15 m, la plantación de teca en general tiene un rendimiento en volumen de 71.8 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> a los 8 años. A la misma edad y con un IS equivalente en incremento medio al usado en este estudio, el rendimiento es ligeramente inferior al reportado por Bermejo *et al.* (2004) de 76.8 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> en plantaciones de teca de la costa del pacifico de Costa Rica. La tasa de crecimiento promedio comparativamente es inferior a la observada por Restrepo *et al.* (2012) en plantaciones de teca establecidas en la región nor-occidental de Colombia, quienes a una edad de 9.5 años cuantifican 153.4 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup>. En general, el crecimiento y rendimiento promedio en la zona de estudio a la edad de la cosecha proyectada a 19 años, es inferior a la reportada en otros países en los que teca se ha establecido como PFC (Nunifu y Murchison, 1999; Pérez y Kanninen 2005; Sunanda y Jayaraman, 2006). Las diferencias pueden deberse a que las prácticas de manejo y regímenes silviculturales que se aplican son diferentes, pero sobre todo es claro que las condiciones climáticas, edáficas, orográficas y topográficas en que se han establecido las plantaciones difieren, particularmente en los rangos de precipitación y temperatura, así como las características físicas y químicas del suelo, que al combinarse dan lugar a calidades de estación de potencial diverso. Bermejo *et al.* (2004) apuntan que las más altas tasas de crecimiento de plantaciones de teca se expresan cuando se ha realizado la correcta



y óptima selección del sitio, cumpliendo cabalmente con todos los requerimientos ecológicos para su establecimiento. Pérez y Kanninen (2005) refieren que en América tropical las plantaciones de teca que no han alcanzado las expectativas de productividad se debe a la inapropiada selección del sitio de plantación, al uso de pobre material genético y a prácticas silviculturales deficientes.

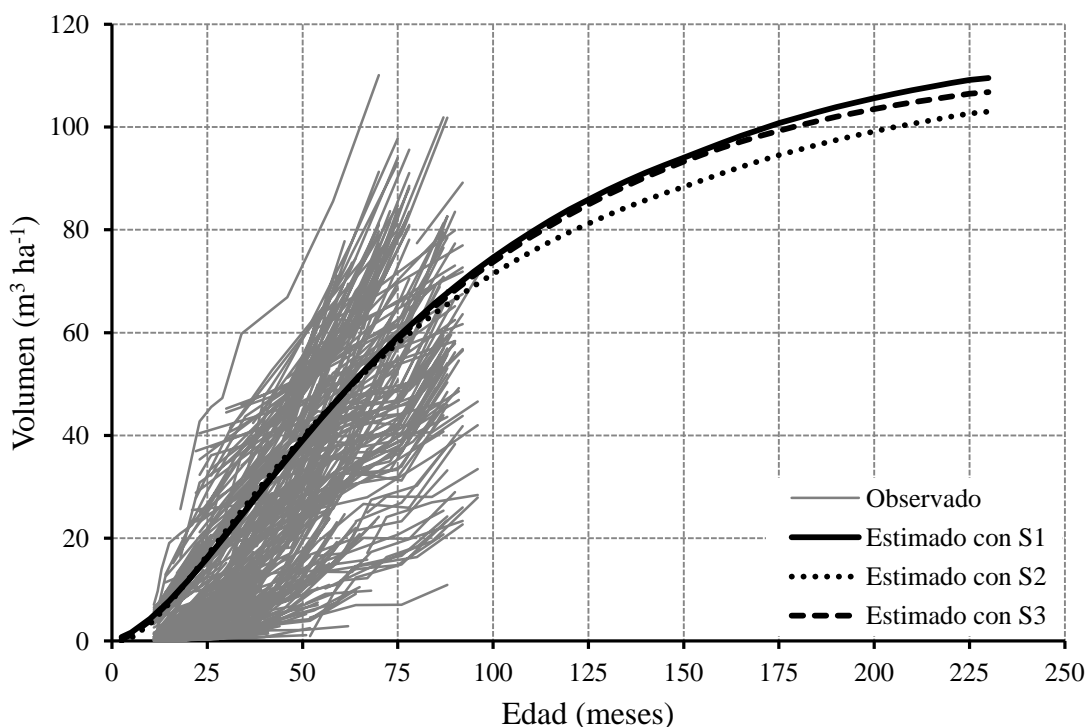


Figura 4.3. Comparativo del crecimiento en volumen estimado con los modelos de predicción de los sistemas ensayados para el índice de sitio promedio de 15.

### **Crecimiento en área basal por tipo de densidad inicial y sitio de plantación**

Los valores de los parámetros y estadísticos de ajuste para el sistema de crecimiento S3 ajustado por nivel de densidad de plantación inicial se presentan en el Cuadro 4.8, el ajuste de esta variable se realizó por separado obteniéndose un mejor comportamiento gráfico que cuando se incorporaron en el sistema variables indicadoras, que si bien con su uso se detectó efecto significativo que sugiere que en cada densidad se deben tener valores diferentes en sus parámetros, el comportamiento gráfico evidenciaba inconsistencias y comportamientos biológicos poco realistas para la densidad de 816 pl ha<sup>-1</sup>. El mejor ajuste y comportamiento gráfico de las tendencias estimadas con el modelo de predicción se obtuvo cuando el parámetro

$C_0$  se utilizó sin ser escalado por la función exponencial. De esta manera, la densidad de 1,250 pl  $ha^{-1}$  presentó comparativamente mayor crecimiento en área basal que la de 816 pl  $ha^{-1}$ , llegando a alcanzar para la mejor calidad de sitio de 18 m, un estimado de 19.0 contra 17.1  $m^2 ha^{-1}$  a la edad del turno planeado a 19 años respectivamente, pero sin llegar en ambos casos a alcanzar el estimado en 21.1  $m^2 ha^{-1}$  para la plantación de teca en general. La Figura 4.4 muestra el crecimiento de esta variable tanto para la plantación en general como por tipo de densidad.

Cuadro 4.8. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste del sistema S3 de crecimiento en área basal en  $m^2 ha^{-1}$  considerando el tipo de densidad de plantación inicial.

Densidad inicial	Modelo	RECM	Sesgo	$R^2_{adj}$	Parámetro estimado	Error estándar	Significancia
1,250 pl $ha^{-1}$	B <sub>1</sub>	1.2599	-0.2904	0.8542	$C_0=0.910589$	0.0859	<.0001
	B <sub>2</sub>	0.9568	0.1556	0.9472	$C_1=1.039485$	0.0391	<.0001
					$C_2=-51.0304$	2.3754	<.0001
					$C_3=0.032679$	0.0011	<.0001
					$C_4=0.909013$	0.1889	<.0001
816 pl $ha^{-1}$	B <sub>1</sub>	0.3783	-0.0585	0.7138	$C_0=0.251630$	0.0446	<.0001
	B <sub>2</sub>	0.5586	0.1035	0.8622	$C_1=1.513149$	0.0933	<.0001
					$C_2=-53.0825$	4.6805	<.0001
					$C_3=0.066297$	0.0050	<.0001
					$C_4=-2.10949$	0.3789	<.0001

Los resultados del ajuste del sistema S3 que considera el crecimiento en área basal diferenciando entre cuatro sitios de plantación al incluir variables indicadoras y solo considerando la densidad de plantación inicial de 1,250 pl  $ha^{-1}$  se presenta en el Cuadro 4.9. Existe evidencia que sugiere que no es posible usar un sistema de crecimiento en área basal único para todos los sitios. Los parámetros de sitio fueron expresados con una función aditiva de la forma  $C_i I_k = c_{i0} + c_{i1} I_1 + c_{i2} I_2 + c_{i3} I_3$ , donde  $I_k$  es la variable indicadora que toma el valor de 1 si las observaciones corresponden al sitio  $k$  y 0 de otra forma. Se detectó diferencia estadística significativa en el crecimiento entre los sitios I, II y IV. Aun cuando los parámetros del sistema en los sitios I y III son idénticos, el crecimiento en área basal entre estos sitios se ve afectado debido a que los parámetros de la función dinámica en DAG de altura dominante, que es una variable explicativa en el sistema S3, toman valores diferentes y en consecuencia el crecimiento en área basal es ligeramente mayor en el sitio II.

Comparativamente, el mayor crecimiento en área basal lo tiene el sitio de plantación II (Figura 4.4d), el cual a la edad de rotación de 19 años alcanza  $25.8 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$  en la mejor calidad de sitio (IS=18 m), seguido de los sitios I y III con  $22.2$  y  $20.9 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$  respectivamente. En el sitio IV se considera que se subestima el crecimiento, debido en parte a que las observaciones trabajadas se localizan en un intervalo de edad reducido. El ajuste del sistema S3 para la densidad de  $816 \text{ pl ha}^{-1}$  evaluando el efecto por sitio de plantación no se presenta debido a que el rango de edad en que se tienen las observaciones es muy reducido, lo que arroja tendencias biológicamente poco realistas. Con la incorporación de nuevas mediciones a edades mayores, sobre todo en los sitios más jóvenes, se podrá reevaluar el efecto del sitio de plantación en el crecimiento en área basal, además de verificar y en su caso ajustar la tendencia que hasta el momento los modelos específicos sugieren para la densidad de plantación inicial de  $1,250 \text{ pl ha}^{-1}$ .

Cuadro 4.9. Parámetros y estadísticos de ajuste del sistema S3 del crecimiento en área basal/ha por sitio de plantación para la densidad de  $1,250 \text{ pl ha}^{-1}$ .

Densidad	Modelo	RECM	Sesgo	$R^2_{\text{adj}}$	Parámetro estimado*	Error estándar	Significancia
1,250 pl ha <sup>-1</sup>	B <sub>1</sub>	1.0513	-0.1691	0.9398	C <sub>00</sub> =-0.79756	0.0990	<.0001
	B <sub>2</sub>	0.9126	0.0433	0.8985	c <sub>01</sub> =-0.46094	0.0883	<.0001
					c <sub>03</sub> =1.01342	0.0987	<.0001
					C <sub>20</sub> =1.27542	0.0395	<.0001
					c <sub>21</sub> =0.197731	0.0355	<.0001
					c <sub>23</sub> =-0.56452	0.0440	<.0001
					C <sub>3</sub> =-48.24700	2.1575	<.0001
					C <sub>4</sub> =0.03151	0.0010	<.0001
				C <sub>5</sub> =1.37102	0.1690	<.0001	

\*El parámetro C<sub>0</sub> para el sitio I y III es de -0.79756, para el sitio II y IV es de -1.25850 y 0.21586 respectivamente. El parámetro C<sub>1</sub> es de 1.27542 para los sitios I y III, es de 1.47315 y 0.71090 para los sitios II y IV respectivamente.

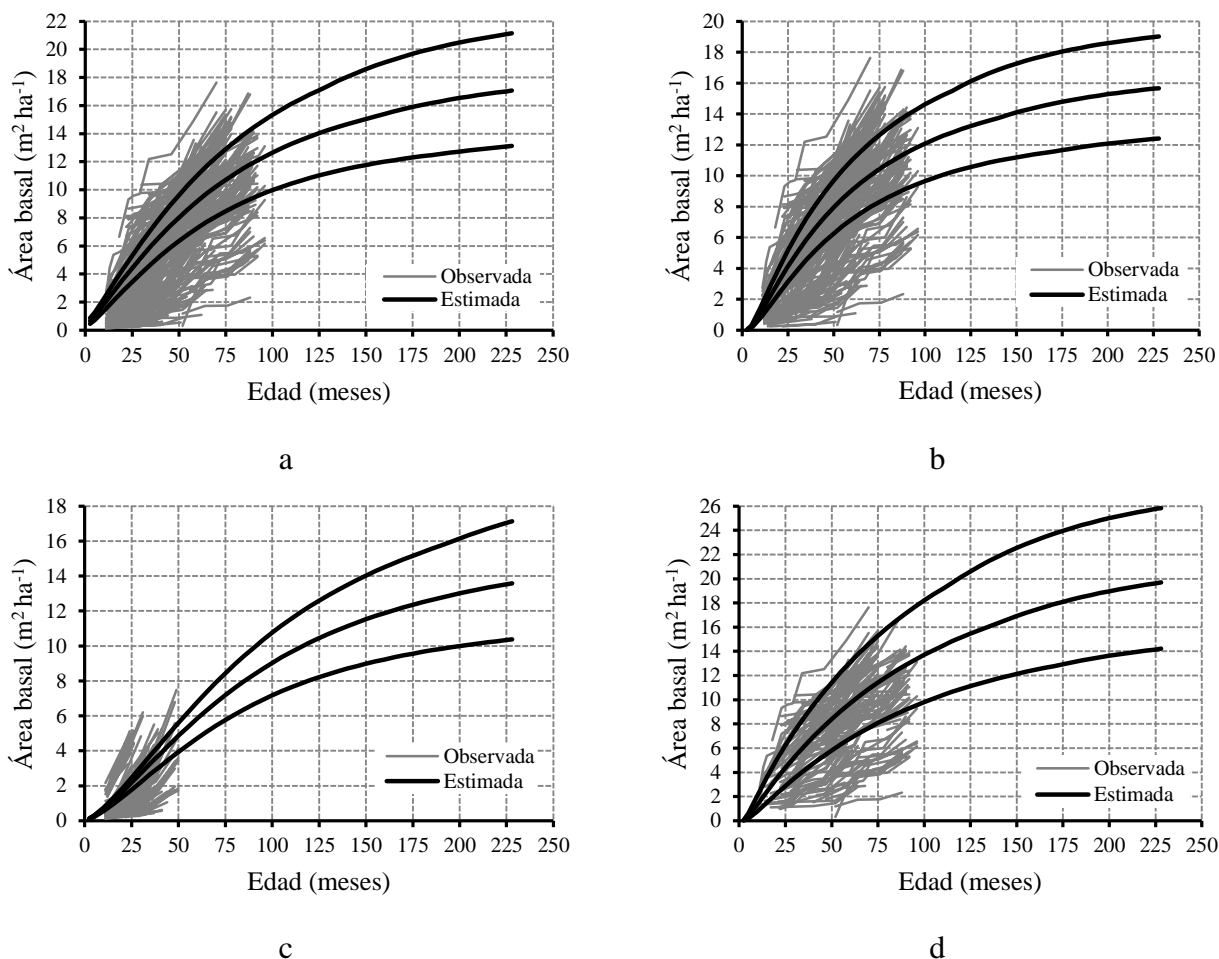


Figura 4.4. Crecimiento del área basal en tres IS (12, 15 y 18 m) para el SCRm general (a), para  $N=1,250 \text{ pl ha}^{-1}$  (b), para  $N=816 \text{ pl ha}^{-1}$  (c) y para sitio de plantación II con  $N=1,250 \text{ pl ha}^{-1}$  (d).

### Crecimiento en volumen por nivel de densidad inicial y sitio de plantación

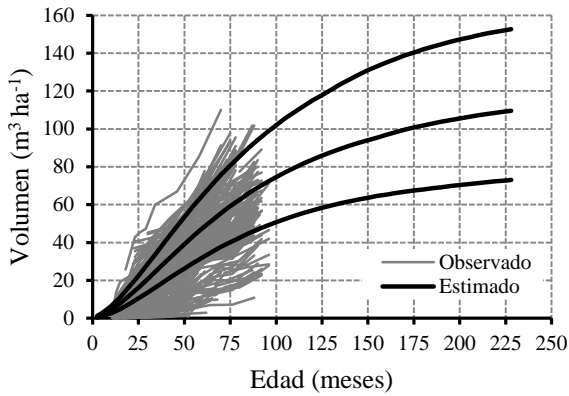
Los parámetros y estadísticos de ajuste del sistema S1 de crecimiento en volumen que incorpora variables indicadoras para evaluar el efecto de la densidad de plantación inicial se presenta en el Cuadro 4.10. La estructura de la función aditiva para conocer cada parámetro fue similar a la indicada para el área basal. Se detectó diferencia estadística significativa en el parámetro asintótico; así, para la densidad de  $1,250 \text{ pl ha}^{-1}$  el parámetro  $D_0$  toma el valor de 0.941381 y para la densidad de  $816 \text{ pl ha}^{-1}$  de 0.866177. Éste efecto se refleja en diferencias sobre el crecimiento en volumen ya que a la edad de rotación planeada a 19 años, en la mejor calidad de sitio (18 m) se estiman  $136.8$  y  $113.1 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  para las densidades referidas respectivamente, pero sin llegar a alcanzar el estimado en  $152.7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  para la plantación de teca en general (Figura 4.5). Se considera que los valores de crecimiento en volumen estimados

por tipo de densidad son conservadores, los cuales podrán rectificarse con la incorporación de nuevas observaciones a edades más avanzadas para el ajuste del sistema seleccionado.

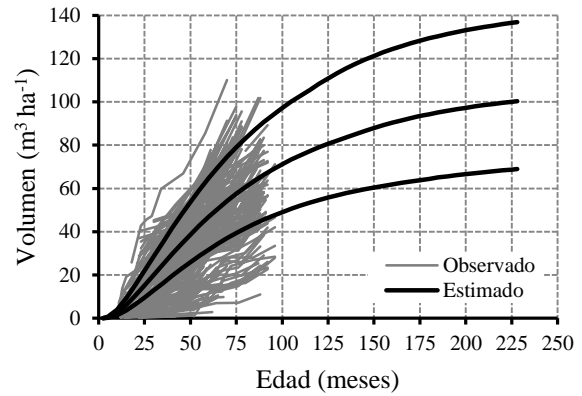
Cuadro 4.10. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste del sistema S1 de crecimiento en volumen  $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$  considerando el tipo de densidad de plantación inicial.

Modelo	RECM	Sesgo	$R^2_{\text{adj}}$	Parámetro estimado	Error estándar	Significancia
$V_1$	1.0297	-0.0527	0.9971	$D_{00}=0.866177$	0.02310	<.0001
$V_2$	1.2525	-0.1844	0.9971	$d_{01}=0.075204$	0.01480	<.0001
				$D_1=1.030964$	0.00521	<.0001
				$D_2=0.640692$	0.01120	<.0001
				$D_3=0.000275$	0.00012	0.0274

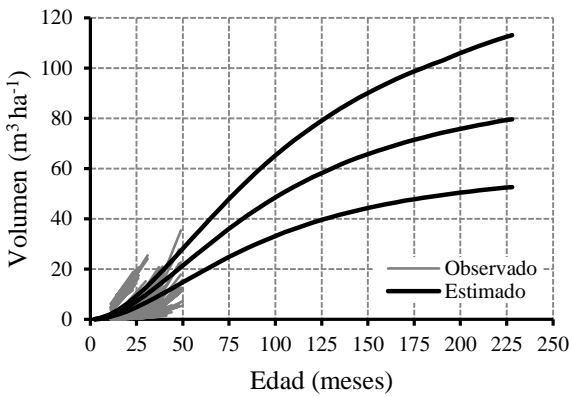
El efecto del sitio de plantación sobre el crecimiento en volumen se realizó solo para la densidad de plantación inicial de 1,250 pl  $\text{ha}^{-1}$  al incorporar variables indicadoras al sistema S1 en la forma antes referida. Se detectó diferencia significativa en el parámetro  $D_3$ , lo que evidencia que existen diferentes ritmos de crecimiento entre los cuatro sitios de plantación evaluados. El Cuadro 4.11 muestra los parámetros y estadísticos de ajuste bajo las condiciones señaladas. Los sitios I y II son diferentes del resto siendo  $D_3=0.000309$ , en tanto que para los sitios III y IV toman el valor de -0.000081 y -0.001071 respectivamente. Comparativamente, el sitio de plantación II presenta el mayor ritmo de crecimiento, estimándose a la edad de rotación (19 años)  $195.1 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$  en la mejor calidad de sitio de 18 m (Figura 4.5d). El segundo mejor sitio de plantación es el I, que a la edad e índice de sitio indicados se estima produce  $166.8 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$ . En tanto en el sitio III bajo las mismas condiciones se estiman  $152.6 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$ . Respecto al sitio IV, se considera que el volumen se subestima debido al reducido intervalo de edad (11 a 56 meses) de las observaciones trabajadas. En ese sentido, al igual que con el sistema de crecimiento para el área basal, la incorporación de nuevas observaciones a mayores edades de la plantación, se podrá verificar y en su caso rectificar el ajuste del sistema S1 de crecimiento en volumen por densidad y sitio de plantación.



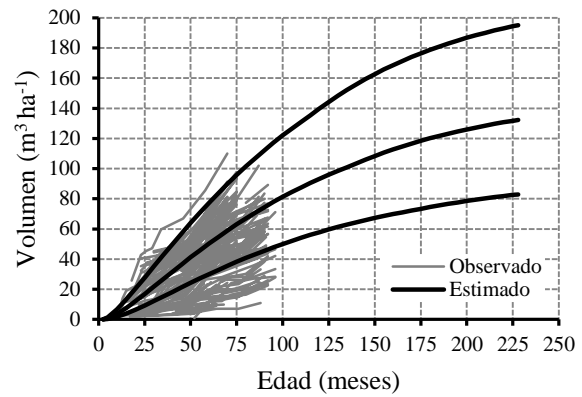
a



b



c



d

Figura 4.5. Crecimiento del volumen en tres IS (12, 15 y 18) para el SCRМ general (a), para  $N=1,250 \text{ pl ha}^{-1}$  (b), para  $N=816 \text{ pl ha}^{-1}$  (c) y para sitio de plantación II con  $N=1,250 \text{ pl ha}^{-1}$  (d).

Cuadro 4.11. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste compatible del sistema S1 de crecimiento en volumen considerando el efecto del sitio de plantación cuando  $N=1,250 \text{ pl ha}^{-1}$ .

Modelo	RECM	Sesgo	$R^2_{\text{adj}}$	Parámetro estimado	Error estándar	Significancia
$V_1$	1.1522	-0.0374	0.9962	$D_0=0.967307$	0.022700	<.0001
$V_2$	1.3731	-0.2613	0.9963	$D_1=1.034495$	0.005950	<.0001
				$D_2=0.627286$	0.012800	<.0001
				$D_{30}=0.000309$	0.000145	0.0331
				$d_{32}=-0.000390$	0.000137	0.0047
				$d_{33}=-0.001380$	0.000385	0.0003

### Guía de densidad y prescripción de aclareos

El ajuste de la función que relaciona el número de árboles por hectárea y el diámetro cuadrático para generar el diagrama para el manejo de la densidad con base en el IDR de Reineke se presenta en el Cuadro 4.12. El parámetro  $\beta$  que corresponde a la pendiente de la línea

de máxima densidad, aunque es menor al valor teórico de 1.605 sugerido por Reineke (1933), está incluido en el intervalo de confianza estimado al 95%. La función final resultado del ajuste y del desplazamiento de la línea promedio queda expresada como  $N=60,000Dq^{-1.5348}$ , la cual se usó para delimitar la línea de máxima densidad. Arias (2004) determinó un valor de -1.7126 para teca en Costa Rica, esta diferencia para una misma especie establecida en regiones diferentes, puede explicarse en parte por el efecto de factores medioambientales y otros relativos al material genético, a las prácticas de manejo silvícola y al origen de la masa (Comeau *et al.*, 2010). Zeide (2005) señala que el valor del parámetro que define la tasa de mortalidad tiende a cambiar con el tamaño del árbol y la edad, siendo mayor para rodales viejos con grandes diámetros y menor para rodales jóvenes con diámetros menores. En el caso de teca, se considera que adicionalmente a los factores indicados, el hecho de que sea una especie intolerante a la sombra, a la competencia y que provenga de plantaciones, explica que el IDR máximo sea de solo 940 árboles  $ha^{-1}$  (para un  $D_r$  de 15 cm), valor que es comparativamente menor al determinado por Kumar *et al.* (1995), por Arias (2004) y por Pérez y Kanninen (2005) de 1,200, 1,053 y 1,049 árboles  $ha^{-1}$  respectivamente. En este sentido, Weiskittel *et al.* (2009) reportan que especies intolerantes alcanzan un IDR máximo inferior con respecto a las tolerantes, además de que masas establecidas vía plantaciones tienen un intercepto comparativamente más bajo que el de bosques naturales. Los argumentos anteriores confirman la necesidad de determinar los valores que definen la relación tamaño-densidad para cada región en que teca es establecida.

Cuadro 4.12. Parámetros y estadísticos de ajuste de la función tamaño-densidad para generar el IDR basado en Reineke.

SCE	CME	R <sup>2</sup>	Parámetros estimados	Límite inferior	Límite superior	Error estándar	Significancia
753309	6026.5	0.8359	$\alpha=45841.47$ $\beta=1.534760$	33731.3 1.4204	62264.7 1.6491	7129.2 0.0583	<.0001 <.0001

Considerando que el manejo de la densidad es el medio más eficiente de que dispone el silvicultor para alcanzar el objetivo de una plantación, aunado al supuesto de que la densidad inicial es el punto de partida para prescribir un régimen de aclareos y que después de practicar un aclareo no existe mortalidad por competencia (manteniéndose constante la densidad hasta un siguiente aclareo), se usó el DMD para generar un programa de aclareos para las densidades de plantación inicial de 1,250 y 816 pl  $ha^{-1}$ , se buscó maximizar la producción manteniendo la densidad durante la mayor parte del turno entre la zonas 3 y 4 (Figura 4.6, Cuadro 4.13). Con el

DMD también es posible prescribir un programa de aclareo para una determinada área plantada, para lo cual mediante sitios de inventario se determina su densidad y su  $Dq$  a nivel de hectárea, procediéndose a determinar el IDR en que se encuentra la masa en cuestión; posteriormente, conforme a los criterios antes señalados se analizan diferentes regímenes alternativos de manejo de la densidad y finalmente se define el más apropiado con base en el objetivo de la plantación.

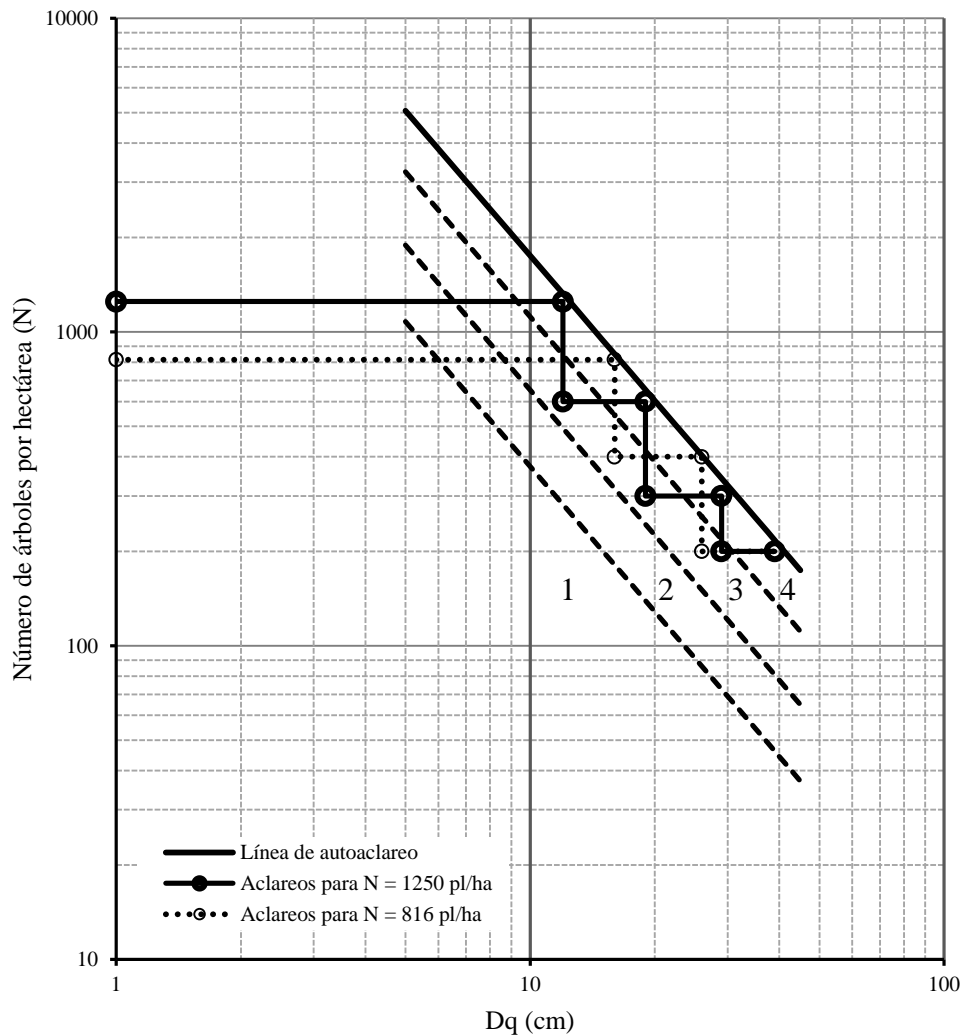


Figura 4.6. Programas de aclareo para las densidades de plantación inicial de 1,250 y 816 pl ha<sup>-1</sup>.

El número de aclareos e intensidad sugeridos para la densidad de 1,250 pl ha<sup>-1</sup> es similar a algunos escenarios diseñados por Pérez y Kanninen (2005) para teca plantada en Costa Rica con densidad de 1,111 pl ha<sup>-1</sup> y edad de rotación de 20 años. Los dos aclareos que se sugieren para la densidad de 816 pl ha<sup>-1</sup> van en concordancia con lo diseñado por Ladrach (2009) quien propone



el mismo número de aclareos con intensidades de 45% partiendo de una densidad inicial de 990 pl ha<sup>-1</sup> y dejando para la cosecha final 250 árboles ha<sup>-1</sup>. Este autor indica que para turnos cortos de entre 20 y 25 años que se manejan para teca en América tropical, el hecho de practicar dos aclareos a edades tempranas parece ser suficiente para producir materia prima para la industria del aserrío. También es consistente con lo indicado por Fonseca (2004), Kanninen *et al.* (2004), Pérez y Kanninen (2005) y Ugalde y Gómez (2006) en el sentido que teca responde bien a aclareos fuertes practicados entre el tercer y quinto año de edad con intensidad del 50 al 60%, lo que favorece el incremento en diámetro en los primeros años de la plantación sin afectar el crecimiento en altura, además de que el fuste se vuelve más recto y cilíndrico, aumentando el volumen de duramen. Los autores mencionados sugieren usar amplios espaciamientos para alcanzar diámetros mayores en tiempos más cortos, lo que resulta en una reducción del turno y en un aumento del valor de la cosecha final; aunque un mayor espaciamiento implica realizar en los primeros años mayor control sobre las malezas y mayores labores de poda y eliminación de brotes epicormicos. También advierten que cuando el aclareo se aplica en forma tardía, teca ya no responde en forma vigorosa y la tasa de crecimiento disminuye; por el contrario, cuando se realiza de manera prematura se favorece la aparición de ramas laterales que reduce el rendimiento y calidad de la plantación. La frecuencia e intensidad de los aclareos debe ser un compromiso entre la parte silvícola que garantice la obtención de árboles con las dimensiones y calidad requerida de acuerdo al uso industrial en el mínimo tiempo posible y la parte financiera que implique la más baja inversión para el logro del objetivo de la plantación.

Jayaraman y Rugmini (2008) y Ladrach (2009) resaltan la importancia de realizar el primer aclareo en tiempo e intensidad apropiados, aun cuando las dimensiones del producto que arroja el primer aclareo no son comerciales. Debe pensarse que el costo adicional por realizarlo es en realidad una inversión cuyo retorno y ganancia se reflejará en la cosecha final. Respecto al último aclareo en turnos entre 20 a 25 años, Ugalde y Gómez (2006) señalan que debe ser selectivo y realizarse con mucho mayor cuidado y conocimiento técnico, considerando en la selección de los árboles para la cosecha final criterios tales como clase de copa, vigor, espaciamiento, forma, ramificación, estado sanitario, entre otros; además se debe tener cuidado de no dañar al arbolado residual en las operaciones de derribo y extracción. Con relación al momento de practicar el último aclareo, Fonseca (2004) indica que entre los 10 y 12 años debe estar definida la densidad final, situación que de acuerdo con Ladrach (2009), le permite al

arbolado aprovechar el espacio adicional y tener una respuesta favorable en su crecimiento, al mismo tiempo que le da tiempo suficiente para recuperar el área basal, teniendo presente que a menor calidad de sitio, mayor tiempo le tomará a un rodal alcanzar la línea de autoaclareo.

Los niveles estimados de área basal alcanzados previo a cada aclareo, así como el equivalente al área basal remanente en función al número de árboles extraídos, son similares a los proyectados por Bermejo *et al.* (2004) para teca en Costa Rica con densidad inicial de 1,111 pl ha<sup>-1</sup>, quienes recomiendan que en índices de sitio altos, el área basal se debe reducir de 18-19 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> a 13-14 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> después del aclareo, situación que en este estudio sucede para el tercer aclareo en la densidad de 1,250 pl ha<sup>-1</sup>. En términos de intensidad del área basal removida también son similares a las reportadas por Kanninen *et al.* (2004) para teca plantada en Costa Rica con densidad inicial de 1,600 pl ha<sup>-1</sup>, sin embargo son inferiores en términos absolutos (m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> extraídos), pues los autores referidos señalan en el primer aclareo a los cuatro años con intensidades del 40 - 60%, representó en promedio reducir el área basal a 18 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup>. Tales diferencias pueden explicarse por las condiciones diversas de crecimiento para cada región, que son influenciadas por la calidad de sitio, densidad inicial, prácticas de manejo silvícola, entre otras.

Teniendo presente que el objetivo de las PFC de teca es maximizar el crecimiento e incremento en volumen a nivel de árbol individual para producir madera para aserrío, se debe manejar la densidad, mediante la aplicación de aclareos, manteniéndola en las zonas de crecimiento indicadas, que de acuerdo con Pérez y Kanninen (2005) lleva a estimar un volumen inferior por unidad de superficie pero con árboles de mayores diámetros y mejor conformados a edades más jóvenes, lo que conlleva a incrementar su valor. Con la aplicación de aclareos por lo bajo se reducen las diferencias en tamaño entre los árboles, incrementando su uniformidad y reduciendo el rango de distribución diamétrica. Prácticas de manejo adicionales como el control de maleza y podas apropiados en tiempo e intensidad, contribuyen a optimizar el crecimiento, a uniformizar el tamaño del arbolado residual y con ello a maximizar el valor de la plantación.

Cuadro 4.13. Programa de aclareos por tipo de densidad inicial en términos N, Dq y AB por hectárea.

Densidad de plantación	N	Dq	N ha <sup>-1</sup> extraídos	N ha <sup>-1</sup> Remanentes	Intensidad de Aclareo (%)	AB total (m <sup>2</sup> ha <sup>-1</sup> )	AB extraída (m <sup>2</sup> ha <sup>-1</sup> )	AB residual (m <sup>2</sup> ha <sup>-1</sup> )
1,250 pl ha <sup>-1</sup>	1250	1						
	1250	12						
	600	12	650	600	52	14.14	7.35	6.79
	600	19						
	300	19	300	300	50	17.01	8.51	8.51
	300	29						
	200	29	100	200	33	19.82	6.61	13.21
	200	39				23.89		
816 pl ha <sup>-1</sup>	816	1						
	816	16						
	400	16	416	400	51	16.41	8.36	8.04
	400	26						
	200	26	200	200	50	21.24	10.62	10.62
	200	39				23.89		

Con relación a la validación, diagnóstico y comprobación del SCRM explícito global desarrollado para las PFC de teca en la zona de estudio para tres índices de sitio, se tomó la función de mortalidad para estimar el número de árboles ha<sup>-1</sup>, el diámetro cuadrático se calculó con base en el área basal en m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> que predice el modelo respectivo. Utilizando el DMD en la Figura 4.7 se observa que las trayectorias que definen la relación entre el número de árboles ha<sup>-1</sup> y el Dq no tocan y mucho menos rebasan la línea de autoaclareo, más bien se localizan por debajo de esta, ubicándose después de los 600 y hasta los 200 árboles ha<sup>-1</sup>, entre el límite superior de la zona de crecimiento 3 y el límite inferior de la zona 4. Ésta situación es técnica y biológicamente razonable ya que evidencia que la plantación está creciendo en forma adecuada y en la zona en que se mejora el crecimiento, para que al alcanzar la densidad final deseada (N=200), se deje crecer para que alcance el mayor Dq posible. Por lo anterior, es posible afirmar que el SCRM generado para plantaciones de teca en Campeche, México posee características y propiedades lógicas, ratificándose el hecho de que los modelos seleccionados para cada variable de totalidad de rodal presentaron además de un aceptable ajuste estadístico, una apropiada consistencia biológica.

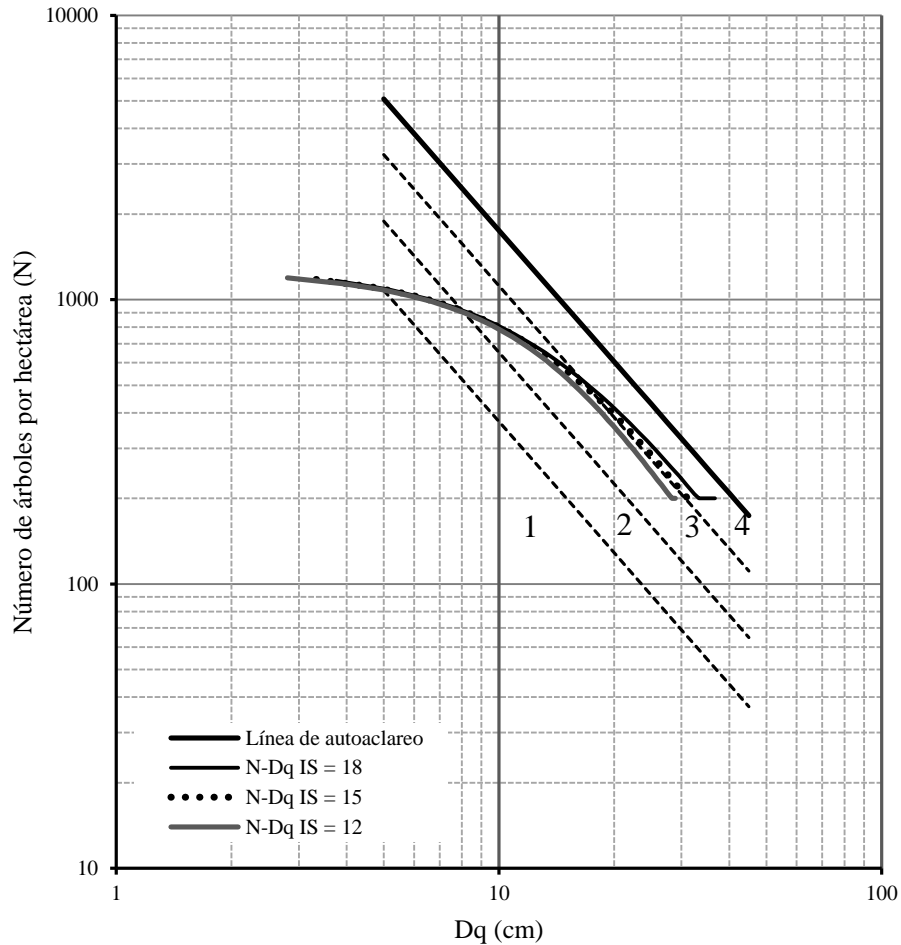


Figura 4.7. Comportamiento gráfico de la validación del SCRM general con el IDR de Reineke.

Cada componente del SCRM se construyó sobre una base teórica con significado biológico, por lo que las estimaciones que el sistema realiza fuera del rango de edad utilizado para su construcción describen un patrón de crecimiento razonable y biológicamente realista. Huang *et al.* (2003) indican que cuando la elección de los modelos se basa en supuestos biológicos, éstos pueden funcionar bien al hacer extrapolaciones. El sistema generado representa una aproximación a la condición promedio de la realidad biológica de las plantaciones estudiadas, por lo que puede utilizarse como una herramienta silvícola de soporte y apoyo a la toma de decisiones para su manejo. En la construcción del sistema se trabajó con un rango de edad relativamente estrecho comparado con el turno y no se evaluó el efecto de aclareos; sin embargo, aunque ofrece estimaciones conservadoras, mantiene tendencias y comportamientos gráficos lógicos que podrán ratificarse o rectificarse con la inclusión de nuevas observaciones a edades

más avanzadas de la plantación. Un mayor refinamiento en las técnicas de ajuste (como el enfoque de modelos de efectos mixtos) de las funciones de mortalidad, área basal y volumen probablemente hubieran proporcionado mayor consistencia y fiabilidad en las estimaciones.

#### 4.6. CONCLUSIONES

El sistema de crecimiento y rendimiento maderable explícito construido con base en ecuaciones dinámicas permite conocer las características locales de producción bajo las condiciones particulares de establecimiento, manejo y de calidad de sitio de las plantaciones de teca establecidas en Campeche, México. La determinación puede realizarse a nivel global para toda la plantación o bien por densidad de plantación inicial (1,250 y 816 pl ha<sup>-1</sup>) y hasta por sitio de plantación para la mayor densidad. Con un índice de sitio de 18 m (edad de referencia de 7.5 años) clasificado como el más alto, en promedio para toda la plantación se estiman 159.8 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> a la edad del turno planeado a 19 años. Para la densidad inicial de 1,250 pl ha<sup>-1</sup> y el índice de sitio indicado, se determinó que el sitio de plantación identificado como II fue el más productivo, estimándose en promedio 196.6 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> a la edad del turno. El sistema solo estima el volumen total con corteza a nivel de hectárea, sin que sea posible tener una distribución por tipo de producto, la cual puede aproximarse en una fase posterior mediante alguna técnica que determine la distribución diamétrica para luego combinarla con el sistema de cubicación para árbol individual desarrollado para esta especie. Los escenarios de aclareos generados con el diagrama para el manejo de la densidad, sugieren que a la edad de rotación será posible cosechar en promedio 200 árboles/ha con diámetro cuadrático promedio de 39 cm que equivale a 23.8 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> de área basal.

#### 4.7. LITERATURA CITADA

- Álvarez-González, J. G., Castedo-Dorado, F., Ruiz-González, A. D., López-Sánchez, C. A., and K. Gadow. 2004. A two-step mortality model for evenaged stands for *Pinus radiata* D, Don in Galicia (Northwestern Spain). *Annals of Forest Science*. 61: 439-448.
- Arias A., D. 2004. Validación del índice de densidad del rodal para el manejo de plantaciones forestales de *Tectona grandis* L. f. en el trópico. *Kurú: Revista Forestal* 1: 1-7.
- Bermejo I., I. Cañellas, and A. San Miguel. 2004. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. *Forest Ecology and Management* 189: 97-110.

- Comeau, P. G., M. White, G. Kerr, and S. E. Hale. 2010. Maximum density-size relationships for Sitka spruce and coastal Douglas-fir in Britain and Canada. *Forestry* 83: 461-468.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2012. Programa de Desarrollo de Plantaciones Forestales Comerciales, a 15 Años de su Creación. Zapopan, Jalisco, México. 152 p.
- Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G., and Rodríguez-Soalleiro, R. 2005. Modelling mortality of Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in the northwest of Spain. *European Journal of Forest Research* 124: 143-153.
- Fonseca G., W. 2004. Manual para productores de teca (*Tectona grandis* L. f) en Costa Rica. Heredia, Costa Rica. 115 p.
- Jayaraman, K., and P. Rugmini. 2008. Optimizing management of even-aged teak stands using growth simulation model: a case study in Kerala. *Journal of Tropical Forest Science* 20: 19-28.
- Hallett, J. T., J. Díaz-Calvo, J. Villa-Castillo, and M. R. Wagner. 2011. Teak plantations: economic bonanza or environmental disaster? *Journal of Forestry* 109: 288-292.
- Huang, S., Y. Yang, and Y. Wang. 2003. A critical look at procedures for validating growth and yield models. In: Amaro A., Reed D. and Soares, P. (Eds.). *Modelling Forest Systems*. CAB International. Wallingford, Oxfordshire, UK. pp. 271-293.
- Kanninen, M., D. Pérez, M. Montero, and E. Viquez. 2004. Intensity and timing of the first thinning of *Tectona grandis* plantations in Costa Rica: results of a thinning trial. *Forest Ecology and Management* 203: 89-99.
- Kotze, H. 2003. A strategy for growth and yield research in pine and eucalypt plantations in Komatiland Forests in South Africa. In: Amaro A., Reed D. and Soares, P. (Eds.). *Modelling Forest Systems*. CAB International, Wallingford, Oxfordshire, UK, pp. 75-84.
- Kozak, A., and R. Kozak. 2003. Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? *Canadian Journal Forest Research* 33: 976-987.
- Kumar, B. M., J. N. Long, and P. Kumar. 1995. A density management diagram for teak plantations of Kerala in peninsular India. *Forest Ecology and Management* 4: 125-131.
- Ladrach, W. 2009. Alternativas para el raleo de plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.) Kurú: *Revista Forestal* 6: 1-10.
- Nunifu, T. K., and Murchison H. G. 1999. Provisional yield models of teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in northern Ghana. *Forest Ecology and Management* 120: 171-178.

- Pereira da C. J., L. Garcia H., C. P. Boechat S., J. C. Chagas C., L. Smit, G. Saraiva N., e M. L. Romarco de O. 2008. Modelos de crescimento e produção para plantios comerciais jovens de *Tectona grandis* em Tangará da Serra, Mato Grosso. R. Árvore 32: 821-828.
- Pérez D., and M. Kanninen. 2005. Stand growth scenarios for *Tectona grandis* plantations in Costa Rica. Forest Ecology and Management 210: 425-441.
- Prasad, K. V., and L. J. Vanlalremkimi. 2008. Growing stock variation in different teak (*Tectona grandis*) forest stands of Mizoram, India. Journal of Forestry Research 19(3): 204-208.
- Pretzsch, H. 2009. Forest dynamics, growth and yield. From measurement to model. Springer. Germany. 664 p.
- Reineke, L. H. 1933. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. Journal of Agricultural Research 46: 627-638.
- Restrepo O., E. I., S. A. Orrego S., J. I. del Valle A., y J. C. Salazar U. 2012. Rendimiento, turno óptimo forestal y rentabilidad de plantaciones forestales de *Tectona grandis* y *Pinus patula* en Colombia. Interciencia 37: 14-20.
- Rose Jr., Ch. E., M. L. Clutter, B. D. Shiver, D. B. Hall, and B. Borders. 2004. A generalized methodology for developing whole-stand survival models. Forest Science 50: 686-695.
- SAS Institute Inc. 2008. SAS/STAT<sup>®</sup> 9.2 User's Guide. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Schumacher, F. X. 1939. A new growth function curve and its application to timber-yield studies. Journal of Forestry 37: 819-820.
- Sunanda, C., and K. Jayaraman. 2006. Prediction of stand attributes of even-aged teak stands using multilevel models. Forest Ecology and Management 236: 1-11.
- Ugalde A., L., y M. Gómez F. 2006. Perspectivas Económicas y Ambientales de las Plantaciones de Teca Bajo Manejo Sostenible, en Panamá. Turrialba, Costa Rica. 76 p.
- Torres R., J. M., y O. S. Magaña T. 2005. Evaluación de Plantaciones Forestales. LIMUSA. México, D. F. 472 p.
- Weiskittel, A., P. Gould, and H. Temesgen. 2009. Sources of variation in the self-thinning boundary line for three species with varying levels of shade tolerance. Forest Science 55: 84-93.
- Zeide, B. 2005. How to measure stand density. Trees 19: 1-14.

Zhao D., B. Borders, M. Wang, and M. Kane. 2007. Modeling mortality of second-rotation loblolly pine plantations in the Piedmont/Upper Coastal Plain and Lower Coastal Plain of the southern United States. *Forest Ecology and Management* 252: 132-143.



## CAPÍTULO V

### 5. ESTRATEGIA DE MUESTREO PARA UN INVENTARIO OPERATIVO ORIENTADO AL MANEJO DE PLANTACIONES DE TECA

#### 5.1. RESUMEN

Se propone una estrategia de muestreo, eficiente en términos de precisión y tiempo, para estimar el inventario maderable en volumen ( $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$ ) en plantaciones comerciales de *Tectona grandis* establecidas en Campeche, México. Se usaron 8,830 sitios de muestreo de  $72 \text{ m}^2$  levantados bajo un patrón sistemático en una superficie plantada de 2,207.5 hectáreas con espaciamiento de 4 m x 2 m. Habiendo establecido un árbol por cepa, cada sitio de muestreo consistió en evaluar nueve cepas contabilizándose los árboles vivos y midiéndoles su diámetro normal (Dn). La altura total de cada árbol se estimó en función del Dn usando un modelo tipo Chapman-Richards, el volumen de cada árbol se estimó usando una ecuación ajustada del modelo de Schumacher-Hall. Se obtuvo el área basal y el volumen total por sitio y se extrapoló a nivel de hectárea. Se aplicaron los estimadores del muestreo simple al azar (MSA) y del muestreo estratificado (ME), además de los estimadores de razón y regresión bajo MSA, así como razón combinada y razón específica en ME. Se usó como diseño de muestreo el del MSA. Se estratificó por clase de edad y se usaron como variables auxiliares al área basal (AB) y la edad de la plantación. Los estimadores más eficientes para la media del volumen fueron el de razón específica y combinada en ME con el 0.21 y 0.33% de precisión respectivamente cuando el AB se usó como variable auxiliar. Al estratificar por clase de edad es posible reducir el tamaño de muestra hasta en un 68% para obtener una precisión del 2.5% ( $\alpha=0.05$ ), lo que se traduce en un menor esfuerzo de muestreo y en economías al reducirse el tiempo de ejecución del inventario.

Palabras clave: *Tectona grandis*, inventario forestal, estratificación por clases de edad, información auxiliar, tamaño de muestra y precisión.

## 5.2. ABSTRACT

A sampling strategy efficient in terms of precision and time is proposed to estimate timber inventory in volume ( $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$ ) in commercial plantations of *Tectona grandis* established in Campeche, Mexico. Data used were from 8,830 sampling sites of  $72 \text{ m}^2$  raised under a systematic pattern in a planted area of 2,207.5 hectares with spacing of  $4 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ . Having established a tree per stock, each sampling site was to evaluate in nine stocks counting living trees and measuring them its diameter at breast height (DBH). The total height of each tree was estimated on the basis of the DBH using a model type Chapman-Richards, the volume of each tree was estimated using the Schumacher-Hall model. Basal area and total volume per site were obtained and extrapolated at hectare. Simple random sampling (SRS) and stratified sampling (SS) were the estimators applied for average volume. In addition, regression and ratio estimators in SRS as well as combined ratio and specific ratio in SS were applied. SRS was used as the sampling design. Plantations were stratified into 1 year age classes. Basal area (BA) and the age of the plantations were used as auxiliary variables. More efficient estimators for the average volume per hectare were the specific and combined ratio in SS with 0.21 and 0.33% precision respectively, in both estimators the BA was used as the auxiliary variable. Stratifying by age-classes is possible to reduce the sample size to 68% for precision of 2.5% ( $\alpha= 0.05$ ), this means less sampling effort and economies by reducing the time for to effect the forest inventory.

Key words: *Tectona grandis*, forest inventory, stratification by age class, auxiliary information, sample size and level of precision.

### 5.3. INTRODUCCIÓN

Los métodos de muestreo e inventarios con validez estadística son importantes para generar estimaciones confiables y científicamente defendibles (Schreuder *et al.*, 2004). En una plantación forestal comercial (PFC) es primordial conocer las existencias maderables y generar información útil para planificar acciones y tomar decisiones de manejo. Cuando la superficie plantada es extensa, es prácticamente imposible medir todos los árboles existentes; en este caso, se recurre al inventario por muestreo el cual permite obtener los parámetros de interés de una población de manera correcta, precisa y a costo mínimo (van Laar y Akça, 2007).

Cuando el objetivo del inventario es proporcionar información para el manejo operativo de la PFC, se requiere detalle a nivel de unidad de manejo sobre medias y totales de variables como el número de árboles, área basal y volumen por hectárea, lo que obliga a buscar un balance entre los recursos financieros disponibles y la precisión requerida. En ese sentido, Gregoire y Valentine (2008) señalan que el mejor enfoque para optimizar recursos es diseñar una estrategia de muestreo que combine el procedimiento para seleccionar la muestra con el procedimiento para estimar los parámetros de la población. Schreuder *et al.* (1993) y Corona y Fattorini (2006) apuntan que aunque para un inventario multipropósito se requieren estrategias de muestreo *ad hoc* para cada variable de interés, normalmente se adopta un esquema de muestreo único que sea simple y flexible de tal manera que permita evaluar todas las variables consideradas. Köhl *et al.* (2011) indican que cualquiera que sea el diseño de muestreo y el tamaño de muestra, se tienen implicaciones en términos de costo y eficiencia en la fiabilidad al estimar el inventario, la cual puede cuantificarse en función de la precisión, el sesgo y el error cuadrático medio. En particular, la precisión está en función de la homogeneidad de la población y del número de sitios de muestreo levantados; así, el inventario se debe realizar atendiendo el nivel de precisión predeterminado y optimizando tanto el tiempo como los costos por efectuarlo, por lo que cobra relevancia determinar el tamaño de muestra óptimo que garantice el nivel de precisión deseado.

Para efectos de realizar un inventario para el manejo operativo de PFC, la literatura especializada sugiere diferentes estimadores de muestreo, entre los que destacan aquellos que realizan la inferencia sobre la población con base en diseño tales como el muestreo simple al azar (MSA), el muestreo sistemático y el muestreo estratificado (ME), así como aquellos en que la inferencia se hace en función a modelos. Éstos últimos, para las estimaciones, usan información

auxiliar de variables que se correlacionan alta y positivamente con la variable de interés, entre los que destacan los estimadores de razón y de regresión que pueden aplicarse en MSA y bajo ME.

El presente trabajo evalúa la eficiencia estadística de diferentes estimadores de muestreo y plantea una estrategia de muestreo eficiente en términos de precisión, tiempo y costo que permita realizar el inventario operativo de las principales variables dasométricas de interés para apoyar la toma de decisiones orientadas al manejo de las plantaciones comerciales de teca (*Tectona grandis* L. f.) establecidas en Campeche, México. La cuantificación eficiente de las existencias maderables permitirá encarar procesos de pignoración forestal con mayor certidumbre, logrando con ello contribuir a la capitalización de la empresa forestal al colocar el valor de la plantación como título prendario para un préstamo bancario o mejorar las condiciones de bursatilización de la empresa.

#### 5.4. MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio se realizó en una superficie de 2,207.5 hectáreas plantadas para producción comercial maderable con *Tectona grandis* L. f. (teca) en el Valle de Edzná del estado de Campeche, México. El marco de muestreo (N) fue de 306,597 unidades muestrales y se usó una base de datos con 8,830 sitios de muestreo (intensidad de muestreo de 2.9%) levantados bajo un patrón sistemático en una malla de 50 m x 50 m, lo que permitió tener una distribución uniforme de la muestra. El espaciamiento de las plantaciones fue de 4 m x 2 m (1,250 plantas ha<sup>-1</sup>). Cada sitio de muestreo tuvo una superficie de 72 m<sup>2</sup> y representó una cobertura de ¼ de hectárea (2,500 m<sup>2</sup>). Habiendo establecido un árbol por cepa, en cada sitio se evaluaron nueve cepas de las cuales se contabilizó el número de árboles vivos y se les midió su diámetro normal (Dn), además de registrarse la edad (E) de la plantación en años. La altura total (A) de cada árbol se estimó en función del Dn con un modelo tipo Chapman-Richards previamente ajustado de la forma  $A = 19.46016 \times (1 - e^{-0.065226 \times Dn})^{1.100977}$ , siendo  $e$  la función exponencial. El volumen (v) con corteza a nivel de árbol individual se estimó con base en el modelo de Schumacher-Hall expresado como  $v = 0.000059 \times Dn^{1.866203} \times A^{0.932461}$ . El área basal (ab) de cada árbol se estimó con la fórmula  $ab = \frac{\pi}{40,000} \times D_n^2$ . Posteriormente se obtuvo el número de árboles vivos, el área basal (AB) y el volumen total (V) por sitio y luego se extrapoló a nivel de hectárea.

Para estimar el volumen medio en  $m^3 ha^{-1}$  se aplicaron los estimadores del muestreo simple al azar (MSA) y del muestreo estratificado (ME) cuya inferencia sobre la población se basa en diseño. También se evaluaron estimadores cuya inferencia se basa en modelos como el de razón (R) y el de regresión (Rg) dentro del MSA, además de la razón combinada (Rc) y la razón específica (Re) dentro del ME. En todos los casos se usó como diseño de muestreo el que corresponde al MSA. Para estratificar se usó como variable auxiliar la edad de la plantación obteniéndose seis clases de edad (CE) con ancho de clase de un año (Cuadro 5.1). Las variables auxiliares que se usaron para los estimadores de razón y de regresión fueron el área basal y la edad de la plantación. En el caso del área basal y para el estimador de razón bajo MSA se asumió como valor poblacional verdadero a la media muestral del área basal obtenida bajo ME. Para la razón en ME la edad fue conocida sin error de muestreo al tenerse la edad exacta de las plantaciones. En el Cuadro 5.2 se presentan los estimadores de muestreo referidos y sus respectivos parámetros.

Cuadro 5.1. Clases de edad definidas para la estratificación, sitios y superficie por CE.

Edad en el límite inferior	Edad en el límite superior	Clase de edad (CE)	Edad promedio	Número de sitios	Superficie (ha)
2	2.99	3	2.92	100	25.00
3	3.99	4	3.62	897	224.25
4	4.99	5	4.37	3,436	859.00
5	5.99	6	5.46	2,503	625.75
6	6.99	7	6.58	874	218.50
7	7.99	8	7.21	1,020	255.00
Total				8,830	2,207.5

El procedimiento para calcular el intervalo de confianza (IC) para la media ( $\bar{y}$ ) del volumen en  $m^3 ha^{-1}$ , su respectiva precisión (P) en por ciento y el inventario correspondiente para el MSA se indica a continuación y es extensible al resto de los estimadores evaluados. El IC se obtuvo con la expresión  $IC = \bar{y} \pm t_{\alpha,gl} \sqrt{S_{\bar{y}}^2}$ , siendo  $S_{\bar{y}}^2$  la varianza de la media, se usó un nivel de confianza del 95% ( $1-\alpha=0.95$ ) y los grados de libertad (gl) correspondieron al número de sitios de muestreo. En la precisión de la media se usó la expresión  $P = t_{\alpha,gl} \frac{\sqrt{S_{\bar{y}}^2}}{\bar{y}} 100$ . Para calcular el inventario ( $\hat{y}$ ) se recurrió a la expresión  $\hat{y} = N\bar{y}$ . De esta manera y de acuerdo con Freese (1976), Schreuder *et al.* (1993) y Schreuder *et al.* (2004), la estimación de la media tiene mayor

significado al establecerle un intervalo de confianza con un nivel de confiabilidad previamente establecido, lo que en este caso indica que bajo muestreo repetido, en promedio 1 de cada 20 muestras tiene la probabilidad de producir un intervalo de confianza que no contenga la media verdadera del volumen. Para lograr este nivel de confiabilidad se necesita en promedio dos errores estándar del estimador.

Cuadro 5.2. Estimadores de muestreo evaluados con base en diseño y con base en modelo.

Estimador de muestreo	Parámetro	Fórmula
MSA	Media	$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}}^2 = \frac{S_y^2}{N} f$
	Tamaño de muestra	$n = \frac{t_{\alpha,gl}^2 N S_{\bar{y}}^2}{t_{\alpha,gl}^2 S_{\bar{y}}^2 + B^2 N}$
Muestreo Estratificado	Media	$\bar{y}_{st} = \frac{\sum_{h=1}^L N_h \bar{y}_h}{N} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h$
	Varianza de la media	$V(\bar{y}_{st}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{S_h^2}{n_h} (1 - f_h)$
	Tamaño de muestra	$n = \frac{t_{\alpha,gl}^2 \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2 S_h^2}{W_h}}{B^2 N}$
Razón bajo MSA	Media	$\bar{y}_R = \hat{R} \mu_x = \bar{y} \frac{\mu_x}{\bar{x}}$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}_R}^2 = \frac{S_u^2}{n} f$
Regresión bajo MSA	Media	$\bar{y}_{RG} = \bar{y} + b(\mu_x + \bar{x})$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}_{RG}}^2 = \frac{S_{xy}^2}{n} f$
		$S_{xy}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 2}$
Razón combinada en ME	Media	$\bar{y}_{\hat{R}_C} = \hat{R}_C \mu_x = \frac{\sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h}{\sum_{h=1}^L W_h \bar{x}_h} \mu_x$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}_{RC}}^2 = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 (1 - f_h)}{n_h (n_h - 1)} \left( \sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi} - \hat{R}_c x_{hi})^2 \right)$
Razón específica en ME	Media	$\bar{y}_{\hat{R}_S} = \sum_{h=1}^L W_h \hat{R}_h \mu_{x_h}$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}_{RS}}^2 = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 (1 - f_h)}{n_h (n_h - 1)} \left( \sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi} - \hat{R}_h x_{hi})^2 \right)$

Donde  $y_i$  es el volumen con corteza ( $m^3$ ) observado en el  $i$ -ésimo sitio de muestreo y extrapolado a hectárea,  $f$  es el factor de corrección por finitud  $1-n/N$ ,  $t$  es el valor de la distribución  $t$  de Student al 95% de confiabilidad con  $n-1$  grados de libertad ( $gl$ ),  $B$  es el tamaño del error de muestreo aceptable al nivel de confianza  $1-\alpha$  especificado resultado de multiplicar la precisión requerida ( $E_\mu$ ) por la media muestral,  $L$  es el número total de estratos en la población objetivo,  $N_h$  es el marco de muestreo en el  $h$ -ésimo estrato siendo  $N = \sum_{h=1}^L N_h$ ,  $n_h$  es el tamaño de muestra en el  $h$ -ésimo estrato siendo  $n = \sum_{h=1}^L n_h$ ,  $W_h=N_h/N$  corresponde a la ponderación por estrato,  $f_h=n_h/N_h$  corresponde a la fracción de muestreo en el  $h$ -ésimo estrato,  $S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}}{n-1}$  es la varianza estimada de las observaciones de la variable principal,  $\hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$  es la razón bajo MSA y  $x_i$  representa a la variable auxiliar,  $S_{\hat{R}}^2 = \frac{1}{\mu_x^2} \frac{S_u^2}{n} f$  es la varianza de la razón bajo MSA siendo  $S_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 + \hat{R}^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\hat{R} \sum_{i=1}^n y_i x_i}{n-1}$ ,  $b = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$  es la pendiente de la recta de regresión bajo MSA,  $\hat{R}_c = \frac{\bar{y}_{st}}{\bar{x}_{st}}$  es la razón combinada bajo ME,  $\hat{R}_h = \frac{\bar{y}_h}{\bar{x}_h}$  es la razón estimada en el  $h$ -ésimo estrato,  $\bar{y}_{\hat{R}_h} = \hat{R}_h \mu_{x_h}$  es la media por estrato,  $\mu_y$  es la media poblacional de la variable principal,  $\mu_x$  es la media poblacional de la variable auxiliar,  $B_{\hat{R}}$ ,  $B_{RG}$  es la magnitud del error de muestreo aceptable para razón y regresión respectivamente,  $\bar{y}_h$ ,  $\bar{x}_h$  son las medias de los totales en el  $h$ -ésimo estrato.

Para cada estrato en el ME se aplican los mismos estimadores referidos para el MSA indicados en Cochran (1993). El mejor estimador de muestreo se seleccionó con base en el menor valor de la varianza de la media, la más alta precisión y la menor amplitud de los intervalos de confianza. Los estimadores del MSA se tomaron como línea base de referencia sobre los que se compararon el resto de los estimadores probados. La estrategia de muestreo se conformó entonces por el mejor diseño y el mejor estimador de muestreo. Para determinar el tamaño de muestra óptimo para la media en MSA, se simuló un muestreo repetido mediante la técnica de *bootstrap* usando el programa estadístico libre R versión 2.14.0 (<http://www.r-project.org>, R Development Core Team 2009), la muestra de 8,830 sitios se fue reduciendo de 5 en 5 porciento hasta llegar al 5%, en cada nivel de reducción se obtuvieron 30 muestras sin reemplazo y después de calcularles la media, la varianza de la media, los intervalos de confianza y la precisión, se obtuvieron los promedios de estos parámetros para observar sus comportamientos gráficos.

El tamaño de muestra óptimo se determinó con una precisión del 2.5% ( $\alpha=0.05$ ), éste tamaño de muestra fue comparado con el que se estima con la fórmula (Cuadro 5.2). Para el ME, el tamaño de muestra se calculó mediante la fórmula respectiva también con una precisión del 2.5%, luego la distribución del tamaño de muestra en cada estrato se realizó de acuerdo a las formulaciones respectivas reportadas por Cochran (1993) y Pérez (2005) para la asignación proporcional y la asignación Neyman.

## 5.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los valores de los parámetros de cada estimador de muestreo evaluado, el comparativo en términos de la ganancia en precisión, varianzas y amplitud de los intervalos de confianza se presentan en el Cuadro 5.3. En general, todos los estimadores evaluados arrojaron precisiones por abajo del 2%. Desde el punto de vista de eficiencia estadística, el estimador de razón específica en ME fue comparativamente mejor seguido del estimador de razón combinada en ME, ambos presentaron las mejores precisiones, las menores varianzas e intervalos de confianza estrechos. Destaca el efecto positivo que tuvo realizar la estratificación por clase de edad, al respecto Lencinas y Mohr-Bell (2007) señalan que una de las estrategias para optimizar un inventario es recurrir a la estratificación usando alguna variable fuertemente relacionada con la variable de interés, como lo es en este caso la edad con el volumen de las plantaciones. Implementar tal estrategia operativamente se traduce en menor esfuerzo de muestreo, ya que se requiere un menor tamaño de muestra comparado con el hecho de no estratificar, además de que el error de muestreo no se afecta al estimar el parámetro poblacional.

Los estimadores de razón dentro del ME fueron superiores respecto a los estimadores de razón en el MSA debido a que con la partición de la población en estratos se logra homogeneidad dentro de éstos y se consigue reducir la varianza total, lo cual incrementa la exactitud del estimador (Freese, 1976; Scheaffer *et al.*, 1987; Corona y Fattorini, 2006). Adicionalmente, el ME, comparado con el MSA, proporciona estimaciones separadas de la media y de la varianza de cada estrato y para una misma intensidad de muestreo frecuentemente se obtienen estimaciones más precisas. En este estudio se usó la edad de las plantaciones para estratificar a la población, sin embargo otras variables factibles de utilizarse pudieran ser de tipo dasométrico como las clases por índice de sitio, clases por categoría diamétrica o clases de incremento en área basal.



Cuadro 5.3. Comparativo de parámetros entre los estimadores de muestreo evaluados.

Estimador	Parámetro					Ganancia (%)	Amplitud (m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup> )	
	Media (m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup> )	V.M. †	LS <sup>¶</sup>	LI	Precisión (%)			Inventario (m <sup>3</sup> )
MSA	29.98	0.0609	30.46	29.49	1.61	66177	-	0.97
ME	29.98	0.0432	30.39	29.56	1.39	66177	0.23	0.83
R V/AB MSA	29.98	0.0024	29.99	29.96	0.33	66177	1.29	0.03
R V/E MSA	33.32	0.0495	33.40	33.24	1.34	73560	0.28	0.16
Rg V/AB MSA	29.98	0.0014	30.05	29.90	0.25	66177	1.36	0.15
Rg V/E MSA	29.98	0.0475	30.41	29.54	1.45	66177	0.16	0.87
Rc V/AB ME	29.98	0.0024	30.08	29.88	0.33	66177	1.29	0.20
Re V/AB ME	29.98	0.0010	30.04	29.92	0.21	66177	1.40	0.13
Rc V/E ME	29.98	0.0499	30.43	29.53	1.49	66177	0.12	0.89
Re V/E ME	29.98	0.0423	30.39	29.57	1.37	66177	0.24	0.82

†V.M.: Varianza de la media muestral. ¶LS, LI: límites superior e inferior de la media.

En cuanto al efecto de las variables auxiliares utilizadas en los estimadores de razón, el área basal fue mejor que la edad (Cuadro 5.3) y este efecto fue más acentuado para los estimadores de razón combinada y específica dentro del ME comparados contra los de razón en MSA. Al respecto Bailes y Brooks (2004) indican que la variable auxiliar a usarse en estos estimadores debe estar altamente correlacionada con la variable de interés, además de que debe ser fácil, rápida y barata de medirse en campo, lo que la haría altamente eficiente. Scheaffer *et al.* (1987) agregan que cuando el coeficiente de correlación ( $\rho$ ) entre la variable de interés y la auxiliar es mayor a  $\frac{1}{2}$  el estimador de razón proporcionará una estimación más precisa de la media poblacional que el que proporciona el MSA; en este caso la superioridad del área basal como variable auxiliar se debe a que el  $\rho$  respectivo fue de 0.99 contra 0.47 de la edad.

El volumen frente al área basal mostró una relación lineal a través del origen (Figura 5.1a) y la varianza del volumen mantuvo una tendencia proporcional con respecto al área basal, condiciones favorables para que el estimador de razón para la media poblacional tenga una varianza más pequeña y en consecuencia mayor precisión que la media simple obtenida del MSA. Éste resultado difiere del reportado por Roldán *et al.* (2013) quienes para la media muestral del volumen determinaron que la edad como variable auxiliar (con  $\rho=0.73$ ) es más eficiente en términos de precisión que el área basal (con  $\rho=0.97$ ) al usar el estimador de razón combinado con ME y estratificando por clases de edad en plantaciones de *Eucalyptus urophylla*.

Usar los estimadores de razón tiene la ventaja adicional de que la variable auxiliar ofrece una implicación práctica al estimar el inventario. En este caso cuando la variable auxiliar fue el área basal el valor de la razón indica que por cada  $m^2$  de área basal se tienen  $4.7 m^3 ha^{-1}$  en volumen, lo que permite estimar el inventario en volumen de forma inmediata con tan solo conocer con precisión el área basal poblacional al determinarla por ejemplo, mediante el levantamiento de puntos de muestreo con relascopio. Al usar la edad como variable auxiliar se determinó que por cada año que transcurre el volumen se incrementa en promedio  $5.8 m^3 ha^{-1}$ . Lo anterior permite que el estimador funcione como un sistema de crecimiento y rendimiento simplificado, en el que conociendo la edad ponderada que fue de 5.7 años, obtenida a partir de las clases de edad y el tamaño de cada estrato, se pueda estimar el inventario en forma anualizada al dejar crecer la plantación, bajo el supuesto que la superficie plantada se mantenga constante con el transcurso del tiempo y que no se incorporen o remuevan áreas de plantaciones en la estimación.

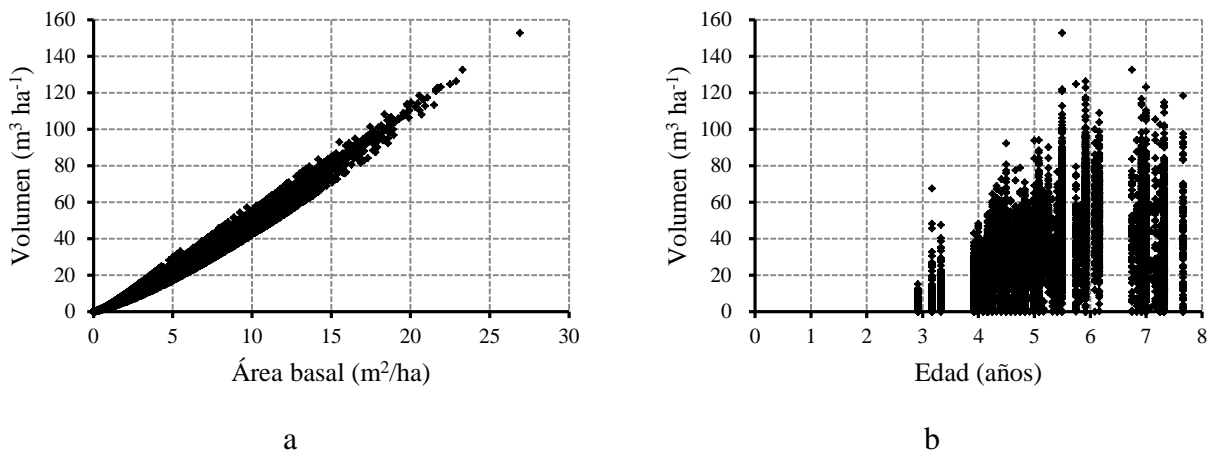


Figura 5.1. Comportamiento gráfico de las variables área basal (a) y edad (b) respecto al volumen utilizadas como auxiliares en los estimadores de razón y regresión.

A pesar de que los estimadores de razón conducen a obtener estimadores sesgados, tal sesgo es mínimo y puede considerarse despreciable siempre que el tamaño de muestra sea mayor a 30 (Scheaffer *et al.*, 1987; Velasco *et al.*, 2003), condición que se cumple en este análisis para cada estrato. Asimismo, tales estimadores resultan prácticamente insesgados cuando la relación entre la variable principal y la auxiliar es lineal a través del origen, situación que también ocurrió en este estudio (Figura 5.1) tanto en la razón combinada como en la específica por estrato, por lo que de manera práctica se consideró que el sesgo fue nulo. De acuerdo con Raj (1980) y Pérez (2005) el hecho de que el estimador de razón específica resultara superior comparado con el de

razón combinada, ambos dentro del ME y usando el área basal como variable auxiliar, se debe a que el número de estratos dado por las clases de edad, fue reducido y cada uno de ellos fue relativamente grande. Lo anterior implica tener pocos sumandos y la acumulación del sesgo en caso de existir, es mínimo; además de que las razones por estrato fueron distintas y ascendentes conforme la clase de edad aumentó.

Respecto al tamaño de cada estrato Freese (1976) y Scheaffer *et al.* (1987) señalan que los estimadores de razón funcionan bien cuando el tamaño de muestra en cada estrato es igual o mayor a 30 unidades, en este estudio el estrato más pequeño tuvo 100 sitios (Cuadro 5.1) lo que contribuye a explicar la mayor eficiencia al usar la razón específica. Esta razón específica tiene la ventaja contra la razón combinada el hecho de que al obtener el estimador para cada estrato y luego sumarlos, permite que la razón varíe de un estrato a otro, con lo que se obtienen estimaciones separadas por estrato y se genera información de la población al subnivel de estratos.

El segundo mejor estimador correspondió a la razón combinada dentro del ME cuando se usó el área basal como variable auxiliar. Pérez (2005) indica que su principal ventaja, comparada con la razón específica, es que no presenta acumulación de sesgos en los estratos, por lo que el sesgo total del estimador, en caso de presentarse se reduce al mínimo. Sin embargo, tiene como inconveniente la imposibilidad de obtener estimaciones separadas por estratos, en la práctica la razón combinada se usa cuando la cantidad de estratos es grande y el tamaño de cada uno es pequeño.

El comportamiento del tamaño de muestra ( $n$ ) al variar la precisión se presenta de manera gráfica en la Figura 5.2a, se observa que para lograr altas precisiones (menores al 2%) se requiere un mayor esfuerzo de muestreo para levantar una mayor cantidad de sitios, lo que implica que los costos se incrementen. Comparativamente, el MSA es más exigente en tamaño de muestra que el ME, situación lógica toda vez que el primero no se apoya en la información auxiliar de grupos en la población donde las unidades que componen a los grupos son internamente lo más homogéneas posibles y lo más heterogéneos entre ellos, lo que permite reducir el error de muestreo y mejorar la precisión (Pérez, 2005). De esta manera, para un mismo tamaño de muestra el ME tiene una mayor ganancia en precisión que el MSA, por lo que para garantizar una precisión fijada en 2.5%, se determinó que el  $n$  óptimo calculado con las fórmulas

respectivas (Cuadro 5.2) fue de  $n=3,744$  para el MSA y de  $n=2,799$  para el ME. Lo anterior implica que el tamaño de muestra original de  $n=8,830$  sitios de muestreo se puede reducir hasta en un 68%, lo que se traduce favorablemente en un menor esfuerzo de muestreo para levantar la información en campo y consecuentemente en una reducción del tiempo y del costo a invertir para efectuar el inventario.

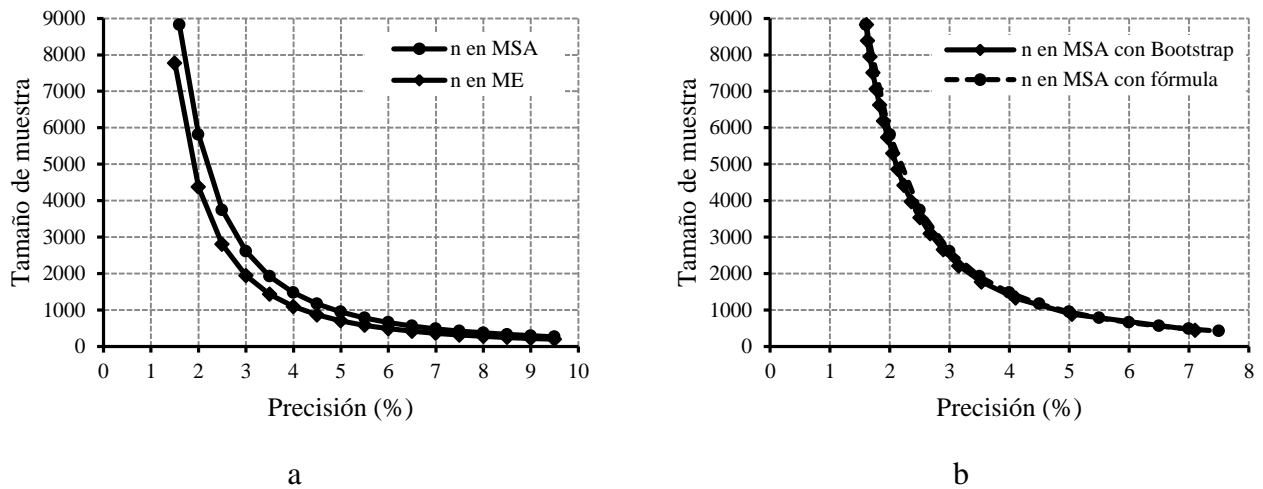
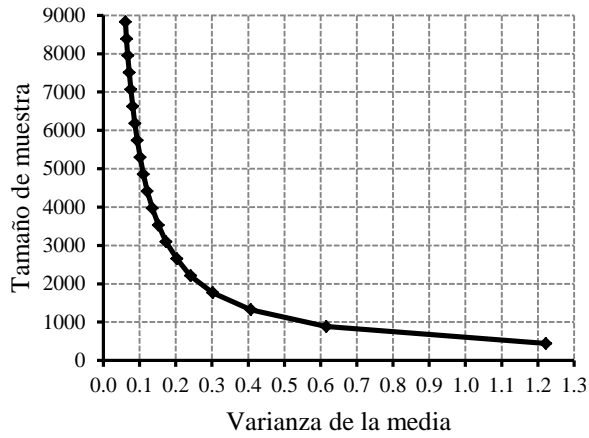
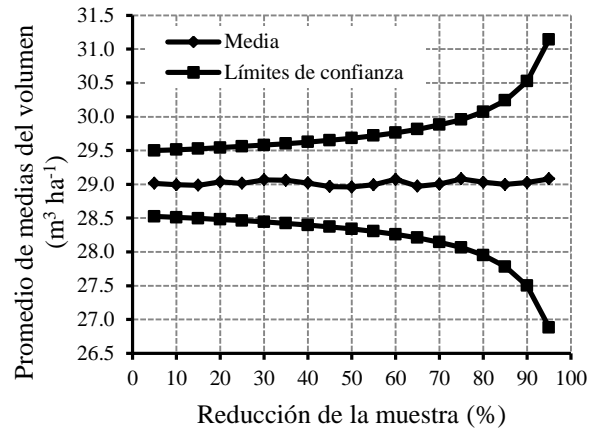


Figura 5.2. Comportamiento del tamaño de muestra calculado al variar la precisión en MSA y ME (a) y tamaño de muestra en MSA calculado con la técnica de *bootstrap* y por fórmula (b).

Cuando el tamaño de muestra para el MSA se compara con el de la técnica de *bootstrap* bajo muestreo repetido por simulación, se determinó que la tendencia en los promedios de las precisiones estimadas disminuyó en forma muy similar al patrón obtenido cuando el tamaño de muestra se calculó mediante fórmula (Figura 5.2b). En este último caso lo que se hace variar es el error de muestreo, éste comportamiento sugiere encontrar patrones de correspondencia similares en el resto de los estimadores evaluados. El procedimiento *bootstrap* adicionalmente permitió observar de manera más acentuada el efecto de la reducción del tamaño de muestra sobre la varianza, la cual se incrementa hasta cierto límite a medida que la muestra disminuye (Figura 5.3a), además de que los límites superior e inferior de los intervalos de confianza de la media se van ampliando (Figura 5.3b), siendo más notorio cuando esta se reduce por arriba del 70%.



a



b

Figura 5.3. Efecto de la reducción del tamaño de muestra en el MSA sobre la varianza de la media en volumen (a) y sobre sus correspondientes intervalos de confianza (b).

Es evidente que el tamaño de muestra, sobre todo en ME, puede reducirse aún más a medida que la precisión se relaje; sin embargo, para la aplicación práctica de los dos mejores estimadores identificados en este estudio, se debe asegurar que la muestra sea al menos 30 sitios por estrato o cada clase de edad. Para una misma intensidad de muestreo se prefiere ME sobre MSA ya que proporciona estimadores más precisos de los parámetros de la población. En el Cuadro 5.4 se presenta la distribución del tamaño de muestra por estrato calculado para obtener una precisión de 2.5% con un nivel de confiabilidad de  $\alpha=0.05$  al usar la asignación proporcional y la Neyman. De acuerdo con Cochran (1993) y Pérez (2005) en la asignación proporcional el número de unidades muestrales en cada estrato es proporcional a su tamaño y en la Neyman se garantiza que el tamaño de muestra en cada estrato tenga una varianza mínima de un total de  $n$  unidades de muestreo.

Respecto al número de sitios a asignar en cada estrato, Freese (1976) señala que cuando el objetivo es obtener la estimación más precisa posible de la media poblacional se prefiere la asignación Neyman, en cambio si el interés es separar estimadores para cada estrato y se considera al estimador global como de importancia secundaria, entonces se debe hacer un muestreo intenso de los estratos que tienen material de alto valor comercial, pasando a segundo plano en importancia las asignaciones referidas y se levantaría la cantidad de sitios necesarios a modo de que se obtenga el grado de precisión deseado para los estratos particulares. Esto último es relevante para aplicarse en plantaciones cuyas edades están próximas al turno y en las que se

aplicarán aclareos comerciales. Un factor más que debe considerarse en el tamaño de muestra total y por estrato es lo que en términos de precisión y confiabilidad establece la legislación forestal vigente.

Cuadro 5.4. Distribución proporcional y Neyman del tamaño de muestra por estrato.

Asignación	Estrato (clase de edad)						Total
	3	4	5	6	7	8	
Proporcional	32	284	1,089	793	277	323	2,799
Neyman	6	130	906	975	349	434	2,799

Los resultados adicionalmente sugieren que el uso de estimadores de razón bajo muestreo doble (muestreo en dos fases), que aprovechan el alto nivel de correlación entre la variable de interés y la variable auxiliar, llevaría a reducir aún más el trabajo de levantamiento de información sin sacrificar la precisión del estimador poblacional, además de que son ventajosos cuando se desconoce con antelación la media o el total poblacional de la variable auxiliar (Schreuder *et al.*, 1993). La primera fase se enfoca exclusivamente a estimar la variable auxiliar en forma intensiva para determinar la media poblacional, en tanto que la segunda fase implica estimar ambas variables simultáneamente aunque con menor intensidad. Después de evaluar su relación se estima la media y su varianza respectiva, las cuales son ajustadas por exceso o defecto al relacionarse la media poblacional y la media muestral de la variable auxiliar. Adicionalmente, en la ejecución de la primera fase puede ser conveniente aplicar el muestreo por puntos (muestreo de relascopio) que de acuerdo con Shiver y Borders (1996) y Lynch y Rusydi (1999) se caracteriza por ser fácil y rápido de implementar en plantaciones, ya que la determinación del área basal se realiza por conteo de los árboles que son mayores a un ángulo visual de referencia que tiene implícito un factor de área basal. El esquema referido conformaría en conjunto el denominado muestreo doble por puntos.

Otra alternativa para determinar la media poblacional de la variable auxiliar es estimándola a partir de los modelos dinámicos que conforman el sistema de crecimiento y rendimiento maderable generado *ex profeso* para esas mismas plantaciones de teca, en donde para una determinada edad de la plantación y conocidas las variables de totalidad de rodal implicadas, puede estimarse usando el modelo de proyección correspondiente. De acuerdo con Freese (1976) y Köhl *et al.* (2006), el muestreo doble también podría aplicarse para actualizar el inventario entre un periodo de tiempo determinado, para lo cual en la segunda fase es necesario remedir las variables de interés anualmente en solo una proporción de los sitios de muestreo medidos en la

primera fase, en función a la relación entre las variable auxiliar y principal, se tomaría la decisión de usar un estimador de razón o de regresión.

## **5.6. CONCLUSIONES**

La estrategia de muestreo más eficiente en términos de precisión para estimar el volumen medio de las plantaciones de teca establecidas en Campeche, México se conformó asociando el diseño de muestreo bajo muestreo simple al azar con el estimador de razón específica dentro de muestreo estratificado cuando se usó el área basal como variable auxiliar y se estratificó por clase de edad. El tamaño de muestra inicial ( $n=8,830$  sitios de muestreo) puede reducirse hasta en un 68% para el muestreo estratificado y obtener una precisión del 2.5% (confiabilidad de  $\alpha=0.05$ ), lo que implica que el tiempo y el esfuerzo de muestreo sean menores con la consecuente reducción de los costos para realizar el inventario.

La edad de las plantaciones como información auxiliar fue más eficiente cuando se usó para formar estratos que cuando se usó como variable auxiliar en los estimadores de razón y de regresión. Para garantizar la más alta precisión en los parámetros poblacionales se sugiere implementar la técnica de estratificación por clases de edad con anchos de un año en el resto de las plantaciones.

Con base en la eficiencia de los estimadores de muestreo evaluados, se ofrece un panorama que pone en evidencia que diferentes métodos de muestreo pueden integrarse y complementarse entre sí, con el único propósito de obtener estimaciones de alta calidad sobre la media poblacional lo más precisas y confiables posibles, además de reducir tiempos y costos para realizar el inventario operativo en forma óptima.

## **5.7. LITERATURA CITADA**

- Bailes W., W., and J. R. Brooks. 2004. A Comparison of two double sampling auxiliary variables with inventories of varying sample size. *In: Proceedings of the 14th central hardwoods forest conference*. Yaussy D., D. M Hix, P. Ch. Goebel, and R. P. Long (eds). USDA Forest Service. GTR-NE-316. Wooster, Ohio. pp: 101-105.
- Cochran, W. G. 1993. *Técnicas de muestreo*. Compañía Editorial Continental. México. 513 p.
- Corona P., and L. Fattorini. 2006. The assessment of tree row attributes by stratified two-stage sampling. *European Journal of Forest Research* 125: 57-66.

- Freese, F. 1976. Elementary forest sampling. USDA For. Serv. Agr. Handb. No. 232. Washington. D. C. 91 p.
- Gregoire, T. G., and T. H. Valentine. 2008. Sampling strategies for natural resources and the environment. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL. 474 p.
- Köhl, M., A. Lister, Ch. T. Scott, T. Baldauf, and D. Plugge. 2011. Implications of sampling design and sample size for national carbon accounting systems. Carbon Balance and Management 6:10.
- Köhl, M., S. Magnussen, and M. Marchetti. 2006. Sampling methods, remote sensing and GIS multiresource forest inventory. Springer Verlag Berlin Heidelberg. Germany. 373 p.
- Lencinas, J. D., y D. Mohr-Bell. 2007. Estimación de clases de edad de las plantaciones de la provincia de Corrientes, Argentina, con base en datos satelitales Landsat. Bosque 28:106-118.
- Lynch, B. T., and R. Rusydi. 1999. Distance sampling for forest inventory in Indonesian teak plantations. Forest Ecology and Management 113: 215-221.
- Pérez L., C. 2005. Muestreo estadístico. Conceptos y problemas resueltos. Pearson Prentice Hall. Madrid, España. 374 p.
- R Development Core Team. 2009. R: a language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>
- Raj, D. 1980. Teoría del muestreo. Trad. por Reyes-Mazzoni R. R. Fondo de Cultura Económica. 1ra. Edición. México, D. F. 305 p.
- Roldán-Cortes, M. A., H. M. De los Santos-Posadas, H. Ramírez-Maldonado, J. R. Valdez-Lazalde, G. Ángeles-Pérez, y A. Velázquez-Martínez. Estimadores de muestreo para inventario de plantaciones forestales comerciales de eucalipto en el sureste Mexicano. Inédito. 20 p.
- Scheaffer R., L., W. Mendenhall, y L. Ott. 1987. Elementos de muestreo. Trad. por Rendón S., G. y J. R. Gómez A. Grupo Editorial Iberoamérica. México. 321 p.
- Schreuder, H. T., R. Ernst, and H. Ramírez M. 2004. Statistical techniques for sampling and monitoring natural resources. Forest Service-USDA. General Technical Report RMRS-GTR-126. 111 p.



- Schreuder, H. T., G. T. Gregoire, and G. B. Wood. 1993. Sampling methods for multiresource forest inventory. John Wiley & Sons, Inc. New York. 446 p.
- Shiver, B. D., and E. B. Borders. 1996. Sampling techniques for forest resources inventory. John Wiley & Sons, Inc. New York. 356 p.
- van Laar, A., and A. Akça. 2007. Forest mensuration. Springer. Dordrecht, The Netherlands. 383 p.
- Velasco B., E., H. Ramírez M., F. Moreno S., y A. De la Rosa V. 2003. Estimadores de razón para el inventario nacional forestal de México. *Ciencia Forestal en México* 28: 23-43.

## CAPÍTULO VI

### 6. CONCLUSIONES GENERALES

#### 6.1. SISTEMA DE CUBICACIÓN

El ajuste simultáneo del sistema compatible ahusamiento - volumen comercial mediante modelos de efectos mixtos permite realizar estimaciones precisas y consistentes tanto del volumen comercial y total como de diámetros mínimos comerciales a diferentes alturas y viceversa. El sistema permite estimar la producción maderable de árboles individuales por tipo de producto de acuerdo a los diámetros mínimos comerciales en punta del fuste que la industria demande. En promedio el fuste de teca pasa de neiloide a paraboloides al 6% de su altura total y adopta la forma de cono por arriba del 58 % de la misma, los cambios de cuerpo dendrométrico son similares a los reportados en otros estudios para otras especies latifoliadas bajo manejo. Las estimaciones con el modelo de volumen total contenido en la función de ahusamiento tienden a ser ligeramente conservadoras comparadas con las que reporta la literatura para esta especie en otros países de América tropical, pero más próximas a los volúmenes observados en la zona de estudio.

#### 6.2. MODELOS DE ÍNDICE DE SITIO

La ecuación en diferencia algebraica generalizada que usa como base al modelo de Chapman-Richards es específica y útil para predecir el crecimiento en altura dominante y realizar la clasificación del nivel de productividad con base en el índice de sitio para las plantaciones de teca establecidas en Campeche, México. Es posible usar la ecuación para toda la plantación en general o bien por sitio de plantación, además forma parte esencial de un sistema de crecimiento y rendimiento maderable generado para esta especie. Comparativamente con otras regiones de América tropical el crecimiento en altura dominante en la zona de estudio es menor, lo que sugiere que muchos de los suelos calcáreos de la península de Yucatán son poco aptos para el establecimiento de esta especie en PFC. En consecuencia la silvicultura en esta región debe de ser intensiva a fin de minimizar los efectos del sitio en el crecimiento maderable y concentrar el potencial del sitio en la masa de teca.

### **6.3. SISTEMA DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO EXPLÍCITO**

El sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) explícito generado para las plantaciones de teca establecidas en Campeche, México es útil para predecir el crecimiento y estimar el rendimiento por hectárea a una determinada edad de interés. Se conforma por funciones dinámicas de altura dominante (e índice de sitio), mortalidad, área basal y volumen expresadas en diferencia algebraica. El SCRM puede usarse a nivel de toda la plantación en general o bien puede diferenciarse por densidad de plantación inicial y dentro de esta por sitio de plantación. A nivel de toda la plantación, con un índice de sitio alto de 18 m (edad de referencia de 7.5 años), se estiman en promedio  $159.8 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  a la edad del turno planeado a 19 años. Para la densidad de plantación inicial de  $1,250 \text{ pl ha}^{-1}$  y el índice de sitio indicado, se determinó que el sitio de plantación identificado como II fue comparativamente el más productivo, estimándose en promedio  $196.6 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  a la edad del turno referido. Si bien las estimaciones próximas a la edad del turno son conservadoras, el SCRM tiene un aceptable comportamiento gráfico con respecto a las tendencias observadas. El sistema se podrá ratificar o rectificar con la inclusión de nuevas observaciones a edades más avanzadas de la plantación.

Con el diagrama para el manejo de la densidad construido con base en el índice de Reineke se determinó un índice de densidad del rodal máximo de  $940 \text{ árboles ha}^{-1}$ . Los escenarios de aclareos generados con ese diagrama sugieren que a la edad de rotación será posible cosechar  $200 \text{ árboles ha}^{-1}$  con diámetro cuadrático promedio de 39 cm y un equivalente a  $23.8 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$  de área basal. En la validación del SCRM generado usando el índice de Reineke se determinó que es consistente y posee características de crecimiento lógicas.

### **6.4. ESTRATEGIA DE INVENTARIO OPERATIVO**

Para realizar el inventario operativo lo más preciso y confiable posible se debe implementar una estrategia de muestreo que asocie el diseño de muestreo simple al azar con el estimador de razón específica dentro del muestreo estratificado, usando el área basal como variable auxiliar y estratificando por clase de edad con intervalos de un año. El tamaño de muestra originalmente levantado se puede reducir hasta en un 68% para obtener una precisión del 2.5% a una confiabilidad del 95%. Implementar tal estrategia se traduce en menor esfuerzo y tiempo de muestreo con la consecuente reducción de los costos por efectuarlo.

El conjunto de herramientas silvícolas cuantitativas generadas contribuyen en el proceso de toma de decisiones para mejorar el manejo técnico de las PFC de teca. Además, pueden ser la base para simular y proyectar escenarios sobre la producción maderable y para evaluar la rentabilidad financiera. Para efectos de comparación, se resalta la necesidad de realizar estudios posteriores sobre sistemas de crecimiento implícitos que combinados con las funciones del sistema de cubicación a nivel de árbol individual, lleven a realizar estimaciones sobre el rendimiento y distribución por tipo de producto de acuerdo a diámetros mínimos comerciales en punta del fuste.

Estudios futuros sobre el crecimiento y rendimiento maderable, que consideren el efecto por ejemplo, de tratamientos en la preparación del sitio de plantación, tipo de suelo, dosis de fertilización, control de malezas, intensidad de aclareos, diferenciación entre fuentes de germoplasma como clones y semillas, entre otros, proporcionarán mayores y mejores elementos de juicio para una mejor toma de decisiones en el manejo de las plantaciones, para identificar nuevos sitios de plantación, así como para definir necesidades de inversión.